This is a digital copy of a book that was preserved for generations on library shelves before it was carefully scanned by Google as part of a project to make the world's books discoverable online.

It has survived long enough for the copyright to expire and the book to enter the public domain. A public domain book is one that was never subject to copyright or whose legal copyright term has expired. Whether a book is in the public domain may vary country to country. Public domain books are our gateways to the past, representing a wealth of history, culture and knowledge that's often difficult to discover.

Marks, notations and other marginalia present in the original volume will appear in this file - a reminder of this book's long journey from the publisher to a library and finally to you.

Usage guidelines

Google is proud to partner with libraries to digitize public domain materials and make them widely accessible. Public domain books belong to the public and we are merely their custodians. Nevertheless, this work is expensive, so in order to keep providing this resource, we have taken steps to prevent abuse by commercial parties, including placing technical restrictions on automated querying.

We also ask that you:

+ *Make non-commercial use of the files* We designed Google Book Search for use by individuals, and we request that you use these files for personal, non-commercial purposes.

+ *Refrain from automated querying* Do not send automated queries of any sort to Google's system: If you are conducting research on machine translation, optical character recognition or other areas where access to a large amount of text is helpful, please contact us. We encourage the use of public domain materials for these purposes and may be able to help.

+ *Maintain attribution* The Google "watermark" you see on each file is essential for informing people about this project and helping them find additional materials through Google Book Search. Please do not remove it.

+ *Keep it legal* Whatever your use, remember that you are responsible for ensuring that what you are doing is legal. Do not assume that just because we believe a book is in the public domain for users in the United States, that the work is also in the public domain for users in other countries. Whether a book is still in copyright varies from country to country, and we can't offer guidance on whether any specific use of any specific book is allowed. Please do not assume that a book's appearance in Google Book Search means it can be used in any manner anywhere in the world. Copyright infringement liability can be quite severe.

About Google Book Search

Google's mission is to organize the world's information and to make it universally accessible and useful. Google Book Search helps readers discover the world's books while helping authors and publishers reach new audiences. You can search through the full text of this book on the web at `http://books.google.com/`

Über dieses Buch

Dies ist ein digitales Exemplar eines Buches, das seit Generationen in den Regalen der Bibliotheken aufbewahrt wurde, bevor es von Google im Rahmen eines Projekts, mit dem die Bücher dieser Welt online verfügbar gemacht werden sollen, sorgfältig gescannt wurde.

Das Buch hat das Urheberrecht überdauert und kann nun öffentlich zugänglich gemacht werden. Ein öffentlich zugängliches Buch ist ein Buch, das niemals Urheberrechten unterlag oder bei dem die Schutzfrist des Urheberrechts abgelaufen ist. Ob ein Buch öffentlich zugänglich ist, kann von Land zu Land unterschiedlich sein. Öffentlich zugängliche Bücher sind unser Tor zur Vergangenheit und stellen ein geschichtliches, kulturelles und wissenschaftliches Vermögen dar, das häufig nur schwierig zu entdecken ist.

Gebrauchsspuren, Anmerkungen und andere Randbemerkungen, die im Originalband enthalten sind, finden sich auch in dieser Datei – eine Erinnerung an die lange Reise, die das Buch vom Verleger zu einer Bibliothek und weiter zu Ihnen hinter sich gebracht hat.

Nutzungsrichtlinien

Google ist stolz, mit Bibliotheken in partnerschaftlicher Zusammenarbeit öffentlich zugängliches Material zu digitalisieren und einer breiten Masse zugänglich zu machen. Öffentlich zugängliche Bücher gehören der Öffentlichkeit, und wir sind nur ihre Hüter. Nichtsdestotrotz ist diese Arbeit kostspielig. Um diese Ressource weiterhin zur Verfügung stellen zu können, haben wir Schritte unternommen, um den Missbrauch durch kommerzielle Parteien zu verhindern. Dazu gehören technische Einschränkungen für automatisierte Abfragen.

Wir bitten Sie um Einhaltung folgender Richtlinien:

+ *Nutzung der Dateien zu nichtkommerziellen Zwecken* Wir haben Google Buchsuche für Endanwender konzipiert und möchten, dass Sie diese Dateien nur für persönliche, nichtkommerzielle Zwecke verwenden.

+ *Keine automatisierten Abfragen* Senden Sie keine automatisierten Abfragen irgendwelcher Art an das Google-System. Wenn Sie Recherchen über maschinelle Übersetzung, optische Zeichenerkennung oder andere Bereiche durchführen, in denen der Zugang zu Text in großen Mengen nützlich ist, wenden Sie sich bitte an uns. Wir fördern die Nutzung des öffentlich zugänglichen Materials für diese Zwecke und können Ihnen unter Umständen helfen.

+ *Beibehaltung von Google-Markenelementen* Das "Wasserzeichen" von Google, das Sie in jeder Datei finden, ist wichtig zur Information über dieses Projekt und hilft den Anwendern weiteres Material über Google Buchsuche zu finden. Bitte entfernen Sie das Wasserzeichen nicht.

+ *Bewegen Sie sich innerhalb der Legalität* Unabhängig von Ihrem Verwendungszweck müssen Sie sich Ihrer Verantwortung bewusst sein, sicherzustellen, dass Ihre Nutzung legal ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass ein Buch, das nach unserem Dafürhalten für Nutzer in den USA öffentlich zugänglich ist, auch für Nutzer in anderen Ländern öffentlich zugänglich ist. Ob ein Buch noch dem Urheberrecht unterliegt, ist von Land zu Land verschieden. Wir können keine Beratung leisten, ob eine bestimmte Nutzung eines bestimmten Buches gesetzlich zulässig ist. Gehen Sie nicht davon aus, dass das Erscheinen eines Buchs in Google Buchsuche bedeutet, dass es in jeder Form und überall auf der Welt verwendet werden kann. Eine Urheberrechtsverletzung kann schwerwiegende Folgen haben.

Über Google Buchsuche

Das Ziel von Google besteht darin, die weltweiten Informationen zu organisieren und allgemein nutzbar und zugänglich zu machen. Google Buchsuche hilft Lesern dabei, die Bücher dieser Welt zu entdecken, und unterstützt Autoren und Verleger dabei, neue Zielgruppen zu erreichen. Den gesamten Buchtext können Sie im Internet unter `http://books.google.com` durchsuchen.

ENG
TJ230
R44
1869
TIMOSHENKO
COLL.

ENGINEERING LIBRARY

4
R

Geschenk vom
Superintendent Schulz
in

1871

DER

CONSTRUCTEUR.

Holzstiche
aus dem xylographischen Atelier
von Friedrich Vieweg und Sohn
in Braunschweig.

Papier
aus der mechanischen Papier-Fabrik
der Gebrüder Vieweg zu Wendhausen
bei Braunschweig.

DER

CONSTRUCTEUR.

EIN HANDBUCH

ZUM GEBRAUCH BEIM

MASCHINEN-ENTWERFEN.

FÜR

MASCHINEN- UND BAU-INGENIEURE, FABRIKANTEN
UND TECHNISCHE LEHRANSTALTEN.

VON

F. REULEAUX,
Professor,
Director der Königlichen Gewerbe-Akademie in Berlin, Mitglied der Königl. technischen Deputation für Gewerbe.

DRITTE,
SORGSAM DURCHGEARBEITETE UND ERWEITERTE
AUFLAGE.

MIT ZAHLREICHEN IN DEN TEXT EINGEDRUCKTEN HOLZSTICHEN.

BRAUNSCHWEIG,
DRUCK UND VERLAG VON FRIEDRICH VIEWEG UND SOHN.
1869.

ENG
TJ230
R44
1869
TIMOSHENKO
COLL.

ENGINEERING LIBRARY

A
R

will unter Festigkeit den Zustand, welcher unmittelbar dem Bruche vorangeht, verstehen. Ganz klar ist nicht, welche Unterscheidung gemacht werden soll, aber gleichviel, nach meiner Ueberzeugung macht man mit dieser modernen Bezeichnung einen bedenklichen logischen Fehler, auf welchen hinzudeuten hier gestattet sei. Die festen Körper besitzen gewisse Eigenschaften hinsichtlich ihrer Wirkung gegen äussere Kräfte; zu diesen Eigenschaften gehört die eine, dass sie bis zu gewissen Grenzen, welche schwankend und oft verschiebbar sind, elastisch, und jenseits derselben nachgiebig sind, zunächst ohne den Zusammenhang ihrer Theilchen zu verlieren, bei stärkerer Einwirkung aber nicht ohne zu zerfallen, zu zerbrechen. Die Gesammtheit dieser Erscheinungen ist es, welche den festen Aggregatzustand kennzeichnet. Die Eigenschaft, fest zu sein, oder die „Festigkeit" schliesst also die der Elasticität in sich.

Nun ist aber ein Name nicht bestimmt, das Ganze und seine Theile zu bezeichnen. Es ist z. B. verkehrt, von dem Bau der Häuser und der Dächer, von der Taktik der Cavallerie und der Dragoner zu sprechen, weil der Begriff Haus den des Daches, der Begriff Cavallerie den der Dragoner einschliesst. Wohl lässt sich von den Dächern oder den Dragonern allein, also auch von der Elasticitätslehre allein handeln, da jedes dieser Gebiete für sich abgeschlossen sein kann, nicht aber von der Lehre von der Elasticität **und** Festigkeit der Materialien, da die Festigkeit der Materialien die Elasticität der Materialien enthält. Hierbei bleibt, wohlverstanden, die Elasticitätslehre für sich, welche eine gesonderte eigentlich nicht technische, sondern rein mathematisch-mechanische Disciplin ist, unverrückt auf ihrem Boden der Abstraction stehen.

Ich würde von der Sache schweigen, da ich ja bei dem richtigen alten Ausdrucke, den man in zwar guter Meinung aber mit zu wenig Prüfung verdrängen will, geblieben bin, auch keineswegs zur Polemik neige, wenn es nicht dem Lehrer mit den Definitionen unverbrüchlich ernst sein müsste, und wenn nicht Stillschweigen hier

wie Zustimmung ausgelegt werden könnte. Auf einer einzelnen Lehranstalt mögen immerhin unbeabsichtigte Verstösse gegen die Classicität der Auffassung hingehen; sie corrigiren sich bei reger Studienthätigkeit von selbst. Jeder Einbruch aber in die Logik, wenn er auf ganzen Klassen von Schulen Eingang findet, droht geradezu Nachtheil. Halte man diesen im vorliegenden Falle nicht für unwichtig, und wähne man doch ja nicht, dass die unbeugsame Logik der mathematischen Sätze, die gleich hinter einer mangelhaften Erläuterung ihren festen Schritt gehen, die Wirkung paralysire. Die Logik wirkt nicht ein Zehnttheil so stark aus der Mathematik heraus, als in ihr; wenigstens bei der grossen Masse der Lernenden nicht. Es ist immer nur das Wort, das lebendige Wort, wodurch das Denken angeregt und in eine Richtung gebracht wird. In jungen Köpfen ist daher mit einem scheinbaren Coup de maître, mit welchem man, wie hier, die ältere Definition absetzen möchte, sehr bald eine Wirkung hervorgebracht. Das hier zu Grunde liegende Missverständniss liegt in der irrigen Annahme, dass der Name eine Definition sein müsse, und hat so viel lockenden Schein für sich, dass die unlogische Ausdrucksweise, obgleich sie unendlich schwerfällig und unbequem ist, an Verbreitung nach unten hin gewinnt, ja sogar, in bequemer Sorglosigkeit adoptirt, bereits niederwärts bis in die elementaren Lehrbücher sickert. Und so ist es denn nicht mehr unmöglich, dass dieselbe mit ihren üblen Folgen in unseren sämmtlichen technischen Mittelschulen Verbreitung findet. Dies würde sehr zu beklagen sein, um so mehr, als die Vorbereitung, welche wir den Lehrern für diese Mittelschulen geben, zur Zeit noch nicht jene Sicherheit und Rückhaltigkeit hat, welche den jungen Docenten ohne weiteres befähigt, unlogischen Eindringlingen eigenen geistigen Widerstand entgegen zu setzen. Möchte meine Warnung noch zeitig genug gekommen sein, damit man nicht später mit endloser Mühe entwurzeln müsse, was jetzt noch nicht allzutief eingedrungen ist.

Der zweite Abschnitt, die Hilfslehren aus der Graphostatik, ist neu hinzugekommen. Von Culmann, der diese Disciplin

als solche bei uns eingeführt, sie überhaupt abgerundet gestaltet hat, bin ich in einem prinzipiellen Hauptpunkte abgewichen. Er „unterscheidet zweierlei Multiplicationen und Divisionen, erstens die von Linien mit Verhältnissen, bei denen das Resultat immer wieder eine Linie ist, und bei der daher keine Aenderung der räumlichen Dimensionenzahl stattfindet; und zweitens die Multiplication von Linien mit Linien zu Flächen, von Flächen mit Linien zu Körpern etc. und umgekehrt die Division . . . .". Ich habe eine solche Unterscheidung, zu welcher nach meiner Meinung kein Grund vorliegt, nicht gemacht. Materiell erhält man dieselben Resultate hier wie dort, bei meiner Anschauung, wie mir scheinen will, unter grösserer Sicherung des Verständnisses.

Der dritte Abschnitt, von den Maschinenelementen handelnd, hat bedeutende Erweiterungen, und stellenweise auch innere Aenderungen erfahren. Durchweg habe ich ein Hauptprinzip deutlicher hervortreten lassen, als früher. Es ist dasjenige, dass die Construction der Maschinenelemente nach zwei Hauptrichtungen dem Zwecke gerecht werden müsse: der Festigkeit einerseits und der Erhaltung der Form der reibenden Theile andererseits. Ich habe an anderer Stelle nachgewiesen*), dass diese Spaltung der Zwecke tief im Wesen der Maschine begründet ist. Auf ihre gleichzeitige Erfüllung habe ich nach Möglichkeit überall gesehen. Eine andere durchgreifende Neuerung habe ich in der Behandlungsweise des einzelnen Falles durchgeführt, darin bestehend, dass über die Materialspannungen in den Theilen und über die Belastung der reibenden Flächen weit mehr Aufschluss gegeben ist als früher. Das Ganze hat dadurch, wie ich hoffe, an Durchsichtigkeit zugenommen; dem Leser ist mehr als früher die Möglichkeit geboten, das Gegebene noch weiter zu entwickeln, Neues daraus noch abzuleiten. Allerdings hat damit das Buch seinen Charakter etwas geändert; es ist in eine Richtung geschoben, bei

*) S. Kinematische Mittheilungen in den Verhandlungen des Vereins für Gewerbfleiss in Preussen, 1871, S. 185.

welcher dem Construirenden mehr freie Wahl gelassen ist, also seine eigene Thätigkeit mehr herausgefordert wird. Damit geht die für den Anfänger und die Schule so wichtige Bestimmtheit der Regel verloren. Allein die fortschreitende Entwicklung, deren sich der deutsche Maschinenbau in den Zeichensälen der Fabriken erfreut, drängte dahin. Wo mein Können nicht hinter dem Wollen zurückgeblieben ist, hoffe ich, dass das Buch durch die Aenderung immerhin gewonnen habe.

Von den grösseren Erweiterungen einzelner Kapitel nenne ich: die Besprechung der Schraubensicherungen bei den Schrauben, wo die Präcisirung des Begriffes, welcher einer formenreichen Constructionenreihe zu Grunde lag, eine wie es scheint Vielen fühlbar gewesene Lücke ausgefüllt hat; sodann ein ganz kleines Kapitel über die Keile und Keilverbindungen; dann die Erweiterungen bei den Kupplungen, wo die beweglichen und die lösbaren Kupplungen, durch mehrere wichtige Beispiele vertreten, hinzugekommen sind; ferner die bei den Lagerstühlen, wo ein grösserer Artikel über die Säulen angereiht ist; bei den Zahnrädern sind neben manchen Einzelheiten zwei ganze Artikel, über die Schraubenräder und über die Hyperbelräder, zugefügt; die Röhren mit hohem Drucke sind weit ausführlicher als früher behandelt und an vielen Beispielen erläutert worden; das Kapitel über die Ketten wurde mit Rücksicht auf die Entwicklung des Kranbaues und der Schiffahrt um eine Reihe von Details bereichert. Prinzipielle Aenderungen in der rechnerischen Behandlung haben namentlich erfahren: die Stützzapfen, wo die Abnützungsfrage besser als früher berücksichtigt wurde, die Wellen, die Zahnräder bei der Berechnung der Theilung und Breite, die Hebel- und Kurbelachsen, und die Pleuelstangen. Ich muss es hinnehmen, wenn man mich wegen dieser Verbesserungen, welche, allmählich gereift, jetzt vorgelegt werden, der Inconsequenz zeiht. Ich werde mich mit einer Bemerkung Lessing's zu trösten wissen, der einmal sagt: „Charakter und Stetigkeit berichtigen sogar mit der Zeit die Grundsätze; denn es ist unmöglich, dass ein Mensch lange

nach Grundsätzen handeln kann, ohne es wahrzunehmen, wenn sie falsch sind. Wer viel rechnet, wird es bald merken, ob ihm ein richtiges Einmaleins beiwohnt oder nicht."

Viele praktische Ingenieure haben die Güte gehabt, mich durch interessante und lehrreiche Mittheilungen über bewährte und nicht bewährte Constructionen zu erfreuen; zahlreiche praktische Winke, die im Buche verstreut sind, verdanke ich denselben. Es sei dieser Mitarbeiterschaft hiermit der freundlichste Dank gesagt. Ich hoffe auch ferner auf diese Art der Unterstützung in meinem Bestreben, den Fortschritten des Faches gerecht zu werden.

Berlin, im Juli 1871.

Der Verfasser.

INHALTS-VERZEICHNISS.

Erster Abschnitt.

Festigkeit der Materialien.

		Seite
§. 1.	Vorbemerkungen	1
§. 2.	Festigkeits-Coëfficienten	3
§. 3.	Zug- und Druckfestigkeit	6
§. 4.	Körper von gleicher Zug- und Druckfestigkeit	7
§. 5.	Schub- oder Gleitungsfestigkeit	9
§. 6.	Biegungsfestigkeit	9
§. 7.	Querschnitt-Tabelle	16
§. 8.	Werthe der Spannung $\mathfrak{S}$	26
§. 9.	Querschnitte von gleicher Festigkeit	27
§. 10.	Körper von gleicher Biegungsfestigkeit	29
§. 11.	Scheerfestigkeit in der neutralen Schicht	36
§. 12.	Träger mit gemeinsamer Belastung	38
§. 13.	Drehungsfestigkeit	40
§. 14.	Polare Trägheitsmomente und Querschnittmodel	44
§. 15.	Körper von gleicher Drehungsfestigkeit	45
§. 16.	Rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit	46
§. 17.	Körper von gleicher Strebfestigkeit	50
§. 18.	Zusammengesetzte Festigkeit	51
§. 19.	Festigkeit der Gefässwände	55
§. 20.	Berechnung der Federn	59

Zweiter Abschnitt.

Hilfslehren aus der Graphostatik.

		Seite
§. 21.	Vorbemerkungen	69
§. 22.	Multiplication von Strecken	70
§. 23.	Division von Strecken	75
§. 24.	Multiplication verbunden mit Division	76
§. 25.	Flächeninhalt des Dreiecks	77
§. 26.	Flächeninhalt des Vierecks	79
§. 27.	Flächeninhalt von Polygonen	80
§. 28.	Potenziren von Strecken	81
§. 29.	Potenziren der trigonometrischen Functionen	85
§. 30.	Wurzelausziehen	86
§. 31.	Das Addiren und Subtrahiren von Kräften	87
§. 32.	Resultirende oder Mittelkraft eines Kraftbüschels	89
§. 33.	Zerstreut wirkende Kräfte in der Ebene. Seilpolygon	90
§. 34.	Gleichgewicht der äusseren Kräfte am Seilpolygon	91
§. 35.	Gleichgewicht der inneren Kräfte am Seilpolygon	96
§. 36.	Mittelkraft von zerstreut in der Ebene wirkenden Kräften	99
§. 37.	Bedingung für das Gleichgewicht zerstreut wirkender Kräfte in der Ebene	100
§. 38.	Kräftepaare	102
§. 39.	Gleichgewicht zwischen drei parallelen Kräften	105
§. 40.	Mittelkraft beliebig vieler Parallelkräfte	108
§. 41.	Zerlegung von Kräften in zwei oder mehr parallele Kräfte	110
§. 42.	Gleichförmig vertheilte parallele Kräfte	114
§. 43.	Statische Momente paralleler Kräfte	115
§. 44.	Zusammensetzung und Zerlegung statischer Momente	117
§. 45.	Verdrehende Momente und deren graphische Vereinigung mit biegenden	118
§. 46.	Bestimmung des Schwerpunktes mittelst des Kräfteplanes	119
§. 47.	Mittelkraft der Wasserbelastung eines Wasserrades	120
§. 48.	Kräftepläne für Zimmerwerke	124
§. 49.	Kräftepläne für zusammengesetzte Träger	125
§. 50.	Kräftepläne für Dachstühle	130
§. 51.	Kräfteplan für einen Dachstuhl mit Winddruck	135
§. 52.	Kräftepläne für gitterförmige Freiträger	139
§. 53.	Schlussbemerkungen	143

Dritter Abschnitt.

Construction der Maschinen-Elemente.

Seite

§. 54. Vorbemerkungen 144

I. Schrauben und Verschraubungen.

§. 55. Das Whitworth'sche Schraubensystem 145
§. 56. Bolzendicke, Schraubenmutter, Schraubenkopf 146
§. 57. Tabelle über die scharfgängigen Schrauben 147
§. 58. Das Sellers'sche Schraubensystem 149
§. 59. Proportionsriss der Schraubenmutter 150
§. 60. Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe 152
§. 61. Gewichte der schmiedeisernen Rundeisenstäbe 153
§. 62. Andere Formen für Befestigungsschrauben 156
§. 63. Schraubenschlüssel 160
§. 64. Schraubensicherungen 161
§. 65. Besondere Gewindeformen 165
§. 66. Die erweiterte Schraube. Press-Schrauben 166
§. 67. Verschraubungen oder Schraubenverbindungen 167

II. Keile und Keilverbindungen.

§. 68. Der Verbindungskeil 171
§. 69. Keilverbindungen 172
§. 70. Keilsicherungen 174

III. Nieten und Nietungen.

§. 71. Nieten 175
§. 72. Festigkeit der Nietungen 178
§. 73. Tabelle über die Festigkeit der Nietungen 180
§. 74. Dampfkesselnietungen 180
§. 75. Tabelle über die Nietungen der Dampfkessel 183
§. 76. Tabelle über die Gewichte der Metallplatten 184
§. 77. Andere Formen von Nietverbindungen 185

IV. Zapfen.

§. 78. Eintheilung der Zapfen 190

A. Cylindrische Tragzapfen.

§. 79. Stirnzapfen 191
§. 80. Tabelle über die schmied- und gusseisernen Stirnzapfen . . . 194
§. 81. Abänderungen der Zapfenlänge 196
§. 82. Erweiterte und verengte Zapfen. Gabelzapfen 197

Zweiter Abschnitt.

Hilfslehren aus der Graphostatik.

Seite

§. 21. Vorbemerkungen 69
§. 22. Multiplication von Strecken 70
§. 23. Division von Strecken 75
§. 24. Multiplication verbunden mit Division 76
§. 25. Flächeninhalt des Dreiecks 77
§. 26. Flächeninhalt des Vierecks 79
§. 27. Flächeninhalt von Polygonen 80
§. 28. Potenziren von Strecken 81
§. 29. Potenziren der trigonometrischen Functionen 85
§. 30. Wurzelausziehen 86
§. 31. Das Addiren und Subtrahiren von Kräften 87
§. 32. Resultirende oder Mittelkraft eines Kraftbüschels 89
§. 33. Zerstreut wirkende Kräfte in der Ebene. Seilpolygon 90
§. 34. Gleichgewicht der äusseren Kräfte am Seilpolygon 91
§. 35. Gleichgewicht der inneren Kräfte am Seilpolygon 96
§. 36. Mittelkraft von zerstreut in der Ebene wirkenden Kräften . . 99
§. 37. Bedingung für das Gleichgewicht zerstreut wirkender Kräfte in der Ebene 100
§. 38. Kräftepaare 102
§. 39. Gleichgewicht zwischen drei parallelen Kräften 105
§. 40. Mittelkraft beliebig vieler Parallelkräfte 108
§. 41. Zerlegung von Kräften in zwei oder mehr parallele Kräfte . . 110
§. 42. Gleichförmig vertheilte parallele Kräfte 114
§. 43. Statische Momente paralleler Kräfte 115
§. 44. Zusammensetzung und Zerlegung statischer Momente 117
§. 45. Verdrehende Momente und deren graphische Vereinigung mit biegenden 118
§. 46. Bestimmung des Schwerpunktes mittelst des Kräfteplanes . . . 119
§. 47. Mittelkraft der Wasserbelastung eines Wasserrades 120
§. 48. Kräftepläne für Zimmerwerke 124
§. 49. Kräftepläne für zusammengesetzte Träger 125
§. 50. Kräftepläne für Dachstühle 130
§. 51. Kräfteplan für einen Dachstuhl mit Winddruck 135
§. 52. Kräftepläne für gitterförmige Freiträger 139
§. 53. Schlussbemerkungen 143

Dritter Abschnitt.

Construction der Maschinen-Elemente.

Seite

§. 54. Vorbemerkungen 144

I. Schrauben und Verschraubungen.

§. 55. Das Whitworth'sche Schraubensystem 145
§. 56. Bolzendicke, Schraubenmutter, Schraubenkopf 146
§. 57. Tabelle über die scharfgängigen Schrauben 147
§. 58. Das Sellers'sche Schraubensystem 149
§. 59. Proportionsriss der Schraubenmutter 150
§. 60. Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe 152
§. 61. Gewichte der schmiedeisernen Rundeisenstäbe 153
§. 62. Andere Formen für Befestigungsschrauben 156
§. 63. Schraubenschlüssel 160
§. 64. Schraubensicherungen 161
§. 65. Besondere Gewindeformen 165
§. 66. Die erweiterte Schraube. Press-Schrauben 166
§. 67. Verschraubungen oder Schraubenverbindungen 167

II. Keile und Keilverbindungen.

§. 68. Der Verbindungskeil 171
§. 69. Keilverbindungen 172
§. 70. Keilsicherungen 174

III. Nieten und Nietungen.

§. 71. Nieten 175
§. 72. Festigkeit der Nietungen 178
§. 73. Tabelle über die Festigkeit der Nietungen 180
§. 74. Dampfkesselnietungen 180
§. 75. Tabelle über die Nietungen der Dampfkessel 183
§. 76. Tabelle über die Gewichte der Metallplatten 184
§. 77. Andere Formen von Nietverbindungen 185

IV. Zapfen.

§. 78. Eintheilung der Zapfen 190

A. Cylindrische Tragzapfen.

§. 79. Stirnzapfen 191
§. 80. Tabelle über die schmied- und gusseisernen Stirnzapfen . . . 194
§. 81. Abänderungen der Zapfenlänge 196
§. 82. Erweiterte und verengte Zapfen. Gabelzapfen 197

B. Stützzapfen.

Seite
§. 83. Der cylindrische Spurzapfen 199
§. 84. Cylindrische Spurzapfen für stehende Triebwellen 202
§. 85. Kammzapfen 203
§. 86. Zapfenverbindungen 205

V. Achsen.

§. 87. Eintheilung der Tragachsen 207

A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 88. Gleichschenklige einfache Achse 208
§. 89. Ungleichschenklige einfache Achse 211
§. 90. Graphostatische Berechnung der einfachen Achse 212
§. 91. Untersuchung einer gegebenen Achse auf ihre Festigkeit. Probediagramm 216
§. 92. Achse mit zwei Tragpunkten 218
§. 93. Graphostatik der vorstehenden zweifach belasteten Achse . . 220
§. 94. Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten 222
§. 95. Achse mit drei und mehr Tragpunkten 226
§. 96. Tragachse mit Belastungen in verschiedenen Kraftebenen . . 229

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 97. Kreisringquerschnitt 230
§. 98. Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben 231
§. 99. Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben 232
§. 100. Die beränderte Flügelachse. Tabelle über dieselbe 234
§. 101. Verzeichnung der Flügelprofile 237
§. 102. Hölzerne Achsen 239

VI. Wellen.

§. 103. Berechnungsart der cylindrischen Wellen 240
§. 104. Schmiedeiserne Wellen 243
§. 105. Triebwerkwellen 244
§. 106. Berechnung des Verdrehungswinkels der Wellen 247
§. 107. Drehzapfen der Wellen 249
§. 108. Zusammengesetzte Querschnitte. Hölzerne Wellen 250
§. 109. Belastete Wellen 250

VII. Wellenverbindungen oder Kupplungen.

§. 110. Eintheilung der Kupplungen 253

I. Feste Kupplungen.

Seite
§. 112. Feste Kupplungen 254

II. Bewegliche Kupplungen

§. 113. Verschiedene Arten der Beweglichkeit der Kupplungen . . . 258
§. 114. Längsbewegliche und querbewegliche Kupplungen 258
§. 115. Gelenkige Kupplungen 260

III. Lösbare oder Ausrück-Kupplungen.

§. 116. Lösbare Zahnkupplungen 267
§. 117. Reibungskupplungen 269
§. 118. Kraftmaschinenkupplungen 277

VIII. Zapfenlager.

§. 119. Theile der Lager und verschiedenen Arten derselben 281
§. 120. Bezugeinheit oder Model für Lager 281

A. Traglager.

§. 121. Stehlager 283
§. 122. Proportionsriss des Stehlagers 285
§. 123. Tabelle über die Gewichte der Stehlager 286
§. 124. Andere Schalenformen. Holzschalenlager 287
§. 125. Rumpflager 288
§. 126. Grosses Stehlager 289
§. 127. Tabelle über die Gewichte der grossen Stehlager 290
§. 128. Erhöhtes Stehlager 290
§. 129. Stehlager mit stellbarer Unterschale 292
§. 130. Dreischalige Stehlager 293
§. 131. Gabellager 296
§. 132. Tabelle über die Gewichte der Gabellager 297
§. 133. Wandlager 298
§. 134. Wandarmlager mit Kugelschalen 299
§. 135. Stirnlager 300
§. 136. Anderes Stirnlager 301
§. 137. Bocklager 302
§. 138. Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager . 303
§. 139. Rippenhänglager 304
§. 140. Säulenhänglager 305
§. 141. Gabelhänglager 306
§. 142. Tabelle über die Gewichte der Rippen-, Säulen- und Gabelhänglager 308

B. Stützlager.

§. 143. Stehendes Fusslager 308
§. 144. Wandfusslager 309

B. Stützzapfen.

Seite
§. 83. Der cylindrische Spurzapfen 199
§. 84. Cylindrische Spurzapfen für stehende Triebwellen 202
§. 85. Kammzapfen 203
§. 86. Zapfenverbindungen 205

V. Achsen.

§. 87. Eintheilung der Tragachsen 207

A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 88. Gleichschenklige einfache Achse 208
§. 89. Ungleichschenklige einfache Achse 211
§. 90. Graphostatische Berechnung der einfachen Achse 212
§. 91. Untersuchung einer gegebenen Achse auf ihre Festigkeit. Probediagramm 216
§. 92. Achse mit zwei Tragpunkten 218
§. 93. Graphostatik der vorstehenden zweifach belasteten Achse . . 220
§. 94. Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten 222
§. 95. Achse mit drei und mehr Tragpunkten 226
§. 96. Tragachse mit Belastungen in verschiedenen Kraftebenen . . 229

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 97. Kreisringquerschnitt 230
§. 98. Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben 231
§. 99. Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben 232
§. 100. Die beränderte Flügelachse. Tabelle über dieselbe 234
§. 101. Verzeichnung der Flügelprofile 237
§. 102. Hölzerne Achsen 239

VI. Wellen.

§. 103. Berechnungsart der cylindrischen Wellen 240
§. 104. Schmiedeiserne Wellen 243
§. 105. Triebwerkwellen 244
§. 106. Berechnung des Verdrehungswinkels der Wellen 247
§. 107. Drehzapfen der Wellen 249
§. 108. Zusammengesetzte Querschnitte. Hölzerne Wellen 250
§. 109. Belastete Wellen 250

VII. Wellenverbindungen oder Kupplungen.

§. 110. Eintheilung der Kupplungen 253

I. Feste Kupplungen.

Seite
§. 112. Feste Kupplungen 254

II. Bewegliche Kupplungen

§. 113. Verschiedene Arten der Beweglichkeit der Kupplungen . . . 258
§. 114. Längsbewegliche und querbewegliche Kupplungen 258
§. 115. Gelenkige Kupplungen 260

III. Lösbare oder Ausrück-Kupplungen.

§. 116. Lösbare Zahnkupplungen 267
§. 117. Reibungskupplungen 269
§. 118. Kraftmaschinenkupplungen 277

VIII. Zapfenlager.

§. 119. Theile der Lager und verschiedenen Arten derselben 281
§. 120. Bezugeinheit oder Model für Lager 281

A. Traglager.

§. 121. Stehlager 283
§. 122. Proportionsriss des Stehlagers 285
§. 123. Tabelle über die Gewichte der Stehlager 286
§. 124. Andere Schalenformen. Holzschalenlager 287
§. 125. Rumpflager 288
§. 126. Grosses Stehlager 289
§. 127. Tabelle über die Gewichte der grossen Stehlager 290
§. 128. Erhöhtes Stehlager 290
§. 129. Stehlager mit stellbarer Unterschale 292
§. 130. Dreischalige Stehlager 293
§. 131. Gabellager 296
§. 132. Tabelle über die Gewichte der Gabellager 297
§. 133. Wandlager 298
§. 134. Wandarmlager mit Kugelschalen 299
§. 135. Stirnlager 300
§. 136. Anderes Stirnlager 301
§. 137. Bocklager 302
§. 138. Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager . 303
§. 139. Rippenhänglager 304
§. 140. Säulenhänglager 305
§. 141. Gabelhänglager 306
§. 142. Tabelle über die Gewichte der Rippen-, Säulen- und Gabelhänglager 308

B. Stützlager.

§. 143. Stehendes Fusslager 308
§. 144. Wandfusslager 309

Seite
§. 145. Tabelle über die Gewichte der stehenden und Wandfusslager 310
§. 146. Stellbare Spurpfanne 311
§. 147. Kammlager 312
§. 148. Mehrfache Lager 313

IX. Lagerverbindungen oder Lagerstühle.

§. 149. Allgemeines über die Lagerstühle 314
§. 150. Einfache Lagerstühle 315
§. 151. Mehrfache Lagerstühle 320
§. 152. Berechnung der eisernen Säulen 328
§. 153. Formgebung der eisernen Säulen 336

X. Riemenscheiben oder Rollen.

§. 154. Eintheilung der Räder 342
§. 155. Cylindrische und konische Reibräder 343
§. 156. Keilräder 345
§. 157. Regel für die Anordnung der Riemscheiben 346
§. 158. Selbstleitende Riementriebe 347
§. 159. Riementriebe mit Leitrollen 349
§. 160. Der Triebriemen und seine Anspannungen 358
§. 161. Berechnung des einfachen bandförmigen Riemens 360
§. 162. Tabelle über die Breite des einfachen Riemens 362
§. 163. Doppelriemen. Treibschnüre 364
§. 164. Keilkette 365
§. 165. Der Kranz oder die Felge der Riemscheibe 367
§. 166. Die Arme oder Speichen der Riemscheibe 368
§. 167. Die Nabe der Riemscheibe 371
§. 168. Tabelle über die Gewichte der Riemscheiben 373

XI. Der Drahtseiltrieb.

§. 169. Anordnung des Drahtseiltriebes 374
§. 170. Das Treibseil und seine Anspannungen 375
§. 171. Berechnung der Seildicke und Triebrollengrösse 377
§. 172. Tabelle über die Drahtdicke der Triebseile 379
§. 173. Die Einsenkungen der Treibseile beim horizontalen Seiltrieb. Tabelle über dieselben 382
§. 174. Straffes Treibseil, oder Treibseil mit verschärfter Anspannung. 386
§. 175. Der schiefe Seiltrieb 389
§. 176. Verzeichnung der Seilcurven 391
§. 177. Dickes Treibseil bei kleinem Rollenstande 392
§. 178. Der Kranz oder die Felge der Seilscheibe 393
§. 179. Speichen und Nabe der Seilscheibe 394
§. 180. Trag- und Zwischenrollen 397
§. 181. Grösse der Tragrollen 400

Seite
§. 182. Druck auf die Tragrollenachse 401
§. 183. Pfeiler für die Tragstationen 403

XII. Zahnräder.

§. 184. Anordnung der Zahnräder 405

A. Die Verzahnung der Stirnräder.

§. 185. Allgemeines über Material und Form der Zähne der Stirnräder 405
§. 186. Theilkreishalbmesser. Peripheriemaasstab 407
§. 187. Tabelle über die Theilkreishalbmesser 409
§. 188. Allgemeine Verzahnung 410
§. 189. Ueber den Zahneingriff 413
§. 190. Die cyklischen Curven 415
§. 191. Verzeichnung der cyklischen Curven 416
§. 192. Radlinienverzahnung für Satzräder 417
§. 193. Radlinien-Kreisverzahnung 419
§. 194. Geradflankenverzahnung 420
§. 195. Punktverzahnungen. Gemischte Verzahnungen 422
§. 196. Evolventenverzahnung für Satzräder 426
§. 197. Zahnreibung der Stirnräder 428
§. 198. Vor- und Nachtheile der behandelten Verzahnungsmethoden . 431

B. Verzahnung der Kegelräder.

§. 199. Allgemeines über die Kegelradzähne 432
§. 200. Hilfräder der Kegelräder 434
§. 201. Das Planrad 435

C. Die Schraubenräder.

§. 202. Die Schraube ohne Ende 437
§. 203. Cylindrische Schraubenräder 439
§. 204. Verzahnung der Schraubenräder und Reibung derselben . . . 444
§. 205. Kegelschraubenräder 447

D. Die Hyperbelräder.

§. 206. Grundkörper der Hyperbelräder 447
§. 207. Verzahnung der Hyperbelräder 452

E. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 208. Eintheilung der Räder. Zahnquerschnitt 453
§. 209. Theilung und Zahnbreite der Kranräder 454
§. 210. Tabelle über die Theilung der Kranräder 455

Seite
§. 211. Theilung und Zahnbreite der Triebwerkräder 456
§. 212. Erläuterungen zu den vorstehenden Beispielen 462

F. Abmessungen des Radkörpers.

§. 213. Der Radkranz 463
§. 215. Die Radspeichen. Zahl derselben 465
§. 216. Tabelle über die Abmessungen der Radspeichen 467
§. 217. Die Radnabe 468
§. 218. Gewichte der Zahnräder 468

XIII. Einfache Hebel.

§. 219. Hebelzapfen 470
§. 220. Zapfenverbindung der Hebel 473
§. 221. Die Hebelachse und Nabe des Hebels 474
§. 222. Der Hebelarm mit rechteckigem Querschnitt 475
§. 223. Zusammengesetzte Hebelarm-Querschnitte 477
§. 224. Tabelle zur Umformung der rechteckigen Armquerschnitte . 478

XIV. Kurbeln.

§. 225. Verschiedene Arten von Kurbeln 479
§. 226. Die schmiedeiserne Stirnkurbel 480
§. 227. Graphostatische Berechnung der Stirnkurbel 480
§. 228. Die gusseiserne Stirnkurbel 484
§. 229. Die Gegenkurbel 485
§. 230. Graphostatische Berechnung der Gegenkurbel 486
§. 231. Die einfache Krummachse oder Wellenkröpfung 490
§. 232. Mehrfache Kurbelachsen. Lokomotivachsen 497
§. 233. Die excentrische Scheibe 507
§. 234. Handkurbeln 508

XV. Zusammengesetzte Hebel.

§. 235. Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel. Achsendruck . 509
§. 236. Balancierköpfe 510
§. 237. Achse und Nabe des Balanciers 512
§. 238. Der Balancierarm 512
§. 239. Schmiedeiserner Balancier 515

XVI. Pleuelstangen.

§. 240. Theile der Pleuelstangen 516
§. 241. Pleuelköpfe für Stirnzapfen 516
§. 242. Pleuelköpfe für Gabelzapfen 524
§. 243. Pleuelköpfe für erweiterte oder Halszapfen 528

Seite
§. 244. Der runde Pleuelschaft 533
§. 245. Der vierkantige Pleuelschaft 537
§. 246. Der geflügelte und gerippte Pleuelschaft 541
§. 247. Schmiedeiserne und gusseiserne Pleuelstange 545

XVII. Querhäupter.

§. 248. Verschiedene Arten von Querhäuptern 546
§. 249. Freigehende Querhäupter 547
§. 250. Querhäupter mit Gelenkführung 549
§. 251. Querhäupter mit Schienenführung 550
§. 252. Die Führungsgleise oder Schienen 558

XVIII. Röhren und Röhrenverbindungen.

§. 253. Empirische Formeln für die Wanddicke der Röhren 561
§. 254. Berechnung der Röhren mit hohem inneren Druck 563
§. 255. Tabelle über die Wanddicke cylindrischer Gefässe mit hohem inneren Druck 564
§. 256. Kugelförmige Gefässe mit hohem inneren Druck 568
§. 257. Wandstärken der Dampfkessel mit innerem Druck 568
§. 258. Dampfkesselröhren mit äusserem Druck 570
§. 259. Verbindungen gusseiserner Röhren 572
§. 260. Verbindung schmiedeiserner Röhren 578
§. 261. Bleiröhren-Verbindungen. Gemischte Verbindungen 579
§. 262. Gewichte der gusseisernen Röhren 581

XIX. Ventile.

§. 263. Eintheilung der Ventile 583

A. Gleitungsventile.

§. 264. Der konische Hahn 584

B. Hebungsventile.

§. 265. Klappen 586
§. 266. Einfache Rundventile 588
§. 267. Doppelsitzventile 590

XX. Kolben.

§. 268. Verschiedene Arten von Kolben und Kolbenverschlüssen . . . 594
§. 269. Stopfbüchsen 600
§. 270. Dampfkolben 604

Seite
§. 271. Pumpenkolben 608
§. 272. Berechnung der Kolbenstange 609

XXI. Seile und Ketten.

§. 273. Verschiedene Arten von Seilen und Ketten 612

A. Hanfseile.

§. 274. Runde Seile 613
§. 275. Gewicht der Hanfseile und Einfluss desselben 614
§. 276. Tabelle über die dreilitzigen Hanfseile 615

B. Drahtseile.

§. 277. Runde Eisendrahtseile 616
§. 278. Flache oder Banddrahtseile 617
§. 279. Gewicht der Drahtseile und Einfluss desselben 618
§. 280. Tabelle über die Eisendrahtseile 619

C. Ketten.

§. 281. Lastketten 620
§. 282. Berechnung der Schakenkette 622
§. 283. Berechnung der Gelenkkette 624
§. 284. Eisenlänge und Gewicht der Ketten 629
§. 285. Tabelle über die Schakenketten 631
§. 286. Tabelle über die Gelenkkette, nach Neustadt 632

XXII. Seil- und Kettenverbindungen.

§. 287. Verbindungstheile bei stehenden und laufenden Ketten . . . 633
§. 288. Seil- und Kettenhaken 637
§. 289. Seilbüchsen. Seilbuffer 641

Vierter Abschnitt.

Mathematische Tafeln.

§. 290. Curven-, Flächen- und Körpertafeln 643

ERSTER ABSCHNITT.

FESTIGKEIT DER MATERIALIEN.

§. 1.

Vorbemerkungen.

Die Lehre von der Festigkeit der Materialien gibt Aufschluss über die Widerstände, welche feste Körper den auf sie wirkenden Kräften entgegensetzen. Die nachstehenden Kunstausdrücke dieser Lehre sind im Folgenden in dem hier erklärten Sinne gebraucht.

Flächendruck, Druck auf die Flächeneinheit.

Spannung, gewöhnlich nur bei Anwendungen der Festigkeitslehre gebraucht, die auf die Flächeneinheit zurückgeführte Anspannung der Molekularfasern; allgemein: Kraft pro Flächeneinheit.

Tragmodul, die Spannung, welche der Elasticitätsgrenze entspricht. Der Zug- und der Druckfestigkeit entsprechen ein Zug- und ein Drucktragmodul.

Bruchcoëfficient oder Bruchmodul, die Spannung, welche den Bruch einer Molekularfaser herbeiführt.

Elasticitätsmodul (das Maass der elastischen Nachgiebigkeit eines Materials), die Spannung, bei welcher ein prismatischer, in seiner Längenrichtung beanspruchter Körper um seine ganze Länge ausgedehnt oder zusammengepresst wird (eine solche Formänderung als möglich vorausgesetzt).

Theoretische Tragkraft heisst die Kraft, welche in einem von ihr irgendwie (auf Zug, Druck, Drehung, Biegung etc.) beanspruchten Körper in der stärkst gespannten Faser eine Spannung gleich dem Tragmodul hervorruft, also die Festigkeit des Körpers bis zur Elasticitätsgrenze in Anspruch nimmt.

Praktische Tragkraft oder Tragkraft schlechthin wird

dieselbe Kraft genannt, wenn sie jene Spannung nur bis zu einer beabsichtigten und für zulässig erachteten Höhe unterhalb der Elasticitätsgrenze treibt. („Tragkraft" der Eisenbahnwagen.)

Tragsicherheit, das Verhältniss zwischen der theoretischen Tragkraft und der Belastung des Körpers, oder was dasselbe ist, zwischen dem betreffenden Tragmodul und der stärksten eintretenden Spannung.

Bruchkraft oder Bruchbelastung heisst die obige Kraft, wenn sie in der stärkst gespannten Faser des Körpers eine Spannung gleich dem Bruchmodul hervorruft; die Bruchkraft ist in besonderen Fällen die Kraft zum Zerreissen, Zerdrücken, Abscheeren, Abwinden, Abbrechen etc.

Bruchsicherheit, Sicherheit gegen den Bruch, das Verhältniss zwischen der Bruchkraft und der Belastung.

Bearspruchung, der umgekehrte Werth der Sicherheit.

Als allgemeine Regel für den Maschinenbau kann es gelten, dass in der Regel eine zweifache Tragsicherheit den auf einen Constructionstheil einwirkenden statischen Kräften gegenüber passend ist. Unter Umständen muss indessen nach oben oder unten von dem genannten Maasse abgewichen werden: nach oben darf um so mehr abgewichen werden, je genauer die Aufsuchung der statischen Kräfte stattgefunden hat, was z. B. bei Anwendung der graphostatischen Methode häufig leicht zu erreichen ist. Nie soll man einen Maschinentheil bei seinem Gebrauche über seine theoretische Tragkraft hinaus belasten; dagegen sind bei einzelnen Materialien, namentlich z. B. beim Schmiedeisen, solche Probebelastungen, welche den Körper bloss über eine seiner Elasticitätsgrenzen hinaus beanspruchen, ohne sich der Bruchkraft zu sehr zu nähern, allem Anschein nach nicht schädlich. (Siehe §. 2.)

Fällt die Belastung eines Körpers zwischen die theoretische Tragkraft und die Bruchkraft, so ruft sie bleibende Formänderungen in dem Körper hervor; erreicht sie die Bruchkraft, so werden die stärkst gespannten Fasern zerrissen oder zerdrückt. Die Ermittelung der Bruchkraft und somit die Benutzung der Bruchmodel beschränkt sich vorzugsweise auf diejenigen Fälle, wo der Bruch (das Zerreissen, Zerbrechen, Durchlochen etc.) eines Körpers geradezu bezweckt wird; für die Berechnung von bleibenden Constructionen ist der Hauptwerth auf die Tragmodel zu legen.

Das in den Zahlenbeispielen gebrauchte Zeichen „$\sim$" bedeutet: „sei" oder „abgerundet auf".

§. 2.

Festigkeits-Coëfficienten.

Die in nachstehenden Tabellen zusammengestellten Coëfficienten sind Mittelwerthe aus zahlreichen, von vielen Experimentatoren an den verschiedensten Gattungen der aufgeführten Materialien angestellten Versuchen; sie können deshalb unter Umständen von dem wahren bei einem zu brauchenden Material sich findenden Werth abweichen, ohne deshalb ihre Brauchbarkeit einzubüssen. Schädliche Wirkungen jener allfälligen Abweichungen vermeidet man durch Einsetzung von Spannungen, welche genügend unter den Tragmodeln bleiben. Die Buchstaben sind in den Spaltenüberschriften ausreichend erklärt. Bei dem „Holz" sind die Mittelwerthe für Eichen-, Buchen-, Tannen- und Eschenholz, als wenig von einander abweichend, zusammengefasst.

Man findet die Werthe der zweiten Tabelle aus denen der ersten (wo die Zahlen abgerundet sind) durch Multiplication derselben mit 1368. Zur Umwandlung in Schweizermaass (Zoll = 30 Millimeter, Pfund = $^1/_2$ Kilogramm) dient der Multiplicator 1800, für englisches Maass (engl. Zoll und Pfund av. dup.) 1422, und für österreichisches Maass (österr. Zoll und Zollpfund) 1387.

Materialien, welche grosse Unterschiede zwischen den zusammengehörigen Bruch- und Tragmodeln zeigen, besitzen in hohem Grade die Eigenschaft der Zähigkeit. Die Versuche am Schmiedeisen zeigen, dass eine nicht gar zu weit über die Elasticitätsgrenze hinaus getriebene Belastung, welche also eine bleibende Formänderung in dem belasteten Körper hervorruft, den Elasticitätsmodul nicht verändert, den Tragmodul aber erhöht. So zeigt z. B. ein Schmiedeisenstab, der mit 20^k pro Quadratmillimeter ausgedehnt wurde, in dem neuen Zustande bei Erneuerung der Belastung einen Zutragmodul von 20 statt von 15^k. (Benutzung dieser Erscheinung beim Drahtziehen.) Die Zähigkeit ist eine sehr gute Eigenschaft für ein Constructionsmaterial; sie kann wenigstens annähernd bemessen werden aus den Quotienten $K : T$ und $K_1 : T_1$. Geschwächt wird sofort der obige übertrieben belastete Eisenstab, wenn man ihn nach dem Ausdehnen über die andere Elasticitätsgrenze hinaus zusammenpresst; zu seinem anfänglichen Tragmodul kehrt er nach jener ersten Streckung zurück, wenn man ihn ausglüht.

Festigkeitscoëfficienten für das metrische Maasssystem

Millimeter und Kilogramm.

Material.	Elasticitätsmodul E	Tragmodul für Zug T	Tragmodul für Druck T_1	Bruchmodul für Zug K	Bruchmodul für Druck K_1
Schmiedeisen, fer forgé	20000	15	15	40	22
Eisendraht, fil de fer	20000	30	—	70	—
Eisenblech, fer en tôle laminé	17000	—	—	32	—
Gusseisen, fer fondu, fonte	10000	7,5	15	11	63
Stahl, acier	20000	25	—	80	—
Gussstahl, ungehärtet, acier fondu brut	20000	30	—	80	—
Gussstahl, geh. u. angelassen, acier f trempé et recuit	30000	65 bis 150	—	100	—
Kupfer, gehämmert, cuivre rouge battu	12000	2,5	—	30	70
Kupferdraht, fil de cuivre	13000	12	—	40	—
Messing, laiton	6500	4,8	—	12	110
Messingdraht, fil de laiton	10000	18	—	50	—
Glockengut, bronze	8300	2	—	23	—
Blei, plomb	500	1	—	1,3	5
Holz, bois de construction	1100	2	1,8	9	5
Hanfseil, neu, corde en chanvre	250	3	—	12	—
Hanfseil, alt	30	1	—	5	—
Maschinenriemenleder, gebraucht, courroie en cuir	15 bis 20	1,6	—	2,9	—
Basalt, basalte	—	—	—	—	9
Granit, granite	—	—	—	—	8
Kalkstein, pierre à chaux	—	—	—	—	5
Quarz, quartz	—	—	—	—	12
Sandstein, grès dur	—	—	—	—	7
Ziegelstein, brique	—	—	—	—	0,6
Mörtel, mortier	—	—	—	—	—
Kalksteinmauerwerk, mur en pierres à chaux	—	—	—	—	5
Sandsteinmauerwerk, mur en grès dur	—	—	—	—	1,5
Ziegelmauerwerk, mur en briques	—	—	—	—	0,4

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in Millimetern, die Kräfte in Kilogrammen einzusetzen.

Festigkeitscoëfficienten für das preuss. Maasssystem.

Preuss. Zoll (= $^1/_{12}$ preuss. Fuss) und Pfund.

Material.	Elasticitätsmodul E	Tragmodul für Zug T	Tragmodul für Druck T_1	Bruchmodul für Zug K	Bruchmodul für Druck K_1	Specifisches Gewicht. γ
Schmiedeisen	27360000	20520	20520	54720	30096	7,60 — 7,80
Eisendraht .	27360000	41040	—	95760	—	7,60 — 7,80
Eisenblech .	23256000	—	—	43776	—	7,60
Gusseisen . .	13680000	10260	20520	15048	86148	7,00 — 7,50
Stahl	27360000	34200	—	109440	—	7,50 — 7,80
Gussstahl, ungehärtet . .	27360000	41040	—	109440	—	7,50 — 7,80
Gussstahl, geh. u. angelassen . .	41040000	88920	—	136800	—	7,83 — 7,92
Kupfer, gehämmert. .	15048000	3400	—	41000	95800	8,88 — 9,00
Kupferdraht	17784000	16400	—	54720	—	8,78 — 8,95
Messing . .	8892000	6566	—	16416	150480	8,40 — 8,71
Messingdraht	13680000	17784	—	68400	—	8,34 — 8,73
Glockengut .	4377600	2736(?)	—	31464	—	8,81
Blei	684000	1368	—	1778	6840	11,33 — 11,45
Holz	1504800	2736	2462	12312	6840	0,59 — 0,82
Hanfseil, neu	342000	6840(?)	—	16416	—	0,14 — 0,21
„ alt	68400	1368(?)	—	6840	—	—
Maschinenriemen . .	21000 bis 27300	2200	—	4000	—	—
Basalt . . .	—	—	—	—	12312	2,36 — 2,72
Granit . . .	—	—	—	—	10944	2,50 — 3,05
Kalkstein . .	—	—	—	—	6840	2,46 — 2,84
Quarz . . .	—	—	—	—	16416	2,30 — 2,70
Sandstein . .	—	—	—	—	9576	1,90 — 2,70
Ziegelstein .	—	—	—	—	881	1,40 — 1,20
Mörtel . . .	—	—	—	—	—	—
Kalksteinmauerwerk	—	—	—	—	6840	1,47 — 1,70
Sandsteinmauerwerk	—	—	—	—	2052	2,05 — 2,12
Ziegelmauerwerk . .	—	—	—	—	547	2,40 — 2,46

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in preuss. Zoll, die Kräfte in preuss. Pfunden einzusetzen.

§. 3.

Zug- und Druckfestigkeit.

Ein Stab ist auf **Zugfestigkeit** beansprucht, wenn die angreifende Kraft P ihn in seiner Längenrichtung auszudehnen sucht. Ist dagegen die Kraft gerade entgegengesetzt gerichtet, so beansprucht sie den Körper auf **Druckfestigkeit**, vorausgesetzt übrigens, dass die Länge des Stabes gegen dessen Querschnittmasse nicht zu gross sei (vergl. §. 16).

Nennt man noch:

q die Grösse eines zu betrachtenden Querschnittes des Stabes,

$\mathfrak{S}$ die in demselben durch die Kraft P hervorgerufene Spannung,

so ist bei Vernachlässigung des Eigengewichtes des Stabes die Tragkraft bei der Spannung $\mathfrak{S}$:

$$P = \mathfrak{S} q \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (1)$$

Beispiel. *Ein Dachstuhl übe an seinem Fusse einen Horizontalschub von 10000^k aus, welcher durch eine horizontale runde Querstange aufgenommen werden soll. Gestattet man in derselben die Spannung* $\mathfrak{S} = 5^k$, *so ist zu setzen bei der Stangendicke* d: $\mathfrak{S} q = 5 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 10000$;

woraus $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} 2000} = 50{,}4^{cm}$, *rund* $= 50^{mm}$.

Die Hauptformänderungen, welche die Beanspruchung auf Zug- oder Druckfestigkeit in einem Körper hervorruft, sind Verlängerung oder Verkürzung desselben. Ein prismatischer, durch die Kraft P auf Zug beanspruchter Körper verlängert sich dadurch um die Grösse λ, für welche bei der ursprünglichen Länge l des Stabes gilt:

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\mathfrak{S}}{E} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (2)$$

welche Formel so lange richtig bleibt, als $\mathfrak{S}$ nicht grösser als der Zugtragmodul T ist. — Dieselbe Formel gilt für die **Zusammenpressung** des Stabes durch die Kraft P, wobei der Drucktragmodul T_1 die Grenze der Gültigkeit der Formel angibt.

Beispiel. *Die oben berechnete Querstange sei vor dem Einsetzen* 35^m *lang; sie wird sich dann bei eintretender Belastung verlängern um:* $\lambda = \frac{35000 \cdot 5}{20000} = \frac{35}{4} \sim 9^{mm}$.

Formel (1) gilt, weil bei Zug- und Druckfestigkeit alle Querschnittelemente gleichstark beansprucht werden, auch über die Elasticitätsgrenze hinaus, so dass man mittelst derselben die Kraft finden kann, welche einen Körper zerreisst oder zerdrückt. Man hat dafür die betreffenden Bruchmodel einzusetzen.

Beispiel. Zum Zerreissen der oben berechneten Stange bedarf es einer Zugkraft $P = K \cdot q$ *oder, der Tabelle* §. *2 gemäss,* $P = 40 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 78540^k$; *zum Zerdrücken eines niedrigen Stückes derselben bedürfte es einer Kraft* $P_1 = K_1 q = 22 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 43197^k$.

§. 4.

Körper von gleicher Zug- und Druckfestigkeit.

Körperformen von gleicher Festigkeit ergeben sich, wenn man in einem Körper die Querschnitte so wählt, dass in allen die grösste Spannung $\mathfrak{S}$ denselben Werth erhält, wodurch eine verhältnissmässig sehr günstige Materialverwendung erzielt werden kann. Solche Körperformen werden indessen selten mit Genauigkeit, sondern gewöhnlich nur näherungsweise zur Ausführung gebracht; sie dienen in vielen Fällen sogar nur als stilistische Grundformen, die einer Construction nur den Ausdruck der gleichen Festigkeit zu verleihen haben, ohne dass diese streng eingehalten würde. Dem Constructeur sind sie aus beiden Gründen von Werth; ja es möchte der Zahl nach die zweite Benutzungsart, die des stilistischen Vorbildes, häufiger sein als die erstere. Sind dem Construirenden die Festigkeitsformen recht geläufig geworden, und hat er sich frei gemacht von dem Gedanken, dass die für die Gleichhaltung der Festigkeit erforderlichen Curven streng eingehalten werden müssten; so wird er bald dahin gelangen, stets ansprechende gefällige Linien für schwer zu belastende Constructionstheile zu finden, indem er die Grundform, welche der starre mathematische Ausdruck liefert, mit künstlerischer Freiheit und Selbständigkeit in das Leben überträgt.

Nachfolgend gegebene Formen gelten für Zug- wie für Druckfestigkeit. Als Beispiele technischer Nützlichkeit der beiden ersten Formen können die Holzschrauben, die eingegossenen Schraubenstifte, Säulchen etc., für die der dritten Form die erst neuerdings so gebauten steinernen Kamine mit leiser Einziehung im Schafte, sowie hohe Brücken- und Viaductpfeiler*) dienen.

*) Vergl. Baumeister, archit. Formenlehre, S. 226.

Seite
§. 211. Theilung und Zahnbreite der Triebwerkräder 456
§. 212. Erläuterungen zu den vorstehenden Beispielen 462

F. Abmessungen des Radkörpers.

§. 213. Der Radkranz 463
§. 215. Die Radspeichen. Zahl derselben 465
§. 216. Tabelle über die Abmessungen der Radspeichen 467
§. 217. Die Radnabe 468
§. 218. Gewichte der Zahnräder 468

XIII. Einfache Hebel.

§. 219. Hebelzapfen 470
§. 220. Zapfenverbindung der Hebel 473
§. 221. Die Hebelachse und Nabe des Hebels 474
§. 222. Der Hebelarm mit rechteckigem Querschnitt 475
§. 223. Zusammengesetzte Hebelarm-Querschnitte 477
§. 224. Tabelle zur Umformung der rechteckigen Armquerschnitte . 478

XIV. Kurbeln.

§. 225. Verschiedene Arten von Kurbeln 479
§. 226. Die schmiedeiserne Stirnkurbel 480
§. 227. Graphostatische Berechnung der Stirnkurbel 480
§. 228. Die gusseiserne Stirnkurbel 484
§. 229. Die Gegenkurbel 485
§. 230. Graphostatische Berechnung der Gegenkurbel 486
§. 231. Die einfache Krummachse oder Wellenkröpfung 490
§. 232. Mehrfache Kurbelachsen. Lokomotivachsen 497
§. 233. Die excentrische Scheibe 507
§. 234. Handkurbeln 508

XV. Zusammengesetzte Hebel.

§. 235. Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel. Achsendruck . 509
§. 236. Balancierköpfe 510
§. 237. Achse und Nabe des Balanciers 512
§. 238. Der Balancierarm 512
§. 239. Schmiedeiserner Balancier 515

XVI. Pleuelstangen.

§. 240. Theile der Pleuelstangen 516
§. 241. Pleuelköpfe für Stirnzapfen 516
§. 242. Pleuelköpfe für Gabelzapfen 524
§. 243. Pleuelköpfe für erweiterte oder Halszapfen 528

§. 5.

Schub- oder Gleitungsfestigkeit.

Ein Körper wird in einem Querschnitt auf Schub- oder Gleitungsfestigkeit, die auch Abscheerungs- oder Scheerfestigkeit genannt wird, beansprucht, wenn die angreifende Kraft P in der Ebene des Querschnittes wirkt.

Ist wieder q die Grösse des Querschnittes, und $\mathfrak{S}$ die darin eintretende Spannung, so hat man wie bei Zug- und Druckfestigkeit für die Tragkraft:

$$P = \mathfrak{S} q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Elasticitätsgrenze wird erreicht, wenn $\mathfrak{S} = {}^4/_5$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materials wird, also beim Schmiedeisen, wo $T = T_1 = 15$, bei $\mathfrak{S} = 12$, für Gusseisen, wo $T < T_1$ und $= 7{,}5$ bei $\mathfrak{S} = 6$. Es tritt nämlich hier die Maximalspannung nicht in der Ebene des Querschnittes, sondern geneigt dazu ein, und hat die ${}^5/_4$fache Grösse von $\mathfrak{S}$.

Die Querverschiebung, welche die zwei Flächen des auf Gleitungsfestigkeit beanspruchten Querschnittes erleiden, ist innerhalb der Elasticitätsgrenze sehr klein, macht sich aber bemerkbar, wenn wie bei einem auf Drehungsfestigkeit beanspruchten Stabe viele querverschobene Querschnitte aufeinander folgen.

Gleichung (3) gilt auch für solche Fälle, wo die Trennung der beanspruchten Flächen bezweckt wird, also für das Abschneiden, Ausstossen, Durchlochen (d. i. das Arbeiten mit denjenigen Maschinen, welche man neuerdings häufig unter dem Namen Durchbruch-Maschinen zusammenfasst). Die Spannung $\mathfrak{S}$, bei welcher der Bruch erfolgt, zeigt sich etwas weniges abweichend von dem Bruchmodul für Zug (K). Die Abweichung erklärt sich daraus, dass K und K_1 beim Abscheeren gleichzeitig zur Wirkung kommen (s. übrigens: v. Reiche, Ueber das Lochen der Metallplatten, Civ. Ing. 1864, S. 235). Für die Berechnung der Durchbruch-Maschinen genügt es, etwa 1,1 K als Bruchcoëfficient einzuführen.

§. 6.

Biegungsfestigkeit.

Tragkraft und elastische Linie.

Ein stabförmiger Körper, an welchem solche äussere Kräfte sich das Gleichgewicht halten, welche senkrecht zur Stabachse gerichtet sind, ist auf Biegungsfestigkeit beansprucht. So lange die Beanspruchung die Elasticitätsgrenze nicht überschreitet, tritt für jeden Normalquerschnitt des Stabes Gleichgewicht ein zwischen

[illegible]

[illegible] und den Momenten
[illegible] andererseits.
[illegible] Diese
[illegible] den Schwer-
[illegible] Biegungsebene. Sie
[illegible] einen alle
[illegible] Entfernung
[illegible] Zugseite des
[illegible] Fasern auf Druck
[illegible] und zwar
[illegible] neutralen Achse.
[illegible] Fasern auf Zug- und
[illegible] gerichtete
[illegible] eine Vereini-
[illegible] einer höheren
[illegible]

[illegible] auf Biegung bean-
[illegible] die neutrale Achse des
[illegible] Kraftmoment.
[illegible] zu seiner neutralen Achse.
[illegible] der von der neutralen
[illegible] auf der Zug- oder der

[illegible]

[illegible] 14

[illegible] moment des un-
[illegible] moment für
[illegible] die biegende
[illegible] querschnitt x.
[illegible] anderen
[illegible] seinen
[illegible] schnitt.
[illegible] hervor-
[illegible] so lass

[illegible]

Die die Schwerpunkte der Stabquerschnitte verbindende Achse des Stabes erfährt bei der Biegung keine oder nur eine vernachlässigbar kleine Längenänderung; sie wird nur gebogen, und zwar gilt für ihren Krümmungshalbmesser ϱ die Formel:

$$\varrho = \frac{JE}{M} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Curve, nach welcher die Krümmung stattfindet, heisst eine elastische Linie, deren Gleichung der allgemeine Ausdruck

$$\frac{d_2 y}{d x^2} = \frac{M}{JE} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

gibt.

In der folgenden Tafel sind nun für eine Reihe von Angriffarten einer biegenden Kraft auf einen prismatischen Stab die Werthe zusammengestellt für

das Kraftmoment M für den Punkt x,
die Tragkraft P nach Formel (5),
die Coordinaten x, y der elastischen Linie,
für den Werth f der Abscisse y am Angriffpunkt der Kraft bei den Belastungsweisen Nro. I. bis VI.,
und endlich für die stärkste Einsenkung f bei den Fällen VII. bis XIII.

Bei sämmtlichen aufgeführten Fällen ist das eigene Gewicht des betrachteten Balkens vernachlässigt, was bei zahlreichen praktischen Fällen, namentlich des Maschinenbaufaches, zulässig ist (weniger beim Brückenbaufach). Die Fälle VII. bis X. können als solche benutzt werden, bei denen das Stabgewicht berücksichtigt werden soll. In den Fällen XI. und XII. ist gezeigt, wie eine passende ungleichförmige Vertheilung der Last eines Balkens dessen Tragkraft wesentlich erhöhen kann, indem bei der Belastungsweise nach XI. und XII. die Tragkraft $1^1/_2$mal so gross ausfällt, als bei Nro. VII. und VIII. Gleichzeitig liefern auch die Lastvertheilungen in XI. und XII. noch obendrein kleinere Einsenkungen als Nro. VII. und VIII. Diese Umstände sind für die Belastung von Magazinen, Speichern u. s. w. sehr beachtenswerth. Die Lastvertheilung in Nro. XIII. ist dagegen ungünstig für die Tragkraft; sie zieht dieselbe auf das $^3/_4$fache des Falles Nro. VIII. herab und macht auch die Einsenkung f grösser als dort.

Zu beachten ist, dass die Einsenkung f durchgehends mit der dritten Potenz der Längenabmessungen wächst, und dass sie bei verschiedener Auflagerungsart des Stabes sehr stark verändert auftritt.

dem Moment der äusseren Kräfte einerseits, und den Momenten der in dem Querschnitt widerstehenden inneren Kräfte andererseits, beide bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes. Diese ist ein Aequator des Querschnittes, d. h. sie geht durch den Schwerpunkt desselben, und steht senkrecht auf der Biegungsebene. Sie theilt den Querschnitt in zwei Theile, von denen in dem einen alle zur Stabachse parallelen Fasern proportional ihrer Entfernung von der neutralen Achse auf Zug beansprucht sind (Zugseite des Querschnittes), während in dem anderen die Fasern auf Druck beansprucht werden (Druckseite des Querschnittes), und zwar ebenfalls proportional ihrem Abstand von der neutralen Achse. Gleichweit von der neutralen Achse entfernte Fasern auf Zug- und Druckseite erleiden dabei gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Formänderungen. Die Biegungsfestigkeit ist sonach eine Vereinigung von Zug- und Druckfestigkeit, wobei beide in einer höheren Ordnung, nämlich mit Achsendrehung, vorkommen.

Ist nun:

M das statische Moment der einen Querschnitt auf Biegung beanspruchenden Mittelkraft, bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes, oder das sogenannte Kraftmoment,

J das Trägheitsmoment des Querschnittes zu seiner neutralen Achse,

a der Abstand der stärkst gespannten, d. h. der von der neutralen Achse am weitesten entfernten Faser auf der Zug- oder der Druckseite des Querschnittes,

$\mathfrak{S}$ die in dieser Faser eintretende Spannung.

so ist:

$$M = \mathfrak{S} \frac{J}{a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Das Product $\mathfrak{S} \frac{J}{a}$ heisst das Spannungsmoment des untersuchten Querschnittes, oder auch dessen Tragmoment für die Spannung $\mathfrak{S}$. Ist der gebogene Stab prismatisch, die biegende Mittelkraft P und ihr Hebelarm für irgend einen Querschnitt x, so kann zunächst $M = Px$ für jeden Querschnitt einen anderen Werth haben. Derjenige Querschnitt, für welchen Px seinen grössten Werth annimmt, heisst der gefährliche Querschnitt, und die biegende Kraft P, welche in ihm die Spannung $\mathfrak{S}$ hervorruft, ist die Tragkraft des Stabes für die Spannung $\mathfrak{S}$, so dass man für die Tragkraft hat:

$$P = \frac{\mathfrak{S} J}{x_m a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

wobei x_m denjenigen Werth von x bezeichnet, bei welchem (Px) ein Maximum ist.

Die die Schwerpunkte der Stabquerschnitte verbindende Achse des Stabes erfährt bei der Biegung keine oder nur eine vernachlässigbar kleine Längenänderung; sie wird nur gebogen, und zwar gilt für ihren Krümmungshalbmesser ϱ die Formel:

$$\varrho = \frac{JE}{M} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Curve, nach welcher die Krümmung stattfindet, heisst eine elastische Linie, deren Gleichung der allgemeine Ausdruck

$$\frac{d_2 y}{dx^2} = \frac{M}{JE} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

gibt.

In der folgenden Tafel sind nun für eine Reihe von Angriffarten einer biegenden Kraft auf einen prismatischen Stab die Werthe zusammengestellt für

das Kraftmoment M für den Punkt x,
die Tragkraft P nach Formel (5),
die Coordinaten x, y der elastischen Linie,
für den Werth f der Abscisse y am Angriffpunkt der Kraft bei den Belastungsweisen Nro. I. bis VI.,
und endlich für die stärkste Einsenkung f bei den Fällen VII. bis XIII.

Bei sämmtlichen aufgeführten Fällen ist das eigene Gewicht des betrachteten Balkens vernachlässigt, was bei zahlreichen praktischen Fällen, namentlich des Maschinenbaufaches, zulässig ist (weniger beim Brückenbaufach). Die Fälle VII. bis X. können als solche benutzt werden, bei denen das Stabgewicht berücksichtigt werden soll. In den Fällen XI. und XII. ist gezeigt, wie eine passende ungleichförmige Vertheilung der Last eines Balkens dessen Tragkraft wesentlich erhöhen kann, indem bei der Belastungsweise nach XI. und XII. die Tragkraft $1\frac{1}{2}$mal so gross ausfällt, als bei Nro. VII. und VIII. Gleichzeitig liefern auch die Lastvertheilungen in XI. und XII. noch obendrein kleinere Einsenkungen als Nro. VII. und VIII. Diese Umstände sind für die Belastung von Magazinen, Speichern u. s. w. sehr beachtenswerth. Die Lastvertheilung in Nro. XIII. ist dagegen ungünstig für die Tragkraft; sie zieht dieselbe auf das $^3/_4$fache des Falles Nro. VIII. herab und macht auch die Einsenkung f grösser als dort.

Zu beachten ist, dass die Einsenkung f durchgehends mit der dritten Potenz der Längenabmessungen wächst, und dass sie bei verschiedener Auflagerungsart des Stabes sehr stark verändert auftritt.

Festigkeitscoëfficienten für das metrische Maasssystem.

Millimeter und Kilogramm.

Material.	Elasticitätsmodul E	Tragmodul für Zug T	Tragmodul für Druck T_1	Bruchmodul für Zug K	Bruchmodul für Druck K_1
Schmiedeisen, fer forgé	20000	15	15	40	22
Eisendraht, fil de fer	20000	30	—	70	—
Eisenblech, fer en tôle laminé	17000	—	—	32	—
Gusseisen, fer fondu, fonte	10000	7,5	15	11	63
Stahl, acier	20000	25	—	80	—
Gussstahl, ungehärtet, acier fondu brut	20000	30	—	80	—
Gussstahl, geh. u. angelassen, acier f. trempé et recuit .	30000	65 bis 150	—	100	—
Kupfer, gehämmert, cuivre rouge battu	11000	2,5	—	30	70
Kupferdraht, fil de cuivre	13000	12	—	40	—
Messing, laiton . . .	6500	4,8	—	12	110
Messingdraht, fil de laiton	10000	13	—	50	—
Glockengut, bronze	3200	2 (?)	—	23	—
Blei, plomb	500	1	—	1,3	5
Holz, bois de construction	1100	2	1,8	9	5
Hanfseil, neu, corde en chanvre	250 (?)	5 (?)	—	12	—
Hanfseil, alt	50 (?)	1 (?)	—	5	—
Maschinenriemenleder, gebraucht, courroie en cuir .	15 bis 20	1,6	—	2,9	—
Basalt, basalte . . .	—	—	—	—	9
Granit, granite . . .	—	—	—	—	8
Kalkstein, pierre à chaux	—	—	—	—	5
Quarz, quartz . . .	—	—	—	—	12
Sandstein, grès dur	—	—	—	—	7
Ziegelstein, brique .	—	—	—	—	0,6
Mörtel, mortier . .	—	—	—	—	—
Kalksteinmauerwerk, mur en pierres à chaux	—	—	—	—	5
Sandsteinmauerwerk, mur en grès dur .	—	—	—	—	1,5
Ziegelmauerwerk, mur en briques .	—	—	—	—	0,4

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in Millimetern, die Kräfte in Kilogrammen einzusetzen.

Festigkeitscoëfficienten für das preuss. Maasssystem.

Preuss. Zoll (= $^1/_{12}$ preuss. Fuss) und Pfund.

Material.	Elasticitätsmodul E	Tragmodul für Zug T	Tragmodul für Druck T_1	Bruchmodul für Zug K	Bruchmodul für Druck K_1	Specifisches Gewicht. γ
Schmiedeisen	27360000	20520	20520	54720	30096	7,60 — 7,80
Eisendraht .	27360000	41040	—	95760	—	7,60 — 7,80
Eisenblech .	23256000	—	—	43776	—	7,60
Gusseisen . .	13680000	10260	20520	15048	86148	7,00 — 7,50
Stahl	27360000	34200	—	109440	—	7,50 — 7,80
Gussstahl, ungehärtet . .	27360000	41040	—	109440	—	7,50 — 7,80
Gussstahl, geh. u. angelassen . .	41040000	88920	—	136800	—	7,83 — 7,92
Kupfer, gehämmert. .	15048000	3400	—	41000	95800	8,88 — 9,00
Kupferdraht	17784000	16400	—	54720	—	8,78 — 8,95
Messing . .	8892000	6566	—	16416	150480	8,40 — 8,71
Messingdraht	13680000	17784	—	68400	—	8,34 — 8,73
Glockengut .	4377600	2736(?)	—	31464	—	8,81
Blei	684000	1368	—	1778	6840	11,33 — 11,45
Holz	1504800	2736	2462	12312	6840	0,59 — 0,82
Hanfseil, neu	342000	6840(?)	—	16416	—	0,14 — 0,21
„ alt	68400	1368(?)	—	6840	—	—
Maschinenriemen . .	21000 bis 27300	2200	—	4000	—	—
Basalt . . .	—	—	—	—	12312	2,36 — 2,72
Granit . . .	—	—	—	—	10944	2,50 — 3,05
Kalkstein . .	—	—	—	—	6840	2,46 — 2,84
Quarz . . .	—	—	—	—	16416	2,30 — 2,70
Sandstein . .	—	—	—	—	9576	1,90 — 2,70
Ziegelstein .	—	—	—	—	881	1,40 — 1,20
Mörtel . . .	—	—	—	—	—	—
Kalksteinmauerwerk	—	—	—	—	6840	1,47 — 1,70
Sandsteinmauerwerk	—	—	—	—	2052	2,05 — 2,12
Ziegelmauerwerk . . .	—	—	—	—	547	2,40 — 2,46

Bei Rechnungen mit den Werthen dieser Tabelle sind die Längen in preuss. Zoll, die Kräfte in preuss. Pfunden einzusetzen.

§. 3.

Zug- und Druckfestigkeit.

Ein Stab ist auf Zugfestigkeit beansprucht, wenn die angreifende Kraft P ihn in seiner Längenrichtung auszudehnen sucht. Ist dagegen die Kraft gerade entgegengesetzt gerichtet, so beansprucht sie den Körper auf Druckfestigkeit, vorausgesetzt übrigens, dass die Länge des Stabes gegen dessen Querschnittmaasse nicht zu gross sei (vergl. §. 16).

Nennt man noch:

q die Grösse eines zu betrachtenden Querschnittes des Stabes,

$\mathfrak{S}$ die in demselben durch die Kraft P hervorgerufene Spannung,

so ist bei Vernachlässigung des Eigengewichtes des Stabes die Tragkraft bei der Spannung $\mathfrak{S}$:

$$P = \mathfrak{S} q \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Beispiel. Ein Dachstuhl übe an seinem Fusse einen Horizontalschub von 10000^k aus, welcher durch eine horizontale runde Querstange aufgenommen werden soll. Gestattet man in derselben die Spannung $\mathfrak{S} = 5^k$, *so ist zu setzen bei der Stangendicke* d: $\mathfrak{S} q = 5 \cdot \frac{\pi}{4} d^2 = 10000$;

woraus $d = \sqrt{\frac{4}{\pi} 2000} = 50{,}42, \sim 50^{mm}$.

Die Hauptformänderungen, welche die Beanspruchung auf Zug- oder Druckfestigkeit in einem Körper hervorruft, sind Verlängerung oder Verkürzung desselben. Ein prismatischer, durch die Kraft P auf Zug beanspruchter Körper verlängert sich dadurch um die Grösse λ, für welche bei der ursprünglichen Länge l des Stabes gilt:

$$\frac{\lambda}{l} = \frac{\mathfrak{S}}{E} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

welche Formel so lange richtig bleibt, als $\mathfrak{S}$ nicht grösser als der Zugtragmodul T ist. — Dieselbe Formel gilt für die Zusammenpressung des Stabes durch die Kraft P, wobei der Drucktragmodul T_1 die Grenze der Gültigkeit der Formel angibt.

Beispiel. Die oben berechnete Querstange sei vor dem Einsetzen 35^m lang; sie wird sich dann bei eintretender Belastung verlängern um: $\lambda = \frac{35000 \cdot 5}{20000} = \frac{35}{4} \sim 9^{mm}$.

Formel (1) gilt, weil bei Zug- und Druckfestigkeit alle Querschnittelemente gleichstark beansprucht werden, auch über die Elasticitätsgrenze hinaus, so dass man mittelst derselben die Kraft finden kann, welche einen Körper zerreisst oder zerdrückt. Man hat dafür die betreffenden Bruchmodel einzusetzen.

Beispiel. Zum Zerreissen der oben berechneten Stange bedarf es einer Zugkraft $P = K \cdot q$ *oder, der Tabelle* §. 2 *gemäss,* $P = 40 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 78540^k$; *zum Zerdrücken eines niedrigen Stückes derselben bedürfte es einer Kraft* $P_1 = K_1 \, q = 22 \cdot 50^2 \frac{\pi}{4} = 43197^k$.

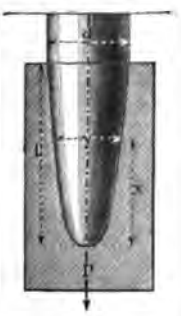
§. 4.

Körper von gleicher Zug- und Druckfestigkeit.

Körperformen von gleicher Festigkeit ergeben sich, wenn man in einem Körper die Querschnitte so wählt, dass in allen die grösste Spannung $\mathfrak{S}$ denselben Werth erhält, wodurch eine verhältnissmässig sehr günstige Materialverwendung erzielt werden kann. Solche Körperformen werden indessen selten mit Genauigkeit, sondern gewöhnlich nur näherungsweise zur Ausführung gebracht; sie dienen in vielen Fällen sogar nur als stilistische Grundformen, die einer Construction nur den Ausdruck der gleichen Festigkeit zu verleihen haben, ohne dass diese streng eingehalten würde. Dem Constructeur sind sie aus beiden Gründen von Werth; ja es möchte der Zahl nach die zweite Benutzungsart, die des stilistischen Vorbildes, häufiger sein als die erstere. Sind dem Construirenden die Festigkeitsformen recht geläufig geworden, und hat er sich frei gemacht von dem Gedanken, dass die für die Gleichhaltung der Festigkeit erforderlichen Curven streng eingehalten werden müssten; so wird er bald dahin gelangen, stets ansprechende gefällige Linien für schwer zu belastende Constructionstheile zu finden, indem er die Grundform, welche der starre mathematische Ausdruck liefert, mit künstlerischer Freiheit und Selbständigkeit in das Leben überträgt.

Nachfolgend gegebene Formen gelten für Zug- wie für Druckfestigkeit. Als Beispiele technischer Nützlichkeit der beiden ersten Formen können die Holzschrauben, die eingegossenen Schraubenstifte, Säulchen etc., für die der dritten Form die erst neuerdings so gebauten steinernen Kamine mit leiser Einziehung im Schafte, sowie hohe Brücken- und Viaductpfeiler*) dienen.

*) Vergl. Baumeister, archit. Formenlehre, S. 226.

Form.	Gleichung.	Bemerkungen.
	$\frac{y}{d} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ $d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{P}{\mathfrak{S}}}$	P ist gleichförmig auf die ganze Länge des Stabes vertheilt. Die Querschnitte des Stabes sind kreisförmig. Profil: Parabel. Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem Enddurchmesser $\frac{d}{2}$.
	$\frac{y}{d} = \frac{x}{l}$ $d = \sqrt{\frac{4}{\pi}\frac{P}{\mathfrak{S}}}$	P ist gleichförmig abnehmend von oben nach unten vertheilt. Querschnitte: kreisförmig. Körperform: Normalkegel.
	$q = \frac{P}{\mathfrak{S}} e^{\frac{\gamma}{\mathfrak{S}}x}$ $e = 2{,}718\ldots$ = Basis der natürlichen Logarithmen. $log.\ q = log.\ \frac{P}{\mathfrak{S}} + 0{,}434\ \frac{\gamma}{\mathfrak{S}}x.$	Der Körper ist ausser durch P durch sein Eigengewicht belastet, welches pro Cubikeinheit $= \gamma$ gesetzt ist. Die Querschnitte wachsen nach der Befestigungsstelle hin wie die Abscissen einer Logistik.

§. 5.

Schub- oder Gleitungsfestigkeit.

Ein Körper wird in einem Querschnitt auf Schub- oder Gleitungsfestigkeit, die auch Abscheerungs- oder Scheerfestigkeit genannt wird, beansprucht, wenn die angreifende Kraft P in der Ebene des Querschnittes wirkt.

Ist wieder q die Grösse des Querschnittes, und $\mathfrak{S}$ die darin eintretende Spannung, so hat man wie bei Zug- und Druckfestigkeit für die Tragkraft:

$$P = \mathfrak{S} q \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

Die Elasticitätsgrenze wird erreicht, wenn $\mathfrak{S} = {}^4/_5$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materials wird, also beim Schmiedeisen, wo $T = T_1 = 15$, bei $\mathfrak{S} = 12$, für Gusseisen, wo $T < T_1$ und $= 7{,}5$ bei $\mathfrak{S} = 6$. Es tritt nämlich hier die Maximalspannung nicht in der Ebene des Querschnittes, sondern geneigt dazu ein, und hat die ${}^5/_4$fache Grösse von $\mathfrak{S}$.

Die Querverschiebung, welche die zwei Flächen des auf Gleitungsfestigkeit beanspruchten Querschnittes erleiden, ist innerhalb der Elasticitätsgrenze sehr klein, macht sich aber bemerkbar, wenn wie bei einem auf Drehungsfestigkeit beanspruchten Stabe viele querverschobene Querschnitte aufeinander folgen.

Gleichung (3) gilt auch für solche Fälle, wo die Trennung der beanspruchten Flächen bezweckt wird, also für das Abschneiden, Ausstossen, Durchlochen (d. i. das Arbeiten mit denjenigen Maschinen, welche man neuerdings häufig unter dem Namen Durchbruch-Maschinen zusammenfasst). Die Spannung $\mathfrak{S}$, bei welcher der Bruch erfolgt, zeigt sich etwas weniges abweichend von dem Bruchmodul für Zug (K). Die Abweichung erklärt sich daraus, dass K und K_1 beim Abscheeren gleichzeitig zur Wirkung kommen (s. übrigens: v. Reiche, Ueber das Lochen der Metallplatten, Civ. Ing. 1864, S. 235). Für die Berechnung der Durchbruch-Maschinen genügt es, etwa 1,1 K als Bruchcoëfficient einzuführen.

§. 6.

Biegungsfestigkeit.

Tragkraft und elastische Linie.

Ein stabförmiger Körper, an welchem solche äussere Kräfte sich das Gleichgewicht halten, welche senkrecht zur Stabachse gerichtet sind, ist auf Biegungsfestigkeit beansprucht. So lange die Beanspruchung die Elasticitätsgrenze nicht überschreitet, tritt für jeden Normalquerschnitt des Stabes Gleichgewicht ein zwischen

dem Moment der äusseren Kräfte einerseits, und den Momenten der in dem Querschnitt widerstehenden inneren Kräfte andererseits, beide bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes. Diese ist ein Aequator des Querschnittes, d. h. sie geht durch den Schwerpunkt desselben, und steht senkrecht auf der Biegungsebene. Sie theilt den Querschnitt in zwei Theile, von denen in dem einen alle zur Stabachse parallelen Fasern proportional ihrer Entfernung von der neutralen Achse auf Zug beansprucht sind (Zugseite des Querschnittes), während in dem anderen die Fasern auf Druck beansprucht werden (Druckseite des Querschnittes), und zwar ebenfalls proportional ihrem Abstand von der neutralen Achse. Gleichweit von der neutralen Achse entfernte Fasern auf Zug- und Druckseite erleiden dabei gleiche aber entgegengesetzt gerichtete Formänderungen. Die Biegungsfestigkeit ist sonach eine Vereinigung von Zug- und Druckfestigkeit, wobei beide in einer höheren Ordnung, nämlich mit Achsendrehung, vorkommen.

Ist nun:

M das statische Moment der einen Querschnitt auf Biegung beanspruchenden Mittelkraft, bezogen auf die neutrale Achse des Querschnittes, oder das sogenannte Kraftmoment,

J das Trägheitsmoment des Querschnittes zu seiner neutralen Achse,

a der Abstand der stärkst gespannten, d. h. der von der neutralen Achse am weitesten entfernten Faser auf der Zug- oder der Druckseite des Querschnittes,

$\mathfrak{S}$ die in dieser Faser eintretende Spannung,

so ist:

$$M = \mathfrak{S}\,\frac{J}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (4)$$

Das Product $\mathfrak{S}\,\frac{J}{a}$ heisst das Spannungsmoment des untersuchten Querschnittes, oder auch dessen Tragmoment für die Spannung $\mathfrak{S}$. Ist der gebogene Stab prismatisch, die biegende Mittelkraft P und ihr Hebelarm für irgend einen Querschnitt x, so kann zunächst $M = Px$ für jeden Querschnitt einen anderen Werth haben. Derjenige Querschnitt, für welchen Px seinen grössten Werth annimmt, heisst der gefährliche Querschnitt, und die biegende Kraft P, welche in ihm die Spannung $\mathfrak{S}$ hervorruft, ist die Tragkraft des Stabes für die Spannung $\mathfrak{S}$, so dass man für die Tragkraft hat:

$$P = \frac{\mathfrak{S}J}{x_m a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (5)$$

wobei x_m denjenigen Werth von x bezeichnet, bei welchem (Px) ein Maximum ist.

Die die Schwerpunkte der Stabquerschnitte verbindende Achse des Stabes erfährt bei der Biegung keine oder nur eine vernachlässigbar kleine Längenänderung; sie wird nur gebogen, und zwar gilt für ihren Krümmungshalbmesser ϱ die Formel:

$$\varrho = \frac{JE}{M} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (6)$$

Die Curve, nach welcher die Krümmung stattfindet, heisst eine elastische Linie, deren Gleichung der allgemeine Ausdruck

$$\frac{d_2 y}{dx^2} = \frac{M}{JE} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

gibt.

In der folgenden Tafel sind nun für eine Reihe von Angriffarten einer biegenden Kraft auf einen prismatischen Stab die Werthe zusammengestellt für

das Kraftmoment M für den Punkt x,

die Tragkraft P nach Formel (5),

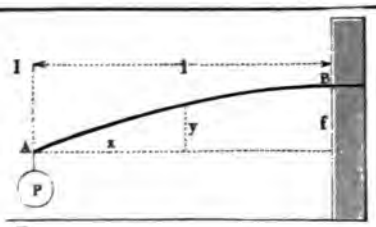
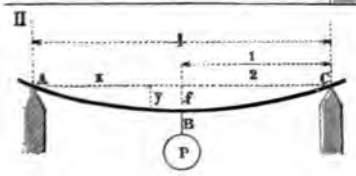
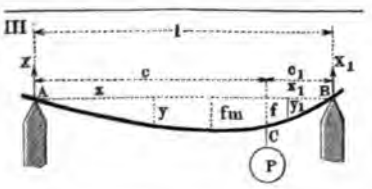
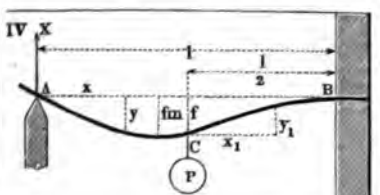
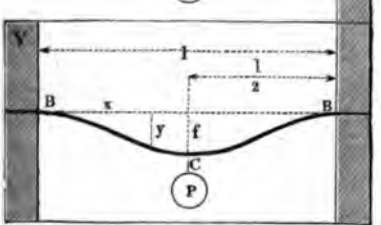
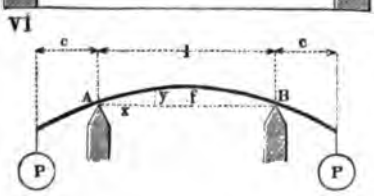
die Coordinaten x, y der elastischen Linie,

für den Werth f der Abscisse y am Angriffpunkt der Kraft bei den Belastungsweisen Nro. I. bis VI.,

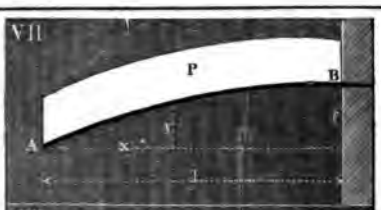
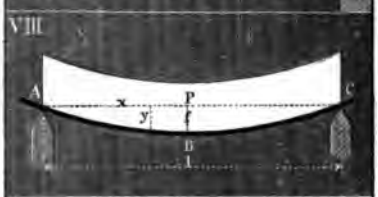
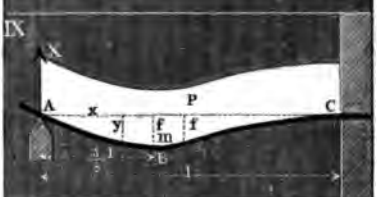
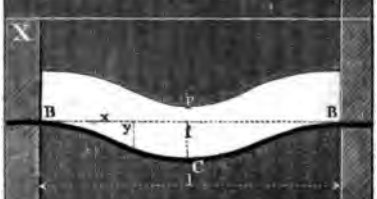
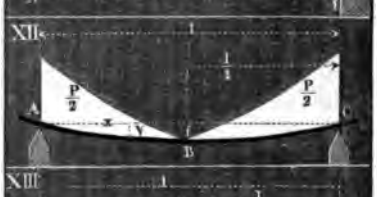
und endlich für die stärkste Einsenkung f bei den Fällen VII. bis XIII.

Bei sämmtlichen aufgeführten Fällen ist das eigene Gewicht des betrachteten Balkens vernachlässigt, was bei zahlreichen praktischen Fällen, namentlich des Maschinenbaufaches, zulässig ist (weniger beim Brückenbaufach). Die Fälle VII. bis X. können als solche benutzt werden, bei denen das Stabgewicht berücksichtigt werden soll. In den Fällen XI. und XII. ist gezeigt, wie eine passende ungleichförmige Vertheilung der Last eines Balkens dessen Tragkraft wesentlich erhöhen kann, indem bei der Belastungsweise nach XI. und XII. die Tragkraft $1^1/_2$mal so gross ausfällt, als bei Nro. VII. und VIII. Gleichzeitig liefern auch die Lastvertheilungen in XI. und XII. noch obendrein kleinere Einsenkungen als Nro. VII. und VIII. Diese Umstände sind für die Belastung von Magazinen, Speichern u. s. w. sehr beachtenswerth. Die Lastvertheilung in Nro. XIII. ist dagegen ungünstig für die Tragkraft; sie zieht dieselbe auf das $^3/_4$fache des Falles Nro. VIII. herab und macht auch die Einsenkung f grösser als dort.

Zu beachten ist, dass die Einsenkung f durchgehends mit der dritten Potenz der Längenabmessungen wächst, und dass sie bei verschiedener Auflagerungsart des Stabes sehr stark verändert auftritt.

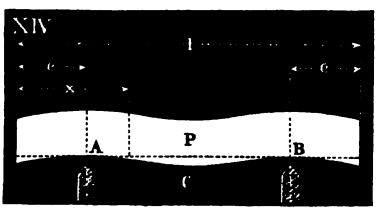
Angriffweise.	Kraftmoment M.	Tragkraft
I 	$M = Px$	$P = \frac{\mathfrak{S}J}{la}$
II 	$M = \frac{Px}{2}$	$P = 4\,\frac{\mathfrak{S}}{c}$
III 	Für AC: $M = \frac{Pc_1x}{l}$ Für BC: $M = \frac{Pcx_1}{l}$	$P = \frac{l}{cc_1}$
IV 	Für AC: $M = \frac{5}{16}\,Px$ Für BC: $M = Pl\left(\frac{5}{32} - \frac{11}{16}\,\frac{x_1}{l}\right)$	$P = \frac{16}{3}$
V 	$M = \frac{Pl}{2}\left(\frac{x}{l} - \frac{1}{4}\right)$	$P = 8\,\frac{\mathfrak{S}}{l}$
VI 	Für AB: $M = Pc$	$P = \frac{\mathfrak{S}J}{ca}$

ichung der elastischen Linie.	Einsenkung f.	Bemerkungen.
$\frac{Pl^3}{2JE}\left[\frac{x}{l}-\frac{1}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{JE}\frac{l^3}{3}$	Freiträger. Gefährlicher Querschnitt bei B.
$\frac{Pl^3}{16JE}\left[\frac{x}{l}-\frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{JE}\frac{l^3}{48}$	Frei aufliegender Träger. Gef. Querschnitt in der Mitte.
$\frac{P}{JE}\frac{c^2c_1^2}{6l}\left[2\frac{x}{c}+\frac{x}{c_1}-\frac{x^3}{c^2c_1}\right]$ $\frac{P}{JE}\frac{c_1^2c^2}{6l}\left[2\frac{x_1}{c_1}+\frac{x_1}{c}-\frac{x_1^3}{c_1^2c}\right]$	$f=\frac{P}{JE}\frac{l^3}{3}\frac{c^2}{l^2}\frac{c_1^2}{l^2}$ f_{max} bei $x=c\sqrt{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}\frac{c_1}{c}}$	Gef. Querschnitt bei C. Kraft $X=P\frac{c_1}{l}$ „ $X_1=P\frac{c}{l}$
$\frac{P}{JE}\frac{l^3}{32}\left[\frac{x}{l}-\frac{5}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$ $\frac{P}{JE}\frac{l^3}{32}\left[\frac{1}{4}\frac{x_1}{l}+\frac{5}{2}\frac{x_1^2}{l^2}-\frac{11}{3}\frac{x_1^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{JE}\frac{7l^3}{768}$ $f_{max}=\sqrt{\frac{1}{5}}\frac{Pl^3}{48JE}$ bei $x=l\sqrt{\frac{1}{5}}$	Halb eingespannter Träger. Gef. Querschnitt bei B. Kraft $X=5/16\,P$.
$\frac{P}{JE}\frac{l^3}{16}\left[\frac{x^2}{l^2}-\frac{4}{3}\frac{x^3}{l^3}\right]$	$f=\frac{P}{JE}\frac{l^3}{192}$	Eingespannter Träger. Gef. Querschnitte bei B und C.
$f-\varrho+\sqrt{\varrho^2-x^2+l\left(x-\frac{l}{4}\right)}$ bei $\varrho=\frac{JE}{Pc}$	$f=\frac{P}{JE}\frac{l^3}{8}\frac{c}{l}$	Gef. Quersch. an einer beliebigen Stelle zwischen A und B.

Angriffweise.	Kraftmoment M.	Tragkraft P
VII 	$M = \frac{Px}{2}\frac{x}{l}$	$P = 2\frac{\mathfrak{S}J}{la}$
VIII 	$M = \frac{Px}{2}\left(1 - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8\frac{\mathfrak{S}J}{la}$
IX 	$M = \frac{Px}{2}\left(\frac{3}{4} - \frac{x}{l}\right)$	$P = 8\frac{\mathfrak{S}J}{la}$
X 	$M = \frac{Pl}{2}\left(\frac{1}{6} - \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 12\frac{\mathfrak{S}}{la}$
XI	$M = \frac{Px}{3}\frac{x^2}{l^2}$	$P = 3\frac{\mathfrak{S}J}{la}$
XII 	$M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l} + \frac{2}{3}\frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 12\frac{\mathfrak{S}}{la}$
XIII	$M = Px\left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3}\frac{x^2}{l^2}\right)$	$P = 6\frac{\mathfrak{S}J}{la}$

leichung der elastischen Linie.	Einsenkung f.	Bemerkungen.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{6}\left[\frac{x}{l} - \frac{1}{4}\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{l^3}{8}$	Freiträger. Gefährlicher Querschnitt bei B.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{12}\left[2\frac{x^3}{l^3} - \frac{x^4}{l^4} - \frac{x}{l}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{5\,l^3}{384}$	Frei aufliegender Träger. Gef. Querschnitt in der Mitte.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{48}\left[\frac{x}{l} - 3\frac{x^3}{l^3} + 2\frac{x^4}{l^4}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{l^3}{192}$	Gef. Querschnitt bei C. Stärkste Senkung bei $x = \frac{l}{16}(1+\sqrt{33})$ Kraft $X = {}^3/_8 P$. Wendepunkt bei $x = {}^3/_4 l$.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{24}\left[\frac{x^2}{l^2} - 2\frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{l^3}{384}$	Gef. Querschnitt bei B. Wendepunkt bei $x = \frac{l}{2}\left(1 - \sqrt{\frac{1}{3}}\right)$
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{12}\left[\frac{x}{l} - \frac{1}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{l^3}{15}$	Freiträger. Gef. Querschnitt bei B.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{12}\left[\frac{3}{8}\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{x^4}{l^4} - \frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{3\,l^3}{320}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.
$= \frac{P}{JE}\frac{l^3}{12}\left[\frac{5}{8}\frac{x}{l} - \frac{x^3}{l^3} + \frac{2}{5}\frac{x^5}{l^5}\right]$	$f = \frac{P}{JE}\frac{l^3}{60}$	Gef. Querschnitt in der Mitte.

XIV. Für einen auf zwei symmetrisch angebrachte Stützen A und B gelagerten Stab mit der gleichförmig vertheilten Last P hat man für das Kraftmoment:



$$M = \frac{Px}{2}\left(\frac{x}{l} - 1 + \frac{c}{x}\right).$$

Die Tragkraft ändert sich je nach der Stellung der Stützen, also dem Verhältniss von c zu l; sie wird ein Maximum, wenn

$$c = 0{,}207\, l \left[\text{d. i. } l\left(\sqrt{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}\right)\right]$$

gemacht wird. Die Tragkraft ist alsdann sehr nahe:

$$P = 47\frac{\mathfrak{S}J}{la},$$

also fast 6mal so gross, als im Falle VIII, die Stützungsart mithin sehr günstig. Gefährliche Querschnitte liegen dabei an den Punkten A, B und C.

§. 7.

Querschnitt-Tabelle.

Der Werth $\frac{J}{a}$ in Gleichung (4) hängt bloss von Abmessungen des Stabquerschnittes ab, und wird im folgenden als Querschnittmodul bezeichnet. Für eine Reihe von Querschnittformen sind in der nachstehenden Tabelle zusammengestellt die Werthe für:

das (äquatoriale) Trägheitsmoment J zur neutralen Achse, welche den Figuren punktirt eingezeichnet ist;

die grösste Faserentfernung a auf Zug- und Druckseite, oder für jede Seite einzeln (a' und a''), wenn der Querschnitt nicht zweiachsig symmetrisch ist;

den (äquatorialen) Querschnittmodul $Z = \frac{J}{a}$, für welchen sich auch zwei Werthe ergeben, wenn a' von a'' verschieden ist, und den Flächeninhalt F des Querschnittes, welcher bei Gewichtberechnungen dienlich ist.

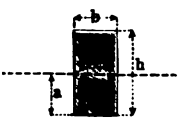
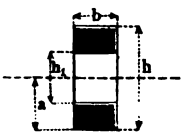
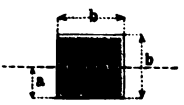
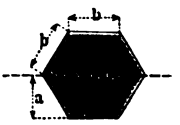
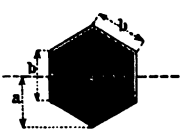
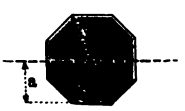
Wo in der Spalte für a steht: „durch Versuche oder graphisch zu bestimmen", sind die Ausdrücke zu verwickelt, um noch praktisch genannt werden zu können. Für diese Fälle schneidet man ein Modell des zu betrachtenden Querschnittes aus Carton aus und sucht dessen Schwerpunkt durch Abwägen auf einer Schneide oder man bedient sich der graphostatischen Methode, siehe §. 46.

Die Benutzung der Querschnitt-Tafel wird aus folgendem Beispiel klar werden.

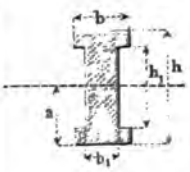
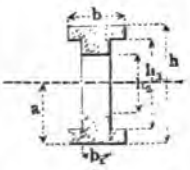
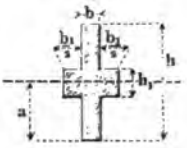
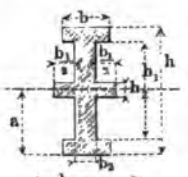
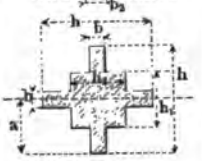
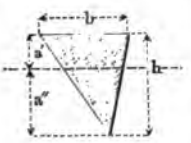
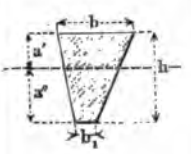
Beispiel. Man sucht das Trägheitsmoment eines kreisförmigen Querschnittes von 104^{mm} Durchmesser. Nach Nro. XX. der folgenden Tafel ist dasselbe: $J = \frac{\pi}{64}\ 104^4 \backsim 5742500$. *In preuss. Zollen gemessen würde* $d = 4$ *sein, daher für Rechnungen in preussischem Masssystem zu nehmen ist:* $J = \frac{\pi}{64}\ 4^4 = 42{,}56$.

Durch passende Theilung und Verbindung der gegebenen Querschnittfiguren lassen sich dieselben in andere verwandeln, für welche dann die hier stehenden Formeln gelten. So lässt sich aus dem Querschnitt Nro. VIII. der eines rechteckigen Rohres machen, aus Nro. XI. ein E-förmiger u. s. w. Nicht unwichtig ist es ferner, einzelne allgemeine Aufschlüsse zu beachten, welche die Tafel liefern kann. Vor allem zeigen die einzelnen Werthe den starken Einfluss der Höhenabmessungen der Querschnitte, und zugleich denjenigen solcher Querschnitttheile, welche weit von der neutralen Schicht entfernt liegen. Hiermit steht im Zusammenhang die eigenthümliche Wirkung der Verstärkungsrippen, deren man sich namentlich bei gusseisernen Theilen so vielfach bedient. Diese Rippen wirken nämlich bei den auf Biegung beanspruchten Körpern nicht sowohl durch ihr eigenes Material, als dadurch, dass sie die neutralen Schichten der übrigen Theile günstig verlegen, d. h. sie weit von der Hauptmasse des Materials abrücken. Sie treten also erst mittelbar in Thätigkeit, leisten aber dabei vortreffliche Dienste, wenn der Entwerfende diesen Gesichtspunkt wohl im Auge behält. Ein Beispiel wird das Ausgesprochene deutlich machen.

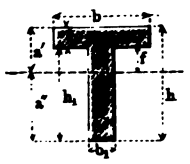
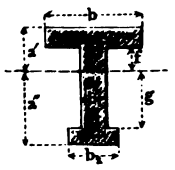
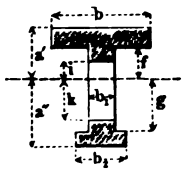
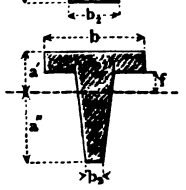
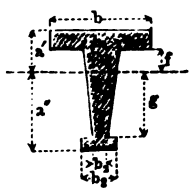
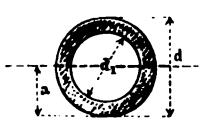
Es sei ein Querschnitt von der Form Nro. XV. gegeben, und zwar mit den Verhältnissen $b = 8\,b_1$, $h = 12\,b_1$, $h_1 = 11\,b_1$ (siehe Fig. 1, §. 9). Diesen Schnitt denke man sich nun zerlegt in den senkrechten und den horizontalen Theil, und beide einzeln ausgeführt. Dann haben die beiden Theile die Querschnittmodel: $\frac{11^2 \cdot b_1^3}{6} = 20^1/_6\, b_1^3$ und $\frac{8\,b_1^3}{6}$, zusammen also $21{,}5\,b_1^3$. Derselbe Querschnitt aber hat, als Ganzes aufgefasst (siehe §. 9) den Modul $Z = 34{,}8\,b_1^3$, d. i. er bietet mehr als das $1^1/_2$fache an Festigkeit, und zwar hat die senkrechte Rippe die Festigkeit der waagerechten Platte auf etwa das 10fache des Werthes gesteigert, den sie im vereinzelten Zustande besitzen würde. Andere Querschnittformen liefern oft noch günstigere Erhöhungen.

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J.
I.		$\frac{b h^3}{12}$
II.		$\frac{b(h^3 - h_1^3)}{12}$
III.		$\frac{b^4}{12}$
IV.		$\frac{b^4}{12}$
V.		$\frac{5\sqrt{3}}{16} b^4 = 0{,}5413\, b^4$
VI.		$\frac{5\sqrt{3}}{16} b^4$
VII.		$\frac{1+2\sqrt{2}}{6} b^4 = 0{,}638\, b^4$

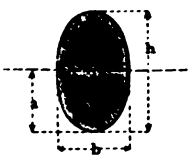
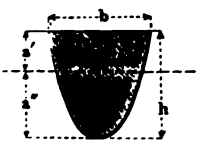
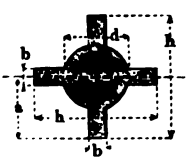
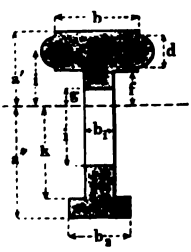
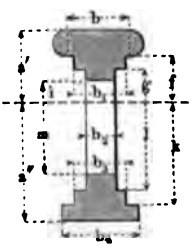
Abstand a.	Querschnittmodul Z.	Flächeninhalt F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{b\,h^2}{6}$	$b\,h$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b\,(h^3 - h_1^3)}{6\,h}$	$b\,(h - h_1)$
$\frac{b}{2}$	$\frac{b^3}{6}$	b^2
$\frac{b}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{2}}{12}\,b^3 - 0{,}118\,b^3$	b^2
$\sqrt{\frac{3}{4}} = 0{,}866\,b$	$5/8\,b^3$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}\,b^2 = 2{,}598\,b^2$
b	$\frac{5\sqrt{3}}{16}\,b^3$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}\,b^2$
$0{,}924\,b$	$0{,}677\,b^3$	$2{,}828\,b^2$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J.
VIII.		$\frac{b\,h^3-(b-b_1)\,h_1^3}{12}$
XI.		$\frac{b\,(h^3-h_1^3)+b_1\,(h_1^3-h_2^3)}{12}$
X.		$\frac{b\,h^3+b_1\,h_1^3}{12}$
XI.		$\frac{b\,h^3-(b-b_2)\,h_1^3+b_1\,h_2^3}{12}$
XII.		$\frac{b\,h^3+(h_1-b)\,h_1^3+(h-h_1)\,b^3}{12}$
XIII.		$\frac{b\,h^3}{36}$
XIV.		$\frac{b^2+4\,b\,b_1+b_1^2}{36\,(b+b_1)}\,h^3$

Abstand a.	Querschnittmodul Z.	Flächeninhalt F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 - (b - b_1) h_1^3}{6 h}$	$b h - (b - b_1) h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b (h^3 - h_1^3) + b_1 (h_1^3 - h_2^3)}{6 h}$	$b (h - h_1) + b_1 (h_1 - h_2)$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 + b_1 h_1^3}{6 h}$	$b h + b_1 h_1$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 - (b - b_2) h_1^3 + b_1 h_2^3}{6 h}$	$b h - (b - b_2) h_1 + b_1 h_2$
$\frac{h}{2}$	$\frac{b h^3 + (h_1 - b) h_1^3 + (h - h_1) b^3}{6 h}$	$b h + (h_1 - b) h_1 + (h - h_1) b$
$a' = \frac{h}{3}$ $a'' = \frac{2}{3} h$	$Z' = \frac{b h^2}{12}$ $Z'' = \frac{b h^2}{18}$	$\frac{b h}{2}$
$= \frac{b + 2 b_1}{b + b_1} \frac{h}{3}$ $= \frac{2 b + b_1}{b + b_1} \frac{h}{3}$	$Z' = \frac{b^2 + 4 b b_1 + b_1^2}{12 (b + 2 b_1)} h^2$ $Z'' = \frac{b^2 + 4 b b_1 + b_1^2}{12 (2 b + b_1)} h^2$	$\frac{b + b_1}{2} h$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J.
XV.		$\frac{1}{3}\left[b\,(a'^3-f^3)+b_1\,(f^3+a''^3)\right]$
XVI.		$\frac{1}{3}\left[b\,(a'^3-f^3)+b_1\,(f^3+g^3)+b_2\,(a''^3-g^3)\right]$
XVII.		$\frac{1}{3}\left[b\,(a'^3-f^3)+b_1\,(f^3+g^3-i^3-k^3)+b_2\,(a''^3-g^3)\right]$
XVIII.		$\frac{1}{3}\left[\frac{b_1-b_2}{4\,(f+a'')}(a''^4-f^4)+b\,(a'^3-f^3)+b_2\,(f^3+a''^3)\right]$
XIX.		$\frac{1}{3}\left[\frac{b_1-b_2}{4\,(f+g)}(g^4-f^4)+b\,(a'^3-f^3)+b_2\,(f^3+g^3)+b_2\,(a''^3-g^3)\right]$
XX.		$\frac{\pi}{64}\,d^4 = 0{,}0491\,d^4$
XXI.		$\frac{\pi}{64}\,(d^4-d_1^4) = 0{,}0491\,(d^4-d_1^4)$

Abstand a.	Querschnittmodul Z.	Flächeninhalt F.
$\frac{h_2^2 + b_1 h_1 (h + h_2)}{[b h - (b - b_1) h_1]}$ $h - a'$	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b_1 h_1 + b h_2$
h Versuche oder isch zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a - f) + b_1(f + g)$ $+ b_2(a'' - g)$
h Versuche oder isch zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) +$ $b_1(f + g - i - k) + b_2(a'' - g)$
h Versuche oder isch zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + \frac{b_1 + b_2}{2}(f + a'')$
h Versuche oder isch zu bestimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + \frac{b_1 + b_2}{2}(f + g)$ $+ b_2(a'' - g)$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32} d^3$	$\frac{\pi}{4} d^2$
$\frac{d}{2}$	$\frac{\pi}{32} \frac{d^4 - d_1^4}{d}$	$\frac{\pi}{4}(d^2 - d_1^2)$

Nro.	Querschnitt.	Trägheitsmoment J.
XXII.		$\frac{\pi}{64} b h^3$
XXIII.		$0{,}110\, r^4$
XXIV.		(Parabelabschnitt.) $\frac{8}{175} b h^3 = 0{,}0457\, b h^3$
XXV.		$\frac{1}{12}\left[\frac{3\pi}{16} d^4 + b\,(h^3 - d^3) + b^3\,(h - d\right.$
XXVI.		$\frac{1}{3}\left[b\,(a'^3 - f^3) + b_1\,(f^3 - g^3 + k^3 - l^3) + b_2\,(a''^3\right.$ $\left. + \frac{\pi}{64}\,(d^4 + 16\, d^2\, i^2)\right.$
XXVII.		$\frac{1}{3}\left[b\,(a'^3 - f^3) + b_1\,(f^3 - g^3) + b_2\,(g^3 - i^3 + l^3\right.$ $\left. + b_3\,(k^3 - l^3) + b_4\,(a''^3 - k^3)\right]$ $+ \frac{\pi}{64}\left[(a' - f)^4 + 8\,(a' + f)\,(a' - f)^2\right]$

bstand a.	Querschnittmodul Z.	Flächeninhalt F.
$\frac{h}{2}$	$\frac{\pi}{32} b h^2$	$\frac{b h \pi}{4}$
$= 0{,}5765\, r$ $= 0{,}4244\, r$	$Z' = 0{,}19\, r^3$ $Z'' = 0{,}26\, r^3$	$\frac{r^2 \pi}{2}$
$' = \frac{2}{5} h$ $'' = \frac{3}{5} h$	$Z' = \frac{4}{35} b h^2 = 0{,}114\, b h^2$ $Z'' = \frac{8}{105} b h^2 = 0{,}076\, b h^2$	$\frac{2}{3} b h$
$\frac{h}{2}$	$\frac{1}{6h}\left(0{,}589 d^4 + b(h^3 - d^3) + b^3(h - d)\right)$	$\frac{\pi}{4} d^2 + 2 b (h - d)$
Versuche oder aphisch zu estimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a' - f) + b_1(f - g + k - l) + b_2(a'' - k) + \frac{\pi}{4} d^2$
Versuche oder aphisch zu estimmen.	$Z' = \frac{J}{a'}$ $Z'' = \frac{J}{a''}$	$b(a - f) + b_1(f - g) + b_2(g - i + l - m) + b_3(k - l) + b_4(a - k) + \frac{\pi}{4} (a' - f)^2$

§. 8.

Werthe der Spannung ℭ.

Die Elasticitätsgrenze wird in einem gebogenen Stab auf Zug- und Druckseite einzeln erreicht, wenn die dort eintretende Spannung ℭ = dem betreffenden Tragmodul wird. Man darf daher für ℭ nie einen so grossen Werth einsetzen, dass auf einer der beiden Seiten der Tragmodul überschritten würde. Diese Bedingung wird bei zweiachsig symmetrischen Querschnitten erfüllt, wenn man für ℭ den durch die Sicherheit dividirten kleineren Tragmodul setzt, so bei Gusseisen die Sicherheit stets auf den Zugtragmodul bezieht.

Bei solchen Querschnitten hingegen, wo $a' \lessgtr a''$, untersuche man zunächst, welche Seite die Zugseite, und welche die Druckseite des Querschnittes ist. Ist dann

a der grösste Faserabstand auf der Zug-, a_1 der auf der Druckseite, T der Zugtragmodul, T_1 der Drucktragmodul,
M das Moment der biegenden Kraft,
m der Sicherheitscoëfficient, so dass bei 2facher, 3facher, 4facher Sicherheit $m = 2, 3, 4$ ist,

so nehme man:

Wenn $\frac{a}{a_1} > \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m}\frac{J}{a}$
Wenn $\frac{a}{a_1} < \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T_1}{m}\frac{J}{a_1}$
Wenn $\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1}$	$M = \frac{T}{m}\frac{J}{a}$ oder $\frac{T_1}{m}\frac{J}{a_1}$

Beispiel. Bei Gusseisen ist $\frac{T}{T_1} = \frac{1}{2}$; *ferner sei bei dem parabolischen Querschnitt Nro. XXIV. die Sehne auf der Zugseite gelegen, so ist dort* $a = \frac{2}{5}h$, $a_1 = \frac{3}{5}h$, $\frac{a}{a_1} = \frac{2}{3}$. *Hier ist demnach* $\frac{a}{a_1} > \frac{T}{T_1}$, *also für ℭ der Werth* $\frac{T}{m}$ *oder* $\frac{7{,}5}{m}$ *zu setzen, und dabei* $M = \frac{7{,}5}{m}\frac{4}{35}\,b\,h^2$ *zu machen. — Bei Schmiedeisen, wo* $T = T_1$, *ist die Untersuchung nicht nöthig, wie dieselbe denn überhaupt bei der leider so geringen Zahl bekannter Tragmodel einstweilen nur beim Gusseisen eine Anwendung finden kann.*

§. 9.

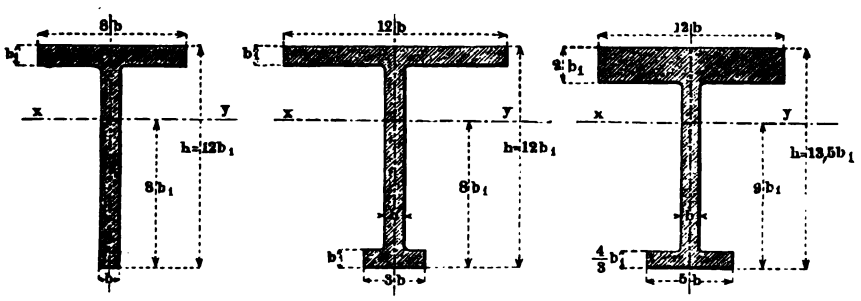
Querschnitte von gleicher Festigkeit.

Um das Material bei Trägern mit Biegungsbelastung gut zu verwenden, ist dasselbe, unter Erhaltung einer guten Verbindung aller Querschnitttheile, möglichst entfernt von der neutralen Schicht anzubringen. Zugleich gewinnt man eine gute Materialbenutzung, wenn man die Querschnittform so wählt, dass bei einer genügend weit getriebenen Belastung die Spannungen auf Zug- und Druckseite gleichzeitig die Elasticitätsgrenze erreichen. Man hat hierfür zu machen:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{T}{T_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (7)$$

Querschnitte, bei denen dieses Verhältniss eingehalten ist, heissen Querschnitte von gleicher Festigkeit*). Bei Schmiedeisen sind demnach die zweiachsig symmetrischen Querschnitte am zweckmässigsten, weil hier $T = T_1$. Bei Gusseisen sind unter der Voraussetzung, dass die biegende Kraft eine constante Richtung habe, solche Querschnitte am besten, wo $a_1 = 2a$, weil hier $T_1 = 2T$. Unter Berücksichtigung dieses Verhältnisses sind die folgenden Querschnitte, bei welchen b und b_1 ein beliebiges Verhältniss zu einander haben können, gebildet (Fig. 1, 2, 3).

Fig. 1. Fig. 2. Fig. 3.



Man hat für diese Querschnitte, wenn $b_1 = b$:

$J =$	$278\,b^4$	$440\,b^4$	$922\,b^4$
$Z =$	$34{,}8\,b^3$	$55\,b^3$	$102{,}4\,b^3$
$F =$	$19\,b^2$	$25\,b^2$	$40{,}8\,b^2$
$\varphi =$	1	0,97	1,04

*) Siehe hierüber auch: Klose's Theorie der eisernen Träger mit Doppelflantschen, Hannover 1862, aus welcher Schrift der zweite Querschnitt entnommen ist.

Die Zugseite ist die der neutralen Achse zunächstliegende. Als Querschnittmodul ist der Werth $\frac{J}{a_1}$ ausgerechnet, so dass für $\mathfrak{S}$ stets $\frac{T_1}{m}$ einzuführen ist. F bezeichnet wieder den Flächeninhalt und φ den verhältnissmässigen Materialaufwand, denjenigen von Fig. 1 gleich 1 gesetzt.

Man erhält φ allgemein aus:

$$\varphi = \frac{\beta_1}{\beta}\left(\frac{\alpha}{\alpha_1}\right)^{2/3}\left(\frac{\mathfrak{S}}{\mathfrak{S}_1}\right)^{2/3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (8)$$

wobei sich die bezifferten Buchstaben auf den zu untersuchenden Querschnitt, die unbezifferten auf den bekannten, mit dem Materialaufwand 1 beziehen, ferner $F = \beta b^2$, $Z = \alpha b^3$, und hier $\mathfrak{S} = \mathfrak{S}_1$ zu setzen ist. $\mathfrak{S}$ und $\mathfrak{S}_1$ fallen nur dann verschieden aus, wenn $a : a_1$ nicht bei beiden Querschnitten gleich ist. Man sieht indessen aus (8), dass kleine Abweichungen von dem genauen Verhältniss nur wenig merkbar werden.

Greift die biegende Kraft abwechselnd in entgegengesetzter Richtung an, so ist auch für Gusseisen der zweiachsig symmetrische Querschnitt am besten, und stets der kleinere Tragmodul als Grenzwerth für $\mathfrak{S}$ einzuführen. Aendert sich die Kraftrichtung fortwährend so, dass sich die neutrale Achse um den Schwerpunkt des Querschnittes dreht (Tragachsen), so ist der Kreisringquerschnitt am vortheilhaftesten, sehr gut sind aber auch dann kreuz- und sternförmige Querschnitte nach Art von Nro. IX., XI. und XXIV., Tabelle §. 7, weil beim Drehen hier stets wieder weit abstehende Querschnittelemente in die Biegungsebene gerückt werden.

Beispiel. Es sei ein gusseiserner freitragender Arm, belastet nach Fall I., §. 6, S. 12, für eine Last $P = 2500^k$ bei einer Länge $l = 2^m$ zu construiren. Wir wählen den obigen Querschnitt Fig. 2 und haben in die Gleichung (4): $M = \mathfrak{S} Z$ zu setzen: $M = 2500 \,.\, 2000$, $Z = 55\, b^3$. Bei zweifacher Tragsicherheit ist zu nehmen: $\mathfrak{S} = 0{,}5 \,.\, 15 = 7{,}5$. Diese Werthe eingeführt gibt: $2500 \,.\, 2000 = 7{,}5 \,.\, 55\, b^3$, woraus $b = 100\sqrt[3]{\frac{5}{55 \,.\, 7{,}5}} = \frac{100}{\sqrt[3]{82{,}5}} \backsim 23^{mm}$. *Die Querschnittfläche beträgt dabei $25 \,.\, 23^2 = 13225 \square^{mm}$. Die übrigen Querschnittmaasse ergeben sich aus den der Fig. 2 eingeschriebenen Verhältnisszahlen. Sollte die Rechnung für preuss. Maass ausgeführt werden, so hätte man $P = 5000$ Pfund, $l = 2 \,.\, 38{,}23 = 76{,}46$ Zoll, $\mathfrak{S}$ nach Tabelle §. 2 $= 0{,}5 \,.\, 20520$, wofür wir 10000 nehmen, zu setzen. Dies liefert:* $b = \sqrt[3]{\frac{5000 \,.\, 76{,}46}{10000 \,.\, 55}} = 0{,}89$ *Zoll.*

§. 10.

Körper von gleicher Biegungsfestigkeit.

Man erhält einen Körper von gleicher Biegungsfestigkeit, wenn man in einem der Biegung ausgesetzten Stabe die Querschnitte so wählt, dass in allen die Maximalspannung $\mathfrak{S}$ auf Zug- oder Druckseite denselben Werth erhält; demnach lässt sich gemäss Formel (4) die Gleichung für die Körperform entwickeln aus:

$$\frac{Ma}{J} = Const. \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9)$$

Die Körperformen von gleicher Biegungsfestigkeit und besonders ihre Annäherungen finden zahlreiche Anwendungen im Maschinenbau; von ihnen gilt übrigens ebenfalls das in §. 4 Gesagte in vollem Maasse. Eine Reihe derselben zeigt die folgende Tafel.

Die Biegung, welche Körper von gleicher Festigkeit in Folge der Belastung annehmen, ist nothwendig grösser, als bei prismatischen Körpern von derselben Angriffweise der biegenden Kraft. Bei mehreren Fällen der folgenden Tafel ist die Einsenkung f angegeben; sie ist z. B. bei I. doppelt, bei V. $1^1/_2$mal so gross als bei dem gleicherweise angegriffenen prismatischen Stabe. Im allgemeinen gilt für die elastische Linie derjenigen (genau geformten) der folgenden Körper, deren Achse im unbelasteten Zustande gerade ist, der Ausdruck:

$$\frac{d_1 y}{dx^2} = \frac{M_0}{EJ_0}\,\frac{a_0}{a_x} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (10)$$

wenn

M_0 das Moment der biegenden Kraft für irgend einen Querschnitt, z. B. den an der Befestigungsstelle,

J_0 dessen Trägheitsmoment,

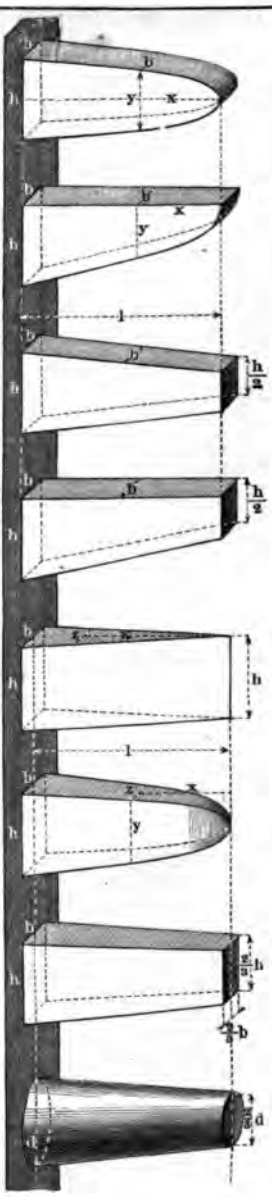
a_0 dessen grössten Faserabstand, und

a_x den grössten (auf derselben Seite wie a_0 gelegenen) Faserabstand des bei x gelegenen Querschnittes bezeichnet.

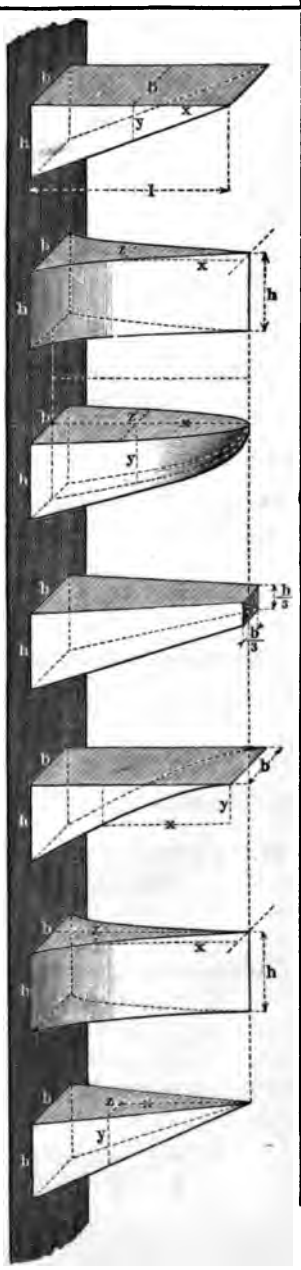
Für den Krümmungshalbmesser ϱ der elastischen Curve an der Stelle xy ist dann:

$$\varrho = \frac{EJ_0}{M_0 a_0}\,a_x \quad \ldots\ldots\ldots \quad (11)$$

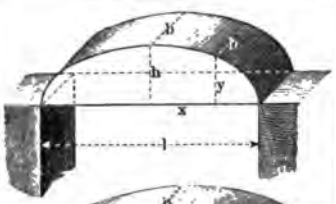
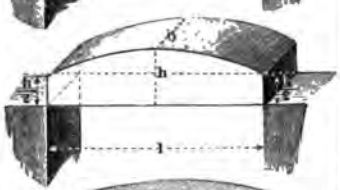
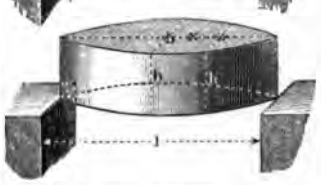
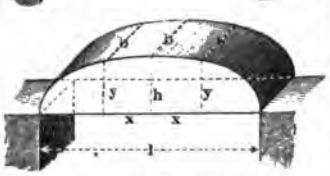
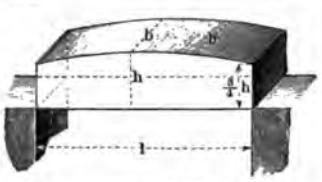
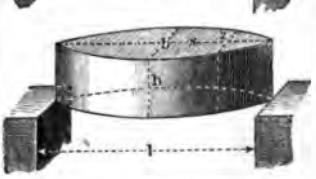
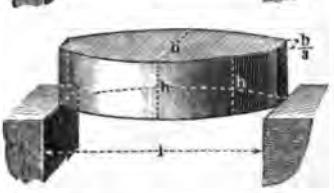
welcher Werth constant wird, also einem Kreisbogen angehört, wenn $a_x = a_0$, d. h. wenn alle Höhen im Stabe von gleicher Grösse sind, wie bei Fall I., V., X., XIV. u. s. w.

Nro.	Form.	Angriffweise.	Gleichung.
I.		Die Last P greift am freien Ende an, Fall I., Tabelle §. 6.	Für den Rechteckquerschnitt $\frac{z}{b}\frac{y^2}{h^2} = \frac{x}{l}$, Fall I. und II., $z = b$, $\frac{y}{h} = \sqrt{\frac{x}{l}}$. Parabolisch abgestumpfter P
II.			
III.			Annäherung an Form I. Abgestumpfter Keil.
IV.			Annäherung an Form II. Abgestumpfter Keil.
V.			$y = h$; $\frac{z}{b} = \frac{x}{l}$. Normalkeil.
VI.			$\frac{z}{y} = \frac{b}{h}$; $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$. Cubisch-parabolisch abgestu Pyramide.
VII.			Annäherung an Form VI Abgestumpfte Pyramide.
VIII.			Normalkegel-Stumpf. Annähe an die strenge Form von der chung $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$.

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{2}{3} b h l$	Einsenkung des freien Endes: $f = \frac{2}{3} \frac{P l^3}{J_0 E}$; $J_0 = \frac{b h^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{2}{3} b h l$	Die elastische Linie ist im Normalzustande eine Parabel.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{3}{4} b h l$	Gefährlicher Querschnitt an der Befestigungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{3}{4} b h l$	Die elastische Linie halbirt im Normalzustande den Spitzenwinkel des Keiles.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{1}{2} b h l$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{2} \frac{P l^3}{J_0 E}$; $J_0 = \frac{b h^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{3}{5} b h l$	Die Gleichung $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$ gilt hier überhaupt, wenn die Querschnitte alle ähnlich sind.
$P = \frac{\mathfrak{S} b h^2}{6 l}$	$\frac{19}{27} b h l$	Gefährlicher Querschnitt an der Befestigungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{S} \pi}{32} \frac{d^3}{l}$	$\frac{19}{108} \pi l d^2$	Für gleiche Tragkraft mit Fall I. bis VII. hat man: $\frac{d}{h} = \sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}} \frac{b}{h}$.

Nro.	Form.	Angriffweise.	Gleichung.
IX.		Last P gleichförmig vertheilt. Fall VII., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allge $\frac{\varepsilon y^2}{b h^2} = \frac{x^2}{l^2}$; $\varepsilon = b$; $\frac{y}{h} = \frac{x}{l}$. Kei
X.			$y = h$; $\frac{x}{l} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{b}}$. Parabolisch zugeschärfter K
XI.			$\frac{\varepsilon}{y} = \frac{b}{h}$; $\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\frac{x^2}{l^2}}$. Pyramide abgestumpft nach cubischen od. Neil'schen Par
XII.			Annäherung an Form XI Abgestumpfte Pyramide.
XIII.		Last P gleichförmig abnehmend vertheilt. Fall XI., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allge $\frac{\varepsilon y^2}{b h^2} = \frac{x^3}{l^3}$; $\varepsilon = b$; $\frac{x}{l} = \sqrt[3]{\frac{y^2}{h^2}}$. Keil, zugeschärft nach der cubischen Parabel.
XIV.			$y = h$; $\frac{x}{l} = \sqrt[3]{\frac{\varepsilon}{b}}$. Nach cubischen Parabel zugeschärfter Keil.
XV.			$\frac{\varepsilon}{y} = \frac{b}{h}$; $\frac{y}{h} = \frac{x}{l}$. Pyramide.

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{3\, l}$	$\frac{1}{2}\, b\, h\, l$	Unter Abstumpfung der Endschärfe gut verwendbar.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{3\, l}$	$\frac{1}{3}\, b\, h\, l$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{4}\,\frac{P\, l^3}{J_0\, E}$; $J_0 = \frac{b\, h^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{3\, l}$	$\frac{3}{7}\, b\, h\, l$	Zeigt eine gute Grundform für architektonische Tragsteine.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{3\, l}$	$\frac{13}{27}\, b\, h\, l$	Gefährlicher Querschnitt an der Befestigungsstelle.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{2\, l}$	$\frac{2}{5}\, b\, h\, l$	Ausdrucksvolle architektonische Grundform.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{2\, l}$	$\frac{1}{4}\, b\, h\, l$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{6}\,\frac{P\, l^3}{J_0\, E}$; $J_0 = \frac{b\, h^3}{12}$.
$P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h^2}{2\, l}$	$\frac{1}{3}\, b\, h\, l$	Bemerkenswerth wegen der Einfachheit der Form.

Nro.	Form.	Angriffweise.	Gleichung.
XVI.		Die Last P ist gleichförmig vertheilt. Fall VIII., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allgen $\frac{z\,y^2}{b\,h^2} = \frac{l^2 - 4x^2}{l^2}$; $z = b$; $\frac{y}{h} = \frac{z}{l}\sqrt{\frac{l^2}{4} - x$ Halber Ellipsencylinder.
XVII.			Annäherung an Form XV Obere Begrenzung cylindris
XVIII.			$y = h$; $\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \sqrt{\frac{b - z}{b}}$ Prisma mit parabolisch begren Grundfläche.
XIX.		Die Last P ist nach der Mitte zu gleichförmig abnehmend vertheilt. Fall XII., Tabelle §. 6.	Beim Rechteckquerschn. allgen $\frac{z\,y^2}{b\,h^2} = \frac{l^3 - 8x^3}{l^3}$; $z = b$; $\frac{y^2}{h^2} = 1 - 8\frac{x^3}{l^3}$.
XX.			Annäherung an Form XIX Obere Begrenzung cylindris
XXI.			$y = h$; $\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \sqrt{\frac{b - z}{b}}$ Prisma mit cubisch-paraboli begrenzter Grundfläche.
XXII.			Annäherung an Form XX Die beiden krummen Fläch sind cylindrisch.

Tragkraft.	Körper-Inhalt.	Bemerkungen.
$P = \frac{4 \mathfrak{S} b h^2}{3 l}$	$\frac{\pi}{4} b h l$	Die Formen XVI. bis XVIII. gelten auch, wenn P in einem durch die Länge l beweglichen Punkte angebracht ist; nur ist dann die Tragkraft kleiner, nämlich $P = \frac{2}{3} \frac{\mathfrak{S} b h^2}{l}$.
$P = \frac{4 \mathfrak{S} b h^2}{3 l}$	Annähernd $\frac{5}{6} b h l$	
$P = \frac{4 \mathfrak{S} b h^2}{3 l}$	$\frac{2}{3} b h l$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{64} \frac{P l^3}{J_0 E}$; $J_0 = \frac{b h^3}{12}$.
$P = \frac{2 \mathfrak{S} b h^2}{l}$	Annähernd $\frac{5}{6} b h l$	Die Curve besteht aus zwei in der Mitte in einander übergehenden Stücken.
Annähernd wie bei XIX.	Annähernd $\frac{11}{12} b h l$	Zwei gefährliche Querschnitte liegen zu beiden Seiten des mittleren Schnittes.
$P = \frac{2 \mathfrak{S} b h^2}{l}$	$\frac{3}{4} b h l$	Elastische Linie ein Kreisbogen. $f = \frac{1}{96} \frac{P l^3}{J_0 E}$; $J_0 = \frac{b h^3}{12}$.
Annähernd wie bei XXI.	Annähernd $\frac{7}{9} b h l$	Zwei gefährliche Querschnitte liegen zu beiden Seiten des mittleren Schnittes.

Mit den vorstehend gegebenen Formen sind nur die allereinfachsten der sich hier darbietenden Fälle erschöpft; leicht würden dieselben auf eine grosse Anzahl zu vermehren sein. (Uebungsaufgaben.) Hierfür brauchte man z. B. nur die Veränderlichkeit der Breiten- oder Höhenabmessungen etwas verwickelter einzuführen, als es geschah. So ergibt sich z. B., wenn man bei I. den Grundriss parabolisch gestaltet, d. i. $\frac{z}{b} = \sqrt{\frac{x}{l}}$ macht, $\frac{y}{h} = \sqrt[4]{\frac{x}{l}}$ (biquadratische Parabel) u. s. w. Zusammengesetztere Querschnitte liefern ebenfalls neue Körpergebilde, deren mannigfaltige Abänderungen einen reichen Wechsel von Formen darzubieten vermögen. Beispiele hierzu finden sich u. a. bei den Tragachsen, Kapitel V. Siehe übrigens auch weiter unten bei den Biegungsfedern, wo besondere Formen dadurch entstehen, dass die neutrale Schicht ursprünglich nicht eben ist.

§. 11.

Scheerfestigkeit in der neutralen Schicht.

Da in einem gebogenen Stabe auf der Zugseite lauter Zugkräfte, auf der Druckseite lauter Druckkräfte zwischen den Fasermolekülen wirken, erfährt die neutrale Schicht eine Beanspruchung auf Scheerfestigkeit, und darf deshalb nicht unter einer gewissen Breitenabmessung ausgeführt werden*). Die zu vermeidende untere Grenze liegt zwar in der Regel sehr tief; doch verdient sie immerhin gekannt zu sein. Heisst die kleinste zulässige Breite z_0, und die Mittelkraft der auf einer oder der anderen Seite eines Querschnittes angreifenden äusseren Kräfte R, so muss sein, wenn die Schubspannung an der neutralen Schicht den Werth $\mathfrak{S}_0$ nicht überschreiten soll:

$$z_0 \geqq \frac{R}{\mathfrak{S}_0} \frac{U}{2J} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14)$$

Hierbei darf $\mathfrak{S}_0$ nicht über $^4/_5$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materiales betragen (vergl. §. 5). Zugleich bedeutet J wie bisher das Trägheitsmoment des Querschnittes, d. i. die Summation der Producte aller der neutralen Schicht parallelen Flächenelemente mit den Quadraten ihrer Abstände von der neutralen Schicht, U aber das statische Moment des Querschnittes, d. i. die

*) Siehe Zeitschr. des Ver. deutsch. Ing. 1859, S. 193; auch Grashof's Festigkeitslehre (Berlin, Gärtner), S. 147.

Summation der Producte aller jener Flächenelemente mit den genannten Abständen selbst.

Für den Rechteckquerschnitt Nr. I., Tabelle S. 18, ist

$$U = \frac{bh^2}{4},$$

für den Doppel-T-Querschnitt Nr. VIII., Tabelle S. 20,

$$U = \frac{b\,h^2 - (b - b_1)\,h_1^2}{4}.$$

R ist in jedem einzelnen Falle besonders zu ermitteln, bei der Angriffweise Nr. II., S. 12, ist z. B. R für alle Querschnitte zwischen B und C gleich der Stützkraft $\frac{P}{2}$ u. s. f.

Die Gleichung (14) dient nicht sowohl zur Ermittelung von z_0 selbst, als zur Untersuchung, ob die Breite der neutralen Schicht nicht etwa zu klein gewählt worden sei. In der That kommt dies aber bei den gewöhnlichen Trägerconstructionen, namentlich bei den im Maschinenbau benutzten, selten vor. Setzt man, um hierüber Aufschluss zu erhalten, $z_0 =$ dem in (14) angegebenen Werthe und macht auch $\mathfrak{S}_0 = {}^4/_5\,\mathfrak{S}$, so folgt aus (14):

$$\mathfrak{S} = \frac{5}{4}\,\frac{R}{z_0}\,\frac{U}{2J}.$$

Dies in die auf denselben Querschnitt bezogene Gleichung (4) einsetzend, erhält man:

$$\frac{M}{R} = \frac{5}{8}\,\frac{U}{z_0\,a} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (15)$$

$\frac{M}{R}$ ist der Hebelarm der Kraft R; derselbe möge mit A bezeichnet werden. $\frac{U}{z_0\,a}$ liefert eine der Höhenabmessungen des Querschnittes; demnach liefert (15) eine Gleichung zwischen zwei Abmessungen des in Betracht gezogenen Trägers. Für den einfachen Rechteckquerschnitt erhält man durch Einsetzung des obigen Werthes von U, indem noch z_0 hier $= b$ und $a = \frac{h}{2}$ ist:

$$\frac{h}{A} = \frac{16}{5}.$$

Grösser darf also h nicht gewählt werden, wenn nicht die Beanspruchung auf Schub über die auf Dehnung oder Kürzung (auf

Zug- und Druckseite) hinausgehen soll. Diese Betrachtung hat offenbar hauptsächlich Werth für den gefährlichen Querschnitt, wenn der Stab prismatisch ist, also z. B. bei der Angriffweise II., S. 12, für den Punkt B. Für diesen ist aber $A = \frac{l}{2}$, also zu wählen:

$$\frac{h}{l} \gtrless \frac{8}{5}.$$

Dieses Höhenverhältniss ist aber so gross, dass es für die gewöhnlichen Fälle schon von selbst vermieden wird. Mehr beachtenswerth wird das Resultat für die Construction verzahnter Balken aus Holz, welche bei manchen Bauwerken Anwendung finden. Bei diesen wird die Widerstandsfähigkeit der neutralen Schicht durch das Verzahnen oftmals stark herabgezogen, mitunter z. B. bis auf die Hälfte derjenigen des vollen Balkens, was eine entsprechende Verminderung des Grenzverhältnisses $\frac{h}{l}$ erfordert.

Für den Doppel-T-Querschnitt kommt:

$$\frac{h}{A} = \frac{16}{5\left[\frac{b}{b_1} - \left(\frac{b}{b_1} - 1\right)\left(\frac{h_1}{h}\right)^2\right]}.$$

Die Klammer im Nenner enthält einen unächten Bruch, rückt also die obere Grenze von $\frac{h}{A}$ etwas herab, doch bleibt gewöhnlich der zu vermeidende Werth von $\frac{h}{A}$ noch sehr hoch.

Beanspruchungen, welche der vorbehandelten verwandt sind, finden bei T-Trägern an dem Ansatz der Flantschen an die Mittelrippe statt; auch sie sind nur selten zu berücksichtigen. Man sehe übrigens die oben angezogenen Quellen.

§. 12.

Träger mit gemeinsamer Belastung.

Wenn zwei prismatische Träger mit ihren Mitten aufeinander liegen und an diesem Punkte gemeinsam durch eine Kraft P belastet sind, während sie an den Enden aufliegen, so werden sie um gleichviel gebogen, wobei die Summe ihrer Gegenwirkungen P' und P'' mit P ins Gleichgewicht tritt. Die beiden Gegenwirkun-

gen verhalten sich aber nach der Formel Zeile II., Spalte 2, Seite 12 wie folgt:

$$\frac{P'}{P''} = \frac{J'E'}{J''E''}\frac{l''^3}{l'^3},$$

woraus, da:

$$P' = 4\frac{\mathfrak{S}'J'}{a'l'},\ P'' = 4\frac{\mathfrak{S}''J''}{a''l''},$$

folgt:

$$\frac{\mathfrak{S}'}{\mathfrak{S}''} = \frac{E'}{E''}\frac{a'}{a''}\left(\frac{l''}{l'}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

Die beiden Träger wirken also bei gleichem Material ($E' = E''$) nur dann unter gleicher Sicherheit, wenn das Product $\frac{a'}{a''}\cdot\left(\frac{l''}{l'}\right)^2 = 1$ ist. Sind die Träger noch gleichlang, so muss $a' = a''$, d. h. es müssen die Höhen gleich sein, ohne dass übrigens die Breiten gleich zu sein nöthig haben.

Beispiel. Ein gusseiserner Träger, der wie ein symmetrisches Kreuz gestaltet ist, soll in dem Kreuzungspunkte die Last P tragen; die beiden Längen verhalten sich wie 3 : 2. Dann ist für gleiche Sicherheit der vier Arme, wenn dieselben prismatisch sind, nach (16) zu machen:

$$\frac{a'}{a''} = \left(\frac{l'}{l''}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9};$$

d. h. die Querschnitthöhe des kurzen Armes muss sich zu der des langen verhalten wie 4 : 9; bei Anwendung gleicher Querschnitte in beiden Armen würde sich die Beanspruchung des kurzen Armes zu der des langen nach (16) verhalten wie 9 : 4.

Aus der vorstehenden Betrachtung folgt ferner, dass rechteckige Blechplatten von gleichförmig vertheilter, oder auch von concentrirter Belastung und ringsumlaufender Unterstützung parallel der kürzeren Achse weit stärker beansprucht werden, als parallel der längeren. Haben gemeinsam belastete Träger auch noch verschiedenes Material, so hängt ihre günstige Wirkung, wie Formel (16) lehrt, sehr von der Wahl der Dimensionen, und zwar der Höhen- und Längenabmessungen ab. Aufeinander gelegte guss- und schmiedeiserne Balken bieten danach nur bei besonders angepasster Proportionirung die Summe ihrer einzelnen Tragkräfte als gemeinsame Tragkraft dar. Beim Verstärken bestehender Constructionen ist hierauf zu achten.

§. 13.

Drehungsfestigkeit.

Tragkraft und Verdrehungswinkel.

Ein stabförmiger Körper, den entgegengesetzt gerichtete Kräftepaare um seine geometrische Achse zu drehen suchen, wird auf Drehungsfestigkeit in Anspruch genommen. Hierbei widerstehen die Elemente eines Normalschnittes mit ihrer Schub- oder Gleitungsfestigkeit, und zwar tritt bei Beanspruchungen innerhalb der Elasticitätsgrenze Gleichgewicht ein zwischen dem Moment der verdrehenden äusseren Kräfte einerseits, und den Momenten der Spannungen in den verschiedenen Querschnittelementen andererseits, beide bezogen auf die polare Schwerpunktachse des Querschnittes, d. h. auf die im Schwerpunkt des Querschnittes senkrecht auf ihm stehende Achse. Die Drehungsfestigkeit ist somit eine höhere Gattung der Schubfestigkeit, zu welcher sie in ähnlichem Verhältniss steht, wie die Biegungsfestigkeit zur Zug- und Druckfestigkeit.

Nennt man nun:

M das statische Moment der auf einen Stabquerschnitt wirkenden verdrehenden Kräfte oder das Kraftmoment,

J_p das polare Trägheitsmoment des Querschnittes, d. h. dessen Trägheitsmoment zu seiner polaren Schwerpunktachse*),

a den Abstand des entferntesten Elementes des Querschnittes von dessen Schwerpunkt,

$\mathfrak{S}$ die in diesem Element eintretende Schubspannung,

so ist

$$M = \frac{\mathfrak{S} J_p}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (17)$$

Wenn der Stab lauter gleiche Querschnitte besitzt, so ist $\frac{J_p}{a}$ constant. Führt man dann das Moment M auf einen Arm A, an welchem die verdrehende Kraft P angreift, zurück, so ist der gefährliche Querschnitt derjenige, für welchen M seinen Maximalwerth annimmt, und demnach die Tragkraft des Stabes:

$$P = \frac{\mathfrak{S}}{A_m} \frac{J_p}{a} \quad \ldots \ldots \ldots \quad (18)$$

*) Eine bei einzelnen Querschnittformen anzubringende Correction vorbehalten, vergl. §. 12.

wenn A_m den dem Maximum von M entsprechenden Werth von A bezeichnet.

Die Elasticitätsgrenze wird wie bei der Schubfestigkeit erreicht, wenn $\mathfrak{S} = {}^4/_5$ des kleineren der beiden Tragmodel des Materials, aus welchem der Stab besteht. (Vergl. §. 5.) Dieser Umstand ist bei Vergleichung von Biegungs- und Verdrehungsbeanspruchung im Auge zu behalten.

Die Verdrehung, welche zwei von einander abstehende Querschnitte des Stabes gegeneinander annehmen, heisst der Verdrehungs- oder Torsionswinkel. Er werde mit ϑ bezeichnet; für den Abstand x der beiden Querschnitte hat man allgemein:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M}{J_p G} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (19)$$

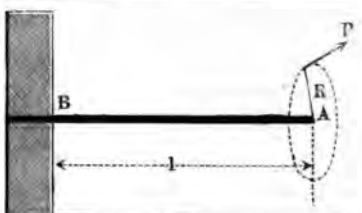
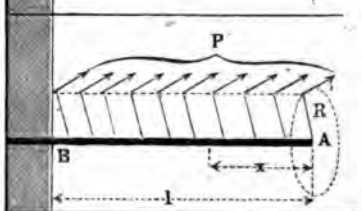
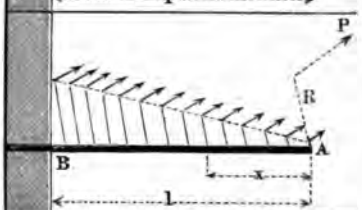
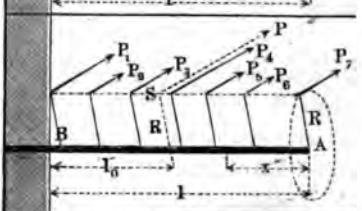
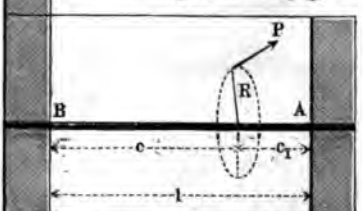
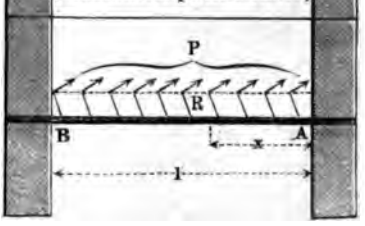
wobei G den Drehungsmodul des Materials bezeichnet, welcher ${}^2/_5$ des Elasticitätsmoduls E ist.

Die folgende Tafel enthält nun für eine Reihe von Angriffarten der verdrehenden Kräfte an einem prismatischen Stab die Werthe für:

das Moment M an einer beliebigen Stelle (x) des Stabes,
die Tragkraft P nach Formel (18),
und den in Bogenmaass ausgedrückten Verdrehungswinkel ϑ des Stabes,

wobei mit PR das Gesammtmoment der verdrehenden Kräfte bezeichnet ist. Ausserdem bedeutet beim Fall Nro. IV. S den Angriffschwerpunkt sämmtlicher dort den Stab auf Verdrehung beanspruchenden Kräfte, welche alle auf den Hebelarm R zurückgeführt sind; l_0 ist dabei der Abstand des Punktes S von der Befestigungsebene des Stabes.

Die vorgeführten Beanspruchungsarten kommen in den Maschinen alle mehr oder weniger häufig vor, mehrere andere sind unten bei den Torsionsfedern mitgetheilt. Der Fall IV. der folgenden Tabelle ist der gewöhnliche der Triebwellen in den Fabriken. Die Fälle V. und VI. finden bei Gestell- und Rahmenbauten Anwendung. Aus den Formeln bei V. geht z. B. hervor, dass an einem Locomotivrahmen, der etwa bei A und B festgehalten, und zwischen beiden Stellen den sogenannten Geradführungsbügel aufzunehmen hätte, der letztere die geringste Beanspruchung des Rahmens auf Torsion hervorbringt, wenn er mitten zwischen A und B gestellt wird.

Nro.	Angriffweise.	Kraftmoment M.
I.		$M = PR$ für alle Punkte zwischen A und B.
II.		$M = PR\frac{x}{l}$.
III.		$M = PR\frac{x^2}{l^2}$. PR = dem Gesammtmoment der verdrehenden Kräfte.
IV.		M = Summe der innerhalb der Länge x angreifenden Momente.
V.		Im Stück c : $M = PR\frac{c_1}{l}$. Im Stück c_1 : $M = PR\frac{c}{l}$.
VI.		$M = PR\left(\frac{1}{2} - \frac{x}{l}\right)$.

Tragkraft P.	Verdrehungswinkel ϑ.	Bemerkungen.
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\vartheta = \frac{PR.l}{J_p G}$ $= \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{l}{a}$	Alle Querschnitte zwischen A und B sind gleich fest.
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\vartheta = \frac{1}{2} \frac{PR.l}{J_p G}$ $= \frac{1}{2} \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{l}{a}$	Gefährlicher Querschnitt bei B.
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\vartheta = \frac{1}{3} \frac{PR.l}{J_p G}$ $= \frac{1}{3} \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{l}{a}$	Die drehenden Kräfte sind gleichförmig abnehmend von B nach A vertheilt. Gefährlicher Querschnitt bei B.
$P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\vartheta = \frac{PR.l_0}{J_p G}$ $= \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{l_0}{a}$	Allgemeine Form für die Fälle I., II. und III. Gefährlicher Querschnitt bei B. Der Werth von ϑ in III. wird aus dem in IV. erhalten, wenn man für l_0 den dort sich ergebenden Werth $\frac{l}{3}$ einsetzt u. s. w.
nn $c_1 < c$, so ist: $P = \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR} \frac{l}{c}$	$\vartheta = \frac{PR}{J_p G} \frac{cc_1}{l}$ $= \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{c_1}{a}$	Gefährlicher Querschnitt im Stücke c_1 als im kürzeren Stücke.
$P = 2 \frac{\mathfrak{S} J_p}{aR}$	$\vartheta = \frac{1}{8} \frac{PR.l}{J_p G}$ $= \frac{1}{4} \frac{\mathfrak{S}}{G} \frac{l}{a}$	Gefährliche Querschnitte bei A und B.

§. 14.

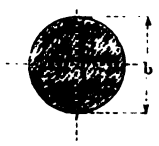
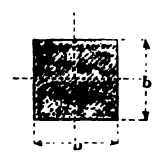
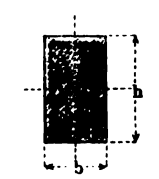
Polare Trägheitsmomente und Querschnittmodel.

Das polare Trägheitsmoment J_p eines Querschnittes bestimmt sich leicht, indem man hat:

$$J_p = J_1 + J_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

wenn J_1 und J_2 äquatoriale Trägheitsmomente desselben Querschnittes zu zwei seiner, einander rechtwinklig schneidenden Schwerlinien bezeichnen, deren Werthe für eine Menge von Querschnitten aus Tabelle §. 7 bekannt sind. Man kann demnach den polaren Querschnittmodul $\frac{J_p}{a} = Z_p$ leicht für die in der Praxis vorkommenden Fälle bestimmen. Eine Ausnahme machen indessen diejenigen Querschnitte, bei denen nicht $J_1 = J_2$, was z. B. bei Nro. III., VII., XII., XX., XXV. etc. §. 7 der Fall ist. Bei ihnen bedürfen die Ausdrücke J_p und $\frac{J_p}{a} = Z_p$ einer besonderen, durch weitläufige Rechnungen zu ermittelnden Correction, da bei denselben das Windschiefwerden der Querschnitte in Folge der Verdrehung einen stark bemerklichen Einfluss ausübt. Für das Rechteck, den für die Maschinenpraxis wichtigsten jener Querschnitte, sind in der folgenden kleinen Tabelle die corrigirten Werthe von J_p und $Z_p = \frac{J_p}{a}$ aufgeführt, während für Kreis und Quadrat die einer Correction nicht bedürftigen, aus (20) erhaltenen Werthe gegeben sind.

Beispiel. Ein cylindrischer schmiedeiserner Stab sei nach der Angriffweise Nro. I. des vorigen Paragraphen von einer Kraft $P = 450^k$ *an einem Hebelarm* $R = 600^{mm}$ *ergriffen, und habe einen Durchmesser* $d = 100^{mm}$ *bei einer Länge* $l = 1200^{mm}$. *Dann ist die Spannung* $\mathfrak{S}$ *an seinem Umfang:* $\mathfrak{S} = \frac{a}{J_p} P R = \frac{16}{\pi} \frac{270000}{100^3} = 1{,}38$, *und der entstehende Verdrehungswinkel:* $\vartheta = \frac{1{,}38 \,.\, 1200}{8000 \,.\, 50} = 0{,}00414$, *was einem Winkel von* $0^0\,14'$ *entspricht. Soll nun d verkleinert werden, so dass* $\mathfrak{S}$ *= dem halben Tragmodul für Verdrehung, d. i.* $= \frac{1}{2}\frac{4}{5} \,.\, 15 = 6$ *wird, so ist zu nehmen:* $d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \mathfrak{S}} P R} = \sqrt[3]{\frac{16 \,.\, 270000}{\pi \,.\, 6}} = 61{,}2$, *wofür wir setzen* $d = 61^{mm}$. *Dann wird der Verdrehungswinkel:* $\vartheta = \frac{6 \,.\, 1200}{8000 \,.\, 30{,}5} = 0{,}0294$, *in Graden* $1^0\,40'$.

Nro.	Querschnitt.	Polares Trägheitsmoment J_p.	Polarer Querschnittmodul $Z_p = \frac{J_p}{a}$.
I.		$\frac{\pi}{32} d^4$	$\frac{\pi}{16} d^3$.
II.		$\frac{b^4}{6}$	$\frac{b^3}{3\sqrt{2}}$.
III.		$\frac{1}{3}\,\frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2}$	$\frac{b^2 h^2}{3\sqrt{b^2 + h^2}}$. Annähernd: $\frac{b^2 h^2}{3\,(0{,}4\,b + 0{,}96\,h)}$

§. 15.

Körper von gleicher Drehungsfestigkeit.

Um einen Körper von gleicher Drehungsfestigkeit zu erhalten, hat man dessen Querschnittverhältnisse aus (17) zu entwickeln, indem man $\mathfrak{S}$ constant annimmt, also setzt:

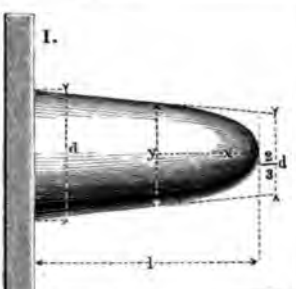
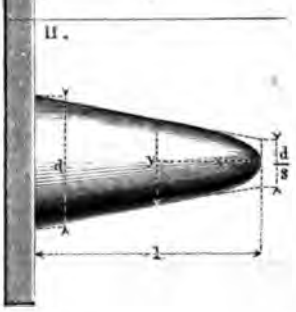
$$\frac{Ma}{J_p} = Const. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

Für den Fall I. in Tabelle §. 11 ist für alle Querschnitte $M = PR$, demnach sind diese dort nur alle gleich, d. h. der Körper prismatisch zu machen, um ihm überall dieselbe Festigkeit zu geben. Die Fälle II. und III. geben die in der nachfolgenden kleinen Tabelle zusammengestellten Formen. Der Verdrehungswinkel muss bei den Körpern von gleicher Festigkeit grösser ausfallen,

als bei den prismatischen Stäben; er ist bei den beiden unten gegebenen Körpern mitgetheilt. Man erhält ihn aus der Formel:

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{M}{J_x G} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (22)$$

wobei J_x das polare Trägheitsmoment des Querschnittes am Punkte (x) bedeutet.

Form.	Angriffweise.	Gleichung und Verdrehungswinkel.
 I.	Fall Nro. II. §. 11.	Kreisquerschnitt: $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x}{l}}$; $PR = \mathfrak{S}\,\frac{\pi}{16}d^3$; $\vartheta = 3\,\frac{\mathfrak{S}}{G}\,\frac{l}{d}$. Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{2}{3}\,d$.
 II.	Fall Nro. III. §. 11.	Kreisquerschnitt: $\frac{y}{d} = \sqrt[3]{\frac{x^3}{l^2}}$; $PR = \mathfrak{S}\,\frac{\pi}{16}d^3$; $\vartheta = 6\,\frac{\mathfrak{S}}{G}\,\frac{l}{d}$. Annäherungsform: Kegelstumpf mit dem oberen Durchmesser $\frac{d}{3}$.

Ueber andere Körper von gleicher Drehungsfestigkeit siehe §. 20. bei den Torsionsfedern.

§. 16.

Rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit.

Ein prismatischer Stab wird auf rückwirkende, Zerknickungs- oder Strebfestigkeit, wie man sie auch nennen kann, beansprucht, wenn er in der Richtung seiner Längenachse zusammengedrückt wird, und gleichzeitig seine Querschnittabmes-

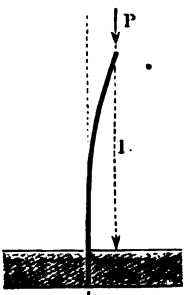
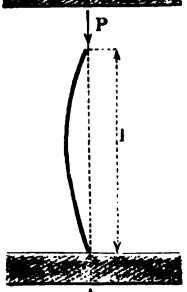
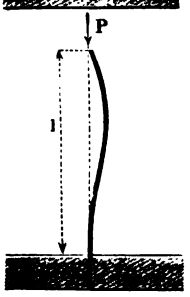
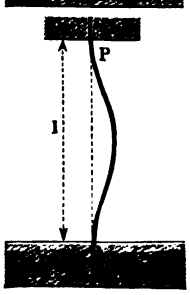
sungen nicht gross im Verhältniss zu seiner Länge sind. Bei dieser Beanspruchung kommen Druck- und Biegungsfestigkeit gleichzeitig in Betracht, und zwar letztere in der Eigenthümlichkeit, dass nicht die Abscisse der elastischen Linie der Hebelarm der biegenden Kraft ist, wie bei der Biegungsfestigkeit, sondern die Ordinate dieser Curve. Daher rührt es, dass diejenige zusammendrückende Kraft P, welche überhaupt eine Biegung des Stabes hervorbringen kann, dieses bei jeder Grösse der Biegung vermag, also auch bis zum Bruch, vorausgesetzt, dass bis zu diesem die Gesetze der vollkommenen Elasticität Gültigkeit hätten. Dies aber angenommen, würde jene Kraft P die theoretische Tragkraft und theoretische Bruchkraft gleichzeitig sein, da ihr die Elasticitätskräfte des Stabes sowohl das Gleichgewicht zu halten vermögen, als diese Kräfte auch bei einmal eingetretener Bewegung des Lastpunktes durch P überwunden werden können.

In der folgenden Tabelle sind für einige der wichtigsten Angriffarten der zusammendrückenden Kraft die Hauptformeln für die rückwirkende Festigkeit angegeben. Es bezeichnet in den Formeln:

E den Elasticitätsmodul des Materials des Stabes, welcher als prismatisch angesehen ist;

J das kleinste Trägheitsmoment seines Querschnittes, bezogen auf eine Schwerlinie, also z. B. beim Rechteck, von der kleineren Seite b, der grösseren h, nach §. 7 : $\frac{hb^3}{12}$.

Zu den nachstehenden Angaben ist zunächst zu bemerken, dass die sehr schätzbaren Versuche von Hodgkinson in der Regel eine etwas kleinere Bruchkraft liefern, als sie sich aus den obigen Formeln ergibt; dies thut aber dem Werth der letzteren keinen Eintrag, da diese nur für den vollkommen elastischen Körper aufgestellt sind, und deshalb richtig bleiben, wenn man als Belastung einen genügend kleinen Proportionaltheil der Bruchkraft P anwendet. Verschiedene empfehlen verschiedene Grade von Sicherheit. Bei Gusseisen soll $1/4$ bis $1/6$ und weniger, bei Schmiedeisen ebenso, bei Holz $1/5$ bis $1/10$ oder $1/12$ der theoretischen Bruchkraft als obere Grenze der zulässigen Belastung zu betrachten sein. Diese Ungleichheiten rühren zum grossen Theil davon her, dass oft nicht gut angegeben werden kann, welcher der Fälle der folgenden Tabelle der in Anwendung zu bringende ist. Da sich die genannten Sicherheiten auf den Bruch beziehen, so ist beim

Nro.	Angriffweise.	Theoretische Trag- und Bruchkraft.	Bemerkungen.
I.		$P = \frac{n^2}{4}\frac{JE}{l^2}$	Freitragende Strebe Das Ende B ist fest klemmt; gefährliche Querschnitt an der festigungsstelle.
II.		$P = n^2\frac{JE}{l^2}$	Lose Strebe. Beide Enden frei au stehend und in der sprünglichen Stabach geführt. Gefährlich Querschnitt in der Mi
III.		$P = 2\,n^2\frac{JE}{l^2}$	Halbeingespannte Str Das untere Ende fest klemmt, das obere in ursprünglichen Staba geführt.
IV.		$P = 4\,n^2\frac{JE}{l^2}$	Eingespannte Streb Beide Enden festgeklen und in der ursprüngli Stabachse geführt. fährliche Querschnitte den Enden und in der M

Der Stab ist auf Druckfestigkeit zu berechnen, wenn:		
beim Kreisquerschnitt $\frac{l}{d}$ kleiner als	beim Rechteckquerschnitt $\frac{l}{b}$ (b die kleinere Seite) kleiner als	und dabei das Material
5	$5\frac{3}{4}$	Gusseisen.
12	14	Schmiedeisen.
6	8	Holz.
10	$11\frac{1}{2}$	Gusseisen.
24	28	Schmiedeisen.
$11\frac{1}{2}$	$13\frac{1}{2}$	Holz.
14	16	Gusseisen.
33	38	Schmiedeisen.
16	19	Holz.
20	23	Gusseisen.
48	56	Schmiedeisen.
23	27	Holz.

irgendwo nothwendigen Vergleich mit anderen Festigkeitsbeanspruchungen die Sicherheit bei diesen ebenfalls auf den Bruch zu beziehen. Von diesem Gesichtspunkte aus sind die Zahlen in Spalte 2, S. 49 berechnet, indem vorausgesetzt ist, dass die Sicherheit gegen Zerdrücken gleich derjenigen gegen Zerknicken genommen werde.

Die Hodgkinson'schen Versuche haben ferner noch gezeigt, dass flach aufstehende Säulen sich ungefähr so verhalten, als ob sie an dem abgeflachten Ende eingeklemmt wären. Im dritten Abschnitte werden verschiedene Anwendungen der Formeln für Strebfestigkeit gezeigt.

§. 17.

Körper von gleicher Strebfestigkeit.

Man erhält eine Körperform von gleicher rückwirkender oder Strebfestigkeit, wenn man die Querschnitte in einem der obigen Stäbe so vom gefährlichen Querschnitt aus abnehmen lässt, dass, eine kleine eingetretene Biegung vorausgesetzt, die Maximalspannung in jedem Querschnitt denselben Werth erhält.

Für den Fall Nro. II. des vorigen Paragraphen kann man sich, wenn der Querschnitt des Stabes der volle Kreis ist, der folgenden Formel*) bedienen:

$$\frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} = \frac{2}{\pi}\left(arc\ sin\ \frac{y}{h} - \frac{y}{h}\sqrt{1-\left(\frac{y}{h}\right)^2}\right).$$

Uebersichtlicher gestaltet sich diese Formel, wenn man sie in eine Doppelgleichung auflöst, indem man setzt:

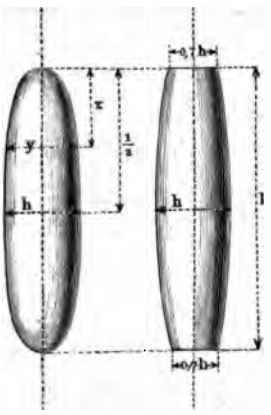
$$\left.\begin{aligned} \frac{y}{h} &= sin\ \varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \\ \text{worauf man erhält:} \\ \frac{x}{\left(\frac{l}{2}\right)} &= \frac{1}{\pi}(2\varphi - sin\ 2\varphi) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Diese Gleichung gestattet unschwer ein graphisches Auffinden der Begrenzungscurve, deren Abscissengleichung mit der-

*) Von Redtenbacher.

jenigen einer Cycloide, und deren Ordinatengleichung mit derjenigen einer Sinoide übereinstimmt und deshalb eine cycloidische Sinoide genannt werden kann. Eine Verzeichnungsmethode dieser Curve ist weiter unten bei den Pleuelstangen angegeben; die durch sie gelieferte Körperform wird angenähert durch die zweite der in Figur 4 angegebenen Formen, bei welcher die Erzeugungslinie ein Kreisbogen (der Krümmungskreis für den Curvenpunkt bei $x = \frac{l}{2}$) oder überhaupt eine schwach gekrümmte Linie ist. Eine solche Annäherung ist durchaus statthaft, da wirkliche Biegungen der Strebe doch nicht vorausgesetzt werden. Die vorstehende lose Strebe berechnet sich zu $^3/_4$ der Festigkeit einer cylindrischen von der gleichen Dicke h und Länge l.

Fig. 4.

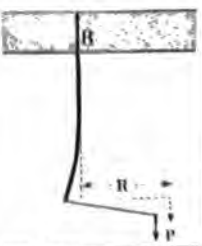
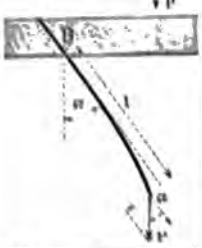
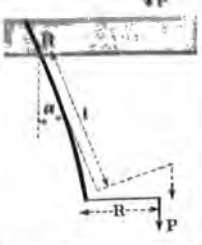
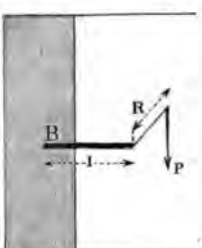
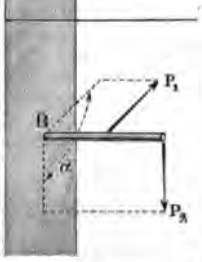


§. 18.

Zusammengesetzte Festigkeit.

Vielfach kommt es vor, dass mehrere Kräfte zugleich die Festigkeit eines Körpers in verschiedener Art beanspruchen, so dass z. B. ein Querschnitt auf Zug und Biegung, auf Drehung und Biegung u. s. w. gleichzeitig angestrengt wird. Die Tragkraft oder die eintretende Maximalspannung sind dann anders zu bestimmen, als gewöhnlich. Für einige der am häufigsten vorkommenden und wichtigsten Fälle dieser sogenannten zusammengesetzten Festigkeit sind die Hauptformeln in der folgenden Tafel zusammengestellt. Es bezeichnet in derselben:

$\mathfrak{S}$ die grösste im gefährlichen Querschnitt eintretende Spannung,
Z den Querschnittmodul des gefährlichen Querschnittes, welcher durch B in den Figuren bezeichnet ist,
F den Flächeninhalt des Querschnittes,
J dessen Trägheitsmoment nach §. 7,
M_b ein biegendes, M_d ein verdrehendes Moment,
M_i ein ideelles Moment, und zwar insbesondere
$(M_b)_i$ ein ideelles biegendes, $(M_d)_i$ ein ideelles verdrehendes Moment.

Nro	Angriffweise.	Tragkraft.
I.		$P = \frac{\mathfrak{S} F}{1 + R\frac{F}{Z}}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b\,h)$ $P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h}{1 + 6\frac{R}{h}}$
II.		$P = \frac{\mathfrak{S} F}{\cos\alpha + \frac{F}{Z} l \sin\alpha}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b\,h)$ $P = \frac{\mathfrak{S}\, b\, h}{\cos\alpha + 6\frac{l}{h}\sin\alpha}$
III.		$P = \frac{\mathfrak{S} F}{\cos\alpha + \frac{F}{Z}(l \sin\alpha + R\cos\alpha)}$ Beim Rechteckquerschnitt $(b\,h)$ $P = \frac{\mathfrak{S} b h}{\cos\alpha + 6\frac{l}{h}(\sin\alpha + \frac{R}{l}\cos\alpha)}$
IV.		$P = \frac{\mathfrak{S} Z}{\frac{5}{8} l + \frac{5}{8}\sqrt{l^2 + R^2}}$ Pl ist ein biegendes Moment M_b, PR ein verdrehendes Moment M_d.
V.		$1 = \frac{\mathfrak{S} Z}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 \cos\alpha}}$ wobei M_1 das (biegende) Moment von P_1, M_2 dasjenige von P_2 bezeichnet.

Ideelle Momente.

Ideelles biegendes Moment für die Spannung ℭ: $(M_b)_i = P\left(R + \frac{Z}{F}\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i = P\left(R + \frac{d}{8}\right)$	$(M_b)_i = P\left(R + \frac{h}{8}\right)$	$(M_b)_i = P\left(R + \frac{h}{6}\right)$

Ideelles biegendes Moment für die Spannung ℭ: $(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i = P\left(l \sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Ideelles biegendes Moment $(M_b)_i$ f. d. Spann. ℭ: $(M_b)_i = P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{Z}{F}\cos\alpha\right)$.

Beim Kreisquerschnitt (d):	Beim Ellipsenquerschnitt (bh):	Beim Rechteckquerschnitt (bh):
$(M_b)_i =$ $P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{d}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i =$ $P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{8}\cos\alpha\right)$	$(M_b)_i =$ $P\left(R\cos\alpha + l\sin\alpha + \frac{h}{6}\cos\alpha\right)$

Ideelles biegendes Moment für die Spannung ℭ:

$$(M_b)_i = {}^5/_8 M_b + {}^5/_8 \sqrt{M_b^2 + M_d^2}.$$

Ideelles verdrehendes Moment für die Spannung ℭ:

$$(M_d)_i = {}^5/_4 M_b + {}^5/_4 \sqrt{M_b^2 + M_d^2}.$$

Ideelles biegendes Moment für die Spannung ℭ:

$$(M_b)_i = \sqrt{M_1^2 + M_2^2 + 2 M_1 M_2 \cos\alpha}.$$

In den Fällen IV. und V. ist vorausgesetzt, dass der Querschnitt des Stabes zu denjenigen gehöre, welche durch zwei rechtwinklige Schwerlinien in vier congruente Stücke getheilt werden.

Eine Betrachtung dieser Formeln zeigt, dass man manchmal die zusammengesetzte Beanspruchung wohl beachten muss. Wenn z. B. im Fall I. $R = \frac{h}{2}$ ist, d. h. die an einer Stange aufgehängte Last am Rand des Querschnittes ihren Schwerpunkt hat, so ist $P = \frac{\mathfrak{S} b h}{4}$, also die Tragkraft nur $^1/_4$ so gross, als bei einer genau centralen Aufhängung. Ist der Querschnitt ein Kreis (d), so wird $P = \frac{\mathfrak{S} \frac{\pi}{4} d^2}{1 + 8 \frac{R}{d}}$, d. i. wenn wieder die Last am Rande angebracht, also $R = \frac{d}{2}$ gemacht wird, $P = \frac{\mathfrak{S}}{5} \frac{\pi}{4} d^2$, die Tragkraft ist also noch kleiner als beim Rechteckquerschnitt. Die Fälle I. und II. leiten sich aus III. ab, indem man dort beziehlich α oder $R = 0$ setzt.

Eine besondere Brauchbarkeit haben namentlich für den aufmerksamen Rechner die angegebenen ideellen Momente. Es ist zu beachten, dass beim Ellipsen- und dem Rechteckquerschnitte h als in der Biegungsebene liegend angenommen ist. Kennt man diese Dimension im voraus, was bei Annahme des Profils eines zu construirenden Trägers sehr häufig der Fall ist, so lässt sich mit Hilfe der ideellen Momente die zusammengesetzte Festigkeit leicht in Betracht ziehen, indem der in der Klammer zur Rechten enthaltene Ausdruck den Hebelarm der gegebenen Kraft P für das ideelle Moment angibt. Derselbe ist meistens, namentlich graphisch, sehr leicht zu bestimmen, und man kann alsdann gerade so wie bei einer gewöhnlichen Biegungsbeanspruchung rechnen. Ist z. B. im Falle II. bei $\alpha = 45^0$, also $\cos\alpha = \sin\alpha = 0{,}707$ die Rechteckhöhe h gewählt, so ist der Querschnitt bei B so zu berechnen, als griffe eine biegende Kraft P an dem Arme $0{,}707\,l$ (der Projection von l auf die Befestigungsebene) $+ 0{,}707 \frac{h}{6}$ an. Im Falle I. erhält man bei $R = 0$ für den Kreisquerschnitt $(M_b)_i = P \frac{d}{8}$, was gleichzusetzen ist $\mathfrak{S} \frac{\pi}{32} d^3$; dies gibt $P = \mathfrak{S} \frac{\pi}{4} d^2$, wie kommen muss, weil bei $R = 0$ der Stab nur auf Zugfestigkeit beansprucht ist. $\frac{d}{8}$ ist danach also der Hebelarm, an welchem angreifend eine biegende Kraft P den Stab ebenso stark beansprucht, als eine in

der Achsenrichtung ziehende von gleicher Grösse. Dies gilt allerdings strenggenommen nur unter Vernachlässigung der Schubspannungen bei Berechnung der Biegung. — Viele nützliche Anwendungen finden auch die Formeln der Fälle IV. und V. (s. bei den Achsen und Wellen).

§. 19.

Festigkeit der Gefässwände.

Zur Beurtheilung der Festigkeit runder Gefässe von verhältnissmässig geringer Wanddicke können die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe, welche sich auf einige der wichtigsten Fälle der Maschinenpraxis beziehen, gebraucht werden. Die Theorie der Gefässfestigkeit ist noch nicht als völlig abgeschlossen zu betrachten; ziemlich unsicher erscheint namentlich bis dahin noch die Theorie des von aussen gepressten Cylinders, weshalb die bezüglichen Formeln weggelassen wurden. In den umstehenden Ausdrücken bezeichnet:

p den auf die Gefässwand wirkenden Flächendruck (nach Abzug des gegenseitigen),

$\mathfrak{S}$ die im Material der Wand eintretende Maximalspannung,

E den Elasticitätsmodul des Materials,

r und δ Gefässhalbmesser und -Wanddicke.

Die Formeln unter (I.) und (II.) haben eine bis zur Bruchgrenze gehende Gültigkeit, immerhin aber nur als Annäherungswerthe.

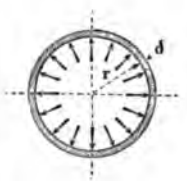
1. Beispiel. Für ein schmiedeisernes cylindrisches Gefäss von 1000^{mm} Durchmesser und 10^{mm} Wanddicke sei eine Materialspannung $\mathfrak{S} = 8$ gestattet. Dann kann dasselbe nach (I.) einer inneren Ueberdruckspannung

$$p = 8\left(\sqrt{\frac{520}{500}} - 1\right) = 8 \,.\, 0{,}0198 = 0{,}158^{k} \text{ pro } \square\text{Millimeter}$$

ausgesetzt werden. In Atmosphären ausgedrückt beträgt dies 100 . 0,158 = 15,8 Atm. Das Gefäss würde zerspringen (wegen $K = 40$), wenn die innere Spannung etwa das 5fache oder 79 Atmosphären betrüge.

2. Beispiel. Ein kugelförmiges Gefäss von den genannten Angaben würde nach (II.) für $\mathfrak{S} = 8$ einer Spannung $p = \frac{16 \,.\, 10}{500} = 0{,}32^{k}$ pro $\square^{mm}$, d. i. einem Drucke von 32 Atmosphären auszusetzen sein.

3. Beispiel. Ein dem ersten Gefässe angenieteter ebener schmiedeiserner Boden würde nach (IV.) bei $\mathfrak{S} = 8$ folgende grosse Dicke δ haben müssen: $\delta = 500 \,.\, \sqrt{\frac{2}{3}} \,.\, \sqrt{\frac{0{,}158}{8}} = 500 \,.\, 0{,}816 \,.\, 0{,}14 = 57{,}12 \backsim 57^{mm}$.

Nro.	Angriffweise.	Tragkraft p.	Wanddicke δ.
I. Cylinder.		$p = \mathfrak{S}\left(\sqrt{1+\frac{2\delta}{r}}-1\right)$	$\frac{\delta}{r} = \frac{p}{\mathfrak{S}}\left(1+\frac{p}{2\mathfrak{S}}\right)$
II. Kugel.		$p = 2\mathfrak{S}\frac{\delta}{r}$	$\frac{\delta}{r} = \frac{p}{2\mathfrak{S}}$
III. Runde Platte.		$p = \mathfrak{S}\left(\frac{\delta}{r}\right)^2$	$\frac{\delta}{r} = \sqrt{\frac{p}{\mathfrak{S}}}$
IV. Runde Platte.		$p = \frac{3}{2}\mathfrak{S}\left(\frac{\delta}{r}\right)^2$	$\frac{\delta}{r} = \sqrt{\frac{2}{3}}\sqrt{\frac{p}{\mathfrak{S}}}$

Die Einbiegung f, welche die ebene runde Platte erfährt, lässt sich nach Grashof für den Fall III. berechnen aus:

$$\frac{f}{\delta} = \frac{5}{6}\left(\frac{r}{\delta}\right)^4 \frac{p}{E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

und für den Fall IV:

$$\frac{f}{\delta} = \frac{1}{6}\left(\frac{r}{\delta}\right)^4 \frac{p}{E} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

4. Beispiel. Die in Beispiel 3. berechnete Platte würde sich hiernach wegen $E = 20000$ einbiegen um $f = \frac{57}{6} \cdot \left(\frac{500}{57}\right)^4 \cdot \frac{0{,}158}{20000} = 0{,}44^{mm}$.

Für Gefässe, deren Wände wegen aussergewöhnlicher innerer Pressungen verhältnissmässig sehr dick gemacht werden müssen, wie die Cylinder und Pumpen hydraulischer Pressen, die Kanonen u. s. w., reichen die vorstehenden Formeln nicht aus, oder geben manchmal geradezu irrige Resultate. Bei solchen Gefässen sind die Faserspannungen an verschiedenen Punkten eines Radius unter Umständen sehr von einander verschieden; ihr Verhältniss ist aber von entscheidendem Einfluss auf die Tragkraft. Je nachdem dieses Verhältniss der Spannungen angenommen oder berechnet wird, gestalten sich die Formeln für die Wanddicke wesentlich anders. Brix berechnet die Spannungen an verschiedenen Punkten eines Radius unter der Annahme, dass die Dicke der Rohrwand durch die innere Pressung keine Aenderung erleide; Barlow nimmt eine Aenderung an, und zwar eine solche, bei der der ringförmige Querschnitt des (runden) Gefässes seine Grösse nicht ändere; Lamé macht keine vorgängige Annahme, sondern berechnet mit grosser Strenge die Spannungsänderung, welche an jedem Molekül einer radialen Reihe von solchen in Folge der inneren Pressung stattfindet, und hat damit die zuverlässigste, das wahrscheinliche Verhalten der Stofftheilchen am genauesten ausdrückende Berechnungsmethode geliefert. Unter Beibehaltung der vorhin gebrauchten Bezeichnungen erhält man nach den drei Theorien*) die folgenden Formeln:

Werthe.		Brix.	Barlow.	Lamé.
Hohlcylinder	$p =$	$\mathfrak{S}\ log\ nat\ e^{\frac{p}{\mathfrak{S}}} - 1$	$\frac{\mathfrak{S}}{1+\frac{r}{\delta}}$	$\mathfrak{S}\frac{(r+\delta)^2 - r^2}{(r+\delta)^2 + r^2}$
	$\frac{\delta}{r} =$	$e^{\frac{p}{\mathfrak{S}}} - 1$	$\frac{p}{\mathfrak{S} - p}$	$\sqrt{\frac{\mathfrak{S}+p}{\mathfrak{S}-p}} - 1$
Hohlkugel	$p =$	$2\mathfrak{S}\frac{\delta}{r}$	$\frac{2\mathfrak{S}}{1+\frac{r}{\delta}}$	$2\mathfrak{S}\frac{(r+\delta)^3 - r^3}{(r+\delta)^3 + 2r^3}$
	$\frac{\delta}{r} =$	$\frac{1}{2}\frac{p}{\mathfrak{S}}$	$\frac{p}{2\mathfrak{S} - p}$	$\sqrt[3]{\frac{2(\mathfrak{S}+p)}{2\mathfrak{S}-p}} - 1$

*) Siehe Org. f. Eisenbahnwesen 1859, S. 59 ff. Baurath Dr. H. Scheffler: Die Elasticitätsverhältnisse der Röhren, in welchem lehrreichen Artikel

Alle drei Theorien ergeben, dass an der inneren Wand die Materialspannung am stärksten wird; es gilt demnach $\mathfrak{S}$ für die innerste Ringschicht; die Lamé'sche Formel, und auch schon die Barlow'sche, zeigt dabei das bemerkenswerthe Resultat, dass das Steigern der Wanddicke über gewisse Grenzen hinaus die Tragkraft nicht mehr erhöht. Die Grenze für die Tragkraft zur Spannung $\mathfrak{S}$ wird erreicht, wenn $p = \mathfrak{S}$ wird; die theoretische Tragkraft überhaupt wird also erschöpft, wenn $p =$ dem Tragmodul des Materials wird. Der innere Druck fängt dann an, die innersten Fasern bleibend zu dehnen, und muss sie bei Steigerungen über den Bruchmodul hinaus zersprengen. Die theoretische Tragkraftgrenze liegt hiernach bei $p = T$, also für

	Gusseisen	Schmiedeisen	Gussstahl
bei p . . . . =	7,5	15	25
in Atmosphären	750	1500	2500

Ungleichförmigkeiten des Materials können herbeiführen, dass ziemlich tief unter diesen Grenzen schon die Gefahr nicht nur des Dehnens, sondern des Bruches eintritt. Da in Geschützen von grossem Kaliber Spannungen über 2500 (es wird angegeben bis zu 6000) Atmosphären vorkommen, so ist es erklärlich, dass homogene Gussstahlgeschütze grossen Kalibers sich oft nicht haltbar zeigten. Um die Geschütze genügend fest zu erhalten, hat man mit Erfolg den Weg betreten, ihre Ringschichten unhomogen, die äusseren anders gespannt als die inneren, herzustellen, und dazu das Umreifen, das Abschrecken von innen und andere Methoden angewandt *). In England und Frankreich ist die Methode des Umreifens der Geschütze jetzt sehr stark in Anwendung; immer bleiben dabei bedeutende technische Schwierigkeiten wegen des richtigen Maasses der den einander einschliessenden Ringen zu ertheilenden ursprünglichen Spannungen zu überwinden. Bei den hydraulischen Pressen kann man den Schwierigkeiten gewöhnlich dadurch ausweichen, dass man die Grösse des Presscylinders so wählt, dass die Wasserspannung unter den oben angeführten Grenzen bleibt.

---

der Gegenstand in erschöpfender Weise auch für die verwickelten Probleme von Röhren mit Böden und von verstärkten Röhren behandelt ist.

*) Siehe Dingler's Journal 1865, Bd. 177. Ueber die künstlichen Metallconstructionen der Geschützrohre, von Hauptmann D....y (Darapsky?) in Kassel, von welchem Verfasser andere treffliche Mittheilungen über ähnliche Gegenstände den angeführten folgen; siehe ferner die Aufsätze im Pract. Mech. Journ. 1867: One some points of practice in iron founding.

§. 20.

Berechnung der Federn*).

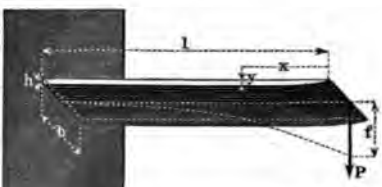
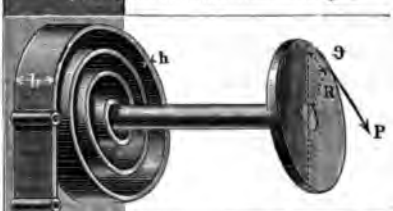
Die Constructionsmaterialien des Maschinenbauers sind alle mehr oder weniger elastisch nachgiebig, so dass sie äusseren Kräften nur unter Eingehung einer Formänderung zu widerstehen vermögen, welche bei richtig gewählten Abmessungen nach Aufhören der äusseren Kraftwirkung wieder verschwindet. Diese Formänderung — Ausdehnung, Kürzung, Biegung, Verdrehung — sucht man gewöhnlich behufs möglichster Annäherung an die Starrheit der constructiven Systeme so viel als thunlich einzuschränken. Bei den Federn jedoch zieht man Vortheil aus derselben, indem man die elastische Nachgiebigkeit von übrigens widerstandsfähigen Systemen zur Aufnahme von Stosswirkungen (Buffer, Wagenfedern), zum Hervorbringen von Bewegungen (Uhren), zum Bilden weicher und doch haltbarer Unterlagen (Polster) verwerthet. Zu Federn eignen sich deshalb vor allem solche körperliche Systeme, welche innerhalb der Elasticitätsgrenzen verhältnissmässig grosse Formänderungen erleiden können, was sich nach deren Festigkeitseigenschaften beurtheilen lässt. Ihre Theorie findet deshalb hier einen passenden Platz.

Beanspruchungen auf Zug- und Druckfestigkeit sind nur bei ganz besonders dehn- und pressbaren Stoffen, wie z. B. beim Kautschuck, zur Federbildung dienlich; bei den steiferen Materialien, den Hölzern und namentlich den Metallen, eignen sich vorwiegend nur die Biegungs- und die Drehungsfestigkeit. In der folgenden Tabelle sind die wichtigsten Biegungs- und Torsionsfedern unter kurzer Angabe ihrer Haupteigenschaften zusammengestellt.

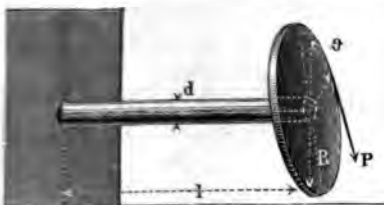
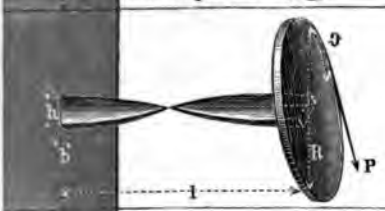
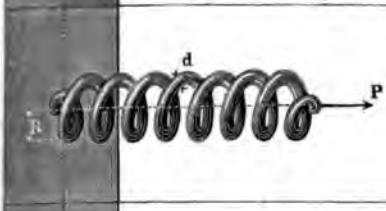
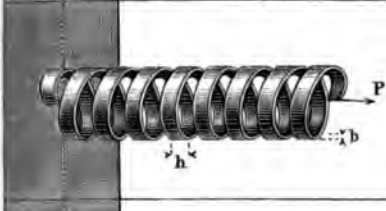
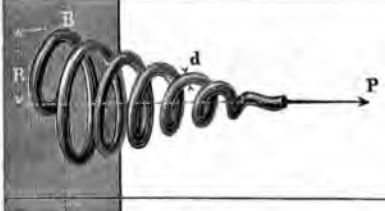
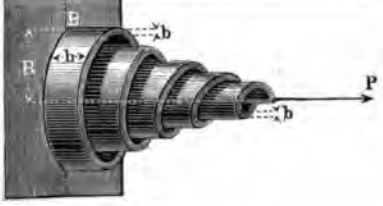
Neben grosser Aenderbarkeit der Form tritt als zweite wesentliche Eigenschaft der Federn der geringe Materialverbrauch, mit welchem die Raumbeanspruchung zusammenhängt, in den Vordergrund. Der Materialverbrauch wurde deshalb in der Zusammenstellung berücksichtigt, indem derselbe, gleiche Belastung und Verschiebung des Kraftangriffpunktes bei sämmtlichen Federn vorausgesetzt, in der vorletzten Spalte angegeben ist. Das Volumen der Dreieckfeder ist dabei als Einheit angenommen.

---

*) Vergl. des Verfassers „Construction und Berechnung der wichtigsten Federarten". Winterthur, Wurster et Comp., 1857.

Nro.	Form.	Benennung.	Tragkraft.
I.		Rechteckfeder. Cubisch parabolisch zugeschärft.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{6} \frac{bh^2}{l}$
II.		Einfache Dreieckfeder.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{6} \frac{bh^2}{l}$
III.		Zusammengesetzte oder geschichtete Dreieckfeder.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{6} \frac{ibh^2}{l}$ i die Blätterzahl.
IV.		Spiralfeder, flachdrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{6} \frac{bh^2}{R}$
V.		Drehschraubenfeder, flachdrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{6} \frac{bh^2}{R}$
VI.		Drehschraubenfeder, runddrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}\pi}{32} \frac{d^3}{R}$

derung.	Biegsamkeit.	Körper-inhalt.	Bemerkungen.
$6\frac{Pl^3}{Ebh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{h}$	$^3/_2$	In der Ausführung statt $\frac{y}{h}=\sqrt[3]{\frac{x}{l}}$ anzunähern durch ein Trapezprofil mit der Endhöhe $^2/_3 h$.
$6\frac{Pl^3}{Ebh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{h}$	1	Körper von gleicher Biegungsfestigkeit; in der Ausführung ist das freie Ende mit einer Verstärkung zu versehen.
$6\frac{Pl^3}{Eibh^3}$	$\frac{f}{l}=\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{h}$	1	Verhält sich so, wie eine einfache Dreieckfeder von der Basisbreite ib (s. die Punktirung), und kann durch Zerschneidung und Schichtung einer solchen entstanden gedacht werden.
$\vartheta=12\frac{PlR^2}{Ebh^3}$	$\frac{f}{R}=2\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{h}$	1	l die Länge des gestreckt gedachten Federblattes. Alle drei Formen sind Körperformen von gleicher Biegungsfestigkeit. Der Werth $\frac{f}{R}$ ist der Winkel ϑ der Verdrehung, welche die Belastung P hervorbringt.
$\vartheta=12\frac{PlR^2}{Ebh^3}$	$\frac{f}{R}=2\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{h}$	1	
$\vartheta=\frac{64}{\pi}\frac{P}{E}\frac{lR^2}{d^4}$	$\frac{f}{R}=2\frac{\mathfrak{S}}{E}\frac{l}{d}$	$^4/_3$	

Nro.	Form.	Benennung.	Tragkraft.
VII.		Einfache Torsionsfeder, runddrähtig.	$P = \mathfrak{S}\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
VIII.		Einfache Torsionsfeder, flachdrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ Annähernd $(h > b)$ $P = \frac{\mathfrak{S}}{R}\frac{b^2h^2}{3(0{,}4\,b + 0{,}96\,h)}$
IX.		(Cylindrische) Schraubenfeder, runddrähtig.	$P = \mathfrak{S}\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
X.		(Cylindrische) Schraubenfeder, flachdrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ Annähernd $(h > b)$ $P = \frac{\mathfrak{S}}{R}\frac{b^2h^2}{3(0{,}4\,b + 0{,}96\,h)}$
XI.		Kegelschraubenfeder oder Kegelfeder, runddrähtig.	$P = \mathfrak{S}\frac{\pi}{16}\frac{d^3}{R}$
XII.		Kegelfeder, flachdrähtig.	$P = \frac{\mathfrak{S}}{3R}\frac{b^2h^2}{\sqrt{b^2+h^2}}$ Annähernd $(h > b)$ $P = \frac{\mathfrak{S}}{R}\frac{b^2h^2}{3(0{,}4\,b + 0{,}96\,h)}$

Federung.	Biegsamkeit.	Körper-inhalt.	Bemerkungen.
$= R\vartheta = \frac{32}{\pi}\frac{P}{G}\frac{R^2 l}{d^4}$	$\frac{f}{R} = 2\frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_{12}$	In den Fällen VII. bis X. ist die Feder ein Körper von gleicher Torsionsfestigkeit.
$\vartheta = 3\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_8$	Federn nach VII. und VIII. eignen sich auch zur Bildung von zusammengesetzten oder Bündelfedern.
$f = \frac{32}{\pi}\frac{PR^2 l}{Gd^4}$	$\frac{f}{R} = 2\frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_{12}$	In den Fällen IX. bis XII. ist l immer die Länge des gestreckt gedachten Drahtes.
$= 3\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_8$	Es ist gleichgültig, ob die grössere Querschnittseite parallel, normal, oder schief zur Achse steht.
Annähernd: $f = \frac{16}{\pi}\frac{PR^2 l}{Gd^4}$	$\frac{f}{R} = \frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l}{d}$	$^5/_6$	Hier wie in XII. ist die Feder bis zur Kegelspitze ausgeführt angenommen; in beiden Fällen gefährlicher Querschnitt bei B.
Annähernd: $= \frac{3}{2}\frac{PR^2 l}{G}\frac{b^2+h^2}{b^3h^3}$	$\frac{f}{R} = \frac{1}{2}\frac{\mathfrak{S}}{G}\frac{l\sqrt{b^2+h^2}}{bh}$	$^5/_4$	Lässt sich durch allmähliche Verkleinerung der Querschnittlhöhe h von B aus nach oben zu einem Körper von gleicher Festigkeit machen.

In den Formeln der vorstehenden Tabelle bezeichnet immer:

E den Elasticitätsmodul,

G den Drehungsmodul des Materials der Feder, welcher (s. §. 11) $= {}^2/_5 E$ ist.

Die Festigkeitscoëfficienten für die Materialien der Federn sind in §. 2 angegeben. Zu bemerken ist aber, dass bei allen Torsionsfedern für gleiche Sicherheit mit den Biegungsfedern das ${}^4/_5$fache der dort angewandten Materialspannung $\mathfrak{S}$ einzusetzen ist (vergl. §. 5). Die Formeln behalten ihre Geltung, wenn die Richtung der Kraft P der in den Figuren angedeuteten entgegengesetzt wird. In allen angeführten Fällen ist das Volumen V der Feder zu erhalten aus dem Ausdrucke:

$$V = C.(P.f)\,\frac{E}{\mathfrak{S}^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (26)$$

wobei C eine von der Federform abhängige Constante bezeichnet, und (Pf) das Product aus Belastung und Federung oder die sogenannte Federungsarbeit ist. Dies hat die interessante Bedeutung, dass Federn von gleicher Grundform und gleichem Material bei gleicher Sicherheit für dieselbe Federungsarbeit Pf immer gleich schwer ausfallen, wie man auch die Länge l oder überhaupt die frei zu wählenden Abmessungen macht. Der Quotient $\frac{E}{\mathfrak{S}^2}$ zeigt, dass ein kleiner Elasticitätsmodul, namentlich aber ein hoher Tragmodul günstig für das Material der Federn ist. Man erhält nach Tabelle §. 2 für:

Gussstahl, gehärtet und angelassen	$\frac{E}{T^2} = \frac{30000}{65^2} =$	7,10
Gewöhnlichen Stahl (ungehärtet) .	$= \frac{20000}{25^2} =$	32,00
Messing	$= \frac{6500}{4{,}8^2} =$	28,21
Holz	$= \frac{1100}{2^2} =$	277,00

Der gehärtete und angelassene Gussstahl ist hiernach auch theoretisch weitaus das beste Federmaterial.

Bemerkenswerth ist noch für die sämmtlichen aufgeführten Federn, dass bei ihnen die Federung oder Verschiebung des Kraftangriffpunktes proportional der Belastung ist.

Dieser Umstand hat zur Folge, dass die Schwingungen, welche die belastete Feder macht, in die Klasse der „einfachen“

oder „pendelartigen“ Schwingungen fallen, und eine leicht zu berechnende Dauer haben. Bei Vernachlässigung des Federgewichtes schwingt nämlich jede der obigen Federn bei der Belastung P wie ein einfaches (mathematisches) Pendel von der Länge f*), so dass die Zeit t einer einfachen Schwingung (eines Hinganges oder eines Herganges) ist:

$$t = \pi\sqrt{\frac{f}{g}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (27)$$

wobei g die Beschleunigung der Schwere $= 9{,}81^{m} = 31{,}25$ preuss. Fuss, für unsere gewöhnliche Rechnung in Millimetern 9810^{mm} ist.

Beispiele zur Theorie der Federn. 1. Zu berechnen eine einfache Dreieckfeder nach Nro. II. für eine Last $P = 50^{k}$ und eine Federung $f = 20^{mm}$. Wir wählen als Material Gussstahl mit $E = 30000$ und setzen $\mathfrak{S} = 40^{k}$; nehmen hierauf die Länge l der Feder zu 400^{mm} an, und haben nun nach Spalte 6: $\frac{20}{400} = \frac{40}{30000} \cdot \frac{400}{h}$, woraus $h = \frac{40 \,.\, 400 \,.\, 400}{20 \,.\, 30000} = 10^{2}/_{3}{}^{mm}$. Nun wird nach Spalte 4: $50 = \frac{40}{6} \frac{b \,.\, 32^{2}}{400 \,.\, 3^{2}}$, oder $b = 26{,}36^{mm} \backsim 26{,}5^{mm}$. Das Volumen V wird $= \frac{b\,h\,l}{2} = \frac{26{,}5 \,.\, 32 \,.\, 400}{3 \,.\, 2}$ $= 56533$ Cub.-Millimeter.

2. Beispiel. Machen wir unter Beibehaltung des Materials $l = 300$, so wird $h = \frac{40 \,.\, 300 \,.\, 300}{20 \,.\, 30000} = 6^{mm}$, $b = \frac{6 \,.\, 300 \,.\, 50}{40 \,.\, 36} = 62{,}5^{mm}$; das Volumen also: $V = \frac{b\,h\,l}{2} = \frac{62{,}5 \,.\, 6 \,.\, 300}{2} = 56250$ Cubikmillimeter, d. i. abgesehen von dem durch die Abrundungen entstandenen Unterschiede, soviel wie vorher, wie es der Bemerkung zu Formel (26) entspricht.

3. Beispiel. Die vorige Feder sei durch eine cylindrische Schraubenfeder nach Nro. IX., die aus demselben Gussstahl gemacht werden soll, zu ersetzen. Da dieselbe eine Torsionsfeder ist, so haben wir für gleiche Sicherheit statt $\mathfrak{S} = 40$ dessen $^{4}/_{5}$fachen Werth 32 einzusetzen; wählen wir nun die Drahtdicke $d = 6^{mm}$, so kommt nach Spalte 4, Nro. IX.: $50 = \frac{32}{16} \pi \frac{6^{3}}{R}$, woraus $R = \frac{\pi \,.\, 216}{25} = 27{,}14 \backsim 27^{mm}$ folgt. Nach Spalte 6 ist nun zu nehmen die Drahtlänge $l = \frac{6 \cdot 20 \,.\, 0{,}4 \,.\, 30000}{32 \,.\, 2 \,.\, 27} = \frac{10000}{12}$ $= 833{,}3$. Dies liefert eine Gewindezahl $i = \frac{l}{2\,\pi\,R} = \frac{833{,}3}{2 \,.\, \pi \,.\, 27} = 4{,}91$ $\backsim 5$. Wollte man mehr Windungen erhalten, so müsste man d kleiner angenommen haben. Das Volumen V_{1} der Feder wird: $V_{1} = l \cdot \frac{\pi}{4}$

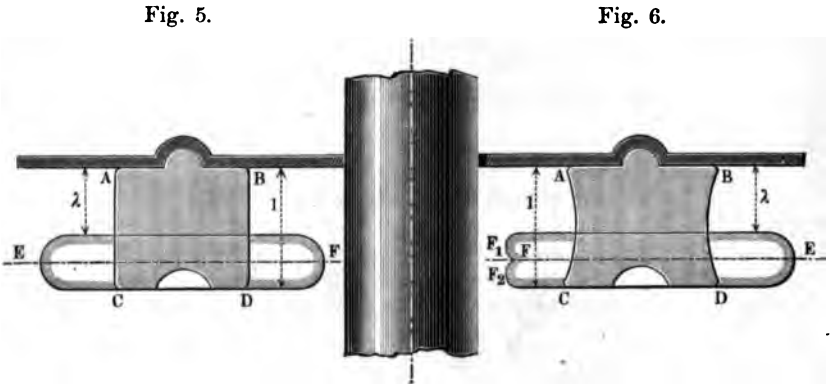
*) Siehe u. a. Eisenlohr's Physik, 6. Aufl. Stuttgart 1857, S. 57.

$d^2 = 833{,}3 \frac{\pi}{4} 36 = 23562$ *Cubikmillimeter. Dies Volumen mit dem oben gefundenen verglichen, liefert* $\frac{V_1}{V} = \frac{23562}{56250} = \frac{5}{11{,}99}$, *also sehr nahe* $^5/_{12}$, *wie nach Spalte 7, Nro. IX. hätte kommen müssen, wenn nicht die Abrundungen stattgefunden hätten.*

Der vulcanisirte oder geschwefelte Kautschuck, neuerdings auch Vulcanit genannt, wird als Federmaterial namentlich für die Buffer der Eisenbahnfahrzeuge, Prellklötze der Hämmer u. s. w. vielfach benutzt, und zwar meistens in der Form von übereinander geschichteten Ringen, die durch Eisenplatten getrennt sind. Das Verhalten des Federharzes bei Formänderungen ist experimentell noch keineswegs genügend erforscht, um Constructionsregeln für das Material daraus ableiten zu können. Indessen können für einen beschränkten Umfang, insbesondere für die genannten ringförmigen Bufferfedern nachstehende Angaben*) zum Anhalt dienen.

Als die gebräuchlichsten Querschnitte der Bufferringe können die in den Figuren 5 und 6 dargestellten betrachtet werden; sie haben an der einen Stirnfläche einen ringförmigen Wulst, an

Fig. 5. Fig. 6.



der anderen eine entsprechende Kehle, in welche die Zwischenplatte eingreift, um Querverschiebungen in der Bufferbüchse zu verhindern. Ueber das Verhalten solcher und ähnlich geformter

*) Für dieselben haben sehr schätzbare Versuche des Ober-Ingenieurs Werder der Fabrik von Klett u. Co. in Nürnberg die Zahlengrundlagen geliefert.

Ringe gegen Zusammendrückung in der Richtung der Achse haben Versuche Folgendes ergeben.

Beim Zusammenpressen bleibt das Volumen des Ringes ungeändert; der Peripheriequerschnitt desselben wird zwar etwas kleiner, dafür aber der Durchmesser entsprechend grösser; der Umfang des Peripheriequerschnittes nimmt dabei zu. Die stärkst gespannten Fasern liegen auf dem äusseren Rande des Wulstes bei E, und sind auf Zugfestigkeit beansprucht, indem nämlich daselbst bei Ueberschreitung der Elasticitätsgrenze Risse entstehen.

Die Elasticitätsgrenze wird ungefähr erreicht bei einer Belastung des ursprünglichen, normal zur Achse gemessenen Querschnittes mit $^1/_2$ Kil. pro $\square^{mm}$, so dass also der Tragmodul T mit der Grösse $0{,}5^k$ einzuführen wäre, wenn man die Rechnung so anstellt, als fände eine gewöhnliche Belastung auf Druckfestigkeit statt. Dieser fingirte Tragmodul ist etwas weniger höher (bis zu $0{,}55^k$) bei den specifisch leichtesten, etwas weniges niedriger (bis zu $0{,}45^k$) bei den specifisch schwereren Kautschucksorten. Das specifische Gewicht γ des Stoffes, welches je nach der Schwefelbeimengung sich ändert, ist bei den leichten Sorten $= 1$, bei den schweren 1,15 bis 1,32.

Bei Erreichung der Elasticitätsgrenze hat der mittelste, nach EF geführte Ringquerschnitt ungefähr das Doppelte der ursprünglichen Grösse angenommen; der Umfang des Peripheriequerschnittes ist dabei ungefähr $^4/_3$mal so gross geworden, als der ursprüngliche Umfang $ABCD$.

Die Zusammenpressung findet innerhalb der Elasticitätsgrenze nach einem von der Güte des Kautschucks abhängigen Gesetze statt, welches sich für das metrische Maasssystem annähernd durch die empirische Formel

$$\lambda = \frac{l}{\gamma}\sqrt{\frac{P}{q}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

ausdrücken lässt, in welcher bedeutet: λ die durch die zusammenpressende Kraft P entstehende Verkürzung der ursprünglichen Ringdicke l, q den ursprünglichen Querschnitt des Ringes in einer zur Achse normalen Ebene, γ das specifische Gewicht des Materials.

Beispiel. Ein nach Fig. 5 gestalteter Bufferring habe 142^{mm} äusseren, 74^{mm} inneren Durchmesser, was einer Grundfläche oder Querschnitt $q = 11536\ \square^{mm}$ entspricht, dabei die Ringdicke $l = 35^{mm}$, und

das specifische Gewicht $\gamma = 1$. Er werde mit 2500^k zusammengepresst. Dann ist seine Belastung pro Flächeneinheit des ursprünglichen Querschnittes: $\frac{P}{q} = \frac{2500}{11536} = 0{,}217^k$, liegt also unterhalb der Elasticitätsgrenze. Nach (28) würde nun die Zusammenpressung betragen $\lambda = 35\sqrt{0{,}217} = 35 \cdot 0{,}466 = 16{,}31^{mm}$. Versuche ergaben für denselben Ring $\lambda = 16{,}75^{mm}$.

Bei den Eisenbahnbuffern wendet man 4 bis 7 Ringe von ungefähr solchen Dimensionen, wie sie in vorstehendem Beispiel benutzt wurden, an. Die Gesammteinpressung ist dabei, wie leicht einzusehen, gleich derjenigen des einzelnen Ringes multiplicirt mit der Ringzahl.

Beim praktischen Gebrauch der Kautschuckbuffer findet man häufig, dass der Stoff sehr rasch an Federkraft verliert, und endlich in eine brüchige harte Masse übergeht. Aus dem Erfolg neuerer sorgfältiger Constructionen ist aber zu schliessen, dass dieser Uebelstand vorzugsweise nur dann eintritt, wenn die Ringe beim Spiel gleitender Reibung ausgesetzt sind. Um solche zu verhüten, müssen die Zwischenscheiben nach innen und aussen so weit über den Federring vorspringen, dass derselbe bei seiner Breitquetschung nie weder die Mittelstange, noch auch die äussere Büchse berühren kann. Buffer, welche mit Beobachtung dieser Vorsicht gebaut sind, sollen eine vollkommen befriedigende Dauerhaftigkeit zeigen.

Es empfiehlt sich, die Form der Ringe so zu wählen, dass die Bildung von Falten in der Ringoberfläche verhütet wird, indem die derselben ausgesetzte Ringstelle sich rasch abnutzt. Die Faltenbildung entsteht aber leicht bei Ringen von der Querschnittform Fig. 6, wie auch in dieser Figur bei F_1 F_2 angedeutet ist. Die Ringe von rechteckigem Querschnitte, wie Fig. 5, zeigen den Uebelstand nicht, und sind deshalb den ausgekehlten vorzuziehen.

ZWEITER ABSCHNITT.

HILFSLEHREN AUS DER GRAPHOSTATIK.

§. 21.

Vorbemerkungen.

Das Gleichgewicht von Kräften an Punktsystemen lässt sich zeichnerisch dadurch darstellen, dass man die einander das Gleichgewicht haltenden oder gleichwiegenden Kräfte nach ihrer Richtung, Grösse und der Lage ihrer Richtungslinien als gerade Strecken aufträgt. Die Richtung einer Kraft wird durch die Winkel angegeben, welche ihre Richtungslinie mit den zu Grunde gelegten Coordinatenachsen einschliesst; die Länge der darstellenden Strecke gibt die absolute Grösse der Kraft, angebrachte Pfeile deren Bewegungssinn oder Vorzeichen an, womit die algebraische Grösse vollständig wird; die Lage der Strecke im Coordinatensystem gibt endlich die noch erforderlichen Constanten für die Gleichung der Richtungslinie an. Vermöge dieser Darstellbarkeit von Kräften durch geometrische Grössen lassen sich die Aufgaben der Statik in solche der angewandten Geometrie verwandeln, und alsdann oft weit leichter lösen, als durch die Mittel der algebraischen Analysis, namentlich in solchen Fällen, wo ohnedies die zu ermittelnden Grössen geometrische sind, und verzeichnet werden müssen. Man hat deshalb die allmählich sehr zahlreich gewordenen einschlagenden Verfahrungsweisen methodisch ge-

rechnen, und unter dem Namen graphische Statik, oder wie hier gesagt werden soll, Graphostatik zusammengefasst*). Diese Lehre ist für das Maschinen-Entwerfen sehr nützlich, und wird in der unten folgenden Behandlung der Maschinen-Elemente vielfach angewandt. Zur Sicherung des Verständnisses sollen hier einige Hauptsätze der graphostatischen Methode in kurzer Fassung vorgeführt werden.

Von der Graphostatik lassen sich ohne Zwang diejenigen Methoden abtrennen, welche für das graphisch auszuführende Rechnen an sich gelten, wobei nämlich die in Rechnung kommenden Werthe nur in Bezug auf ihr Maass, z. B. Kräfte nur in Bezug auf ihre Grösse betrachtet werden, demnach auch anderes als Kräfte, überhaupt also Grössen darstellen. Es ist deshalb die Unterabtheilung des graphischen Rechnens, Reissrechnens, oder der graphischen Arithmetik, Arithmographie, gemacht worden**). In dem, was folgt, ist diese Abtrennung zwar nicht scharf hervorgehoben, aber immerhin eingehalten, indem namentlich die zuerst mitgetheilten Sätze der reinen Arithmographie angehören. Dem Mechaniker ist ihr Studium und ihre Benutzung anzuempfehlen, wie denn auch im Verlaufe des Buches mehrfache Anwendungen davon vorkommen.

§. 22.

Multiplication von Strecken.

Die beim graphischen Rechnen gebrauchten Strecken werden mit Zirkel und Maassstab gemessen, und sind alsdann in Bezug auf ihre Grösse je nach der zu Grunde gelegten Maasseinheit, Zoll, Millimeter, Decimeter, Quadratfuss, Kubikfuss, Geschwindigkeitseinheit, Münzeinheit u. s. w. bequem ausdrückbar. Auch ist mit denselben Hilfsmitteln das Addiren und Subtrahiren, durch An- oder Abtragen je nach dem Vorzeichen, leicht zu bewirken, und

*) Siehe Culmann, die graphische Statik, Zürich 1866, welches verdienstvolle Werk die Theorie der Graphostatik gibt und sehr reich an Aufgaben und Anwendungen derselben auf die Werke des Bau-Ingenieurs ist, überhaupt diesen Wissenszweig für Deutschland zuerst zusammengefasst und in die Praxis eingeführt hat.

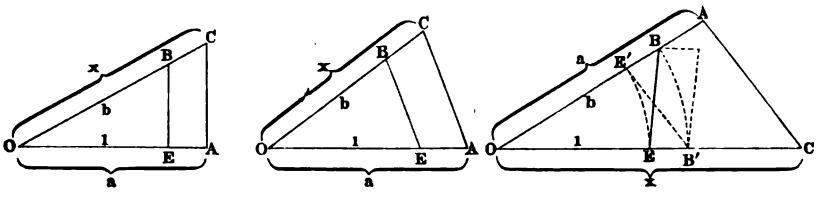
**) Siehe Dr. H. Eggers, Grdz. einer graph. Arithmetik, Schaffhausen 1865; ferner Schlesinger, über Potenzcurven, Ztschr. des österr. Ing. u. Arch. Vereins 1866, S. 156; auch E. Stamm, sul calcolo grafico, Rendiconti del R. Istituto Lombardo, Fasc VI.

können also auf diese dem gewöhnlichen Zifferrechnen entsprechende Weise Zahlen durch Strecken unschwer dargestellt werden. Nicht ganz so einfach zu übertragen ist das Multipliciren mit den so erhaltenen Grössen; mindestens bedarf dasselbe einer Erklärung. Wie aber alles Messen auf das Angeben des Verhältnisses einer Grösse zu einer als Einheit gewählten Grösse hinausläuft, so wird beim graphischen Multipliciren die Auffindung solcher Strecken bezweckt, die zu einer als Einheit gewählten Strecke Verhältnisse besitzen, welche durch andere, mit derselben Einheit gemessene Strecken angegeben werden. Demnach heisst zwei Strecken a und b mit einander multipliciren, oder, genauer gesprochen, eine Strecke von der Länge a mit einer solchen von der Länge b multipliciren: eine Strecke x angeben, welche $a \times b$mal die Einheit enthält, mit welcher die beiden gegebenen Strecken (Factoren) gemessen sind. Dies lässt sich einfach und auf mancherlei Weise durch Anwendung ähnlicher Dreiecke erzielen. Einige Arten der Multiplication seien hier vorgeführt.

I. Man mache OE, Fig. 7, gleich der zu Grunde zu legenden Einheit, errichte in E ein Perpendikel, schneide in dieses aus O mit $OB = b$, und in die Linie $OE \ldots$ mit $OA = a$ ein, und ziehe aus A eine Parallele zu EB, so schneidet diese die Linie $OB \ldots$ in C, und es ist OC das gesuchte Product x. Denn es ist $\frac{OC}{OA} = \frac{OB}{OE}$, d. i. $x = \frac{ab}{1}$, da OE die Einheit ist. Dies Verfahren setzt voraus, dass ein Factor (b) grösser als die Einheit sei.

II. Fig. 8. Unter Beibehaltung des vorigen Verfahrens im übrigen kann EB auch schief statt senkrecht auf OE stossen. Alsdann können beide Factoren kleiner als die Einheit sein.

Fig. 7. Fig. 8. Fig. 9.



III. Man mache, Fig. 9, OE und OB wie vorhin, trage $OA = a$ auf die Linie $OB \ldots$, und ziehe AC so, dass $\angle OAC = \angle OEB$, d. h. dass AC antiparallel EB, dann ist OC das gesuchte Product x, da die Dreiecke OEB und OAC ähnlich

sind. Die antiparallele Richtung findet man, indem man $OE' = OE$, $OB' = OB$ und $AC \parallel E'B'$ zieht. (Würde man das Dreieck $BE'B'$ um eine durch BB' gehende Achse nach rechts klappen, so würden die beiden Dreiecke $BB'E'$ und $BB'E$ ein Parallelogramm bilden, woher die Bezeichnung antiparallel.) Am bequemsten ist es, wenn EB senkrecht auf OE steht, was aber nur geht, wenn $b > 1$ ist.

IV. Man mache, Fig. 10, OE = der Einheit, trage auf OE... den Factor $OA = a$ auf, und errichte in E ein Perpendikel oder eine geneigte Linie, auf welcher man $EB = b$ auftrage; zieht man dann durch A eine Parallele zu EB, so schneidet die Verlängerte OB... von dieser das Product $AC = x$ ab, indem $CA : OA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$. a und b können kleiner oder grösser als 1 sein. — Macht man noch $EB_1 = b_1$ und zieht die OB_1 bis zum Schnitte C_1 mit der Verlängerten CA, so ist $AC_1 = x_1$ das Product von a und b_1, CC_1 also das Product von a mit BB_1; $x + x_1 = a\,(b + b_1)$. Es kann mithin der Factor b, der mit a multiplicirt werden soll, auch zu beiden Seiten der Einheitslinie OE auf die Normale (oder Geneigte) BE... getragen werden; das gesuchte Product $ab = x$ wird dann auf der Parallelen zu b, die auf der Einheitslinie um a von O absteht, von den beiden aus O durch die Endpunkte von b gezogenen Strahlen abgeschnitten.

V. Man mache, Fig. 11, OE = der Einheit, EB = dem Factor b, OB beliebig, nur $< OE + EB$, ferner OA auf OB... = dem Factor a, und lege durch A eine Antiparallele zu EB (siehe bei III.), so schneidet von dieser die OE... das Product $AC = x$

Fig. 10.

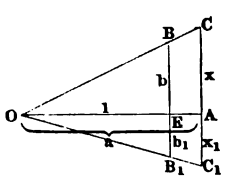


Fig. 11.

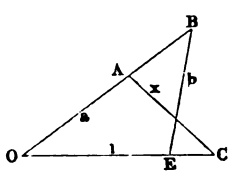
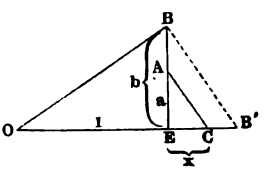


Fig. 12.



ab. Denn es ist $CA : OA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$. a und b können kleiner oder grösser als 1 sein.

VI. Man mache wieder, Fig. 12, $OE = 1$, errichte in E ein

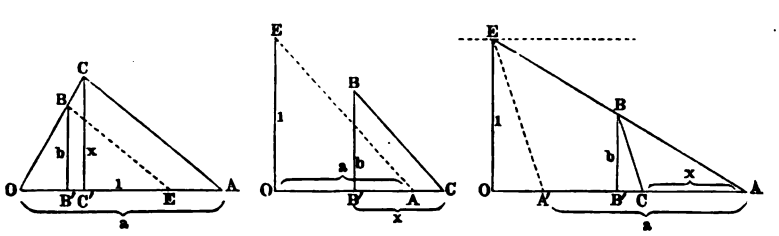
Perpendikel, mache $EA = a$, $EB = b$, verbinde O mit B, ziehe BB' normal zu OB, und lege durch A eine Parallele zu BB', so schneidet diese von der Verlängerung der OE das Stück EC = dem Product x ab. Denn es ist $EC : EA = BE : OE$, oder $x : a = b : 1$.

In Zeichnungen kommt es häufig vor, dass zu multiplicirende Strecken eine gegebene, zum graphischen Multipliciren schon brauchbare Lage haben, wenn dieselben auch nicht so bequem wie die bisher benutzten sind. Alsdann kann von folgenden Multiplicationsweisen oft Gebrauch gemacht werden.

VII. Fig. 13. $OA = a$ und $B'B = b$ stehen senkrecht oder geneigt auf einander, so aber, dass B' zwischen O und A fällt. Dann trage auf OA . . . die Einheit OE auf, verbinde B mit E, und lege durch A eine Parallele zu BE, und durch den Schnittpunkt C der Parallelen und der Linie OB . . . die Parallele CC' zur Gegebenen BB', so schneidet OE... von der CC'... das Product $CC' = x$ ab. Denn es ist $CC' : OA = BB' : OE$, oder $x : a = b : 1$.

VIII. Fig. 14. Gegeben wie vorhin, $OA = a$ und $BB' = b$, senkrecht oder geneigt zu OA. Dann trage OE = der Einheit von O aus parallel zu BB' auf, verbinde E mit A, und ziehe durch B eine Parallele zu EA, so schneidet diese die OA . . . in C ein und es ist $B'C$ das Product x. Denn man hat $B'C : B'B = OA : OE$, oder $x : b = a : 1$.

Fig. 13. Fig. 14. Fig. 15.



IX. Fig. 15. Gegeben wie vorhin $AA' = a$, und senkrecht dazu $B'B = b$, so ziehe AB . . . bis zum Schnitt E mit einer von AA' um die Einheit OE abstehenden Parallelen zu AA', fälle das Loth EO, welches dann = der Einheit ist, ziehe EA' und zu diesem parallel eine Gerade durch B, so schneidet diese von der AA' das Product $AC = x$ ab. Denn es ist $AC : CB$

$= AA' : A'E$, also auch $AC : B'B = AA' : EO$, oder $x : b = a : 1$.

X. Fig. 16. Gegeben $AA' = a$, und $BO = b$ senkrecht zu AA'. Dann schneide mit der Zirkelöffnung $OE =$ der Einheit aus O in AA' ein, ziehe durch A' eine Parallele zu OE, durch A eine Normale dazu, so schneiden diese einander in C, und es ist AC das Product x. Denn, da der Winkel $CAA' = BOE$, so ist $AC : AA' = OB : OE$, oder $x : a = b : 1$. Die Strecke AA' wurde hier auf eine zu OE senkrechte Linie projicirt. Eine solche Projection bezeichnet man *) kurz als Antiprojection von AA' auf OE.

XI. Fig. 17. Wenn die Gegebenen a und b einander recht-

Fig. 16.

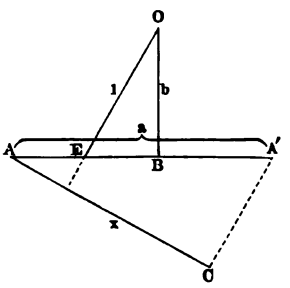
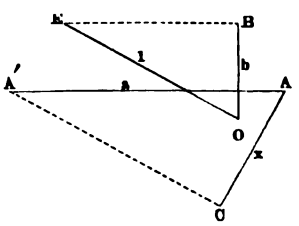


Fig. 17.



winklig schneiden, wie $AA' = a$ und $BO = b$, so ziehe durch B eine Parallele zu AA', schneide aus O mit der Zirkelöffnung $OE =$ der Einheit in $BE \ldots$ ein, mache $A'C$ parallel EO und AC normal $A'C$, so ist AC das Product x. Denn, da die Winkel bei E und A' gleich sind, hat man $AC : AA' = OB : OE$, oder $x : a = b : 1$.

Die auf die angeführten oder noch andere Arten ausgeführte Multiplication lässt sich auch mehrfach anwenden, indem man das für zwei Factoren benutzte Verfahren wiederholt oder auch danach eines der anderen anwendet.

Soll z. B. das Product $a \,.\, b \,.\, c$ dreier Strecken gefunden werden, so ermittelt man zuerst etwa nach (I.) das Product $x_1 = ab$, Fig. 18 (a. f. S.), klappt $OC = ab$ nach OC' auf $OA \ldots$, trägt aus O die $OD = c$ auf, errichtet in C' ein Perpendikel und verlängert OD bis zum Schnitte F mit $C'F$, worauf OF das gesuchte

*) Siehe Culmann's graphische Statik.

Product $x = abc$ ist. Oder man macht, Fig. 19, nach Auffindung von $OC' = ab$, die Strecke $ED = c$ (nach IV.) und verlängert

Fig. 18.

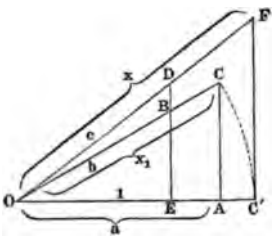
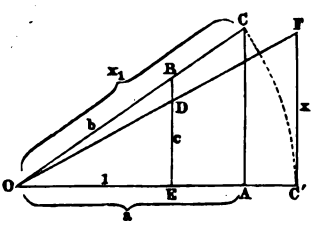


Fig. 19.



$OD \ldots$ bis zum Schnitte F mit einem Perpendikel in C', worauf $C'F = x$ u. s. w.

§. 23.

Division von Strecken.

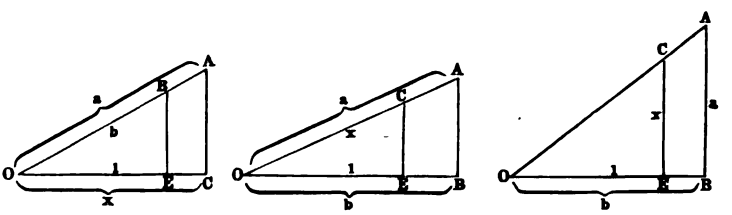
Die Division kann als Umkehrung der Multiplication sofort aus dem Gegebenen abgeleitet werden. Beim graphischen Dividiren einer Strecke a durch eine Strecke b hat man eine dritte Strecke x anzugeben, welche $\frac{a}{b}$ mal die Einheit der a und b enthält. Aus den oben behandelten Aufgaben gehen u. a. die folgenden Divisionsarten hervor.

I. Man mache, Fig. 20 (a. f. S.), $OE =$ der Einheit, errichte in E eine Senkrechte (oder eine geneigte Linie), schneide mit dem Divisor $OB = b$ in dieselbe ein, ziehe $OB \ldots$ und mache $OA =$ dem Dividenden a. Wird darauf durch A eine Parallele zu BE gezogen, so schneidet diese von der $OE \ldots$ den Quotienten $OC = x$ ab. Denn es ist: $OC : OE = OA : OB$, d. i. $x : 1 = a : b$, oder $x = \frac{a}{b}$.

II. Man mache OE, Fig. 21 (a. f. S.), $=$ der Einheit, ferner auf $OE \ldots$ die Strecke $OB =$ dem Divisor b, errichte in B ein Perpendikel, und schneide in dasselbe aus O mit $OA =$ dem Dividenden a ein. Wird dann in E eine Senkrechte errichtet, so schneidet diese von der $OA \ldots$ den Quotienten $OC = x$ ab; denn es ist wieder $OC : OE = OA : OB$, oder $x : 1 = a : b$.

III. Macht man, Fig. 22, OB = dem Divisor b, auf OB ... die $OE = 1$, senkrecht auf OB die AB = dem Dividenden a,

Fig. 20. Fig. 21. Fig. 22.



zieht OA, und errichtet in E ein Perpendikel auf OE, so wird von diesem durch die OA ... der Quotient $EC = x$ abgeschnitten. Denn es ist $EC : OE = AB : OB$, oder $x : 1 = a : b$ u. s. w. *).

§. 24.

Multiplication verbunden mit Division.

Wenn man eine Zahl a mit einem Bruche $\frac{b}{c}$ zu multipliciren hat, so ist eine Multiplication von a mit b und eine Division von $a \cdot b$ durch c vorzunehmen, um das Resultat x zu finden. Bedenkt man aber, dass für $x = \frac{ab}{c}$ zu schreiben ist $x : a = b : c$, sieht man ein, dass die Operationen dadurch vereinigt werden können, dass man bei einem Multiplicationsverfahren statt der Einheit OE den Nenner c aufträgt. Es wird dann die Strecke a statt mit dem Verhältniss $\frac{b}{1}$ mit demjenigen $\frac{b}{c}$ multiplicirt. Das Folgende wird zur völligen Erläuterung genügen.

I. Um eine Strecke a mit dem Bruche $\frac{b}{c}$ zu multipliciren, mache man, Fig. 23 (a. f. S.), $OA = a$, OE auf OA ... gleich

*) Wegen anderer Regeldetri-Verfahren, z. B. Aufsuchung des gemeinschaftlichen Nenners, Zählers u. s. f. ist das obenangemerkte empfehlenswerthe Schriftchen von Eggers nachzusehen.

dem Nenner c, errichte in E ein Perpendikel auf OE, in welches man mit $OB = b$ aus O einschneide, ziehe die $OB \ldots$, und lege durch A eine Parallele zu EB, so schneidet dieselbe von der $OB \ldots$ den Quotienten $OC = x$ ab. Denn es ist $OC : OB = OA : OE$, oder $x : b = a : c$, d. i. $x = \frac{ab}{c}$.

II. Soll das Product $\frac{ab}{2}$ erhalten werden, so mache man Fig. 24, $OA = a$, auf $OA \ldots$ die $OE = 2$ mal der Einheit oder

Fig. 23.

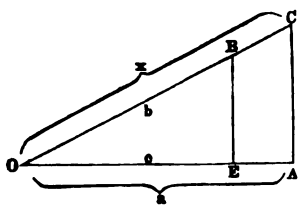
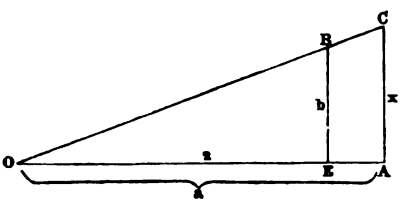


Fig. 24.



$= 2$, $EB = b$ senkrecht zu OE, lege durch A eine Parallele zu EB, und ziehe die $OB \ldots$, so schneidet diese von der $AC \ldots$ das gesuchte Product $AC = x$ ab. Denn es ist $AC : OA = BE : OE$, oder $x : a = b : 2$, d. h. $x = \frac{ab}{2}$.

Das hier angegebene Verfahren, welches auf sämmtliche Multiplicationsarten in §. 22 sofort angewandt werden kann, bietet beim Berechnen von Flächeninhalten sehr gute Dienste, wie sofort gezeigt werden soll.

§. 25.

Flächeninhalt des Dreiecks.

Der Inhalt eines Dreieckes als halbes Product aus Grundlinie und Höhe ist nach dem vorigen Paragraphen sehr leicht graphisch zu berechnen.

I. Fig. 25. Nachdem man eine Seite $OB = b$ des auszumessenden Dreieckes OAB als Grundlinie gewählt hat, wobei das Loth $AA' =$ der Höhe h nicht gezogen zu werden braucht, trägt man auf OB die Strecke $OE = 2$ Einheiten (Zoll, Decimeter etc.) ab, verbindet (oder denkt verbunden) A mit E, und zieht

durch B eine Parallele zu EA bis zum Schnitte C mit der verlängerten $OA \ldots$, so ist das aus C gefällte Loth CC' (nach VII., §. 22, und II., §. 24) das Product $\frac{hb}{2}$, also der Inhalt f des Dreieckes.

II. Fig. 26. Trage an das Ende der Grundlinie $OB = b$

Fig. 25.

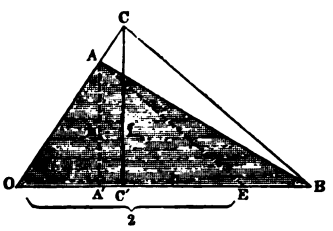
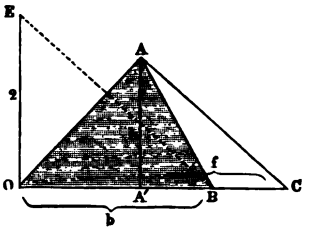


Fig. 26.



senkrecht zu ihr die $OE = 2$ Einheiten auf, fälle das Höhenloth $AA' = h$, und ziehe durch A eine Parallele zu EB, so schneidet diese von der Grundlinie $OB \ldots$ das Stück $A'C$ ab, welches das Product $f = \frac{hb}{2}$ ist (Bew. §. 22, VIII., und §. 24, II.).

III. Verlängere die Grundlinie BC und die Seite BA des Dreieckes ABC, Fig. 27, bis diese Linien die dem Höhenloth $h = AA'$ parallele $OE = 2$ Einheiten zwischen sich fassen, verbinde E mit C und ziehe durch A eine Parallele zu EC, so schneidet diese von der Grundlinie das Stück BD ab, welches das Product $f = \frac{hb}{2}$ ist (Bew. §. 22, IX., und §. 24, II.).

IV. Schneide aus dem Scheitel O des Dreieckes AOB,

Fig. 27.

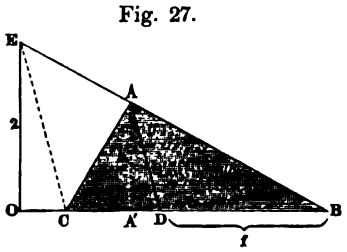


Fig. 28.

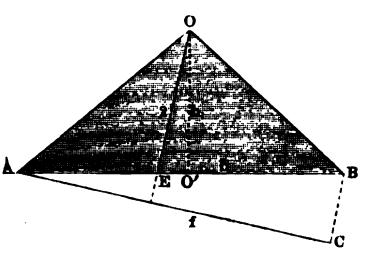


Fig. 28, mit der Zirkelöffnung $OE = 2$ Einheiten in die gegenüberliegende Seite $AB = b$ ein und antiprojicire die Grundlinie

AB auf die OE durch Ziehung der zu OE parallelen $BC\ldots$ und der zu ihr normalen AC, so ist letztere das Product f aus der Grundlinie b und der Hälfte der Höhe $h = OO'$, also der Flächeninhalt des Dreieckes (Bew. §. 22, X., und §. 24, II.).

War die Einheit 1 Zoll, so gibt das Maass von f, in Zollen ermittelt, die Zahl der Quadratzolle an, welche die Dreieckfläche enthält, bei Decimeter gibt es Quadratdecimeter u. s. f. Wäre $f = {}^7/_8$ Zoll, so hätte das Dreieck ${}^7/_8$ □Zoll Inhalt; wäre f bei der Einheit Decimeter 72 Millimeter gross ausgefallen, so wäre der Dreieckinhalt 0,72 Quadratdecimeter, oder $0{,}72 \cdot 10000 = 7200$ □^{mm}.

§. 26.

Flächeninhalt des Vierecks.

Beim Viereck ist der Flächeninhalt entweder direkt bestimmbar, wie beim Parallelogramm, oder man kann es in Dreiecke zerlegen, die man einzeln oder zusammen misst, oder aber man verwandelt das Viereck in ein gleichgrosses Dreieck.

I. Ausmessung des Parallelogramms $ABCO$, Fig. 29. Die Seite OA als Grundlinie betrachtend, macht man $OE =$ der Einheit, errichtet das Perpendikel $EE' = h$ und multiplicirt (wie in IV. §. 22) durch Ziehung der $OE'\ldots$ und des Perpendikels in A, dessen Abschnitt AD dann der Inhalt $f = bh$ ist.

Fig. 29.

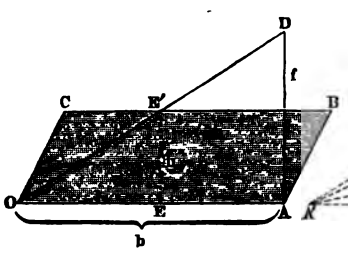
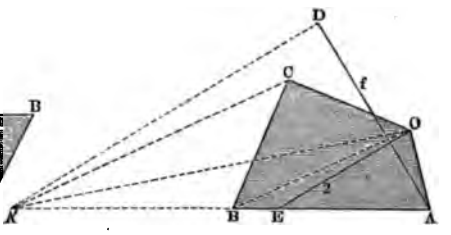


Fig. 30.



II. Das Viereck $ABCO$, Fig. 30, ist durch Ziehung der zur Diagonale OB parallelen $CA'\ldots$ bis zum Schnitte mit der verlängerten Grundlinie $AB\ldots$ leicht in ein Dreieck verwandelt, da $\triangle OBC = \triangle OBA'$. Es kann nunmehr nach IV. §. 25 ver-

fahren, nämlich $OE = 2$ und $AD =$ der Antiprojection der AA' auf OE gemacht werden, worauf $AD = f$.

III. Fig. 31. Die Diagonale $AC = b$ theilt das Viereck $ABCO$ in zwei Dreiecke, deren Höhen die Summe $OO' =$ der Antiprojection der OB auf AC haben. Die Multiplication von OO' mit $\frac{b}{2}$ kann nun sofort nach XI. §. 22 und II. §. 24 vorgenommen werden, indem man $O'BE\ldots$ parallel AC zieht, $OE = 2$ macht, $AD \parallel EO$ und CD normal AD zieht, worauf CD das gesuchte Product $f =$ dem Inhalte des Viereckes ist.

Fig. 31.

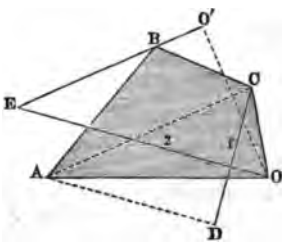
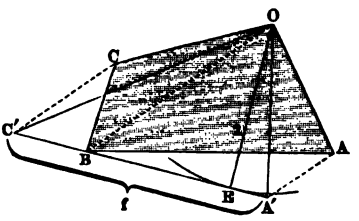


Fig. 32.



IV. Fig. 32. Das Viereck $ABCO$ kann auch auf ein Dreieck von der Höhe 2 gebracht werden, worauf dann die Grundlinie das Product $\frac{hb}{2}$ ist. Beschreibe um O einen Kreis mit dem Halbmesser $OE = 2$, und lege an denselben eine Tangente, welche durch die O gegenüberliegende Ecke geht. Ziehe darauf durch die beiden anderen Ecken A und C Parallelen zur Diagonalen OB, so schneiden diese von der genannten Tangente das Stück $A'C'$ ab. Dieses ist die Basis des dem Viereck $ABCO$ inhaltgleichen Dreiecks $A'OC'$ und hat die Grösse $f =$ dem Inhalt dieses Dreieckes.

Mit der einen oder anderen der hier gegebenen Methoden kann man die vorkommenden praktischen Aufgaben jederzeit lösen.

§. 27.

Flächeninhalt von Polygonen.

Zur Ausmessung von Polygonen bedient man sich der Verwandlung derselben in Dreiecke. Diese geschieht auf folgende Weise.

Aus einer Ecke O des Polygons $OABCDE$, Fig. 33, ziehe die Diagonale OB, welche O mit dem nächsten Eckpunkte verbindet, lege parallel dazu eine Gerade durch den zwischen O und B befindlichen Eckpunkt und verlängere die dritte Seite CB bis zum Schnitte B' mit der genannten Parallelen; verbindet man dann O mit B', so ist, da $\triangle OBB' = \triangle OBA$, das Vieleck $OB'CDE$ inhaltgleich mit ursprünglichen, hat aber eine Ecke weniger. Man ziehe nun OC und durch B' die $B'C' \parallel OC$ u. s. f., auch an der anderen Seite von O kann so verfahren werden, worauf schliesslich ein Dreieck $OC'D'$ erhalten wird, welches dem Polygon inhaltgleich ist, und leicht nach dem Früheren auszumessen ist. Die unbenutzten Verbindungslinien OB' u. s. w. brauchen nicht gezogen zu werden. Das Verfahren eignet sich, wie Culmann hervorhebt und allgemeiner ausführt, trefflich für die Ausmessung von Bahn- und Strassenprofilen.

Fig. 33.

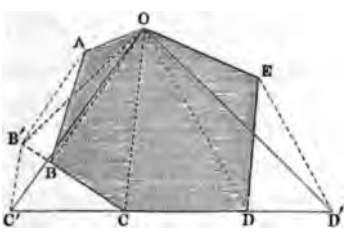
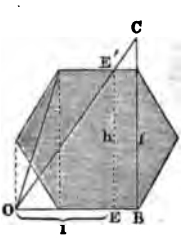


Fig. 34.



Regelmässige Polygone, wie das Sechseck in Fig. 34, brauchen nur zur Hälfte verwandelt zu werden, worauf sie wie Parallelogramme ausgemessen werden können.

§. 28.

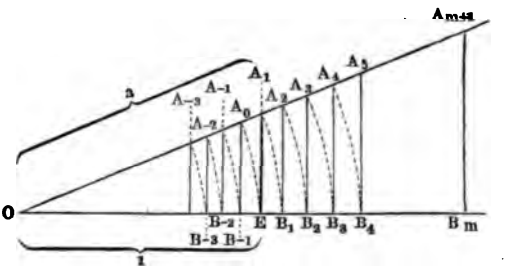
Potenziren von Strecken.

Eine Strecke a in die $n$te Potenz erheben heisst eine Strecke x angeben, welche die Einheit von a so oft enthält, als die $n$te Potenz von a angibt, oder welche a^n Einheiten der a lang ist. Das hierfür nöthige Verfahren lässt sich, wenn n eine ganze, übrigens positive oder negative Zahl ist, sofort aus der graphischen Multiplication und Division ableiten, indem es als eine wiederholte Multiplication oder Division von a mit a aufzufassen ist.

Auch dieses Verfahren ist, entsprechend den früher aufgezeigten Mannigfaltigkeiten, auf mancherlei verschiedene Weisen ausführbar.

I. (Siehe §. 22, I.) Man mache OE, Fig. 35, = der Einheit, errichte in E ein Perpendikel und schneide in dasselbe aus

Fig. 35.



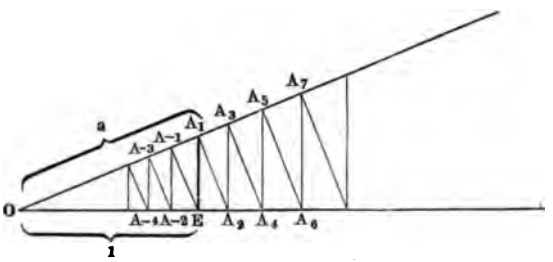
O mit $OA_1 =$ dem Grundfactor a ein, mache OB_1 auf der OE... ebenfalls $= a$, und errichte in B_1 ein Perpendikel, so schneidet dieses die verlängerte OA_1 in A_2, und es ist (nach I. §. 22) $OA_2 = a^2$. Dieses nach OB_2 niederklappend, und das Perpendikel B_2A_3 ziehend, erhält man in OA_3 den Werth a^3, und so fortfahrend in OB_4 den Werth a^4, in OB_5 den a^5 u. s. f. Ueberhaupt wird, wenn OB_m auf OE... eine beliebige, z. B. die $m$te Potenz von a ist, durch das Perpendikel in B_m von der OA_1... die $m+1$te Potenz von a in dem Stücke OA_{m+1} abgeschnitten. Umgekehrt wird durch ein Loth aus dem Endpunkte A_{m+1} einer Potenz von a auf die Achse OE... von dieser ein Stück OB_m abgeschnitten, welches die um 1 verminderte Potenz von a ist (vergl. die Divisionsregel in I. §. 23).

Hieraus folgt ferner, dass das Loth A_1E aus A_1 auf OE... die Potenz a^1 auf a^0, d. i. 1 bringt, wie auch durch die Voraussetzung klar. Trägt man nun wieder OE nach OA_0 und fällt ein Loth A_0B_{-1}, so ist $OB_{-1} = a^{-1}$ oder $\frac{1}{a}$, d. i. der reziproke Werth von OA_1; so fortfahrend erhält man in OB_{-2} den Werth $\frac{1}{a^2}$, in OB_{-3} den Werth $\frac{1}{a^3}$ u. s. f.

II. Durch Verbindung der Multiplicationsregeln I. und III. §. 22 erhält man folgendes Potenzirverfahren. Man mache wieder, Fig. 36 $OE = 1$, $OA_1 = a$, EA_1 senkrecht zu OE, und ziehe durch A_1 eine Senkrechte auf OA_1, so schneidet

diese die $OE\ldots$ in A_2, und es ist $OA_2 = a^2$; in A_2 ein Perpendikel bis zum Schnitte A_3 mit $OA_1\ldots$ errichtend, erhält man

Fig. 36.



$OA_3 = a^3$, darauf durch ein weiteres Perpendikel auf OA_1 in OA_4 den Werth a^4, und so fortfahrend auf der Achse $OE\ldots$ die geraden, auf $OA_1\ldots$ die ungeraden, und zwar beidemal positiven Potenzen von a. Von E aus rückwärts schreitend erhält man in OA_{-1} die Reziproke von a, in OA_{-2} den Werth $\frac{1}{a^2}$, und so fortfahrend auf $OA_1\ldots$ die ungeraden negativen, auf $OE\ldots$ die geraden negativen Potenzen von a.

Die beiden vorstehenden Verfahren setzen voraus, dass $a > 1$ sei; bei den beiden folgenden ist dagegen $a < 1$ vorausgesetzt.

III. Nachdem OE, Fig. 37, gleich der Einheit gemacht, trage man $OA = a$ so auf, dass AE senkrecht zu OA steht. Zieht man dann das Loth $E1$, das Gegenloth 1 2, dann Loth 2 3, Gegenloth 3 4 u. s. w., so ist: $O1 = \frac{1}{a}$, $O2 = \frac{1}{a^2}$, $O3 = \frac{1}{a^3}$ u. s. f.

Fig. 37.

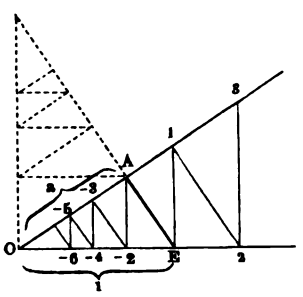
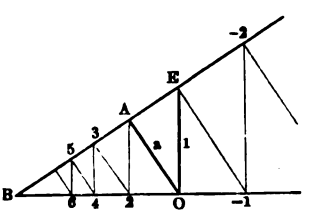


Fig. 38.



Von E aus nach links schreitend und abwechselnd Perpendikel und Gegenperpendikel ziehend, erhält man die Werthe: O — 2

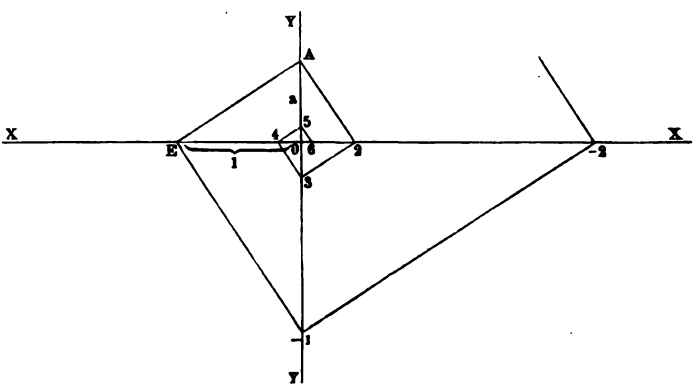
$= a^2$, $O - 3 = a^3$, $O - 4 = a^4$ u. s. w., hier also links die positiven, rechts die negativen Potenzen von a (Bew. s. III. §. 22, auch aus dem obigen Verfahren II. zu entnehmen).

Die Constructionslinien, welche im Zickzack zwischen den Achsen hin- und hergehen, haben auch ein nach Potenzen fortschreitendes Wachsthum, welches man auf folgende Weise benutzen kann.

IV. Man mache OE, Fig. 38, $= 1$, $OA = a$ und Winkel $OAE = 90^0$, ferner OB senkrecht zu OE und verlängere EA sowohl bis zum Schnitte B, als rückwärts (vergl. die Punktirung in Fig. 37). Zieht man nun wieder nach rück- und vorwärts die Lothe und Gegenlothe wie vorhin, so hat man folgende Werthe: $OA = a$, $A2 = a^2$, $23 = a^3$ u. s. f., ferner $OE = a^0$, $E - 1 = a^{-1} = \frac{1}{a}$, $- 1 - 2 = \frac{1}{a^2}$, $- 2 - 3 = \frac{1}{a^3}$ u. s. w.

V. Das folgende Verfahren ist für beliebige Werthe von a, seien sie $>$ oder $<$ 1, anwendbar. Man mache OE, Fig. 39, auf der Achse XOX gleich der Einheit, errichte in O ein Perpendikel YOY, schneide auf demselben $OA = a$ ab, und ziehe (oder denke gezogen) die EA. Zieht man alsdann die $A2$ normal zu EA, so ist der erhaltene Abschnitt $O2$ auf der X-Achse

Fig. 39.



der Werth a^2; wird dann 23 senkrecht zu $A2$ gezogen, so ergibt sich in dem Abschnitt $O3$ auf der Y-Achse der Werth a^3, und so fortfahrend erhält man auf der X-Achse a^4, überhaupt auf dieser die geraden, auf der Y-Achse die unge-

raden positiven Potenzen von a. Beim Rückwärtsverfolgen des spiraligen Streckenzuges vermindert sich der Exponent je um 1 beim Uebergang von einer auf die andere Achse. Von A nach E fahrend, erhält man in EO den Werth $a^0 = 1$, darauf in $O - 1$ den Werth $\frac{1}{a}$, darauf die Werthe $\frac{1}{a^2}$, $\frac{1}{a^3}$ u. s. w. (Bew.: Mult. VI. §. 22). Dieses Verfahren ist sehr geeignet für einzelne Potenzirungen an dargestellten, in einer Zeichnung vorkommenden Grössen.

§. 29.

Potenziren der trigonometrischen Functionen.

Die soeben besprochenen Potenzirungsmethoden lassen sich bequem zur Bildung der Potenzen der trigonometrischen Functionen benutzen, worauf wegen der Anschaulichkeit der sich darstellenden Fortschreitungen aufmerksam gemacht zu werden verdient.

I. Potenzen des Cosinus und Sinus. Mache OE, Fig. 40,

Fig. 40.

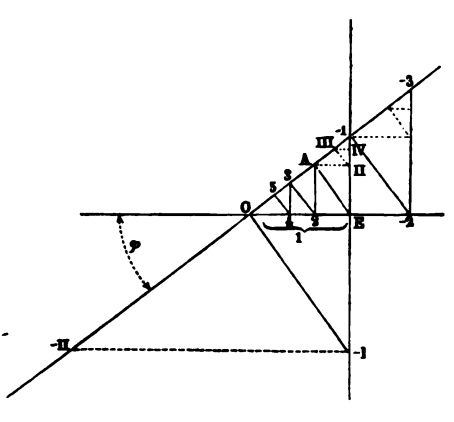
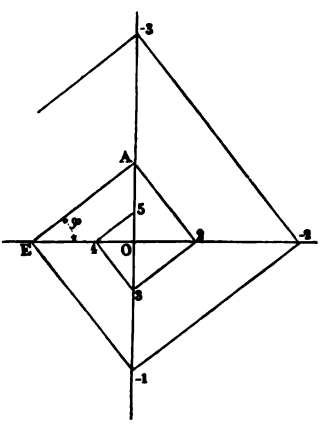


Fig. 41.



$= 1$, Winkel $EOA =$ dem Winkel φ, dessen trigonometrische Functionen potenzirt werden sollen, EA senkrecht zu OA ... Zieht man dann die Lothe und Gegenlothe $A2$, 23, 34 u. s. w., ferner $E - 1$, $- 1 - 2$ u. s. f., so hat man: $OA = \cos\varphi$, $O2$

$= cos^2\varphi$, $O3 = cos^3\varphi$, $O4 = cos^4\varphi$; $O - 1 = \frac{1}{cos\,\varphi}$, $O - 2 = \frac{1}{cos^2\varphi}$ u. s. w. Zieht man die Lothe und Gegenlothe A II., II. III., III. IV. ..., O — I., — I. — II. u. s. w., so hat man: $AE = sin\,\varphi$, A II. $= sin^2\varphi$, II. III. $= sin^3\varphi$, III. IV. $= sin^4\varphi$ ..., O — I. $= \frac{1}{sin\,\varphi}$, — I. — II. $= \frac{1}{sin^2\varphi}$ u. s. f.

II. Potenzen der Tangenten und Cotangenten. Mache, Fig. 41, EO = der Einheit und Winkel $OEA = \varphi$. Zieht man darauf von A vorwärts und rückwärts die Wechsellothe wie bei V. §. 28, so erhält man die folgenden Werthe: $OA = tang\,\varphi$, $O2 = tang^2\varphi$, $O3 = tang^3\varphi$ u. s. f., $OE = 1 = tang^0\varphi$, $O - 1 = cotang\,\varphi$, $O - 2 = cotang^2\varphi$ u. s. w.

Die Convergenz und Divergenz der hier so einfach darstellbaren Potenzenfolgen wird durch die Zeichnung, wie man sieht, sehr übersichtlich gemacht.

§. 30.

Wurzelausziehen.

Das Ausziehen der Quadratwurzel ist graphisch leicht zu bewirken, indem $\sqrt{a}$ als mittlere Proportionale zwischen a und 1 auf mancherlei Art bequem zu verzeichnen ist. Auch lassen sich aus den oben angegebenen Potenzirungsmethoden die des Quadratwurzelziehens, deren hier drei stehen mögen, unschwer ableiten.

I. Man mache, Fig. 42, OE = der Einheit, $OA = a$,

Fig. 42.

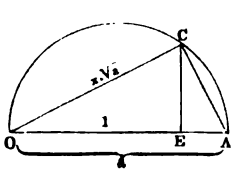


Fig. 43.

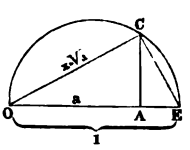
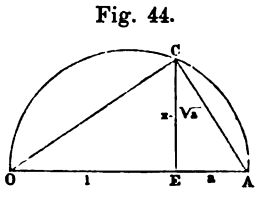


Fig. 44.



schlage einen Halbkreis über OA, errichte in E ein Loth, welches in C von dem Halbkreise geschnitten wird, und ziehe OC, so ist

OC die gesuchte Grösse $x = \sqrt{a}$ (siehe §. 28). Hierbei ist $a > 1$, im folgenden Verfahren dagegen $a < 1$ vorausgesetzt.

II. Mache, Fig. 43, $OE = 1$, $OA = a$, schlage einen Halbkreis über OE, errichte in A ein Loth, und ziehe nach dem Schnitte C des Halbkreises mit dem Lothe die OC, so ist diese die gesuchte Grösse $x = \sqrt{a}$.

III. Mache, Fig. 44, $OE = 1$, und auf der verlängerten $OE \ldots$ die Strecke $EA = a$, schlage über OA einen Halbkreis, und errichte in E ein Loth, so schneidet dieses den Halbkreis in C, und es ist EC der gesuchte Werth $x = \sqrt{a}$.

Das Ausziehen der vierten Wurzel kann durch zweimalige Ausziehung der Quadratwurzel geschehen, überhaupt dieses Verfahren auf Halbirung des Exponenten eines Radicanden angewandt werden. Schwieriger dagegen ist die Ausziehung der dritten, fünften u. s. w. Wurzel, überhaupt der auf dem soeben erläuterten Wege nicht erhaltbaren Wurzeln aus Strecken. Culmann in seinem angeführten Werke nimmt dabei die logarithmische Spirale zu Hilfe, Schlesinger (siehe oben) benutzt eine nach dem Verfahren in §. 28 verzeichenbare Schaar von Curven („Potenzcurven"); andere immerhin nicht ganz einfache Verfahrungsweisen sind in den angeführten Quellen angegeben, worauf deshalb verwiesen wird. Hier soll nicht weiter auf dieselben eingegangen werden, da in den später zu behandelnden Aufgaben davon keine Anwendung gemacht wird.

§. 31.

Das Addiren und Subtrahiren von Kräften.

Bei den bisher vorgenommenen rechnerischen Operationen an Strecken wurde nur deren absolute Grösse oder Maass ins Auge gefasst, aber nicht berücksichtigt, welche Richtung die Strecken in der Ebene oder im Raum etwa hatten, noch auch welche bestimmten Punkte der Ebene oder des Raumes den Strecken angehörten, d. h. welche Lage sie einzunehmen bestimmt sein möchten. Diese weiteren Eigenschaften sind aber bei Betrachtung des Gleichgewichtes von Kräften in Betracht zu ziehen, wozu die folgenden Untersuchungen und Aufgaben Anleitung geben. Wir gehen demnach jetzt von den bloss arithmographischen zu den graphostatischen Methoden über.

Wenn mehrere Kräfte auf einen Punkt wirken oder ein Kraftbüschel bilden, so lässt sich deren Gesammtwirkung auf den Punkt durch Addition der Projectionen der die Kräfte darstellenden Strecken auf die Coordinatenachsen erhalten. Diese Addition der Projectionen der Kräfte auf zeichnerischem Wege nennt man das graphische Addiren der Kräfte. Die Summe wird erhalten, wenn man die Kräfte, gleichviel ob sie in der Ebene wirken oder nicht, ihrer Richtung und Grösse nach Ende an Ende so aufträgt, dass in dem entstehenden Polygon ein den Pfeilrichtungen folgender Punkt alle Seiten durchläuft, ohne eine Seite zweimal zu befahren. Sind die Kräfte, z. B. 1, 2, 3 bis 6, Fig. 45,

Fig. 45.

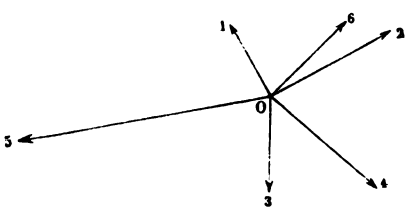
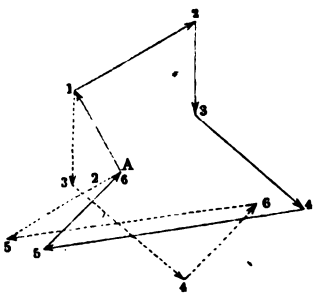


Fig. 46.



an *O* im Gleichgewicht, so ist die Summe ihrer Projectionen = Null, das aus den Strecken 1 bis 6 gebildete Polygon, Fig. 46, geschlossen. Der beim Addiren von Kräften zu bildende Linienzug heisst Kräftepolygon. Die Ordnung, in welcher man im Kräftepolygon die Kräfte aufeinander folgen lässt, ist gleichgültig; so kann in Fig. 46 der Zug 1, 2, 3, 4, 5, 6 oder der Zug 1, 3, 4, 6, 5, 2 u. s. w. gewählt werden, ohne dass dadurch das Ergebniss geändert wird.

Das Subtrahiren von Kräften ist wie arithmetisch, so auch graphisch eine Umkehrung des Addirens, und wird durch Umkehren der Pfeilrichtungen der abzuziehenden Kräfte, die alsdann wie oben addirt werden, bewirkt. Für die Graphostatik eignen sich recht eigentlich nur ebene Kräftepolygone, weshalb man unebene auf ebene zurückzuführen hat, was durch passende Kräftezerlegung geschieht. Die vorstehend erklärte Addition und Subtraction von Strecken, welche Kräfte darstellen, aber auch andere Dinge darstellen könnten, heisst die geometrische Addition und

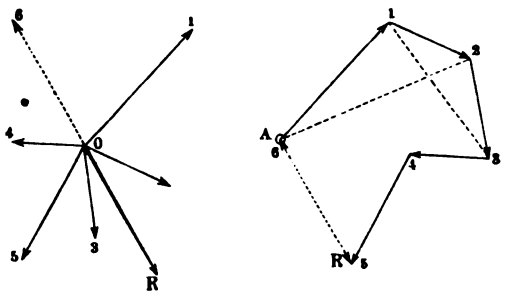
Subtraction. Ihr schliesst sich die geometrische Multiplication und Division ebenso an, wie oben die arithmographischen Verfahrungsweisen sich aneinander reihen. Doch wird auf diese, hier später nicht benutzten Methoden, welche übrigens das grösste Interesse des Geometers verdienen, nicht eingegangen.

§. 32.

Resultirende oder Mittelkraft eines Kraftbüschels.

Wenn ein Kräftepolygon für ein Kraftbüschel, z. B. das der Kräfte 1 bis 5, Fig. 47, nicht geschlossen ist, so herscht im An-

Fig. 47.



griffspunkt *O* kein Gleichgewicht. Um dasselbe herbeizuführen, ist im Angriffpunkt noch eine Kraft 6 zuzufügen, welche nach Richtung und Grösse durch die Schlusslinie 5,6 des Polygons angegeben wird. Mit dieser Kraft sind die übrigen alsdann im Gleichgewicht; sie haben daher eine Mittelkraft *R*, welche der durch die Schlusslinie angegebenen an Richtung und absoluter Grösse gleich, an algebraischer Grösse oder Vorzeichen aber entgegengesetzt, also mit entgegengestelltem Pfeil zu bezeichnen ist. Hiernach ist im geschlossenen Kräftepolygon jede einzelne Kraft die Resultirende oder Mittelkraft aller übrigen nach Richtung und absoluter Grösse, derselben aber im Bewegungssinne entgegengerichtet. Im nicht geschlossenen Polygon ist die noch zuzufügende Schlusslinie, versehen mit einem dem Pfeilzuge entgegengerichteten Pfeile, die Mittelkraft. So ist in Fig. 47 *A* 2 die Mittelkraft von 1 und 2, wie auch von 3, 4, 5 und 6, ferner 1 3 die Resultirende von 2 und 3, wie auch von 4, 5, 6 und 1 u. s. w. *).

*) Die hier nur von dargestellten Kräften ausgesagten Eigenschaften gelten auch von anderen Grössen, welche die Merkmale, Richtung und

§. 33.

Zerstreut wirkende Kräfte in der Ebene. Seilpolygon.

Wenn die Richtungslinien von Kräften, welche an einem Körper sich das Gleichgewicht halten, einander nicht in einem Punkte schneiden, was sehr leicht eintreten kann, da sie bei der Anzahl n bis zu $\frac{n}{2}(n-1)$ Schnittpunkte haben können, so kann die obige Darstellung nicht ohne weiteres angewandt werden, doch lässt sich dieser mehr verwickelte Fall auf den einfachen zurückführen. Zu dem Ende denken wir uns, indem wir vorläufig wieder alle Kräfte in einer Ebene wirkend voraussetzen wollen, den Körper durch ein System von geradlinigen festen Gebilden ersetzt, welche, von einer Kraft zur anderen gehend, ein Polygon bilden, dabei sowohl Zug- als Druckkräften (in ihrer Richtung) widerstehen können, und so gerichtet und gelegen sind, dass jede der einzelnen Kräfte im Gleichgewicht mit den beiden Kräften ist, welche, in den genannten Polygonseiten wirkend, mit ihr an einem Punkte angreifen. Das so gebildete Polygon, Fig. 48, führt den Namen Seilpolygon, bei Gewölben Stützlinie oder Drucklinie, weil dort die Verbindungsgeraden vorzugsweise auf Druck beansprucht sind, kann auch allgemein Gelenkpolygon genannt werden*).

Die Polygonecken K heissen Knoten. Das Gelenkpolygon kann für die Untersuchung der Kräfte nach dem Vorigen den Körper dann vertreten, wenn zwischen den äusseren Kräften einerseits und den Anspannungen in den Polygonseiten andererseits an jedem Knoten Gleichgewicht herrscht, z. B. in dem Knoten K_2, wenn die Kräfte $S_{1,2}$ und $S_{2,3}$ zur Resultante eine Kraft haben, welche P_2 gleich an Grösse und Richtungswinkel,

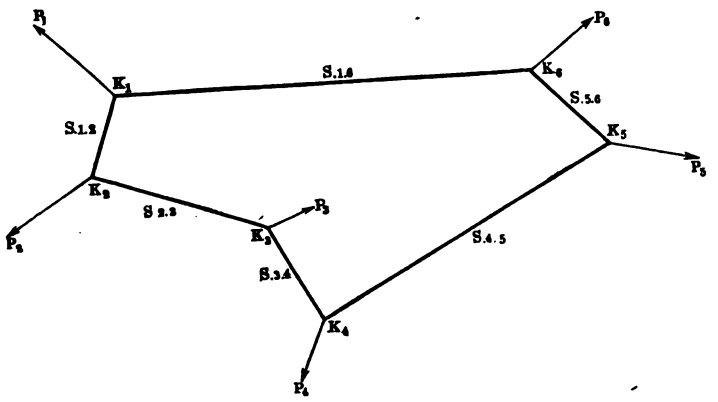
---

Grösse besitzen, so von Geschwindigkeiten, die virtuellen eingeschlossen, ferner von Wegen nach bestimmten Punkten, von den Linien, welche die Mittelpunkte der Steine eines Gewölbes verbinden u. s. w. Sie lassen sich auch figürlich verwenden; wissenschaftliche Erörterungen sind oft gleichsam Polygone von Schlüssen, gemacht, um die Schliessungslinie, das Neue, das Resultat zu erhalten.

*) Das Wort Gelenk in dem Sinne des englischen link genommen, ein starres, an beiden Enden beweglich an andere angefügtes Stück, für welches uns, wie mir scheint, ein ganz guter Name fehlt.

entgegengesetzt an Bewegungssinn ist. Die Kräfte in den Polygonseiten mögen die inneren Kräfte des Gelenkpolygons heissen.

Fig. 48.



Ist das Seilpolygon bekannt, so können die obigen graphischen Mittel auf die Ermittlung der Kraftgrössen angewandt werden. Wir haben demnach, um zu dem Seilpolygon für einen bestimmten Fall zu gelangen, die Bedingungen aufzusuchen für das Gleichgewicht

1) der äusseren Kräfte,
2) der inneren Kräfte

des Polygons unter der Voraussetzung, dass zwischen beiden Gleichgewicht bestehe.

§. 34.

Gleichgewicht der äusseren Kräfte am Seilpolygon.

Setzt man die Kraft P_1 mit P_2 zusammen, und vereinigt deren Mittelkraft unter passender Verlegung auf ihrer Richtungslinie mit P_3, die dann erhaltene Mittelkraft mit P_4 u. s. w., so muss für den Fall, dass Gleichgewicht besteht, die Mittelkraft, welche bei der vorletzten Kraft P_{n-1} erhalten wird, der letzten Kraft P_n gleich und entgegengesetzt sein. Das hier eingeschlagene Verfahren erleidet aber keine Veränderung, so lange nur die Richtungen und Grössen der Kräfte unverändert bleiben. Man kann daher die Abstände der Schnittpunkte der einzelnen Kräfte auch = Null voraussetzen, ohne hinsichtlich des Gleichgewichts

der äusseren Kräfte etwas zu ändern. Das Zusammensetzen der Kräfte erfolgt aber dann gerade so wie oben für den Fall, dass die Kräfte alle an einem Punkte angreifen, und kann ohne weiteres durch Auftragung eines Kräftepolygons, aus den äusseren Kräften bestehend, erfolgen. Das Kräftepolygon bestimmt also auch für getrennt angreifende Kräfte das Gleichgewicht. Das Polygon ist geschlossen, wenn Gleichgewicht stattfindet, oder gibt die Mittelkraft nach Grösse und Richtung an, wenn kein Gleichgewicht herschte, beziehlich die dasselbe herbeiführende Kraft noch unbekannt war. Es sind somit zwei Unbekannte durch das Seilpolygon bestimmbar. Diese lassen sich auch auf zwei Kräfte vertheilen, also beider Kräfte Richtung oder beider Kräfte Grösse voraussetzen, oder auch, was indessen praktisch selten gefordert wird, die Richtung der einen, die (absolute) Grösse der anderen annehmen, und die beiden fehlenden Stücke bestimmen. Dies kann dann wie folgt geschehen.

I. Zwei gegebene Richtungen. In Fig. 49 sind die beiden Richtungslinien 4,5′ ... und A 6′ ... aufgetragen, und durch deren Schnitt 5 die Strecken (Kräfte) 5 und 6 bestimmt. Wenn die Richtungen verwechselt werden dürfen, sind zwei Lösungen möglich. Die zweite ist in Fig. 49 durch die A VI' und 4 V', welche die Kräfte A V und 4 V liefern, gegeben.

II. Zwei gegebene Kraftgrössen. In Fig. 50 wurden mit den beiden der Grösse nach bekannt vorausgesetzten Kräften 5 und 6 aus 4 und A Kreise beschrieben, und dadurch die beiden Richtungen bestimmt. Da die Kreise, wenn überhaupt, so einander zweimal schneiden, so sind wieder zwei Lösungen, hier 4.5 mit 5.A, oder 4.V mit V.A möglich.

III. Eine Kraftgrösse und eine Kraftrichtung gegeben. In Fig. 51 ist in die Richtungslinie 4.5′ ... mit dem Halb-

Fig. 49.

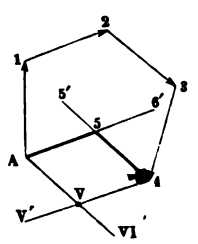


Fig. 50.

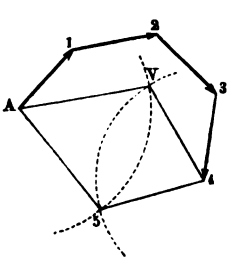
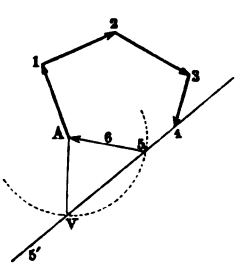


Fig. 51.



messer $A5$ = der Kraft 6 ein Kreis geschlagen, welcher durch die Einschnitte 5 und V zwei Lösungen wie bei II. und I. liefert. Hätte der Kreis die $4.5' \ldots$ nicht geschnitten, so wären die Annahmen unbrauchbar gewesen.

Wie diese einfachen Sätze praktisch benutzt werden können, mögen folgende Beispiele zeigen.

1. Beispiel. Ein Kran ABC sei bei A mit der Last L beladen, bei B cylindrisch geformt, und von einem (Rollen-) Lager umfasst, bei C von einem Fusslager gestützt; in S liege der Schwerpunkt des Krankörpers, dessen Gewicht G sei. Es werden die Kräfte P_1 und P_2 bei B und C gesucht. — Von L und G kennt man die Richtung, sie ist vertikal, von P_1 kennt man sie ebenfalls, wenn man das Lager bei B ganz glatt annimmt, resp. die ohnedies ganz winzige Reibung daselbst, soweit sie den Kran am Abwärtsgehen verhindert, vernachlässigt; P_1 wirkt dann nur horizontal. Denkt man sich nun nach einem passenden Verfahren (siehe z. B. §. 39) G und L vereinigt, und ist TQ die Lage der Mittelkraft $Q = G + L$), so muss der Schnittpunkt O der Horizontalen P_1 und der Vertikalen Q ein Punkt der Richtungslinie von P_2 sein. Diese Kraft geht durch den Mittelpunkt des Zapfens bei C, sofern dieser durch seine Pfanne auch seitlich umfasst wird, wie hier angenommen ist. Demnach hat CO die Richtung der Kraft P_2, und wir können daher sofort, wie bei II. oben, die Grössen von P_1 und P_2 aus dem Kräftepolygon Fig. 53*

Fig. 52.

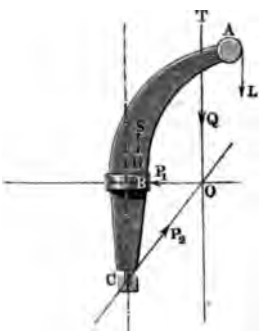
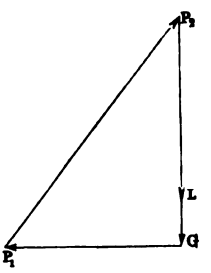


Fig. 53.



erhalten. Wir ziehen nämlich Q und daran G vertikal, darauf GP parallel OP_1 und P_1P_2 parallel CO; es sind dann P_1 und P_2 gefunden, und man kann durch Zerlegung von P_2 die beiden Belastungen des Zapfens C finden.

2. Beispiel. Ein wie vorhin belasteter Kran, Fig. 54 (a. f. S.), ist bei B auf einen cylindrischen Zapfen gelagert, bei C durch eine konische Rolle

---

*) *Bei unseren gewöhnlichen Uferkranen liegt G, welches allerdings sehr von der Ausladung BA abhängt, zwischen $1/5$ und $1/4$ der Tragkraft des Krans.*

auf einen Kegel gestützt, der die Spitze mit dem Rollenkegel gemeinschaftlich in der Mitte des Zapfens B hat. — Man kennt nun, wie oben, die Mittelkraft $Q = L + G$, *ferner auch die Richtung der auf die Rolle bei C pressenden Kraft* P_1, *als normal zu der Kegelerzeugenden gerichtet, mithin den Schnittpunkt O von* P_1 *und* Q, *durch welchen Punkt O auch die Zapfenkraft* P_2 *gehen muss. Hiernach ist das Kräftepolygon Fig. 55*

Fig. 54.

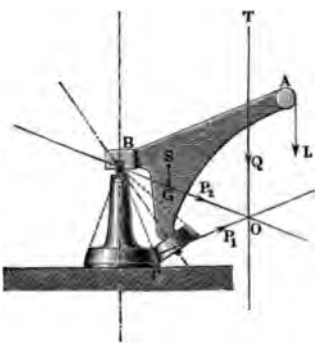
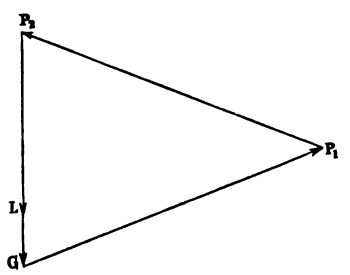


Fig. 55.



durch Ziehen der Vertikalen Q und der beiden Parallelen zu den Kräften P_1 *und* P_2 *alsbald gefunden. Die Vertikalcomponente von* P_2 *wird hier kleiner als die Belastung Q, während sie beim ersten Beispiel ihr gleich ausfiel. Hier nimmt der Kegel einen Theil der Last auf.*

3. Beispiel. Bei einem ähnlichen Krane, Fig. 56, liege die gemeinschaftliche Spitze der beiden Kegel unterhalb der Zapfenmitte B bei D. Sucht man nun, C O . . . wieder normal D C richtend, den Punkt O auf, und bildet das Kräftepolygon Fig. 57, so wird (vermöge der Annahme der Kegelspitzenlage D) die Zapfenkraft P_2 *schräg nach unten statt nach oben, wie früher, gerichtet. Es muss deshalb der*

Fig. 56.

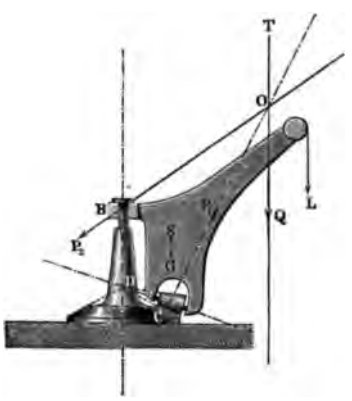
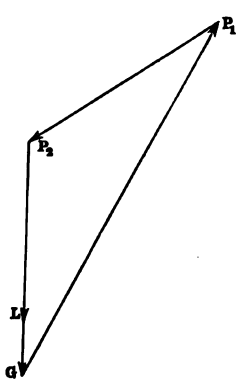


Fig. 57.



Zapfen mit einem entsprechenden Anlauf oberhalb der Pfanne bei B versehen werden *).

Will man bei Untersuchung der Krane mit noch grösserer Genauigkeit verfahren, so hat man, wie Culmann a. a. O. zeigt, die Richtung des Widerstandes an dem Rollenlager (C bei Fig. 54 und 56, B bei Fig. 52) innerhalb des Reibungswinkels veränderlich anzunehmen, und diejenige Lösung zu benutzen, welche die stärkste Zapfenbelastung liefert.

4. Beispiel. Drei Kräfte von 70, 50 und 80^k wirken unter den durch Fig. 58 angegebenen Winkeln in einer Ebene auf einen Körper AB so ein, dass ihre Mittelkraft durch den Punkt A geht, an welchem zwei weitere Kräfte von 95 und 60^k angreifen und mit jenen ins Gleichgewicht treten sollen. Unter welchen Winkeln mit den übrigen Kräften wird dies geschehen?

Nachdem in Fig. 59 die Kräfte 70, 50 und 80 von C bis D aneinander aufgetragen worden, beschreibt man aus C und D Kreise mit den

Fig. 58.

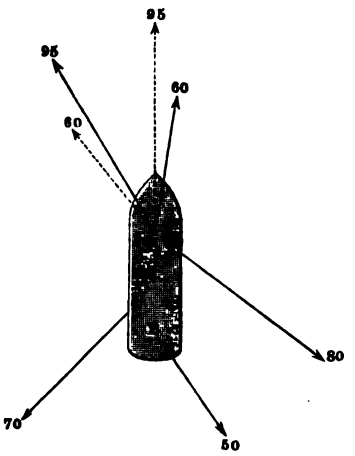
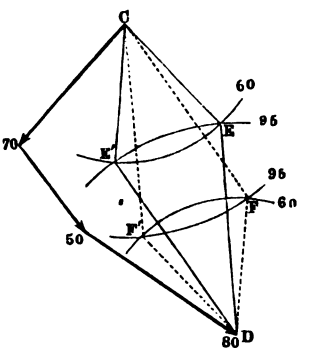


Fig. 59.



Halbmessern 60 und 95, und erhält die Schnittpunkte E und E' oder F und F', wonach man die beiden Richtungslinien DE und EC (gleichbedeutend mit F'C und DF') oder die Linien DF und FC (gleichbedeutend mit E'C und DE') erhält. Beide Lösungen sind in Fig. 58 eingetragen.

5. Beispiel. Ein Obelisk soll auf seinen Sockel unter Drehung um eine Basiskante A, Fig. 60 (a. f. S.), gehoben werden, indem eine hebende Kraft P_1 in gegebener Richtung am oberen Ende angreift. In welcher Richtung

*) *Dies wird manchmal bei ähnlichen Kranconstructionen übersehen. Dem Verfasser ist ein Fall bekannt, wo deshalb ein Dreissig-Tonnen-Kran beim Heben einer Last von etwa 20 Tonnen zum Umstürzen kam, indem das Lager sich von dem nur zum Stützen eingerichteten Zapfen abstreifte.*

muss eine Kraft P_2 von gegebener Grösse auf die Stelle A des Körpers wirken, damit der Sockel nur Vertikaldruck erfährt?

Fig. 60.

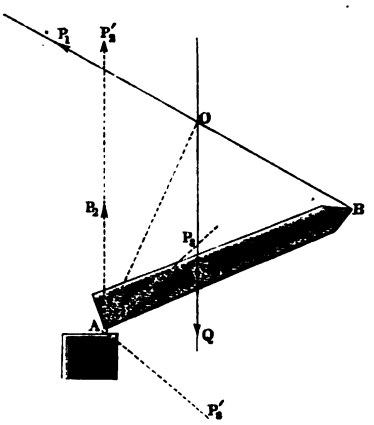
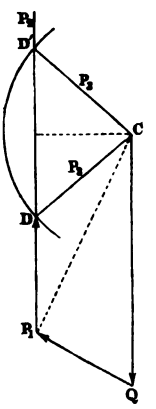


Fig. 61.



Verlängert man die durch den Schwerpunkt S des Obelisken gehende, das zu hebende Gewicht ausdrückende Kraft Q bis zum Schnitte O mit der Kraft P_1, so muss zunächst für das Gleichgewicht OA die Richtung der Mittelkraft von Q und P_1 sein. Diese Mittelkraft ist nun in eine vertikal gerichtete Kraft P_2 und eine Kraft P_3 von gegebener Grösse zu zerlegen. Nach Auftragung von Q und P_1 in dem Zuge CQP_1, Fig. 61, zieht man durch P_1 eine Vertikale P_1P_2 . . ., und beschreibt aus C mit der Zirkelöffnung P_3 einen Kreis. Dieser schneidet die P_1P_2 bei genügender Grösse in den Punkten D und D', wonach wieder zwei Lösungen sich ergeben, indem entweder P_2 die Grösse P_1D und P_3 die Richtung DC, oder P_2 die Grösse P_1D' und P_3 die Richtung $D'C$ erhält. Eine Lösung ist überhaupt nur möglich, wenn P_3 mindestens die Grösse des Lothes aus C auf die P_1P_3 . . . besitzt. Die beiden gefundenen Richtungen sind in Fig. 60 als AP_3 und AP'_3 eingetragen. — Aufgaben der in diesem Beispiel behandelten Art sind übrigens, wie schon oben angedeutet wurde, selten.

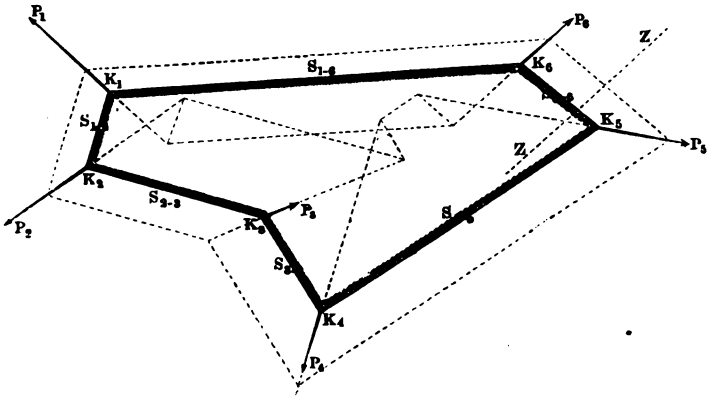
§. 35.

Gleichgewicht der inneren Kräfte am Seilpolygon.

Unter den inneren Kräften im Seil- oder Gelenkpolygon verstehen wir, wie oben erläutert wurde, die auf Zug oder auf Druck wirkenden Kräfte in den einzelnen Gliedern oder Seiten des Seilpolygons, die in Fig. 62 mit $S_{1.2}$, $S_{2.3}$ u. s. w. bezeichnet sind. Diese Kräfte haben eine solche Grösse, dass sie einander an jedem

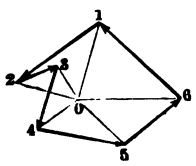
der Knoten K_1, K_2, K_3 u. s. w. das Gleichgewicht halten. Demnach können je zwei derselben, z. B. $S_{1\cdot 2}$ und $S_{2\cdot 3}$, wenn ihre

Fig. 62.



Richtungen, oder ihre Grössen, oder eine Grösse und eine Richtung bekannt sind (siehe §. 34) aus ihrer Resultirenden P_2 bestimmt werden. Um dies auszuführen, tragen wir in dem Kräftepolygon aus P_1, P_2, P_3 u. s. w., welches nach dem Früheren eine geschlossene Figur sein muss, Fig. 63, von den Enden von P_2

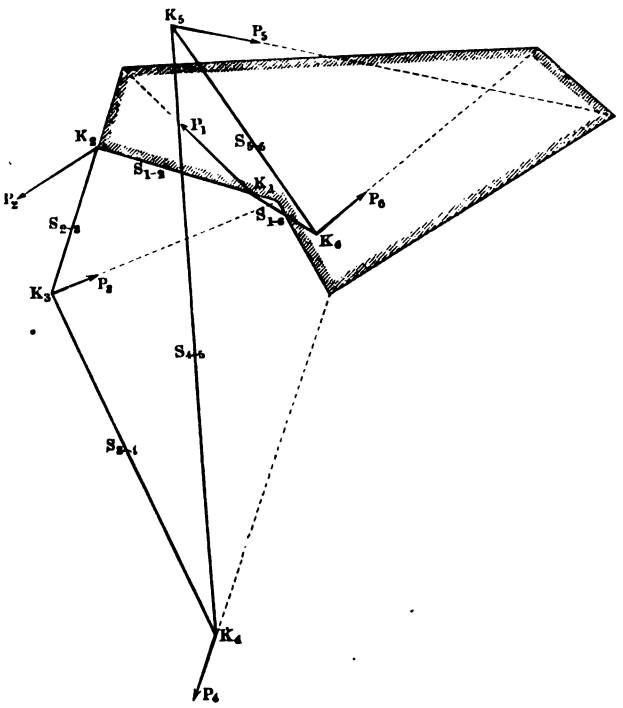
Fig. 63.



aus die Richtungslinien der $S_{1\cdot 2}$ und $S_{2\cdot 3}$ auf, indem aus Fig. 62 die Richtungen beider Kräfte entnommen werden können. Dieselben schneiden einander in dem Punkte O, und es sind nun $O1$ und $O2$ die Anspannungen $S_{1\cdot 2}$ und $S_{2\cdot 3}$ der Richtung und Grösse nach. Geht man nun zum Punkte K_3 über, so sind von den drei dort gleichwiegenden Kräften zwei, nämlich P_3 und $S_{2\cdot 3}$, schon bekannt; die dritte, $S_{3\cdot 4}$, wird durch Verbindung des Schnittpunktes oder Poles O mit dem Endpunkte von Kraft 3, Fig. 63, erhalten. So fortfahrend erhält man also in den Verbindungslinien des Poles O mit den Ecken des Kräftepolygons die inneren Kräfte in dem Seilpolygon nach Grösse und Richtung, und es zeigt sich, dass bei bekannten Kräften die Annahme der Richtungen zweier an einem Knoten wirkenden Seilkräfte für die übrigen bestimmend ist. Nach dieser Auffindung der Seilkräfte kann das Seil- oder Gelenkpolygon sofort verzeichnet werden. Dies geschieht, indem

man, von einem beliebigen Knoten ausgehend, die Gelenkpolygonseiten parallel den Polstrahlen des Kräftepolygons zieht. Die

Fig. 64.



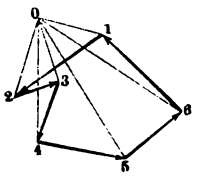
Länge der Polygonseiten wird durch die der Lage nach gegebenen Richtungslinien der äusseren Kräfte bestimmt, worauf alsdann das Seil- oder Gelenkpolygon auch die Lage der inneren Kräfte angibt.

Das Seilpolygon fällt verschieden aus, je nachdem bei der Verzeichnung der Anfangspunkt auf der Richtungslinie gewählt wurde. Zwei andere, mit dem anschraffirten gleichbedeutende Seilpolygone sind in Fig. 62 punktirt eingetragen. Die Seiten derselben sind parallel den entsprechenden des ersten Polygons. Eine zweite Lösung derselben Aufgabe (die äusseren Kräfte durch ein Gelenkpolygon zu verbinden) entsteht in Folge der zweifachen Lösungsart der Aufgabe I. §. 34.

Trägt man, Fig. 65, die Richtungen der $S_{1.2}$ und $S_{2.3}$ beziehlich von dem anderen Endpunkte der Kraft P_2 auf, so erhält

man ein neues Seilpolygon, Fig. 64, welches eine von dem vorigen sehr verschiedene Gestalt annimmt. Des Vergleiches halber ist das oben erhaltene Polygon in Fig. 64 nochmals mit angedeutet. Man erhält hier mit Ausnahme der beiden ersten ganz andere Richtungen der Polygonseiten als früher, und hat demnach überhaupt die Möglichkeit, auf unendlich verschiedene Arten das Gelenkpolygon zwischen gegebenen Kräften herzustellen.

Fig. 65.



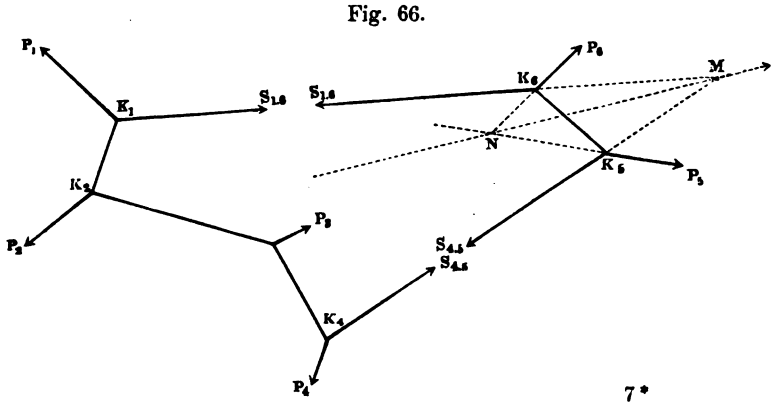
Das Seil- oder Gelenkpolygon bildet mit dem Kräftepolygon zusammen das, was man den graphischen Plan der Kräfte genannt hat. Unter Umständen genügt zur vollständigen Erörterung auch nur eine der beiden Figuren, welche dann für sich ebenfalls der Kräfteplan heisst (vergl. die Beispiele von Kräfteplänen in §. 48 ff.).

§. 36.

Mittelkraft von zerstreut in der Ebene wirkenden Kräften.

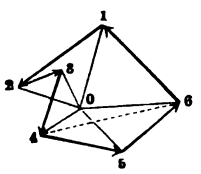
Denkt man sich in einem Seilpolygon zwei der Polygonseiten durchschnitten und an den Schnittpunkten beiderseits Kräfte von der Grösse der in den abgeschnittenen Seilen wirkenden angebracht, welche die Wirkung der abgeschnittenen Stücke ersetzen, so bleibt das Gleichgewicht ungestört; so z. B. wenn man die Seiten $K_1 K_6$ und $K_4 K_5$ in Fig. 66 so zerschneidet und spannt. Dann

Fig. 66.



aber ist sofort ersichtlich, dass die Mittelkraft der nun zu äusseren Kräften gewordenen Seilkräfte $S_{1.6}$ und $S_{4.5}$ den links oder rechts am Polygon wirkenden Kräften das Gleichgewicht hält. Die Lage dieser Kraft bestimmt sich, indem man die Seile bis zu ihrem Schnitte M verlängert, indem alsdann M ein Punkt der Mittelkraft ist. Die Richtung und die Grösse dieser Mittelkraft ergibt sich im Kräftepolygon Fig. 67 in der Diagonale 4.6, welche die Schlusslinie der beiden Kräfte $S_{1.6} = O6$ und $S_{4.5} = O4$ ist. Diese Kraft ist hier also einerseits die Mittelkraft der Kräfte P_5 und P_6, andererseits die der Kräfte P_1, P_2, P_3 und P_4. Allgemein also liefert der Schnittpunkt zweier verlängerten Polygonseiten einen Punkt der Mittelkraft aller zwischen diesen Seiten angreifenden äusseren Kräfte, wobei Grösse und Richtung dieser Kraft durch das Kräftepolygon geliefert werden. Dieser Satz ist, wie unten durch Beispiele gezeigt werden wird, von einer grossen Anwendbarkeit. Kehrt man denselben um, so folgt sofort, dass man mittelst des Seil- und Kräftepolygons auch Kräfte zerlegen kann. Um z. B. die Kraft 4 . 6 in zwei andere, P_5 und P_6, von gegebenen Richtungen, zu zerlegen, trage man letztere im Kräftepolygon ein, ziehe die eine derselben, z. B. P_6, im Seilpolygon, wo dieselbe alsdann die 4 . 6 in einem Punkte N schneidet; aus diesem zieht man alsdann die P_5 parallel der Seite 4 . 5 des Kräftepolygons. Die erstgewählte Lage $K_6 N$ konnte hierbei auch weiter vorwärts oder rückwärts auf der MN gewählt werden, ohne dass das Gleichgewicht gestört worden wäre.

Fig. 67.



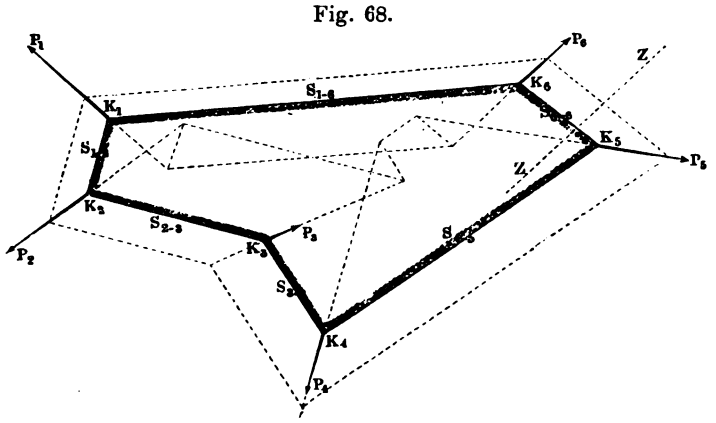
§. 37.

Bedingung für das Gleichgewicht zerstreut wirkender Kräfte in der Ebene.

Wir haben bei den vorstehenden Betrachtungen angenommen, dass die Kräfte, deren Gleichgewicht wir untersuchten, so gelegen waren, dass das Gleichgewicht wirklich stattfand, so dass man sie schon nach der Regel des vorigen Paragraphen auf zwei einander aufhebende Kräfte zurückführen konnte. Die-

ses ist aber nicht nothwendig dann immer der Fall, wenn das Kräftepolygon eine geschlossene Figur ist, sondern es muss zugleich auch das Seil- oder Gelenkpolygon geschlossen sein, d. h. die Lage der Kräfte muss eine entsprechende Beschaffenheit haben. Ist die Lage nicht richtig gewählt gewesen, so zeigt das Seilpoly-

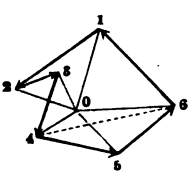
Fig. 68.



gon an, wie dieselbe zu nehmen sei, damit das Gleichgewicht an dem Körper eintreten könne, und nicht ein den Körper drehendes Kräftepaar (siehe den folgenden Paragraphen) übrig bleibe. Man hat zu dem Ende die Lage einer der Kräfte unbestimmt zu lassen.

I. Es sei diese Kraft die P_6 in Fig. 68. Ihre Grösse sei bekannt, ihre Richtung durch die ZZ angegeben. Nach Verzeichnung des Kräftepolygons, Fig. 69, Wahl eines Poles O und Zeichnung aller Strahlen aus O nach den Ecken 1 bis 6 ist die Verzeichnung des Seilpolygons vorzunehmen, indem man $K_1K_2 \parallel 1O, K_2K_3 \parallel 2O, K_3K_4 \parallel 3O$ u. s. w. zieht, bis man die $K_5K_6 \ldots$ gefunden. Dann muss die Schlusslinie des Seilpolygons die Richtung der $6O$ haben, gleichzeitig aber durch K_1 gehen. Demnach ist die Lage derselben bestimmt, und ihr Schnitt K_6 mit der $K_5K_6 \ldots$ ist ein Punkt der Kraft P_6, die wir nun $\parallel$ der 5.6 eintragen und dadurch ihre Lage angegeben haben.

Fig. 69.

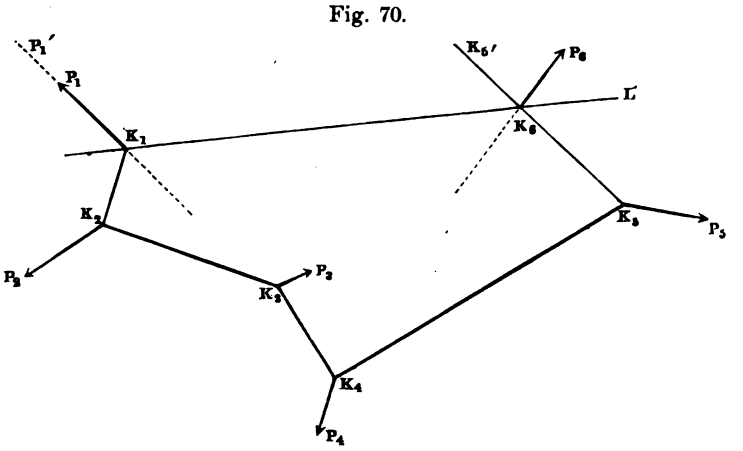


Ist von der letzten Kraft weder Lage noch Richtung noch Grösse bestimmt, so kann, wenn von einer der anderen Kräfte

nur Richtung und Lage gegeben sind, das Fehlende wie folgt ermittelt werden.

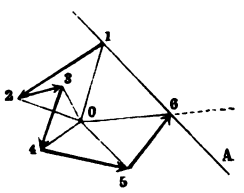
II. Die noch völlig unbekannte Kraft sei die P_6, Fig. 70, während von der P_1 die Richtung $K_1 P_1'$ und der Punkt K_1, also

Fig. 70.



ihre Lage bekannt. Wir können nun das Kräftepolygon, Fig. 71, vom Punkte 1 bis 5 verzeichnen, indem wir die Kraft 1 nur ihrer Richtung $A\,1\,\ldots$ nach auftragen. Das Seilpolygon kann ferner von K_1 aus durch die Punkte K_2, K_3, K_4, K_5 und K_5' gezogen werden. Wählt man alsdann eine Richtung für die Schlusslinie, z. B. die $K_1 L$, und trägt sie in das Seilpolygon ein, so ist deren Schnitt K_6 mit der $K_5 K_5'$ ein Punkt der Richtungslinie der gesuchten Kraft P_6. Um ihre Grösse und Richtung zu bestimmen, ziehen wir nun in Fig. 71 die $O\,6\,\ldots$ parallel zu $K_1 L$, und verbinden Punkt 5 mit Punkt 6, so ist 5 . 6 nach Grösse, Richtung und Sinn die Schlusskraft P_6, sowie 6 . 1 die Kraft P_1 nach der (noch fehlenden) Grösse.

Fig. 71.



§. 38.

Kräftepaare.

Ist eine ebene Figur in ihrer Ebene nur der Wirkung von Kräftepaaren ausgesetzt, das ist von solchen paarweise gleich

grossen Kräften, welche in parallelen aber nicht zusammenfallenden Richtungslinien in entgegengesetztem Sinne wirken, so erscheint das Kräftepolygon immer geschlossen, ohne dass nothwendig Gleichgewicht an der Figur herscht. Die Bedingungen für dasselbe lassen sich aber mittelst eines Kräfteplanes wie folgt bestimmen.

Die Kräfte P_1 # P_3 und P_2 # P_4, Fig. 72, bilden ein geschlossenes Kräftepolygon 1, 2, 3, 4, Fig. 73, sind aber an der an-

Fig. 72.

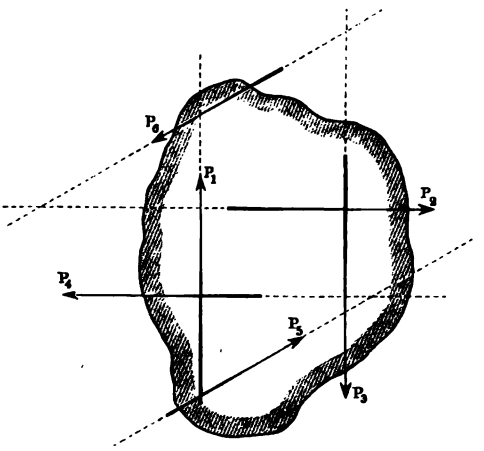
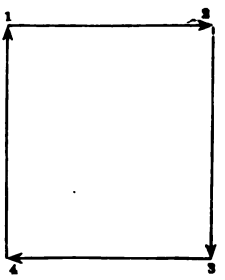


Fig. 73.



gegriffenen Figur nicht im Gleichgewicht, sondern suchen dieselbe um irgend einen ihrer Punkte zu drehen, und zwar mit einem statischen Momente, welches der Summe der Momente der Paare $(P_1 - P_3)$ und $(P_2 - P_4)$ gleich ist. Um das Gleichgewicht herzustellen, soll ein Paar $(P_5 - P_6)$ von entgegengesetztem Drehungssinne zugefügt werden, dessen Moment dem jener beiden gleich ist, und dessen Richtungslinien die Parallelen *V V* und *VI VI* sein sollen.

Wir verzeichnen nun in *A*, Fig. 74 (a. f. S.), anfangend, das Kräftepolygon *A* 1, 2, 3, 4. Dasselbe ist damit noch nicht beendigt; vielmehr fehlen noch die Kräfte 5 und 6. Der Zug derselben muss, wenn sie aneinander getragen sind, wieder nach *A* zurückführen; ihre Grösse ist aber noch nicht bekannt. Zunächst geht daraus hervor, was wir schon voraussetzten, dass nämlich die beiden Kräfte parallel und gleich sein müssen, also dass nur ein Paar mit den Paaren ins Gleichgewicht treten kann, sobald nur

Q_6 ein Kräftepolygon, indem man, in A beginnend, zunächst die Kräfte in dem Zuge A . 1, 2, 3, 4, 5, 6 aneinanderträgt. Die Mittelkraft Q ist alsdann der Grösse nach schon sofort in dem Zuge 6 A gefunden. Noch ist aber ihre Lage zu ermitteln. Zu diesem Behufe wählt man einen beliebigen ausserhalb A 5 gelegenen Punkt O als Pol, und zieht die Strahlen OA, $O1$, $O2$, $O3$ u. s. w. bis $O6$, darauf die $bb' \parallel AO$, die $bc \parallel 1O$, die $cd \parallel 2O$ u. s. f., bis endlich die $gg' \parallel$ der Schlusslinie O . 6 im Kräftepolygon, dann schneidet diese (vergl. §. 35) die bb' in einem Punkte q der Richtungslinie der Mittelkraft Q.

Nach den Entwickelungen in §. 36 kann man an der so erhaltenen Figur auch sehr leicht die Mittelkraft zweier einzelnen oder mehrerer auf einander folgenden Kräfte bestimmen. So liefert der Schnittpunkt der verlängerten dc in c' den Angriffspunkt der Mittelkraft von Q_1 und Q_2, also von deren Summe A . 2 im Kräftepolygon; ferner ist e' der Angriffpunkt der Resultirenden von Q_4 und Q_5.

§. 41.

Zerlegung von Kräften in zwei oder mehr parallele Kräfte.

Der besprochenen Zusammensetzung paralleler Kräfte steht deren Zerlegung mittelst des Gelenkpolygons gegenüber. Kennt man das Seilpolygonstück $aqbcd$, Fig. 94, für eine Kraft Q, und will dieselbe in zwei durch e und f gehende Kräfte Q_1 und Q_2 zerlegen, so verbinde man die Schnittpunkte e und f der beiden Richtungslinien von Q_1 und Q_2 mit den Seilen aq und bq untereinander; dann ist $aefb$, Fig 95, das Seilpolygonstück für die neuen Kräfte, deren Grösse durch Ziehen von $O1 \parallel ef$ im Kräftepolygon gefunden wird. Liegen die gesuchten Kräfte Q_1 und Q_2 auf einer und derselben Seite von Q, Fig. 96, so bleibt das Verfahren dasselbe. Es ist nur aq bis zum Schnitte e mit Q_1 zu verlängern, und darauf ef zu ziehen. Auch kann man den Schnitt von Q_1 mit qb, von Q_2 mit qa benutzen. Das Polygon erhält dann die Gestalt $ae'f'b$. Das Kräftepolygon liefert im ersten Falle $Q_1 = A1$, $Q_2 = 1 . 2$, im zweiten die gleichgrossen Stücke $A1' = Q_2$ und $1'2 = Q_1$.

Soll der von den parallelen Kräften Q_1 bis Q_5 belastete Stab AG durch zwei in A und G angreifende Kräfte P_1 und P_2,

Fig. 94.

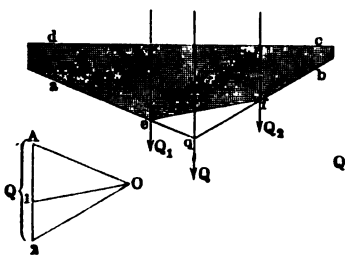


Fig. 95.

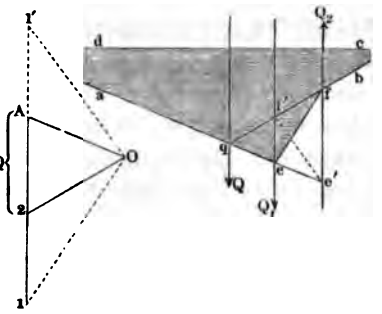
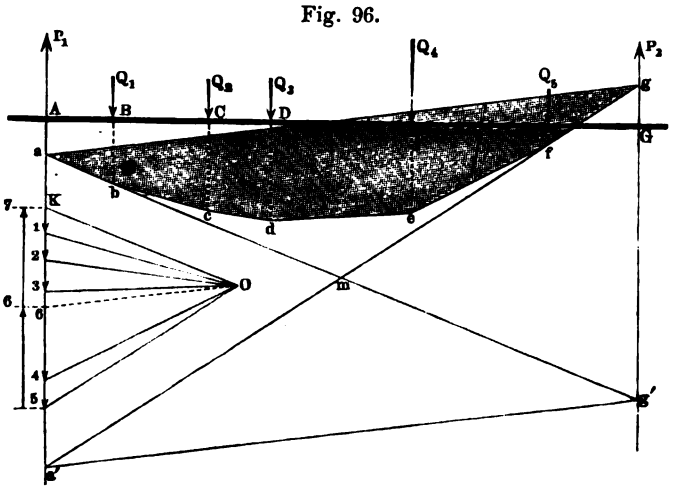


Fig. 96, gestützt werden, so könnte man zunächst die Mittelkraft Q der Belastungen, wie in §. 40 geschah, aufsuchen, und nach

Fig. 96.

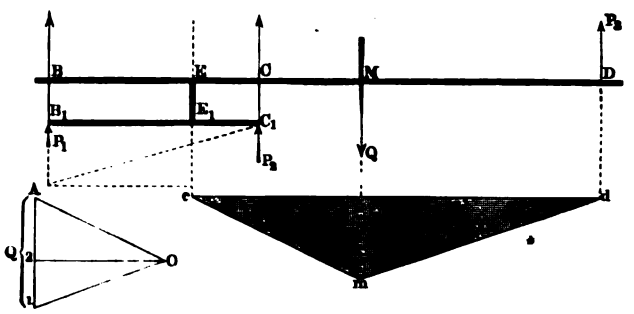


der eben besprochenen Methode in P_1 und P_2 zerlegen. Es kann aber die Aufsuchung von Q unterlassen werden, da die Richtungen von P_1 und P_2 und der Mittelkraft bekannt sind (vergl. §. 37). Man bilde das Kräftepolygon $K1\,.\,2\,.\,.\,.\,5\,O$, ziehe alle Polstrahlen und darauf deren Parallelen im Gelenkpolygon, bilde die Schnitte a und g der zu KO und $O5$ parallelen Seilpolygonseiten mit den Kraftrichtungen von P_1 und P_2, und ziehe die ag, so ist diese die Schlusslinie des Seilpolygons, und ihre Parallele $O6$ im

Kräftepolygon liefert die Kräfte $P_2 = 5 \,.\, 6$ und $P_1 = 6 \,.\, 7$. Hätte man statt der Schnitte a und g die beiden anderen möglichen a' und g' benutzt, so wäre das Ergebniss für die Kräfte dasselbe gewesen, da $a'g' \parallel ag$. Das Seilpolygon hätte die Form $a'g'm\,bcdef\,ma'$ erhalten, wobei m der Richtungslinie der Mittelkraft der Q_1 bis Q_5, oder auch der P_1 und P_2 angehört.

Soll ein belasteter Stab auf drei oder mehr Stützen gelegt werden, so müssen diese unter Berücksichtigung der Widerstandsfähigkeit des Stabes ganz genau auf bestimmte Höhen gestellt sein, um ihre Einzelbelastung angeben zu können, weil sonst die Aufgabe unbestimmt bleibt. Doch kann diese Unbestimmtheit durch Einschaltung von Zwischenträgern gehoben werden. Soll der Stab BCD, Fig. 97, auf welchen in M die Mittelkraft Q seiner

Fig. 97.

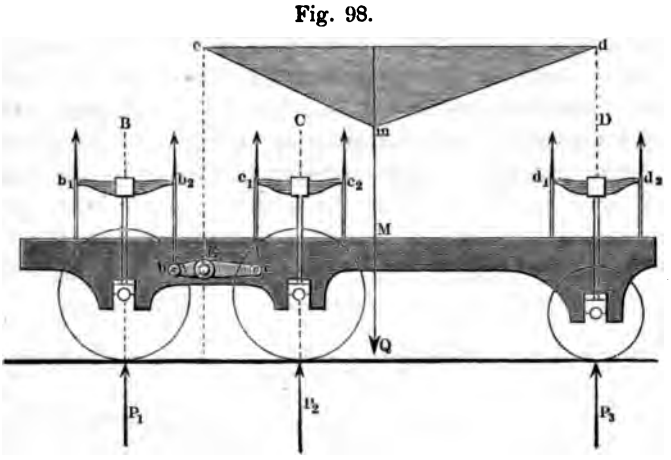


Gesammtbelastung wirkt, durch drei Kräfte P_1, P_2, P_3 in den Senkrechten durch B, C und D gestützt werden, so ist zunächst eine Annahme über das Verhältniss zweier der Kräfte, z. B. P_1 und P_2, zu machen. Diese werden dann durch einen Zwischenträger B_1C_1 aufgenommen, auf welchen in EE_1 der Stab presst, nachdem $E_1C_1 : E_1B_1$ gleich dem angenommenen Verhältniss $P_1 : P_2$ gemacht worden. Nunmehr vertheilen wir Q auf E und D mittelst des Seil- und Kräftepolygons cmd und $AO\,1\,.\,2$. Es ist dann $A \,.\, 1 = Q$, $1\,.\,2 = P_3$, $2A = P_1 + P_2$, welche letztere Summe dann nach irgend einer der bekannten Methoden auf B_1 und C_1 vertheilt wird. Jede andere Annahme des Verhältnisses $\frac{P_1}{P_2}$ liefert eine andere Grösse für P_3. Werden P_1 und P_2 gleich gross verlangt, so fällt E in die Mitte von BC, und wird der Zwischenträger gleicharmig. Die gewöhnlichen Blattfedern der Eisenbahnwagen und anderer Fuhrwerke sind gleicharmige Zwischenträger. Bei manchen

Luxuswagen finden sich auch ungleicharmige Federn als Zwischenträger angewandt. Ungleicharmige Zwischenträger sind auch die Hebel der meisten Brückenwaagen.

Soll eine Last auf mehr als drei oder vier Punkte vertheilt werden, so ist durch Zusammensetzung von Zwischenträgern das gewünschte Ergebniss zu erreichen. Solches geschieht z. B. bei den Locomotiven. Will man die in M, Fig. 98, angreifende Ge-

Fig. 98.



sammtbelastung Q eines Locomotivrahmens so auf drei Achsen BCD vertheilen, dass die Belastungen von B und C sich wie 3:2 verhalten, so kennt man bei gegebenem Radstande nach Wahl der Federlängen $b_1 b_2$ und $c_1 c_2$, $d_1 d_2$ zunächst die Längen dieser drei Zwischenträger, und wenn noch entschieden wird, dass der Lastvertheiler für P_1 und P_2 zwischen den Senkrechten durch b_2 und c_1 liegen soll, auch die Länge bc dieses vierten Zwischenträgers, der nunmehr in E so zu theilen ist, dass $Eb : Ec = P_2 : P_1 = 2 : 3$. Man bildet nun das Seilpolygon emd nebst dem Kräftepolygon und kennt dann die sämmtlichen Belastungen einzeln. Soll eine nach Procenten vorher bestimmte Lastvertheilung bei gegebenem Radstande herbeigeführt werden, so kann man etwas weniges durch Abänderung der Längen $b_1 b_2$ und $c_1 c_2$ wirken; die Hauptsache aber besteht dann in einer passenden Verlegung der Mittelkraft Q der sämmtlichen Belastungen. Die als Zwischenträger wirkenden Federn müssen den sie belastenden Kräften entsprechend stark gemacht, beziehungsweise durch Stellung der Gehänge-Schrauben so lange regulirt werden, bis ihre Wider-

stände den gewählten Verhältnissen der festen Zwischenträger entsprechen.

§. 42.

Gleichförmig vertheilte parallele Kräfte.

Ist über einen Stab eine Last vollständig gleichförmig vertheilt, so können Kräfte- und Seilpolygon nicht nach den bisherigen Angaben gezeichnet werden, indem das Seilpolygon in eine Curve übergeht. Die Gestalt dieser letzteren ist indessen wie folgt zu ermitteln. Denkt man zunächst die gleichförmig vertheilte Last in lauter gleich grosse Lasten an einzelnen Punkten von gleichem Nachbarabstand zusammengezogen, wie die Kräfte 1, 2 ... 9, Fig. 99, und das Seilpolygon verzeichnet, so ist klar, dass die Polygonseiten aM und bc einander mitten zwischen der $1a$ ...

Fig. 99.

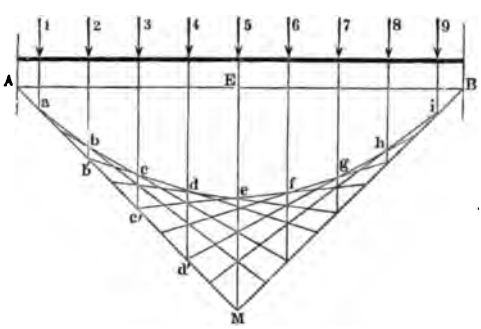
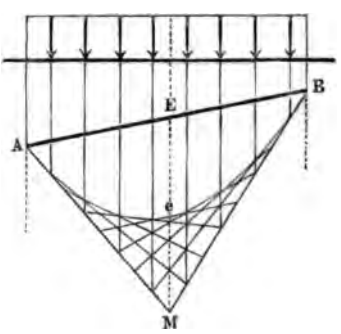


Fig. 100.



und $2b$ ..., also auch mitten auf der ab' schneiden müssen, da Kraft 1 und 2 gleich sind. Ebenso schneiden sich die cd und aM mitten zwischen $3c$ ... und $1a$, also auf der $2b$ ..., d. i. in b', ferner die de und aM mitten zwischen b' und c'. Und so fort, d. h. die aufeinander folgenden Einschnittpunkte der verlängerten Polygonseiten in die aM, wie auch in die iM, haben auf diesen Geraden gleiche Abstände von einander. Demnach hüllen die Polygonseiten nach einem bekannten Satze eine Parabel ein, deren Scheitel hier bei e auf der Mittellinie EM liegt, und für welchen die Abscisse $Ee = \frac{EM}{2}$. In diese Parabel geht das Seilpolygon über, wenn die Last wieder wie zu Anfang völlig gleichförmig vertheilt wird. Bedenkt man, dass das Dreieck AMB das Polygon

für die in E zusammengezogene Gesammtbelastung ist, so ersieht man sofort, wie die Curve jederzeit leicht zu verzeichnen ist. Ist die Sehne AEB schief gegen die Kräfte gerichtet, wie in Fig. 100, so wird die Eintheilung auf AM und MB einzeln eine gleichförmige, wiewohl die Theilung auf AM verschieden wird an der auf MB. Der Punkt e liegt auch dabei auf der Mitte von EM, ohne indessen Scheitel der Parabel zu sein.

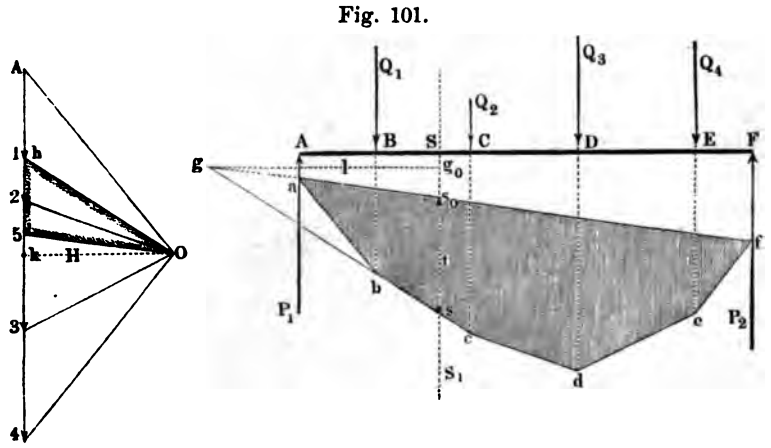
Gelenkpolygone, welche in Curven übergehen, erhält man auch bei Belastungen, welche über den Stab hingleiten; sie sind dann die Figuren, welche die auf einander folgenden geradseitigen Polygone einhüllen. Verwickelte Beispiele hiezu liefern die Eisenbahnbrücken, einfachere Uebungsbeispiele die Geradführungsschienen der Kolbenstangen bei Dampfmaschinen.

§. 43.

Statische Momente paralleler Kräfte.

Wirken parallele Kräfte, z. B. die Kräfte Q_1 bis Q_4, P_1 und P_2, Fig. 101, normal auf einen Stab, so ist für die Kenntniss des mechanischen Zustandes des Stabes die Kenntniss der statischen

Fig. 101.



Momente der äusseren Kräfte nothwendig. Diese können mittelst des Seil- und Kräftepolygons leicht bestimmt werden. Nach Verzeichnung des Kräftepolygons $A\,O\,4$, und des Seilpolygons $a\,b\,c\,d\,e\,f$ sei das statische Moment M für den Punkt S des Stabes

zu bestimmen. Dieses Moment ist das Product aus der Mittelkraft aller Kräfte zur einen oder anderen Seite der zur Kraftrichtung parallel gezogenen SS_1 und dem Abstande l derselben von SS_1. Der Grösse nach erhält man aber diese Mittelkraft als den Abschnitt $hi = 1.5$ im Kräftepolygon zwischen den Strahlen $O1$ und $O5$, welche parallel bc und fa gezogen sind; ihre Lage wird durch Verlängerung letzterer Polygonseiten bis zu ihrem Schnitte g gefunden. Zieht man also das Loth gg_0, so ist dieses der Arm l der Resultirenden $P = hi$, welche den Stab bei S zu biegen trachtet. Es ist also $M = P \cdot l$.

Diese Multiplication lässt sich aber auch graphisch ausführen. Fällt man nämlich noch das Loth Ok im Kräftepolygon, so ist dieses die Höhe des Dreieckes Ohi auf der Grundlinie hi, welches Dreieck dem Dreieck gss_0 von der Höhe l ähnlich ist. Es verhält sich also $hi : Ok = ss_0 : gg_0$, oder wenn man Ok mit H, ss_0 mit t bezeichnet:

$$P : H = t : l$$

woraus:

$$M = Pl = Ht$$

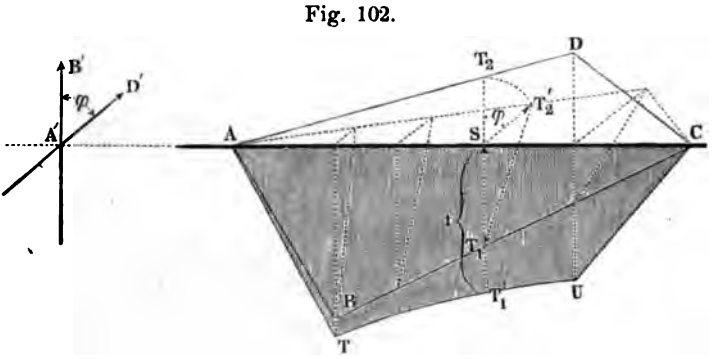
Hiernach verhalten sich die statischen Momente an den einzelnen Stellen des Stabes wie die zugehörigen den Kräften parallelen Ordinaten des Seilpolygones, da H constant ist. Macht man H zur Einheit, so ist das eben besprochene Verfahren kein anderes, als das in Fall (I.) §. 22 angegebene Multiplicationsverfahren, und dann das Moment M der Ordinate t selbst gleich. Bei einmal verzeichnetem Seilpolygon ist die Aufsuchung der Lage (g) der Mittelkraft nicht nöthig, auch ferner, wo es sich nur um Verhältnisse zwischen den einzelnen statischen Momenten handelt, gleichgültig ob H von vornherein gleich einer bestimmten Maasseinheit gewählt war oder nicht. — Von der hier besprochenen werthvollen Eigenschaft des Seilpolygons für parallele Kräfte wird weiter unten, namentlich bei den Achsen, vielfach Gebrauch gemacht werden. Sie ist für diese, wie für viele andere Fälle um so nützlicher, als ihre Verwerthung keine besondere Abänderung oder Erweiterung der Verzeichnungsmethode erfordert, vielmehr die Momente beim blossen Aufsuchen der Kräfte schon von selbst gefunden werden. Für den praktischen Gebrauch der Figur ist es zweckmässig, den die Momenten-Ordinaten einschliessenden Linienzug mit einem leichten Farbenton anzulegen.

§. 44.

Zusammensetzung und Zerlegung statischer Momente.

Nach dem Vorigen sind statische Momente paralleler Kräfte durch Strecken von bestimmter Lage und Richtung darstellbar, gerade wie einfache Kräfte. Wirken deshalb zwei statische Momente in gleichen oder verschiedenen Richtungen auf denselben Punkt eines Stabes, so können dieselben, wie es von Kräften in §. 31 gezeigt wurde, graphisch addirt werden. Sind ABC und ADC, Fig. 102, die Seilpolygone von zwei Reihen paralleler Kräfte, welche

Fig. 102.



normal auf die Achse eines Rotationskörpers AC in den Richtungen $A'B'$ und $A'D'$ wirken, so erhält man das resultirende Moment für einen Punkt S der Achse des Körpers, indem man das Dreieck $T_1 S T_2'$ mit dem Winkel $\varphi = B'A'D'$ bildet, worauf $T_1 T_2' = S T_1' = t$ das gesuchte Moment darstellt. Die vollzogene Zusammensetzung der Seilpolygone ABC und ADC, die nach dem Besprochenen auch Momentenflächen heissen können, liefert die resultirende Momentenfläche $ATUC$. Die Seiten AT und CU sind hier geradlinig, TU dagegen ist eine Curve, im vorliegenden Falle eine Hyperbel. Für den praktischen Gebrauch kann sie oft durch ihre Sehne TU ersetzt werden; übrigens ist ihre Verzeichnung nicht umständlich.

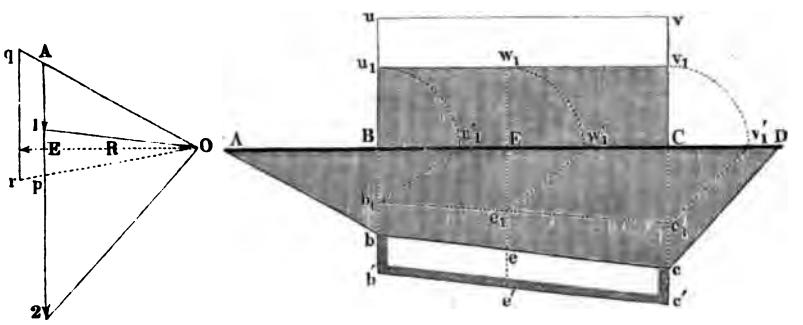
Durch Umkehrung der Aufgabe gelangt man zu der Zerlegung eines beliebigen statischen Momentes t von gegebener Richtung in zwei andere t_1 und t_2 von ebenfalls gegebenen Richtungen.

§. 45.

Verdrehende Momente und deren graphische Vereinigung mit biegenden.

Neben biegenden Momenten und oft mit denselben vereinigt werden viele Constructionstheile gleichzeitig auch verdrehenden Momenten ausgesetzt. Dieselben können, wie leicht einzusehen, ebensowohl wie biegende durch Strecken, beziehlich Momentenflächen dargestellt werden. Ist $ABCD$, Fig. 103, die Achse eines

Fig. 103.



Rotationskörpers, welcher durch biegende Kräfte in B und C belastet in A und D gestützt wird, welchen Kräften das Kräftepolygon $A\,O\,2$, die Momentenfläche $AbcD$ entspricht, und wird dieser Stab zwischen B und C von einem gegebenen verdrehenden Momente $P\,.\,R$ beansprucht, so ist zuerst die Momentenfläche des letzteren zu bestimmen. Nach §. 43 und der Multiplicationsregel I., §. 22, erhält man die Strecke, welche PR darstellt, indem man zunächst P von A bis p im Kräftepolygon aufträgt, den Strahl Op . . . zieht, und in OA . . . und Op . . . mit einer um R von O abstehenden Parallelen zu Ap einschneidet; das abgeschnittene Stück qr der letzteren stellt dann PR in demselben Maassstabe, d. i. für dieselbe Einheit OE dar, welche für das Polygon $AbcD$ gilt. Die Momentenfläche für die Verdrehung zwischen C und D wird hiernach in dem Rechtecke $BCvu$ erhalten, dessen Höhe Bu oder $Cv = qr$ ist. In der Regel ist bei

praktischen Aufgaben dieses Torsionsrechteck zu vergleichen und in Beziehung zu setzen zu gleichzeitig wirkenden biegenden Momenten. Soll dies geschehen, so ist es zu ersetzen durch ein gleichwerthiges, d. h. derselben Tragsicherheit entsprechendes biegendes Moment. Ein solches ist aber nach §. 18 gleich $^5/_8$ des verdrehenden Momentes. Macht man demnach $Bu_1 = Cv_1 = {}^5/_8\, Bu$, so ist das erhaltene Rechteck die Momentenfläche der biegenden Momente zwischen B und C, welche im Maassstabe der $AbcD$ gezeichnet die verdrehenden Momente ersetzen können.

Sollen diese mit den gegebenen biegenden Momenten vereinigt werden, so hat eine graphische Addition beider stattzufinden, welche durch Formel (IV.) §. 18 S. 53 analytisch angegeben wird, wonach das resultirende (ideelle) biegende Moment M_i, welches das verdrehende M_d und das biegende M_b an jeder Stelle ersetzt:

$$M_i = {}^3/_8\, M_b + \tfrac{5}{8}\sqrt{M_b^2 + M_d^2}$$

ist. Zu dem Ende machen wir $Bb_1 = {}^5/_8\, Bb$, $Cc_1 = {}^5/_8\, Cc$, $Ee = {}^5/_8\, Ee$ u. s. w., klappen Bu_1, Cv_1, Ew_1 auf AD nieder, und addiren die Hypotenusen $b_1 u_1'$, $c_1 v_1'$, $e_1 w_1'$ zu den Strecken bb_1, cc_1, ee_1. Die erhaltenen Summen der wirklichen Längen dieser Strecken sind dann die zu B, C und E gehörigen Ordinaten des resultirenden ideellen Seilpolygones $Bbb'e'c'cD$, welches die zusammengesetzte Beanspruchung darstellt.

§. 46.

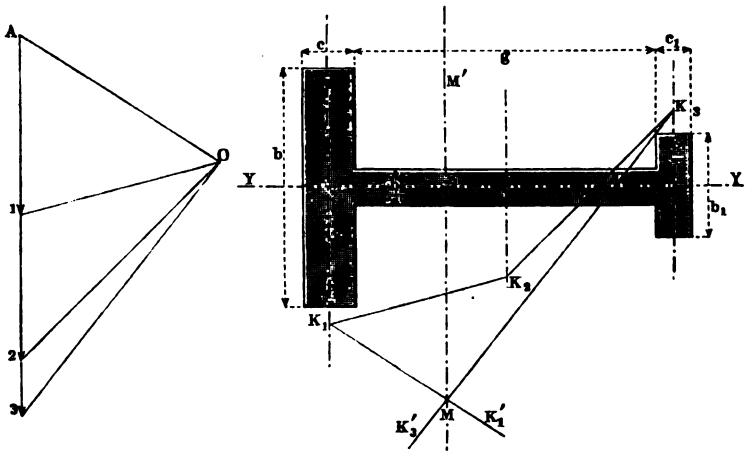
Bestimmung des Schwerpunktes mittelst des Kräfteplanes.

Die Aufsuchung des Schwerpunktes einer ebenen Figur lässt sich mittelst des Kräfteplanes oftmals sehr bequem ausführen. Man zerlegt dieselbe dafür in schmale Streifen von gleicher Breite, deren Inhalt man ihrer mittleren Länge proportional setzen kann, bildet aus denselben ein Kräfte- und Seilpolygon, und erhält dann in der Richtungslinie der Mittelkraft eine Schwerlinie. Ist die Figur nicht symmetrisch, so wiederholt man dasselbe Verfahren unter Annahme einer zweiten Richtung der schmalen Streifen, worauf man eine zweite Schwerlinie, und in deren Schnitt mit der ersten den Schwerpunkt erhält. Bei einfach gestalteten

Figuren können auch grössere Abschnitte statt der Streifen gebildet, ihr Flächeninhalt auf irgend eine Weise bestimmt, und in graphischer Auftragung, wie angegeben, benutzt werden.

Es sei z. B. der Schwerpunkt des in Fig. 104 dargestellten T-förmigen Trägerquerschnittes zu suchen. Zur Achse YY ist

Fig. 104.



die Figur symmetrisch, also liegt der Schwerpunkt auf dieser Achse. Wir zerlegen die Figur ferner in die Rechtecke $b \times c$, $b_1 \times c_1$ und $b_2 \times g$ von den Flächeninhalten 1, 2 und 3. Durch die Mitten dieser Figuren gehen dann deren einzelne Schwerlinien. Es sei nun $c = 1{,}5\, b_2$, $c_1 = b_2$. Dann können wir die Kräfte 1, 2 und 3 durch $1{,}5 \times \frac{b}{2}$, $\frac{g}{2}$ und $\frac{b_1}{2}$ darstellen und aneinandertragen, wie bei $A\,1\,2\,3$ geschehen ist, wählen einen Pol O und ziehen $K_1'K_1 \parallel OA$, $K_1K_2 \parallel O1$, $K_2K_3 \parallel O2$, $K_3K_3' \parallel O3$; dann ist der Schnittpunkt M der Seiten K_1K_1' und K_3K_3' ein Punkt der gesuchten Schwerlinie MM', deren Schnittpunkt S mit der Achse YY der Schwerpunkt der Figur ist.

§. 47.

Mittelkraft der Wasserbelastung eines Wasserrades.

Beim Entwurfe eines Wasserrades ist es mitunter wichtig, die Lage der Mittelkraft der Wasserbelastung zu kennen; man kann

dieselbe nach den entwickelten Lehrsätzen unschwer bestimmen, was beispielsweise hier für ein rückschlächtiges*) Zellenrad gezeigt werden soll.

Von den zehn Zellen des in Fig. 105 (a. f. S.) im Profil schematisch dargestellten halben Rades empfängt die dritte von oben das Aufschlagwasser, wobei sie um einen, durch den Füllungscoëfficienten angegebenen Bruchtheil gefüllt wird. Den Wasserspiegel der abwärts gehenden Zellen als waagerecht annehmend, kann man diejenige Zellenstellung bestimmen, bei welcher der Ausfluss aus dem freien Rade beginnen würde, der aber durch den Kropf KL verhindert werden soll. Vernachlässigt man alsdann den Wasserverlust an den Spalten des Kropfes, so sind alle Zellen von Nr. III. bis Nr. X. mit demselben Wassergewicht belastet, welches im Schwerpunkt des Wasserprismas jeder Zelle angreift. Die Zelle XI. nehmen wir als schon entleert an.

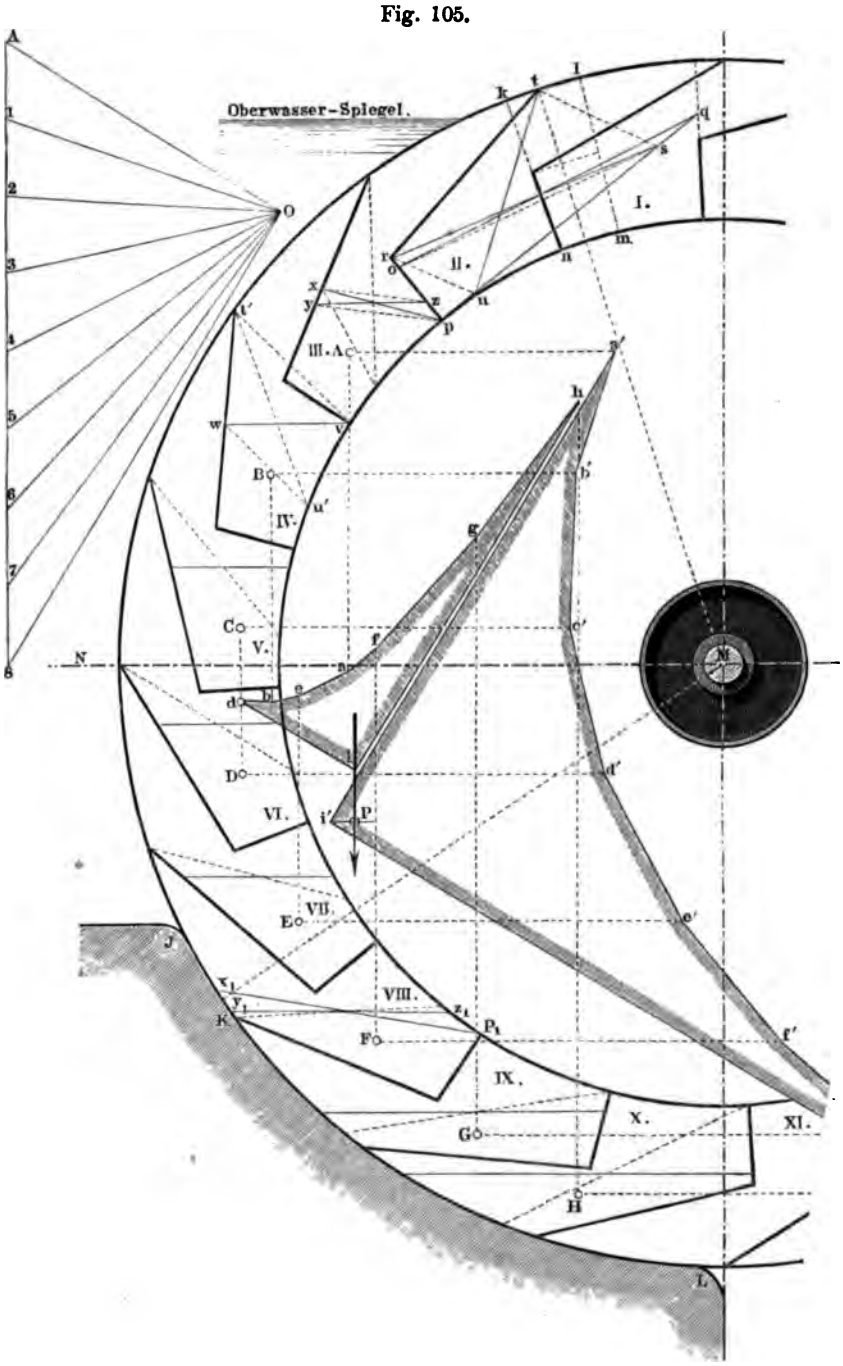
I. Bestimmung des Kropfbogens KL. Der Inhalt des Zellenquerschnittes ist der Kranzausschnitt, welcher zwischen zwei verlängerten benachbarten Riegelschaufeln liegt. Es sei nun der Füllungscoëfficient = 0,4. Wird dann der Bogen KL in Zelle I. = 0,4 der Zellentheilung gemacht, und lm radial gezogen, so ist der Ringausschnitt $klmn$ der Querschnitt einer Zellenfüllung. Diese Figur verwandeln wir in das in Zelle II. angegebene Viereck $rput$, dessen eine Ecke t in dem Umfangspunkt der Stossschaufel rt liegt, worauf ktu der zu suchende Kropfwinkel KML, und utM dessen Complement NMK ist.

Die Verwandlung geschieht wie folgt. Zuerst wird an dem rechtwinkligen Dreieck opq die Kathete op = der mittleren Breite von $klmn$, und die $pq = 2 \cdot lm$ gemacht; dann dieses Dreieck in das gleichgrosse rps verwandelt (indem man parallel der gezogen gedachten rq die os zieht und r mit s verbindet, vergl. §. 25).

---

*) Es sei vergönnt, hier zu bemerken, dass die in mehreren grossen Lehrbüchern der neueren Zeit gebrauchte Bezeichnung „rückenschlägig“ sprachlich nicht richtig ist. Das Rad schlägt nicht mit seinem Rücken, sondern wird rückwärts beaufschlagt, oder unten beaufschlagt beim „unterschlächtigen“, oben beim „oberschlächtigen“; hierbei kommt „schlächtig“ (wie Schlacht) von schlagen, wie „trächtig“ (und Tracht) von tragen, und wird für „rückwärtsschlächtig“ „rückschlächtig“ gesagt, gerade wie rückgängig für rückwärtsgängig. Die herkömmlichen Kunstausdrücke sollten in unserer an Sprachgefühl verarmten Zeit geschont, und sehr genau untersucht werden, ehe man sie verwirft.

Fig. 105.


Oberwasser-Spiegel.
A
1
2
3
4
5
6
7
8
O
I.
II.
III.
IV.
V.
VI.
VII.
VIII.
IX.
X.
XI.
B
C
D
E
F
G
H
J
K
L
M
N
P
P1

Zieht man darauf die st, und parallel zu ihr die ru, und verbindet u mit t, so ist, abgesehen von der statthaften Vernachlässigung der Krümmung von pu, das Viereck $rput$ das gesuchte. Winkel KMN ist $= utM$ gemacht, übrigens wegen des Schwappens des Wassers der Kropf noch bis J hinauf verlängert.

II. Bestimmung der Wasserspiegel in den einzelnen Zellen. Wir beginnen mit Zelle IV. In dieselbe ist die Figur $rput$ eingetragen, darauf von t' aus versuchsweise die $t'v$, und ihr parallel die $u'w$ gezogen, bis die Verbindende vw waagerecht fiel, was nach wenigen Tastversuchen erreicht wird. Ebenso ist mit Zelle V., VI. und VII. verfahren.

In Zelle III. wurde die eingetragene Figur $rput$ vorerst in das Viereck mit der Oberlinie px verwandelt, und dieses dann wie vorhin in die hier fünfeckige Figur mit waagerechter Oberlinie yz umgestaltet.

In Zelle VIII. trat eine dritte Verfahrungsweise ein. Zuerst wurde die eingetragene Figur $rput$ in die mit der Oberlinie p_1x_1, und darauf diese in die mit waagerechter Oberlinie y_1z_1 verwandelt; auf dieselbe Weise ist endlich in den Zellen IX. und X. verfahren.

III. Kräfteplan für die Wassergewichte. Es werden nunmehr die Schwerpunkte A, B bis H der acht gefüllten Zellen aufgesucht, was auf dem Wege der Zeichnung nach den in der Flächentafel des IV. Abschnittes gegebenen Regeln geschehen kann, und darauf aus den acht gleichen Kräften das Kräftepolygon $A\,O\,8$ gebildet. Mit dessen Hilfe wird sodann das Gelenkpolygon $dbeafghi$ nach den bekannten Regeln construirt, und dabei in i ein Punkt der Richtungslinie der Mittelkraft aller Wassergewichte erhalten. Zu bemerken ist über die Zeichnung hier nur, dass wegen der horizontalen Nähe der Schwerpunkte C und D die beiden in ihnen wirkenden Kräfte vereinigt gedacht wurden, so dass $id \parallel A\,O$, $db \parallel O2$ zu ziehen war, eine Parallele zu $O1$ also wegfiel.

Leicht ist es nun auch, den wirklichen Schwerpunkt P der sämmtlichen Wasserprismen zu finden. Wir legen dafür durch $A\,B\,C$ u. s. w. Horizontalen, denken uns das Kräftepolygon $A\,O\,8$ um 90° gedreht, und bilden mit den Parallelen zu den Polstrahlen ein Seilpolygon, oder — was dieselben Dienste kürzer thut — wir ziehen die Seilpolygonseiten antiparallel, also hier normal, zu den Polstrahlen, und erhalten das zweite Seilpolygon $a'b'c'd'e'f' \ldots i'$

Eine Horizontale durch i' schneidet alsdann die Verticale, welche durch i gelegt wurde, im Schwerpunkte P der Gesammt-Wassermasse.

Bei Annahme einer anderen Zellenstellung findet sich die iP vielleicht in einer etwas anderen Lage, doch fallen bei gewöhnlichen Rädern die Schwankungen der Lage äusserst klein aus. Das ganze Verfahren führt sich leicht und sicher aus, wenn man nicht übertrieben peinlich auf eine Genauigkeit sieht, welche hier erlässlich ist.

§. 48.

Kräftepläne für Zimmerwerke.

In Bauten aller Art kommen gezimmerte Träger zur Anwendung, welche aus Stäben bestehen, die zu unveränderlichen Systemen zusammengesetzt sind; sie dienen als einfache Tragbalken, als Brückenträger, als Dachstühle, als Hebel (Balanciers) u. s. w. Die in den Stäben auftretenden Zug- und Druckkräfte lassen sich durch Kräftepläne, welche entweder Kräftepolygone und Seilpolygone sind, oder aus solchen gebildet werden, sehr übersichtlich darstellen. Es sollen hier einige lehrreiche Fälle als Beispiele vorgeführt werden. Bei denselben ist überall angenommen, dass an den Knoten, d. h. an den Punkten, wo mehrere Stäbe zusammentreten und verbunden sind, ein Gelenk vorhanden, oder auf die Biegungsfestigkeit des Knotens wenigstens keine Rücksicht zu nehmen sei.

Um bei bekanntem Constructions- oder Bauplan eines solchen Stabsystems dessen Kräfteplan zu bilden, hat man vorerst die Vertheilung der Kräfte der Aufgabe gemäss festzustellen, und dann, bei einer der äusseren Kräfte beginnend, dieselbe den Stabrichtungen nach zu zerlegen; darauf die so erhaltenen Stabkräfte an den nächsten Knoten mit den schon dort angreifenden äusseren Kräften zu vereinigen, und die Resultirende wieder den folgenden Stabrichtungen nach zu zerlegen u. s. f. Die sich hierbei aneinanderreihenden Kräftedreiecke oder -Vierecke bilden den Kräfteplan.

Soll man über die Richtung der Componenten, in welche eine gegebene oder gefundene Kraft zerlegt wird, stets im Klaren sein, so hat man die in §. 32 erwiesenen Eigenschaften des Kräfte-

polygons im Auge zu behalten. Aus denselben ist für den hier zu erreichenden Zweck namentlich folgendes Verfahren abzuleiten. Ist eine Kraft in zwei oder mehrere zu zerlegen, so hat man ihren Richtungspfeil umzukehren, und sie nun zur Schlusslinie S (Fig. 106) in dem Zuge der zusammensetzenden Kräfte zu machen.

Will man zwei oder mehrere gegebene Kräfte durch zwei oder mehrere andere ersetzen, so erhalten das Kräftepolygon aus den gegebenen Kräften und das aus den sie ersetzenden dieselbe Schlusslinie S, Fig. 107.

Fig. 106.

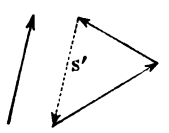
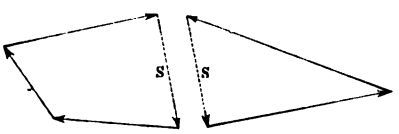


Fig. 107.



Von dieser Regel ist die vorhergehende ein besonderer Fall, indem eine einzeln graphisch dargestellte Kraft als ein ungeschlossenes Kräftepolygon anzusehen ist, dessen Schlusslinie der Rückzug zum Anfangspunkt ist.

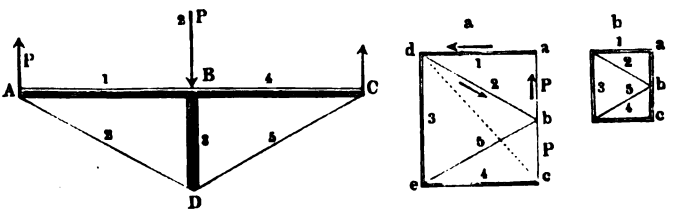
Um die Beanspruchungsart jedes Stabes im Bauplan sicher zu finden, denke man sich, wenn irgend Zweifel entstehen, den Stab zerschnitten und an die beiden Schnittenden äussere Kräfte angesetzt, welche die inneren vertreten; die Richtung dieser Kräfte entscheidet dann sofort mit Bestimmtheit die Beanspruchung.

§. 49.

Kräftepläne für zusammengesetzte Träger.

I. Einfach verspannter Balken. Fig. 108. Der Balken ABC sei bei B normal zu AC mit $2P$ belastet, und bei A und

Fig. 108.



C gestützt; die Stützkräfte werden beide $= P$, da $AB = BC$. Es sind die Beanspruchungen der Stäbe Nr. 1 bis 5 zu suchen.

In dem mit a bezeichneten kleinen Plan ist $\overline{ab}$ die Kraft P, welche bei A nach oben wirkt. Sie ist zu zerlegen in die der Construction als innere Kräfte angehörigen Kräfte in AB und AD. Der Einfachheit halber bezeichnen wir diese inneren Kräfte mit den Nummern der entsprechenden Stäbe, und ziehen $1 \parallel AB$, $2 \parallel AD$. Damit die Schlusslinie des hiermit erhaltenen Kräftedreieckes die Richtung von P habe (d. h. die Resultirende von 1 und 2 der Kraft P entgegengerichtet sei, vergl. §. 48), müssen 1 und 2 den Pfeilrichtungen in Fig. 108 a nach gerichtet sein. Es wird also AB auf Druck, AD auf Zug beansprucht. Der Deutlichkeit halber bezeichnen wir dieses hier und in den folgenden Fällen im Plane dadurch, dass wir die Kräfte in gedrückten Stäben oder „Streben", „Pfosten", mit Doppellinien, die in gezogenen „Ankern" oder „Zugstangen", „Zugbändern", „Schlaudern" mit einfachen Linien zeichnen *). Ganz entsprechend verzeichnen wir in der Constructionszeichnung oder dem Bauplan des Balkens, hier wie weiter unten, die als Streben erfundenen Stäbe mit einer deutlich messbaren Breite (wie Holzbalken), die als Zugstangen sich ergebenden mit einfachem kräftigem Striche.

Für den Knoten B setzen wir nun $2P = \overline{abc}$ mit 1 zusammen, und zwar in dem Zuge dac, indem der Stab von A nach B hin presst, und zerlegen die (punktirte) Schlusslinie horizontal und vertical in die Kräfte 3 und 4, welche beide Druckkräfte werden. 2 und 3 zusammengesetzt liefern endlich die Kraft 5, welche eine Zugkraft wird. Der Plan hat zwei congruente Hälften, wie zu erwarten war wegen der Symmetrie des Bauplanes, weshalb wir uns auch mit Untersuchung der einen Hälfte begnügen könnten.

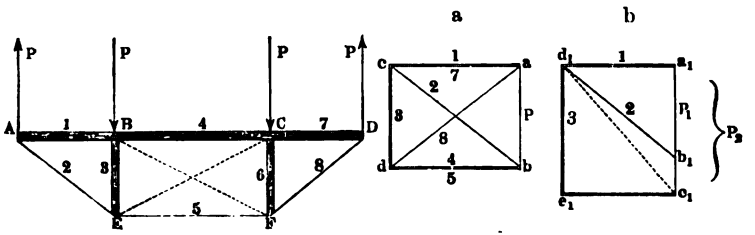
Denkt man sich die Last $2P$ statt in B zusammengezogen, über ABC gleichförmig vertheilt, so vermindern sich die frei übrig bleibenden Kräfte in A und C auf $\frac{P}{2}$, in B auf P, indem

*) Culmann's Vorgang befolgend. Die Verdoppelung der Druckkraftlinien geschieht nach ihrer richtigen einfachen Verzeichnung, ist also nur eine Art von Unterstreichung.

von jedem der Felder AB und CB je $\frac{P}{2}$ nach den Knoten A, B und C fallen. Wir erhalten dann den Kräfteplan b, welcher dem ersten geometrisch ähnlich ist, aber nur halb so gross ausfällt.

II. Zweifach verspannter Balken (viel gebraucht als Träger der sogenannten Brücke bei den Centesimal-Brückenwaagen für Strassen- und Eisenbahn-Fahrzeuge). Fig. 109. In B und C zwei senkrecht abwärts wirkende Kräfte P, in A und

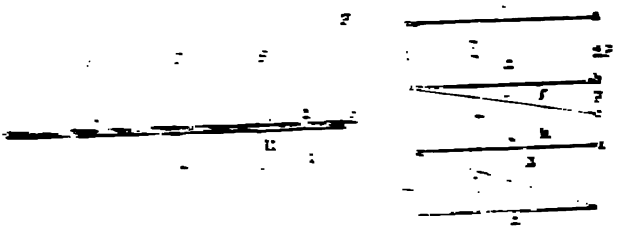
Fig. 109.



D zwei gleiche nach oben wirkende. Im Kräfteplan a ist $\overline{ab} = P$ gemacht, $1 \parallel AB$, $2 \parallel AE$ gezogen, wodurch die Kräfte 1 und 2 erhalten werden. 1 ist wie vorhin Druckkraft, 2 Zugkraft. Letztere $\parallel BE$ und $\parallel EF$ zerlegt, zerfällt in die Zugkraft 5 und die Druckkraft 3. 3, 1 und P in B vereinigt liefern nach dem Plan die Druckkraft 4; die andere Hälfte ist der betrachteten gleich. — Wenn die Verticalkräfte bei A und B an Grösse nicht gleich sind, was leicht bei einer praktischen Ausführung eintritt, so ist entweder bei B das oben erwähnte Gelenk nicht zulässig, oder es müssen noch Verstärkungsbänder EC (und BF) eingezogen werden. Der Plan b zeigt dies. Ist $P_1 = a_1 b_1$ in A wirkend, $P_2 = a_1 c_1$ in B, so ergibt die Zerlegung von $2 \parallel EB$ und EF eine andere Verticalkraft 3, als die Vereinigung von P_2 und 1 zu der punktirten Resultirenden und Zerlegung derselben $\parallel EB$ und EF. Werden also die Zugbänder weggelassen, so sucht sich das Fachwerk schief zu zwängen, bis die Theile solche Winkel einschliessen, dass die beiden Zerlegungen dasselbe Ergebniss für 3 liefern.

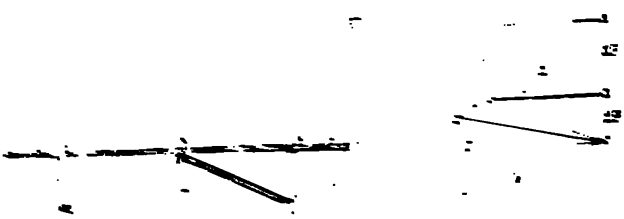
III. Dreifach verspannter Balken. Fig. 110 (a. f. S.). Gleichförmig vertheilte Belastung ruft die in den Bauplan eingetragene Kräftevertheilung hervor. Die Kraft $3P = abc$ ist in 2 und 1, ce und ea, zerlegt; darauf 1 mit $ab = 2P$ zu be ver-

[illegible] 1 und 3 wieder [illegible] zer-



[illegible] H und [illegible] ist [illegible]

[illegible] Fig. 111. [illegible] Last



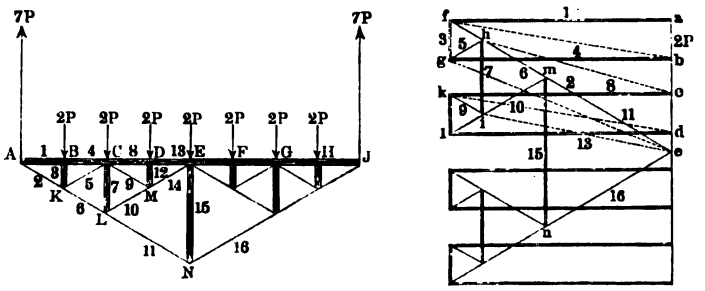
[illegible] Kno- [illegible] und [illegible] und [illegible] zu [illegible] Druckkraft [illegible] liefern [illegible] Hälfte des [illegible] ist [illegible] Wiederholung ist nicht mitgezeichnet.

V. Mehrfach verspannter Balken. Fig. 112. Der Balken AB ist in acht gleiche Felder getheilt, welche hier gleichförmig

belastet angenommen sind, worauf die Belastungen der Knoten die der Figur eingeschriebenen Verhältnisse annehmen.

Im Kräfteplan ist zunächst die $ae = 7P$ gemacht, und durch deren Zerlegung 1 und 2, af und fe erhalten; darauf $ab = 2P$

Fig. 112.



angetragen, und die Resultirende bf der 1 mit $2P$ in 3 und 4, fg und gb, zerlegt. Die Kräfte 2 und 3 haben die Resultante ge; zerlegt man diese jetzt parallel KC und KL, so erhält man in gh und he die Zugkräfte 5 und 6. Beim Uebergehen auf K oder L zeigt sich jetzt, abweichend von den bisher betrachteten Fällen, die Schwierigkeit, dass man entweder 6 oder die vereinigten $2P$, 4 und 5 in je drei Kräfte von gegebener Richtung zerlegen muss, was eine unbestimmte Aufgabe ist. Man muss deshalb von einer der Kräfte auch noch die Grösse ermitteln. Dies lässt sich z. B. für die Kraft 7 ausführen. Der Stab CL wird vertical zusammengepresst durch die Verticalcomponenten der Züge 5 und 9 und die unmittelbare Last $2P$; 5 und 9 sind einander aber gleich, da sie symmetrisch zu CL liegen und die gleichbelasteten Pfosten BK und DM tragen. Demnach machen wir im Kräfteplan die hi, welche die Kraft 7 darstellen soll, gleich 2 mal der Projection von 5 auf die Verticale $+ 2P$, vereinigen hi mit $6 = he$ zu der ie, und zerlegen diese in die Kräfte 10 und 11, im und me. Auf Knoten C zurückgehend, kann man nun auch sofort die vereinigten 4, 5 und $2P$ parallel CL, CM und CD zerlegen, was den Zug $hikc$ ergibt und die Kräfte 8 und 9 liefert. So fortfahrend erhält man 12 bis 15, womit die Hälfte des Planes überschritten ist. Bemerkenswerth ist das Ergebniss, dass der Streckbaum AJ überall gleich stark (auf Druck) beansprucht ist.

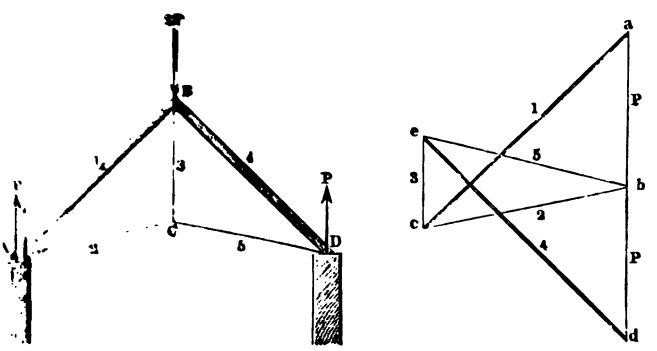
§. 50.

Kräftepläne für Dachstühle.

Die Dachstühle bieten mannigfache Beispiele von gezimmerten Fachwerken. In den folgenden Aufgaben ist eine gleichförmige lothrecht gerichtete Belastung der Sparren vorausgesetzt, so dass die Belastung jedes Feldes dessen Länge in der Sparrenrichtung angenommen ist.

1. Dachstuhl mit unverstrebtem Hauptsparren. Fig. 113. Eine gleichvertheilte Last $2P$ auf jeder Dachhälfte und die äusseren Kräfte P, $2P$ und P in A, B und C.

Fig. 113.

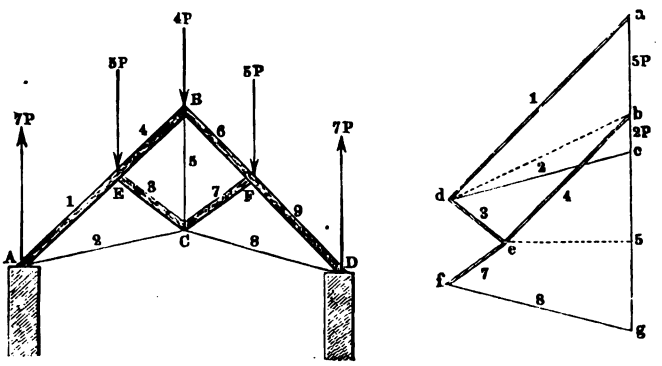


Die Strecke ab im Kräfteplan ist $= P$ gemacht, ac und bc parallel AB und AC gezogen, wodurch die Kräfte 1 und 2 erhalten wurden; 1 ist ein Druck, 2 ein Zug. Letzterer wird vervollständigt, nach ce, und parallel CD, nach be zerlegt, wodurch die beiden Zugkräfte 3 und 5 gefunden werden, und die Hälfte des Umgrenzungsnetzes schon überschritten ist. Vereinigt man übrigens noch 1 mit $2P$ und 3 zu dem Zuge $ecad$, so ist die Schlusslinie de die Kraft 4.

Mehr nützliche Beispiele für Uebungen in der Graphostatik sind aus Dach- und Brücken-Constructionen (Hannover, Rümpler 1863) zu entnehmen, wobei die sorgfältig durchgearbeiteten numerischen Berechnungen der Kräfte in den Stäben als Probe dienen können.

II. Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 114. Fügt man dem vorigen Dachstuhl zwei Streben CE und CF zu, so entsteht der hier gezeichnete. AE und EB verhalten sich hier wie 3 zu 2; ihre Belastungen seien $6P$ und $4P$, dann bewirken diese, dass die äusseren Kräfte an den Knoten die eingeschriebenen Grössen erhalten. Wir machen nun im Kräfte-

Fig. 114.

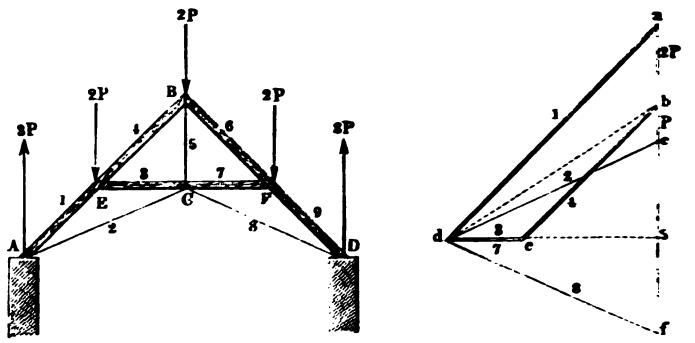


plan $ac = 7P$ und zerlegen letztere Kraft parallel AE und AC in die Kräfte 1 und 2, ad und dc; darauf 1 mit $5P = ab$ vereinigend, und die (punktirte) Resultante nach EB und EC zerlegend, finden wir die Kräfte 3 und 4, beides Druckkräfte. 2 und 3 werden nun mit ihren Wiederholungen 7 und 8 zu dem Zuge $cdefg$ vereinigt, worauf sich $cg = 5$ ergibt. Letztere Kraft konnte auch durch Zerlegung der vereinigten 4 und $4P$ nach BC und BF gefunden werden, wie denn überhaupt die Anordnung des Kräfteplanes mancherlei Abänderungen zulässt.

III. Anderer Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 115 (a. f. S.). Dieser Dachstuhl entsteht aus dem vorigen, wenn man an demselben die Streben EC und CF beide horizontal legt. Hier ist $AE = EB$ genommen, wodurch die Felderbelastungen sämmtlich gleich werden, und bei A und D die äusseren Kräfte $3P$ entstehen. Letztere Kraft von a bis c im Kräfteplan aufgetragen ergibt in da und cd die Kräfte 1 und 2, darauf nach Vereinigung von 1 mit $2P$ zu der Resultanten db die Druckkräfte 3 und 4 in de und eb. 7 fällt $= 3$, $8 = 2$ aus; demnach erhält man für 5 die Strecke cf als Schlusslinie des Zuges $cdedf$ oder cdf. Auch muss sich 5 durch Ver-

einigung der gleichen Kräfte 4 und 6 mit $2P$ ergeben, was die Figur auch darin zeigt, dass die Verticalprojection von 4 um P

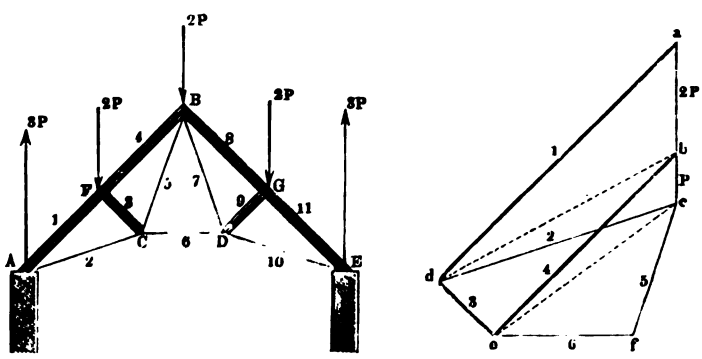
Fig. 115.



kleiner, als ef wird. Lässt man die Schlauder CB weg, was sich bei manchen Ausführungen findet, so kann das Querstück ECF, wenn bei C kein Gelenk gelassen ist, vermöge seiner Biegungsfestigkeit den Widerstand 5 leisten; bei B aber bäumen sich die Sparren gegen einander auf, wenn der Knoten B nicht in einen festen Verband verwandelt wird.

IV. Dritter Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 116. Bei dem folgenden Dachstuhl, wel-

Fig. 116.



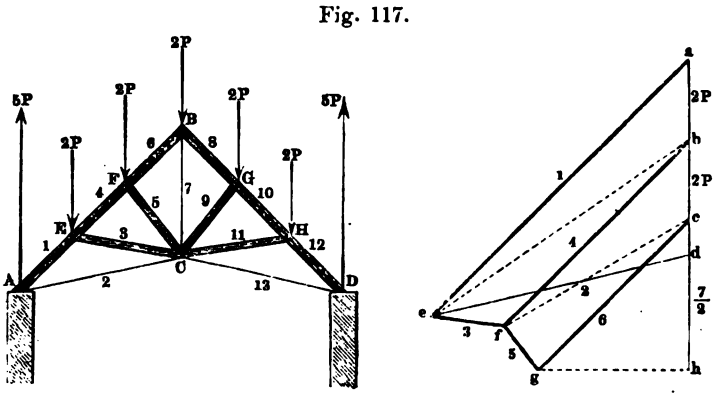
cher häufig als der belgische oder französische bezeichnet wird, ist die mittlere Schlauder der obigen Constructionen in ein

Dreieck BCD aufgelöst. Die Felder sind gleich breit angenommen, weshalb die äusseren Kräfte an den Knoten wie bei Fig. 115 werden.

Im Kräfteplan ist $abc = 3P$ gemacht, worauf 1 und 2 sofort wie oben gefunden werden. Aus der Zerlegung der vereinigten 1 und $2P$ erhält man dann alsbald die Kräfte 3 und 4 in de und be, und aus der Resultanten ec der Kräfte 2 und 3 die beiden Zugkräfte 5 und 6 in cf und ef. Die zweite Hälfte wird die symmetrische Wiederholung der ersten.

V. Dachstuhl mit zweifach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 117. Diese Construction kann aus der in Fig. 114 dadurch erhalten werden, dass man die dort angewandte Strebe des Hauptsparrens in zwei auflöst. Die Felder sind hier wieder gleichgross und gleichbelastet angenommen. Es entstehen dabei, wenn die Belastung jedes Feldes $= 2P$ ist, die freien äusseren Kräfte $5P$ bei A und D. Im Kräfteplan ist nun $ad = 5P$ gemacht und parallel AE und AC zerlegt, wodurch die Kräfte 1 und 2, de und ea, erhalten werden. ea mit $ab = 2P$ zusammengesetzt,

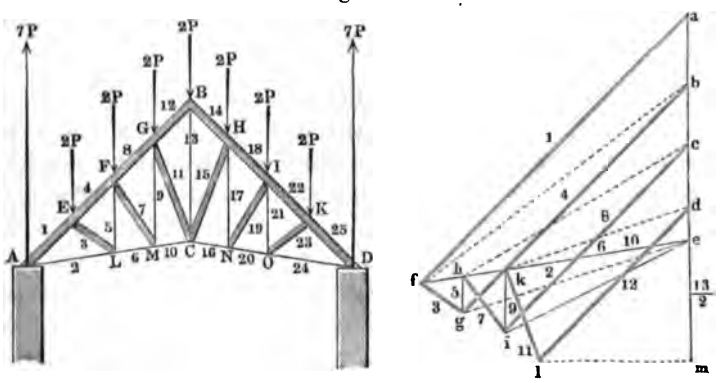
Fig. 117.



liefert die den Knoten E belastende Kraft eb, welche parallel EC und EF zerlegt, in ef und fb, 3 und 4, zerfällt. Aehnlich wird nun die Resultante fc der Kräfte 4 und $2P$ in 5 und 6, fg und gc zerlegt, womit man in der Mitte des symmetrisch ausfallenden Planes angelangt ist. Die Kraft 7 ist die Resultante von 6 und deren Wiederholung 8 und der Firstbelastung $2P$, die Hälfte von 7 also die Projection von 6 auf eine Verticale, weniger P, welche Grösse durch die dh dargestellt ist.

VI. Englischer Dachstuhl mit mehrfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 118. Hier sind schiefe Streben mit senkrechten Schlaudern verbunden angewandt. Die Belastung ist wieder gleichförmig angenommen, nämlich jedes der gleichgrossen Felder senkrecht mit $2P$ belastet gedacht. Bei A und D entstehen die Verticalkräfte $7P$ als äussere Kräfte.

Fig. 118.

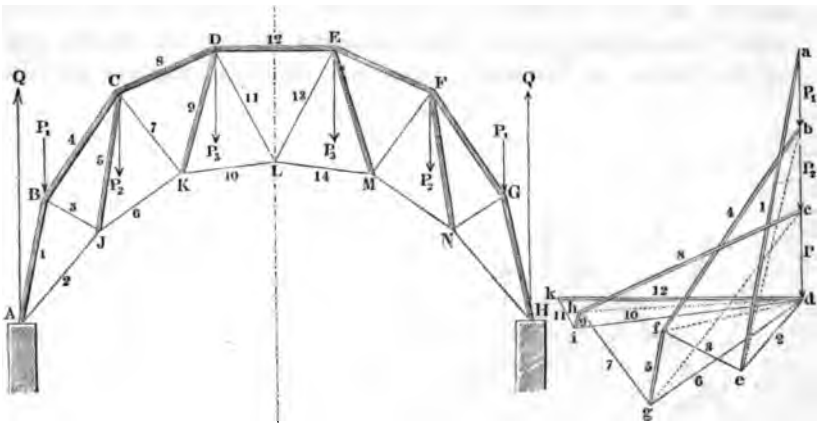


Im Kräfteplan ist $ab + bc + cd + de = 3 \times 2P + P = 7P$ gemacht, ae parallel AE und AL zerlegt, wodurch die Kräfte 1 und 2 in fa und ef erhalten werden. Nun ist 1 mit $ab = 2P$ vereinigt (gedacht) und die Resultante (fb) in die Kräfte 3 und 4, fg und gb zerlegt; alsdann 2 mit 3 (zu ge) verbunden, und diese Resultirende parallel LF und LM in die Kräfte 5 und 6, gh und he zerlegt. So fortfahrend erhält man nach einander die Kräfte bis zu Nr. 12 oder ld, welche alsdann auf die Verticale projicirt wird. Zieht man endlich jetzt von der so erhaltenen dm die halbe Firstbelastung $P = de$ ab, so bleibt in me die halbe Anspannung der Mittelschlauder BC übrig. Die andere Hälfte des Kräfteplanes fällt gerade so wie die gefundene aus.

VII. Bogenförmiger Dachstuhl, sogenannter Sichelträger. Fig. 119. Der sichelförmige Träger $ABCDEFGH$ in unserer Figur, welcher zur Bedeckung weiter und hoher Räume neuerdings benutzt wird, kann als eine Umformung des englischen Dachstuhles angesehen werden, indem er aus dem letzteren entsteht, wenn man die Abschnitte der Sparren und der unteren Hauptschlauder polygonal anordnet. Die Belastung des Dach-

stuhles ist hier nicht in bestimmten Verhältnissen angegeben. Zwar ist diejenige, welche von den Deckziegeln und deren Unter-

Fig. 119.



stützung herrührt, der Feldbreite proportional zu setzen, nicht aber die vom Schnee herrührende, welche an den steilen Randfeldern bei AB und GH jedenfalls kleiner ausfällt, als bei CD und DE. Es sind deshalb nur unbestimmt gelassene verticale Belastungen P_1, P_2, P_3 der Knoten B, C, D, E, F, G eingeführt, denen bei A und B die Kräfte $Q = P_1 + P_2 + P_3$ als äussere Kräfte entgegenwirken.

Im Kräfteplan ist $ab = P_1$, $bc = P_2$, $cd = P_3$, also $ad = Q$ gemacht, durch deren Zerlegung parallel AB und AJ die Kräfte 1 und 2, ea und de erhalten werden. 1 mit P_1 zusammen liefert die Kräfte 3 und 4, ef und fb. Aus den nun bekannten Kräften 2 und 3 werden 5 und 6, gf und dg ermittelt; darauf 4 und 5 mit P_2 (zu ge) zusammengesetzt, und durch Zerlegung parallel CK und CD die Kräfte 7 und 8 gefunden, und so fort, bis in kd die Kraft 12 ermittelt ist, welche die Mitte des zu ihr symmetrischen Planes einnimmt. Die Stäbe KL, DL, EL und ML werden sämmtlich auf Zug beansprucht.

§. 51.

Kräfteplan für einen Dachstuhl mit Winddruck.

Wenn man grosse und schwere Dächer sorgfältig bauen will, muss man ausser der Belastung durch die Construction selbst

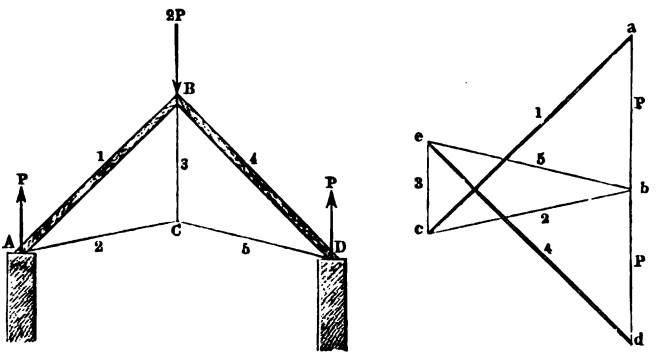
§. 50.

Kräftepläne für Dachstühle.

Die Dachstühle bieten mannigfache Beispiele von gezimmerten Trägern *). In den folgenden Aufgaben ist eine gleichförmige vertical gerichtete Belastung der Sparren vorausgesetzt, so dass die Belastung jedes Feldes dessen Länge in der Sparrenrichtung proportional ist.

I. Dachstuhl mit unverstrebtem Hauptsparren. Fig. 113. Eine gleichvertheilte Last $2P$ auf jeder Dachhälfte gibt die äusseren Kräfte P, $2P$ und P in A, B und C.

Fig. 113.

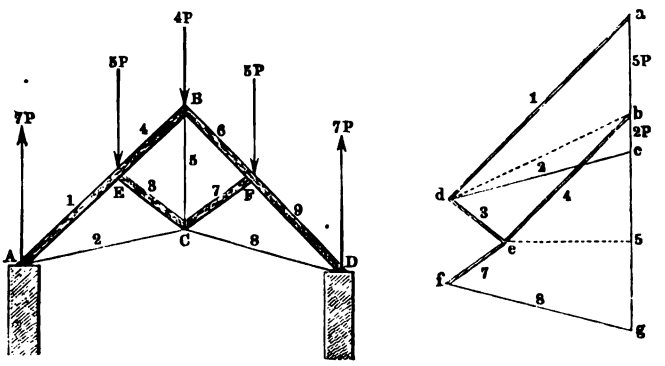


Die Strecke ab im Kräfteplan ist $= P$ gemacht, ac und bc parallel AB und AC gezogen, wodurch die Kräfte 1 und 2 erhalten wurden; 1 ist ein Druck, 2 ein Zug. Letzterer wird vertical, nach ce, und parallel CD, nach be zerlegt, wodurch die beiden Zugkräfte 3 und 5 gefunden werden, und die Hälfte des Diagramms schon überschritten ist. Vereinigt man übrigens noch 1 mit $2P$ und 3 zu dem Zuge $ecad$, so ist die Schlusslinie de die Kraft 4.

*) Sehr nützliche Beispiele für Uebungen in der Graphostatik sind aus Ritter's Dach- und Brücken-Constructionen (Hannover, Rümpler 1863) zu entnehmen, wobei die sorgfältig durchgearbeiteten numerischen Berechnungen der Kräfte in den Stäben als Probe dienen können.

II. Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 114. Fügt man dem vorigen Dachstuhl zwei Streben CE und CF zu, so entsteht der hier gezeichnete. AE und EB verhalten sich hier wie 3 zu 2; ihre Belastungen seien $6P$ und $4P$, dann bewirken diese, dass die äusseren Kräfte an den Knoten die eingeschriebenen Grössen erhalten. Wir machen nun im Kräfte-

Fig. 114.

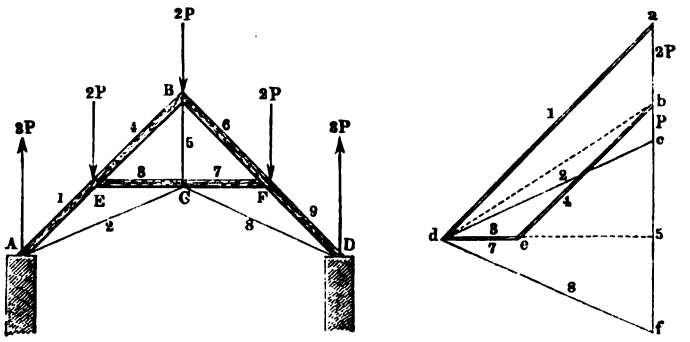


plan $ac = 7P$ und zerlegen letztere Kraft parallel AE und AC in die Kräfte 1 und 2, ad und dc; darauf 1 mit $5P = ab$ vereinigend, und die (punktirte) Resultante nach EB und EC zerlegend, finden wir die Kräfte 3 und 4, beides Druckkräfte. 2 und 3 werden nun mit ihren Wiederholungen 7 und 8 zu dem Zuge $cdefg$ vereinigt, worauf sich $cg = 5$ ergibt. Letztere Kraft konnte auch durch Zerlegung der vereinigten 4 und $4P$ nach BC und BF gefunden werden, wie denn überhaupt die Anordnung des Kräfteplanes mancherlei Abänderungen zulässt.

III. Anderer Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 115 (a. f. S.). Dieser Dachstuhl entsteht aus dem vorigen, wenn man an demselben die Streben EC und CF beide horizontal legt. Hier ist $AE = EB$ genommen, wodurch die Felderbelastungen sämmtlich gleich werden, und bei A und D die äusseren Kräfte $3P$ entstehen. Letztere Kraft von a bis c im Kräfteplan aufgetragen ergibt in da und cd die Kräfte 1 und 2, darauf nach Vereinigung von 1 mit $2P$ zu der Resultanten db die Druckkräfte 3 und 4 in de und eb. 7 fällt $= 3$, $8 = 2$ aus; demnach erhält man für 5 die Strecke cf als Schlusslinie des Zuges $cdedf$ oder cdf. Auch muss sich 5 durch Ver-

einigung der gleichen Kräfte 4 und 6 mit $2P$ ergeben, was die Figur auch darin zeigt, dass die Verticalprojection von 4 um P

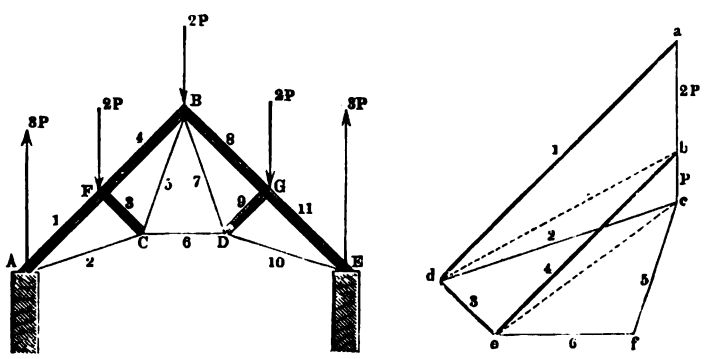
Fig. 115.



kleiner, als ef wird. Lässt man die Schlauder CB weg, was sich bei manchen Ausführungen findet, so kann das Querstück ECF, wenn bei C kein Gelenk gelassen ist, vermöge seiner Biegungsfestigkeit den Widerstand 5 leisten; bei B aber bäumen sich die Sparren gegen einander auf, wenn der Knoten B nicht in einen festen Verband verwandelt wird.

IV. Dritter Dachstuhl mit einfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 116. Bei dem folgenden Dachstuhl, wel-

Fig. 116.



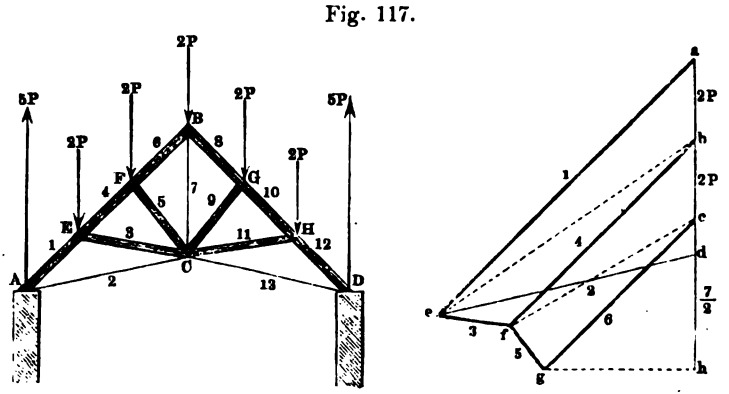
cher häufig als der belgische oder französische bezeichnet wird, ist die mittlere Schlauder der obigen Constructionen in ein

Dreieck BCD aufgelöst. Die Felder sind gleich breit angenommen, weshalb die äusseren Kräfte an den Knoten wie bei Fig. 115 werden.

Im Kräfteplan ist $abc = 3P$ gemacht, worauf 1 und 2 sofort wie oben gefunden werden. Aus der Zerlegung der vereinigten 1 und $2P$ erhält man dann alsbald die Kräfte 3 und 4 in de und be, und aus der Resultanten ec der Kräfte 2 und 3 die beiden Zugkräfte 5 und 6 in cf und ef. Die zweite Hälfte wird die symmetrische Wiederholung der ersten.

V. Dachstuhl mit zweifach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 117. Diese Construction kann aus der in Fig. 114 dadurch erhalten werden, dass man die dort angewandte Strebe des Hauptsparrens in zwei auflöst. Die Felder sind hier wieder gleichgross und gleichbelastet angenommen. Es entstehen dabei, wenn die Belastung jedes Feldes $= 2P$ ist, die freien äusseren Kräfte $5P$ bei A und D. Im Kräfteplan ist nun $ad = 5P$ gemacht und parallel AE und AC zerlegt, wodurch die Kräfte 1 und 2, de und ea, erhalten werden. ea mit $ab = 2P$ zusammengesetzt,

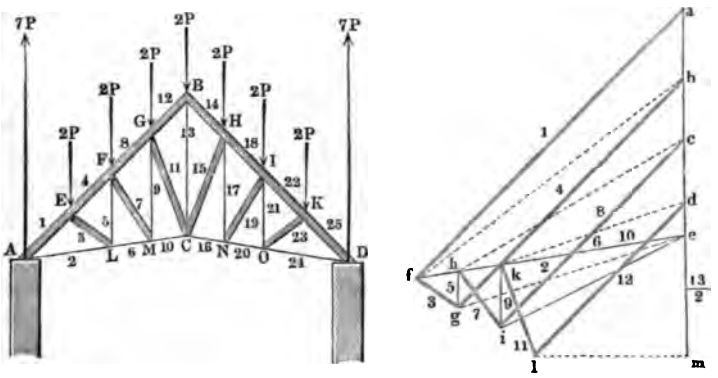
Fig. 117.



liefert die den Knoten E belastende Kraft eb, welche parallel EC und EF zerlegt, in ef und fb, 3 und 4, zerfällt. Aehnlich wird nun die Resultante fc der Kräfte 4 und $2P$ in 5 und 6, fg und gc zerlegt, womit man in der Mitte des symmetrisch ausfallenden Planes angelangt ist. Die Kraft 7 ist die Resultante von 6 und deren Wiederholung 8 und der Firstbelastung $2P$, die Hälfte von 7 also die Projection von 6 auf eine Verticale, weniger P, welche Grösse durch die dh dargestellt ist.

VI. Englischer Dachstuhl mit mehrfach verstrebtem Hauptsparren. Fig. 118. Hier sind schiefe Streben mit senkrechten Schlaudern verbunden angewandt. Die Belastung ist wieder gleichförmig angenommen, nämlich jedes der gleichgrossen Felder senkrecht mit $2P$ belastet gedacht. Bei A und D entstehen die Verticalkräfte $7P$ als äussere Kräfte.

Fig. 118.

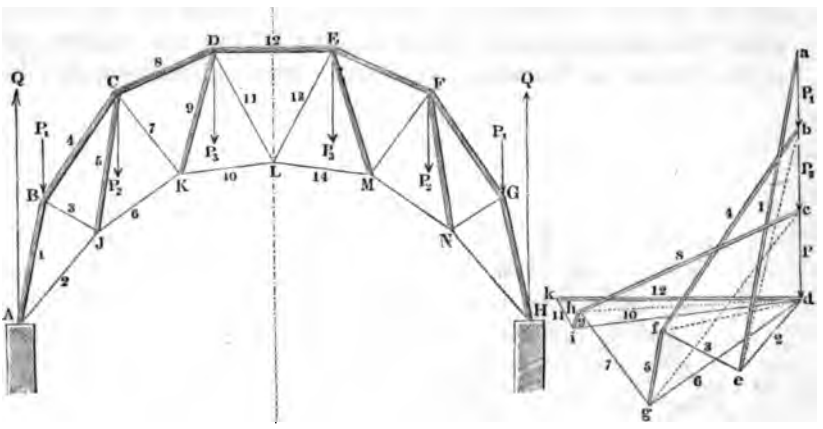


Im Kräfteplan ist $ab + bc + cd + de = 3 \times 2P + P = 7P$ gemacht, ae parallel AE und AL zerlegt, wodurch die Kräfte 1 und 2 in fa und ef erhalten werden. Nun ist 1 mit $ab = 2P$ vereinigt (gedacht) und die Resultante (fb) in die Kräfte 3 und 4, fg und gb zerlegt; alsdann 2 mit 3 (zu ge) verbunden, und diese Resultirende parallel LF und LM in die Kräfte 5 und 6, gh und he zerlegt. So fortfahrend erhält man nach einander die Kräfte bis zu Nr. 12 oder ld, welche alsdann auf die Verticale projicirt wird. Zieht man endlich jetzt von der so erhaltenen dm die halbe Firstbelastung $P = de$ ab, so bleibt in me die halbe Anspannung der Mittelschlauder BC übrig. Die andere Hälfte des Kräfteplanes fällt gerade so wie die gefundene aus.

VII. Bogenförmiger Dachstuhl, sogenannter Sichelträger. Fig. 119. Der sichelförmige Träger $ABCDEFGH$ in unserer Figur, welcher zur Bedeckung weiter und hoher Räume neuerdings benutzt wird, kann als eine Umformung des englischen Dachstuhles angesehen werden, indem er aus dem letzteren entsteht, wenn man die Abschnitte der Sparren und der unteren Hauptschlauder polygonal anordnet. Die Belastung des Dach-

stuhles ist hier nicht in bestimmten Verhältnissen angegeben. Zwar ist diejenige, welche von den Deckziegeln und deren Unter-

Fig. 119.



stützung herrührt, der Feldbreite proportional zu setzen, nicht aber die vom Schnee herrührende, welche an den steilen Randfeldern bei AB und GH jedenfalls kleiner ausfällt, als bei CD und DE. Es sind deshalb nur unbestimmt gelassene verticale Belastungen P_1, P_2, P_3 der Knoten B, C, D, E, F, G eingeführt, denen bei A und B die Kräfte $Q = P_1 + P_2 + P_3$ als äussere Kräfte entgegenwirken.

Im Kräfteplan ist $ab = P_1$, $bc = P_2$, $cd = P_3$, also $ad = Q$ gemacht, durch deren Zerlegung parallel AB und AJ die Kräfte 1 und 2, ea und de erhalten werden. 1 mit P_1 zusammen liefert die Kräfte 3 und 4, ef und fb. Aus den nun bekannten Kräften 2 und 3 werden 5 und 6, gf und dg ermittelt; darauf 4 und 5 mit P_2 (zu ge) zusammengesetzt, und durch Zerlegung parallel CK und CD die Kräfte 7 und 8 gefunden, und so fort, bis in kd die Kraft 12 ermittelt ist, welche die Mitte des zu ihr symmetrischen Planes einnimmt. Die Stäbe KL, DL, EL und ML werden sämmtlich auf Zug beansprucht.

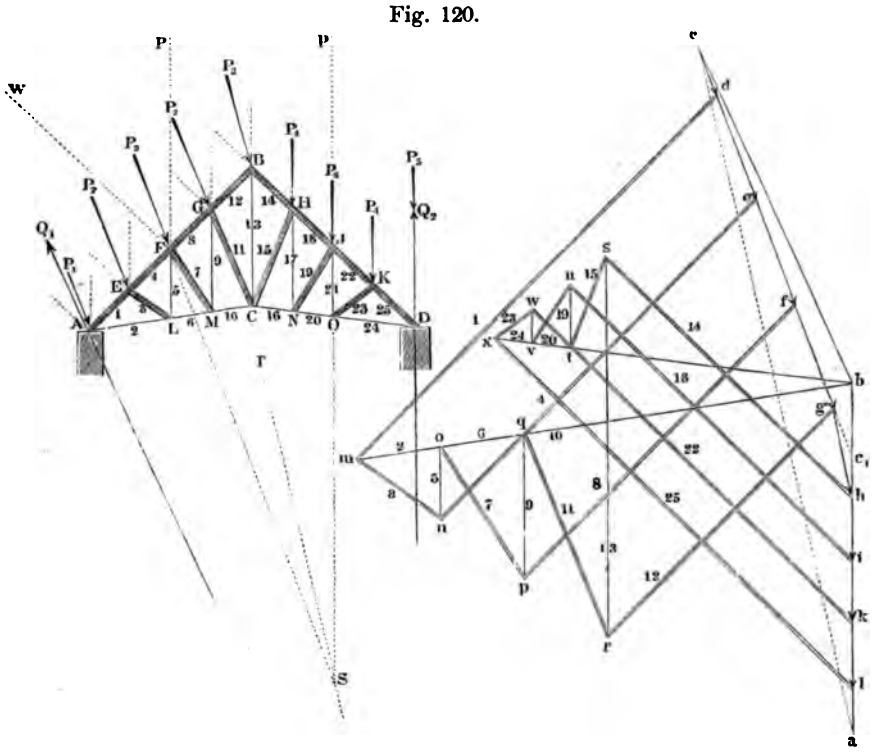
§. 51.

Kräfteplan für einen Dachstuhl mit Winddruck.

Wenn man grosse und schwere Dächer sorgfältig bauen will, muss man ausser der Belastung durch die Construction selbst

und den Schnee noch die durch den Wind in Anschlag bringen, indem dieselbe oft beträchtlich ins Gewicht fällt. Um ein Beispiel der graphostatischen Lösung dieser Aufgabe zu geben, untersuchen wir den in Fig. 118 dargestellten englischen Dachstuhl unter Voraussetzung einer Windbelastung W, Fig. 120, welche sich zu der früher in Rechnung gezogenen Verticalbelastung gesellt.

Fig. 120.



Zunächst sind hier die Kräfte Q_1 und Q_2 an den Punkten A und D zu bestimmen. Der Winddruck wirkt nur auf die eine Dachfläche, der die Seite AB des Dachstuhles angehört. W sei die normal zu AB gerichtete Mittelkraft des Winddruckes, P die gesammte senkrechte Belastung von AB; P und W vereinigt bewirken auf AB eine in der Richtung FS wirkende Gesammtbelastung, deren Grösse durch Zusammensetzung von W und P erhalten wird, und die im Kräfteplan durch cc_1 ausgedrückt ist. Auf den anderen Hauptsparren BD wirkt in der Mitte bei J ebenfalls, aber auch allein, die senkrechte Kraft P. Wird deren

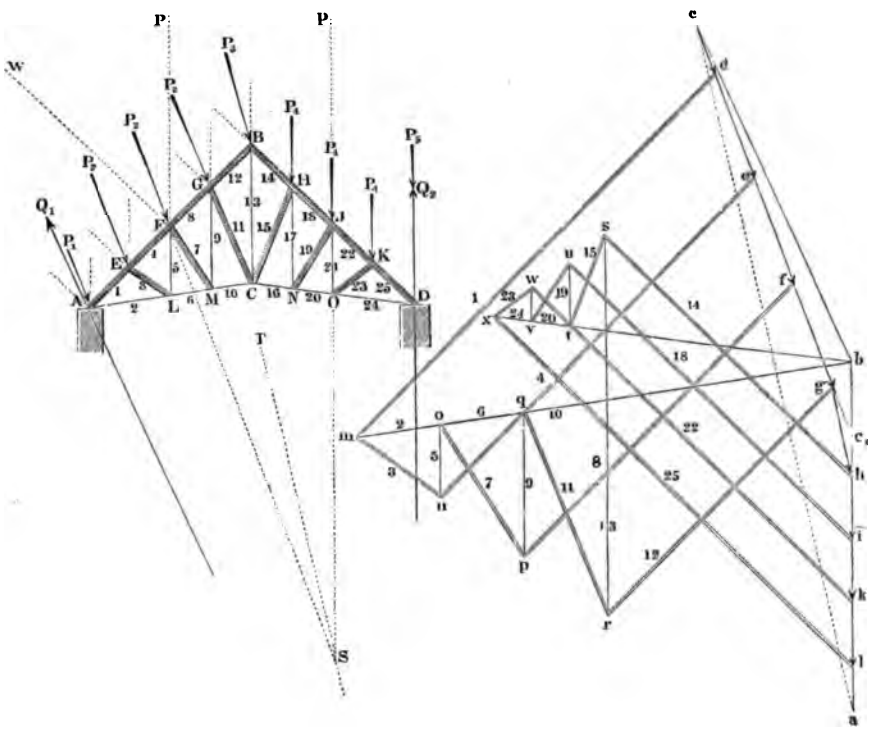
Richtungslinie bis zum Schnitte S mit der erstgenannten Belastung verlängert, so ist S ein Punkt der Mittelkraft der ganzen Last des Daches. Im Kräfteplan ist $c_1 a = P$ gemacht, ac hat also die Richtung dieser Mittelkraft, welche nun nach ST in den Bauplan getragen werden kann. Um die Kräfte Q_1 und Q_2 zu bestimmen, haben wir uns jetzt des in §. 34 Gefundenen zu erinnern, vermöge dessen bei zwei unbekannten Schlusskräften eines Kräftepolygons wenigstens noch zwei Angaben über die Kräfte vorliegen müssen. Hier lässt sich aber über die Richtungen von Q_1 und Q_2 etwas feststellen.

Der Winddruck ruft eine Horizontalkraft hervor, welche durch die stützenden Wände oder Pfeiler aufgenommen werden muss. Es ist nun in jedem besonderen Falle zu untersuchen, ob die beiden Stützen gleichviel oder ungleichviel Horizontalschub vertragen können, worauf dieser entsprechend zu vertheilen ist. Alsdann sucht man (nach §. 39) die auf die Stützen kommenden Antheile der senkrechten Componente der Kraft ac auf (nachdem man ac in dem Schnittpunkt der $ST\ldots$ mit der AD in senkrechter und waagerechter Richtung zerlegt hat), und setzt sie mit dem betreffenden Antheil der Horizontalcomponente zusammen. Leicht kann der Fall eintreten, dass eine der Stützen gar keinen Seitenschub aufzunehmen vermag, wenn sie nämlich aus frei aufgestellten Säulen oder Pfeilern besteht. Dann kommt der ganze Horizontalschub auf die andere Stütze, die demselben mithin gewachsen sein muss. Hier ist dieser bei Bahnhofhallen nicht seltene Fall vorausgesetzt, nämlich angenommen, dass bei D nur in senkrechter Richtung Widerstand geleistet werden könne. Hiermit sind die Richtungen beider Kräfte festgesetzt. Verlängert man nämlich die Senkrechte in D bis zu dem (hier nicht gezeichneten) Schnitte mit ST, und verbindet den Schnittpunkt mit A, so ist die Richtung der an A angreifenden Kraft gefunden. Diese und die bis jetzt gefundene Rückwirkung bei D sind indessen noch nicht die frei an A und D angreifenden äusseren Kräfte, denn es wirken daselbst noch Antheile der Belastungen der Dachfelder abwärts. Wir vertheilen jetzt, um das Fehlende noch zu finden, die vereinigten P und W auf die Knoten von AB, die P auf die Knoten von BD und erhalten als Belastung von A die Kraft P_1, für E, F und G die Kraft P_2, für die First B die Kraft P_3, für H, J, und K die Kraft $P_4 = \frac{P}{4}$ und für D die (senkrechte) Kraft

$P_5 = \frac{P}{8}$. Es ist nun im Kräfteplan gemacht $cd = P_1$, $de = ef = fg = P_2$, $gh = P_3$, $hi = ik = kl = P_4$ und $la = P_5$. Nun endlich haben wir demnach in der Strecke bl die bei D angreifende Kraft Q_2 und in der nicht ausgezogenen Verbindungslinie von b mit d die bei A wirkende äussere Kraft Q_1.

Die Aufsuchung der Kräfte in dem Gespärre kann nun leicht vorgenommen werden. Zuerst ist $bd = Q_1$ nach AE und AL

Fig. 121.



zu zerlegen, wodurch die bm und md, Kraft 2 und 1 gefunden werden. Darauf wird fortgefahren bis zur Schlauder BC oder Nr. 13, für welche man die Zugkraft $rs = 13$ erhält, indem man in die verticale rs mit der zu BD parallel gezogenen hs einschneidet. Nunmehr findet man rasch die Kräfte 15 bis 25 in der zweiten Hälfte des Gespärres. Der Kräfteplan liefert ungleiche Kräfte für die entsprechend gelegenen Stäbe. — Die Verzeich-

nung der Kräfte kann auch mit der Kraft 25, bei dem Dreieck xbl beginnen, und muss dann dasselbe Ergebniss liefern, was als Probe dienen könnte. Da aber der Punkt x durch die von Anfang an verzeichenbaren Strecken bl und bx bestimmt ist, so zeigt sich die Richtigkeit der ersten Zeichnung schon dadurch, dass die letzte Strecke wx, welche parallel KO zu ziehen ist, in den Punkt x trifft. In der That muss die Zeichnung mit Sorgfalt ausgeführt werden, damit dieses Zutreffen, d. i. Schliessen des letzten Kräftedreieckes, stattfindet.

Vergleicht man die in Fig. 121 gefundenen Kräfte mit denen in Fig. 118, so sieht man (da der Kräftemaassstab in beiden Fällen derselbe ist), wie sehr man zur genauen Berechnung der Dachstühle den Winddruck berücksichtigen muss. Will man im vorliegenden Falle ganz vollständigen Aufschluss haben, so hat man in einem zweiten Plane den Winddruck auf BD angreifend einzuführen.

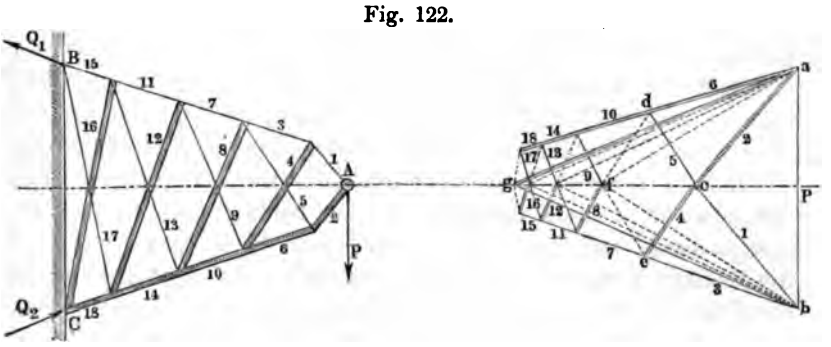
§. 52.

Kräftepläne für gitterförmige Freiträger.

Gitterförmige Freiträger aus Schmiedeisen wie aus Gusseisen kommen in mancherlei Bauwerken zur Anwendung, in Maschinen u. a. als Balanciers, als Auslader von Kranen u. s. w. Einige Beispiele solcher Träger seien hier noch vorgeführt.

I. Freiträger mit geraden Streckbäumen. Fig. 122. Der hier dargestellte Träger sei in A mit einer Kraft P belastet,

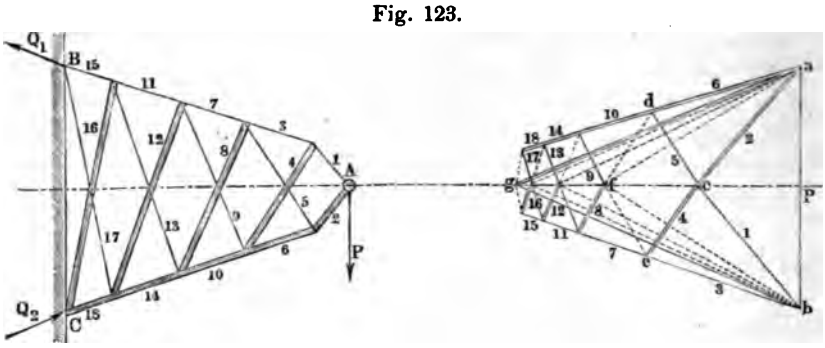
Fig. 122.



welche senkrecht zur Symmetrieachse des Armes gerichtet ist, und in B und C befestigt. Der Kräfteplan lässt sich wie folgt

erhalten. In demselben ist $ab = P$ gemacht und nach den Richtungen der Stäbe 1 und 2 zerlegt; ac und cb sind die Kräfte 1

Fig. 123.

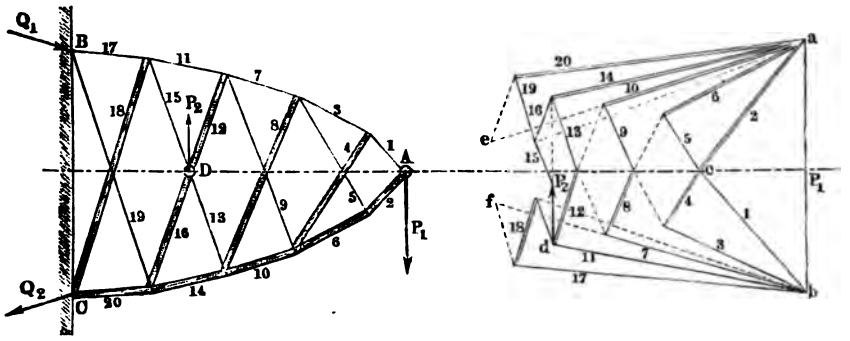


und 2. Jede derselben ist in zwei andere Kräfte zu zerlegen, 1 in 3 und 4, 2 in 5 und 6, was im Kräfteplan durch die Züge bec und adc ausgeführt ist. Nun ist Kraft 3 mit Kraft 5 zu vereinigen, und die Resultante in 7 und 8 zu trennen. Zu dem Ende wird zuerst $5 = dc$ nach fe getragen, worauf die Resultante fb in die 7 und 8 zerlegt werden kann. So fortfahrend, erhält man einen zur Achse gc symmetrischen Zug, von dem also eigentlich nur die Hälfte verzeichnet zu werden braucht. Die Strecken ga und bg, welche zuletzt als die Resultanten von 15 mit 17, und 16 mit 18 erhalten werden, kann man als äussere Kräfte in B und C anbringen, um die Träger dort zu befestigen, vorausgesetzt, dass die Richtungen der Kräfte in B und C nach Belieben gewählt werden dürfen.

II. Zweifach belasteter Freiträger. Fig. 124. Der folgende Träger ist bei A vertical abwärts durch die Kraft P_1 belastet, bei D aufwärts durch P_2, bei B und C befestigt. Die Streckbäume AB und AC sind polygonal geformt. Der Kräfteplan wird für die Kräfte 1 bis 13 wie der vorige behandelt. Bei D sind die einander kreuzenden Stäbe fest mit einander verbunden gedacht, so dass die Kraft P_2 auf beide Stäbe, 15 und 16, wirken kann; mit ihr vereinigt wirken in demselben Knoten D die Kräfte 12 und 13. Fügt man demnach bei d dem Zuge 13-12 die Kraft P_2 an, so ist deren Verlängerung bis zum Ursprung von 13 die Resultante der drei Kräfte, welche nun sofort in 15 und 16 zerlegt werden kann. Mit dieser fortfahrend erhält man die Kräfte bis 20 und endlich in bf und ea noch die äusseren Kräfte

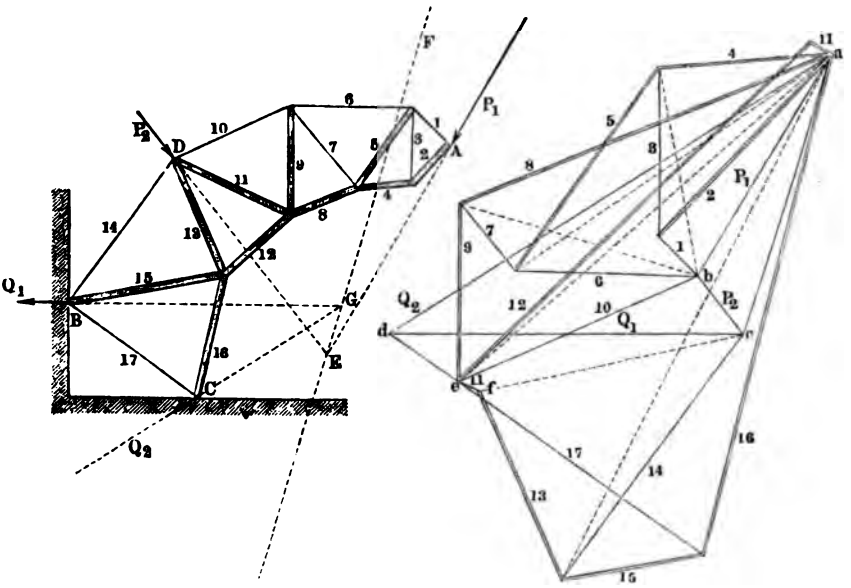
Q_1 und Q_2, welche den Kräften P_1 und P_2 das Gleichgewicht halten.

Fig. 124.



III. Gitterförmiger Kran-Auslader. Fig. 125. Diese Figur zeigt zur Linken einen gebogen gestalteten Freiträger, wie er als Auslader für grosse Krane, mit mehr Feldern ausgeführt,

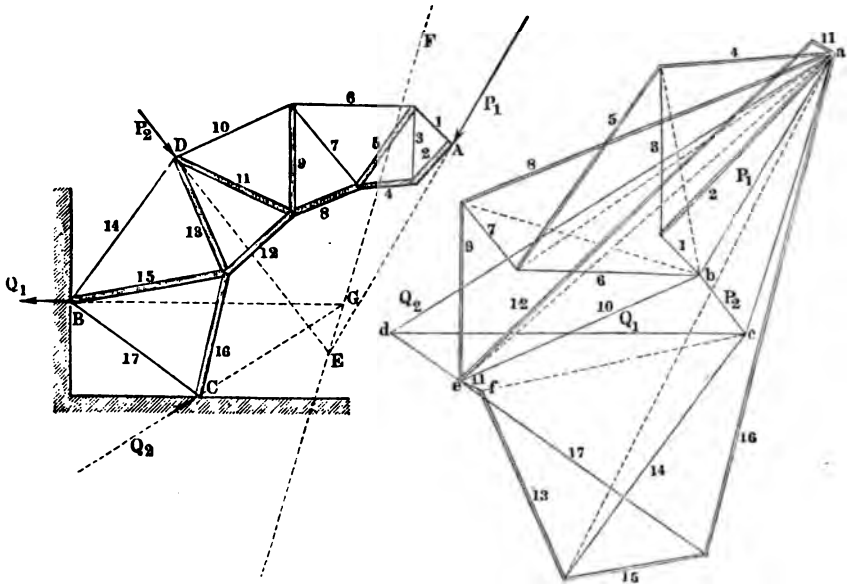
Fig. 125.



gebraucht wird. In A und D greifen die Kräfte P_1 und P_2 an, in B soll eine horizontale äussere Kraft Q_1, in C eine nach Er-

forderniss gerichtete äussere Kraft Q_2 ihren Angriffpunkt haben. Der Kräfteplan gibt Aufschluss über die in und an dem Bauwerke

Fig. 126.



vorkommenden Kräfte. Was zunächst die äusseren Kräfte betrifft, so ist vorerst die noch unbekannte Richtung von Q_2 festzustellen. Hierfür verlängern wir P_1 und P_2 bis zu dem Schnittpunkte E, suchen im Kräfteplan durch Verzeichnung des Zuges abc die Richtung EF der Mittelkraft ac der beiden Kräfte, und verlängern die Richtungslinie der Q_1 bis zu ihrem Schnitte G mit der EF; dann ist CG die Richtung der Kraft Q_2. Mit dieser Richtung und der horizontalen den Zug adc im Kräfteplan bildend, erhalten wir $cd = Q_1$ und $da = Q_2$. — Nunmehr beginnen wir mit der Zerlegung von $P_1 = ab$ in die Kräfte 1 und 2, zerlegen 2 wieder in 3 und 4, vereinigen 3 und 1, und zerlegen ihre Resultante in 5 und 6. So fortfahrend erhalten wir die Kräfte bis 12, wobei zuletzt 9 und 8 in 11 und 12 zerlegt werden. Es ist nun zu 10 und 11 noch P_2 zu fügen, und deren Resultirende in 13 und 14 zu trennen. Die Kraft 11 hätte in unserer Figur auch an e angesetzt werden können, worauf aber 12 mit 2 nahe zusammengefallen, und dadurch Undeutlichkeit entstanden wäre. Nun aber tragen wir 11 noch einmal, und zwar diesmal wirklich von e aus auf, so

dass $ef = 11$ wird; dann ist der Zug $11 - 10 - P_2$ gebildet und dessen Schlusslinie cf sofort in 13 und 14 zerlegbar. Es ergeben sich nun 15 und 16 aus der Resultante von 13 und 12, und endlich 17 als Verbindungslinie des Schnittes von 15 und 16 mit d, da 16 und 17 die Mittelkraft $Q_2 = ad$ haben müssen. Ist die Zeichnung genau, so muss 17 im Kräfteplan parallel BC fallen; es entsteht also auch hier eine Kontrole für die Genauigkeit der Zeichnung, die sehr schätzbar ist.

§. 53.

Schlussbemerkungen.

Nachdem im Vorstehenden eine Reihe der für das vorliegende Buch wichtigen Aufgaben der Arithmographie und Graphostatik behandelt worden sind, verdient noch im allgemeinen dazu bemerkt zu werden, dass Genauigkeit und Sauberkeit im Zeichnen sehr wesentlich für die Anwendung der Methode sind. Demjenigen, der dieselbe brauchen lernen will, ist zu empfehlen, nicht zu viel, oder besser gesagt, möglichst wenig Buchstaben oder Zahlen in die Zeichnung zu schreiben, was Anfänger gerne thun, um angeblich besser im Klaren zu bleiben. Die nöthigen Bezeichnungen schreibe man sehr klein und mit dünnem Strich, damit derselbe leicht weggewischt werden kann. Gut gespitzte Bleistifte von verschiedenen Härten, ein genaues Reissbrett, sehr gut gearbeitete Winkelbrettchen und Lineale, gute Zirkel und Maassstäbe, ein aufgespannter, ja nicht bloss aufgehefteter Bogen sind Erfordernisse, welche man bei einiger Ueberlegung als selbstverständlich erkennen wird, auf die aber dennoch, der Erfahrung des Verfassers nach, aufmerksam gemacht werden muss. Um die Lösungen sicher und gut auszuführen, bedarf es einer gewissen Uebung, deren baldige Erwerbung an einfachen Aufgaben dem Anfänger zu empfehlen ist. Dieselbe fördert aber auch nicht bloss die Güte, sondern auch das Verständniss der Arbeit, welche dann schliesslich rasch und genau das Gesuchte liefert, und zwar in einer glücklichen Form, deshalb, weil sie der sinnlichen Wahrnehmung das Zusammenfassen einer ganzen Reihe von Rechnungsresultaten gestattet.

DRITTER ABSCHNITT.

CONSTRUCTION DER MASCHINEN-ELEMENTE.

---

§. 54.

Vorbemerkungen.

Unter den baulichen Elementen der Maschinen, welche auch Maschinentheile genannt werden, versteht man solche einzelne Theile oder vereinzelbare Gruppen von Theilen, welche sich bei allen Maschinen mehr oder weniger zahlreich vorfinden und wiederholen. Ihre Zahl ist nicht bedeutend, übrigens auch der Natur der Sache nach nicht fest bestimmbar; sie wird sich wahrscheinlich nach und nach vergrössern, indem immer mehr Maschinen in das Bereich besonderer theoretischer Untersuchung gezogen werden, wodurch die Möglichkeit geboten wird, sie in Elemente der genannten Art zu zerfällen, und diese in Regeln zu bringen. Die nachfolgend zusammengestellten Maschinenelemente werden jetzt ziemlich allgemein als solche aufgefasst.

Während in den beiden ersten Abschnitten alle Formeln allgemein gehalten werden konnten, müssen sie hier für bestimmte Maasseinheiten ausgerechnet werden. Die hier für die Abmessungen und die Belastungen gewählten Einheiten sind der Millimeter und das Kilogramm; nur bei ausdrücklicher Bemerkung ist hiervon abgewichen. Für die Berechnungen in preussischem und

östreichischem Maass sind am Schlusse des Buches die für Pfund und Zoll umgerechneten Formeln tabellarisch zusammengestellt; die Bedeutung ihrer Buchstaben ist mit Hilfe der beigefügten Nummern leicht aufzufinden. Die Geschwindigkeiten sind im Text stets in Metern ausgedrückt und beziehen sich auf die Secunde als Zeiteinheit, die Umdrehungszahlen dagegen auf die Minute. Als Maass für Arbeitgrössen dient das Kilogrammeter (^{km}); die Arbeitstärke (Intensität der Arbeit) wird durch das Secundenkilogrammeter ($\frac{km}{=}$) gemessen; endlich dient zur Messung grosser Arbeitstärken die Pferdestärke $= 75\frac{km}{=}$.

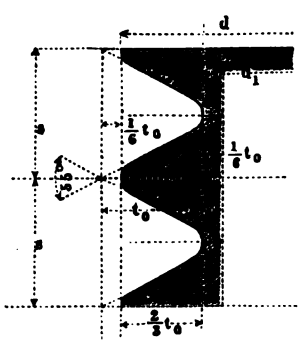
I. SCHRAUBEN UND VERSCHRAUBUNGEN.

§. 55.

Das Whitworth'sche Schraubensystem.

Eine der wichtigsten Anwendungen der Schrauben ist die zur Befestigung von Theilen aneinander. Die Befestigungsschrauben werden vorzugsweise mit scharfem, nur bei grossen Dimensionen mit flachem Gewinde ausgeführt. Für das erstere richtet man sich bei den Schrauben von mittlerer Stärke in Bezug auf Steigung, Gangtiefe und Form der Gewinde fast ganz allgemein nach den von Whitworth vorgeschlagenen Regeln, welche nachstehend, dem metrischen Maass-System möglichst angepasst, angegeben sind.

Fig. 127.



Bezeichnet (Fig. 127):

d den Bolzendurchmesser,

d_1 den Kerndurchmesser,

s die Ganghöhe der Schraube,

so ist zu nehmen:

$$s = 1 + 0{,}08\,d \quad . \quad . \quad (29)$$

Die Gewinde werden in aneinandergereihte gleichschenklige Dreiecke eingezeichnet, deren Grundlinie $= s$, und deren Spitzenwinkel $= 55^0$ ist, wonach ihre Höhe $t_0 = 0{,}96\,s$ wird. Innen und aussen wird das Gewinde um $^1/_6\,t_0$ abgerundet, so dass die wirkliche Gangtiefe t wird:

$$t = {}^2/_3 t_0 = 0{,}64\, s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (30)$$

und der Kerndurchmesser:

$$d_1 = 0{,}9\, d - 1{,}3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

§. 56.

Bolzendicke, Schraubenmutter, Schraubenkopf.

Der Bolzendurchmesser wird sehr häufig nach dem Gefühl bestimmt. Bei gegebener, in der Achsenrichtung der Schraube auf diese wirkender Kraft P ist zu nehmen (Morin):

$$\left.\begin{aligned} P &= 2{,}2\, d_1^2 \\ d_1 &= 0{,}67\, \sqrt{P} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Die Schraubenmutter wird gewöhnlich sechsseitig, seltener vierseitig, hier und da auch cylindrisch gemacht; wir beschränken uns hier auf die Behandlung der sechsseitigen Muttern. Die Höhe derselben ist in den gewöhnlichen Fällen $= d$ zu nehmen, um den Flächendruck auf die Gewinde zwischen die Grenzen 0,5 und ungefähr 1^k einzuschränken. Ferner nehme man den Durchmesser des dem Sechseck oder Quadrat des Grundrisses der Mutter eingeschriebenen Kreises

bei bearbeiteten Muttern:

$$D = 5 + 1{,}4\, d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (33)$$

bei unbearbeitet bleibenden Muttern:

$$D_1 = 7 + 1{,}45\, d. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (34)$$

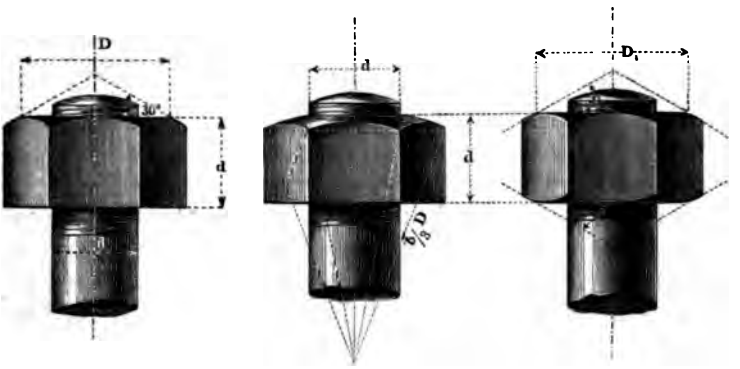
Bei bearbeiteten Muttern wird die obere Fläche gewöhnlich entweder nach einem Kegel vom Basisdurchmesser D und dem Basiswinkel 30° abgestumpft, Fig. 128, oder nach einer Kugel vom Halbmesser ${}^5/_3 D$ abgerundet (Fig. 129), bei unbearbeiteten die Ecken unten und oben nach dem eben erwähnten Kegel abgestumpft (Fig. 130). An der unteren Fläche werden die bearbeiteten Muttern kaum bemerklich abgekantet. Die kugelige Abrundung der Muttern, welche namentlich bei den aus Sechskanteisen hergestellten sehr leicht anzubringen ist, darf als die gefälligere bezeichnet werden.

Die Unterlegscheibe erhält einen Durchmesser $U = {}^4/_3 D$ resp. ${}^4/_3 D_1$ und eine Dicke $u = \frac{D}{10}$. Ihre obere äussere Kante wird abgeschrägt oder mit einer Hohlkehle verziert.

Der Schraubenkopf wird gewöhnlich mit sechsseitiger oder auch mit quadratischer Grundfläche ausgeführt, und erhält, ob

bearbeitet oder unbearbeitet, die Breite $D = 5 + 1{,}4\,d$ und die Höhe $h = 0{,}7\,d$. Nach den hier gemachten Angaben ist die folgende Tabelle berechnet.

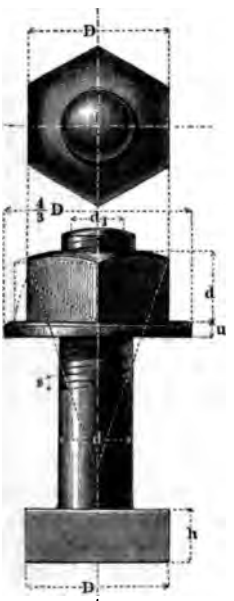
Fig. 128. Fig. 129. Fig. 130.



§. 57.

Tabelle über die scharfgängigen Schrauben.

Fig. 131.



Es bezeichnet in der umstehenden Tabelle,

- d den Bolzendurchmesser der Schraube;
- d_1 den Kerndurchmesser;
- n die Zahl der Gänge auf 10mm Bolzenlänge;
- D den Durchmesser des dem Sechseck oder Quadrat der bearbeiteten Schraubenmutter eingeschriebenen Kreises;
- D_1 dieselbe Abmessung bei der unbearbeiteten Mutter;
- U und U_1 den Durchmesser der bearbeiteten und der unbearbeiteten Unterlegscheibe;
- u deren Dicke;
- h die Höhe des Schraubenkopfes;
- P die der Schraube anzuhängende Last;
- d_w den Bolzendurchmesser der Whitworth'schen Scala in englischen Zoll: welcher d am nächsten entspricht;
- n_w die zugehörige Anzahl der Schraubengänge auf einen Zoll englisch.

Beispiel. Für eine Schraube, welche einem Zug von 1200^k ausgesetzt werden soll, ist nach dieser Tabelle zu benutzen Nro. 9.; es wird $d = 27$, $p = 10/3$; die Mutter erhält, wenn sie unbearbeitet bleiben soll, einen Durchmesser von 47^{mm}, eine Höhe von 27^{mm}; der Kopf eine Breite von 47^{mm}, eine Höhe von 19^{mm}; die Unterlegscheibe erhält 63^{mm} Durchmesser und 5^{mm} Dicke.

Bolzen d	Kern d_1	Gänge n	Mutter D bearb.	Mutter D_1 roh.	Scheibe U bearb.	Scheibe U_1 roh.	Scheibe u	Kopf h	Last P	Whitworth d_w	Whitworth n_w
6	4,1	7	13	17	17	21	2	4	37	1/4	20
8	5,9	6	16	19	21	25	2,5	6	77	5/16	18
10	7,7	5 1/2	19	22	25	29	3	7	130	3/8	16
12	9,5	5	22	25	29	33	3	8	199	3/4	12
15	12,2	4 1/2	26	30	34	40	4	10	327	5/8	11
18	14,9	4	30	34	40	45	4	13	488	3/4	10
21	17,6	3 3/4	34	38	45	51	4	15	681	7/8	9
24	20,3	3	39	43	52	57	4	17	907	1	8
27	23,0	3	43	47	57	63	5	19	1164	1 1/8	7
30	25,7	2 1/2	47	52	63	69	5	21	1453	1 1/4	7
34	29,3	2 1/2	53	57	70	76	5	24	1889	1 3/8	6
38	32,9	2 1/2	58	64	77	85	6	27	2381	1 1/2	6
42	36,5	2 1/8	64	69	85	92	6	29	2931	1 5/8	5
46	40,1	2 1/8	69	75	92	100	7	32	3528	1 3/4	5
50	43,1	1 7/8	75	81	100	108	7	35	4087	1 7/8	4 1/2
55	48,2	1 7/8	82	88	105	114	8	38	5111	2	4 1/2
60	52,7	1 5/8	89	95	116	124	9	42	6110	2 1/4	4
65	57,2	1 5/8	96	102	125	133	10	45	7198	2 1/2	4
70	61,7	1 3/8	103	109	134	142	10	49	8375	2 3/4	3 1/2
75	66,2	1 3/8	110	117	143	152	11	52	9641	3	3 1/2

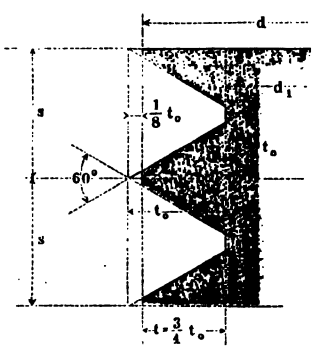
Bemerkung. Es unterliegt keiner Frage, dass auch andere als die hier gegebenen Verhältnisse für die Ausführung der Muttern und Köpfe gut geeignet sein können; indessen ist es sicherlich zu empfehlen, sich an ein Dimensionensystem anzuschliessen, namentlich in einer und derselben Fabrik mit Consequenz an einem solchen festzuhalten. Ein Hilfsmittel hierfür gibt §. 59 an.

§. 58.

Das Sellers'sche Schraubensystem.

Der Amerikaner Sellers hat vor einigen Jahren ein System von Verhältnisszahlen für Befestigungsschrauben bekannt gemacht*), und seitdem in Amerika mit Erfolg einzuführen gesucht, welches sich durch einige Vorzüge von dem Whitworth'schen unterscheidet, und deshalb die Aufmerksamkeit der Techniker verdient. Es scheint daher angemessen, hier einige Angaben darüber zu machen. Das Sellers'sche System entscheidet wie das Whitworth'sche über Steigung, Gangtiefe und Form der Gewinde, ausserdem noch über die Dicke der sechs- und vierseitigen Muttern. Nach Sellers ist zu nehmen, wenn die Bezeichnungen wie in §. 56 gültig bleiben, Fig. 132, die Maasse aber ausnahmsweise in englischen Zollen verstanden werden:

Fig. 132.



$$s = 0{,}24 \sqrt{d + 0{,}625} - 0{,}175 \quad (35)$$

Die Dreiecke, in welche die Gewinde eingezeichnet werden, sind gleichseitig, der Kantenwinkel wird also 60°, die Höhe t_0 des Gewindedreieckes $= 0{,}866\, s$. Innen und aussen wird das Gewinde um $^1/_8$ der Dreieckhöhe t_0 geradlinig abgestumpft, so dass die wahre Gewindetiefe t wird:

$$t = {}^3/_4\, t_0 = 0{,}65\, s \quad . \quad . \quad . \quad (36)$$

Der Kerndurchmesser wird nun:

$$d_1 = d - 0{,}312 \sqrt{d + 0{,}625} + 0{,}227 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (37)$$

Den kleineren Durchmesser der sechsseitigen Mutter ebenso wie den der vierseitigen nimmt Sellers:

$$D = 0{,}125 + 1{,}5\, d \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (38)$$

Es verdient bemerkt zu werden, dass Sellers seine Schraubenschneidemaschinen so eingerichtet und mit solchen sehr angemessenen Zuthaten versehen hat, dass man mit grosser Genauigkeit die Gewinde seiner Scala darauf schneiden, also die Stamm-

*) Franklin Institute, April 1864. Die dort mitgetheilten Formeln sind hier wegen Harmonie mit dem vorigen in der Form etwas umgestaltet.

bohrer zu den Gewinden darauf herstellen kann. Entsprechende Einrichtungen für das Whitworth-Gewinde lassen sich namentlich wegen der Bogenform der Kantenabstumpfung nicht leicht durchführen, ein Grund, weshalb die Whitworth-Gewinde verschiedener Fabriken oftmals nicht aufeinander passen.

Für Millimeter erhielte man aus obigen Formeln:

$$\left.\begin{aligned} s &= 1{,}208\sqrt{d+16} - 4{,}43 \\ d_1 &= d - 1{,}57\sqrt{d+16} + 5{,}75 \\ D &= 3{,}17 + 1{,}5\,d \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (39)$$

welche Zahlen für eine etwa beabsichtigte wirkliche Benutzung für Metermaass noch passend abzurunden sein würden.

Für	$d =$	20	84
ergibt (29)	$s =$	2,6	7,72
und (39)	$s =$	2,8	7,65

wonach die Steigungen nach W. sich wenig von denen nach S. unterscheiden.

§. 59.

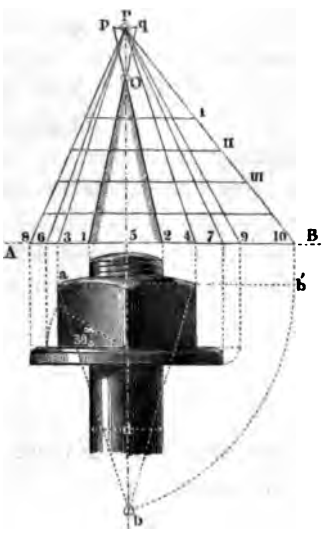
Proportionsriss der Schraubenmutter.

Für die geregelte und wiederholte Ausführung der Schraubenmuttern in Fabriken ist es zweckmässig, dieselben in allen gebräuchlichen Grössen ein- für allemal zu verzeichnen, damit Schwankungen in den Abmessungen und unnütze Wiederholungen vermieden werden. Wird ein Exemplar einer solchen Zusammenstellung in die Werkstätte gegeben, ein anderes auf der Zeichenstube behalten, wie es in vielen Fabriken geschieht, so kann in dem vorliegenden kleinen und doch so wichtigen Fabrikationsgebiete Ordnung und Genauigkeit stets gewahrt bleiben. Eine solche Zusammenstellung, welche gleichsam eine Ausarbeitung der obigen Tabelle darstellt, lässt sich aber, und dies gilt als zweckmässig namentlich für das Exemplar der Zeichenstube, in eine einzige Figur zusammendrängen. In Fig. 133 ist ein derartiger Riss, welchen man passend Proportionsriss nennen kann, dargestellt. Derselbe gilt für bearbeitete Schraubenmuttern und enthält auf den mit I., II., III. . . . bezeichneten Transversalen die Grössen der auf die Linie AB projicirten Abmessungen der

Mutter für diejenige Schraubendicke d, welche von den genannten Transversalen durch die Strahlen $O - 1$ und $O - 2$ abgeschnitten wird.

Um diesen Proportionsriss anzufertigen, verzeichnet man die bearbeitete Schraubenmutter für den grössten vorkommenden Bolzendurchmesser d nach den gegebenen Verhältnisszahlen; projicirt alsdann alle Abmessungen auf eine zur Schraubenachse hier normal gelegte Gerade AB, und zieht von den Punkten 1 und 2, welche die Bolzendicke d einschliessen, Strahlen nach einem auf der verlängerten Schraubenachse belegenen Punkte O. Hierauf zieht man Parallelen I., II., III. . . . zu AB in solchen Abständen, dass die genannten beiden Strahlen auf ihnen die Bolzendicken, für welche Muttern gebraucht werden, als Abschnitte zwischen sich fassen. Diese Abschnitte sind dann zugleich die Höhen der zugehörigen Muttern. Alle anderen Dimensionen aber sind auf die Einheit $D = 5 + 1{,}4\,d'$ bezogen, und dieser direkt proportional. Sie werden also = Null, wenn $D =$ Null wird, d. h. wenn $5 + 1{,}4\,d = 0$. Dies ergibt aber $d = -\frac{5}{1{,}4}$, d. i. $= -3{,}6^{mm}$. Verlängert man also die Strahlen $1 - O$ und $2 - O$ über O hinaus, bis der zwischen sie fallende Abschnitt pq einer Parallelen zu AB die Grösse $3{,}6^{mm}$ hat, so ist der Punkt P, in welchem pq die Achse schneidet, der Punkt des Coordinatensystems der d, wo $D =$ Null wird. Zieht man daher jetzt die Strahlen $P.3$, $P.4$, $P.5$ u. s. w., so schliessen diese auf den Transversalen I., II., III. . . . die gesuchten Dimensionen der Muttern, deren Bolzendicken auf denselben Transversalen liegen, ein. Man kann in den Riss alle Dimensionen, auch unwichtige, aufnehmen, wie die Scheibendicke 7 — 9, auch etwa deren Abschrägung u. s. w. Die Abmessung 5 — 6 stellt die Länge der

Fig. 133.



Sechseckseite dar, 3 — 10 die Länge $ab' = ab$ des Krümmungshalbmessers der kugeligen Abrundung der Mutter.

Ein solcher Proportionsriss ist, wie man sieht, ganz leicht herzustellen. Einen zweiten hat man für die unbearbeiteten Muttern auszuführen, kann ihn auch für andere Constructionstheile der Schrauben, z. B. für die Ankerplatte Fig. 147, nützlich verwenden, überhaupt denselben für alle Verzeichnungen, die nach Verhältnisszahlen geschehen, benutzen. Es werden deshalb im Verfolg dieses Abschnittes jeweilig Proportionsrisse der zu behandelnden Maschinentheile als Beispiele mitgetheilt werden. Man findet solche in einzelnen Fabriken in Gebrauch, u. a. für Zapfenlager, wozu sie sich trefflich eignen; geschickte Modellschreiner lernen bald nach einem solchen Riss jede einzelne Lagernummer zu modelliren. Der Proportionsriss ist eines von jenen Hilfsmitteln, mittelst deren der Construirende die zeitraubenden Detail-Arbeiten abzukürzen vermag, um seine Thätigkeit den schwierigen neuen Constructionen zuwenden zu können.

§. 60.

Gewichte der Muttern, Scheiben und Köpfe

der Schrauben nach Tabelle §. 55.

Bolzen d	Mutter		Scheibe		Kopf	Bolzen d	Mutter		Scheibe		Kopf
	bearb.	roh.	bearb.	roh.	□		bearb.	roh.	bearb.	roh.	□
6	0,006	0,010	0,003	0,005	0,006	34	0,402	0,503	0,098	0,120	0,526
8	0,011	0,016	0,005	0,008	0,011	38	0,528	0,709	0,142	0,181	0,710
10	0,018	0,026	0,009	0,012	0,020	42	0,701	0,888	0,170	0,206	0,945
12	0,027	0,040	0,012	0,015	0,031	46	0,874	1,141	0,232	0,287	1,202
15	0,048	0,070	0,020	0,028	0,056	50	1,122	1,436	0,270	0,309	1,544
18	0,073	0,104	0,027	0,038	0,089	55	1,469	1,898	0,369	0,442	2,035
21	0,107	0,147	0,036	0,046	0,134	60	1,868	2,310	0,477	0,581	2,609
24	0,161	0,222	0,045	0,057	0,201	65	2,344	2,902	0,559	0,668	3,357
27	0,221	0,278	0,066	0,083	0,282	70	2,925	3,541	0,713	0,860	4,073
30	0,281	0,381	0,079	0,101	0,365	75	3,572	4,384	0,897	1,032	4,982

Die hier angegebenen Gewichte der Schraubenmuttern setzen letztere leer voraus und sind unter Vernachlässigung des Gewindeinhalts und der Abrundungen ermittelt, geben also das Gewicht um ein Unbedeutendes zu hoch an. Das Gewicht des Schraubenbolzens bestimmt sich aus der nachfolgenden Tabelle; als Bolzenlänge ist immer das Maass vom Kopfe bis zum Ende der Schraube, nicht etwa das Maass zwischen Kopf und Mutter einzuführen.

Beispiel. 100 Stück Schrauben von 21mm Dicke, 200mm Länge mit unbearbeiteten Muttern und Scheiben wiegen nach der vorstehenden und der folgenden Tabelle:

$$100 \,.\, 2{,}00 \,.\, 0{,}269 + 100\,(0{,}147 + 0{,}046 + 0{,}134) = 53{,}8 + 32{,}7 = 86{,}5^{k},$$

das einzelne Stück also 0,865k. Bearbeitet wiegen Mutter und Scheibe 0,147 + 0,046 — 0,107 — 0,036 = 0,050k weniger.

§. 61.

Gewichte der schmiedeisernen Rundeisenstäbe.

Die in der folgenden Tabelle angegebenen Gewichte sind gefunden aus der Formel $G = 100 \,.\, \frac{\pi}{4} d^2 \,.\, 0{,}00000779 = 0{,}00611825\, d^2$; es ist also das specifische Gewicht des Schmiedeisens mit der Grösse 7,79 in Rechnung gebracht. Die Tabelle ist so weit ausgedehnt, dass sie auch zur Gewichtberechnung cylindrischer Wellen u. s. w. dienen kann. Gusseiserne Cylinder von der angegebenen Grösse sind 0,93 mal, bronzene 1,092 mal so schwer als die schmiedeisernen. Für grössere Durchmesser als die aufgenommenen lassen sich durch Stellenversetzung leicht wenigstens Näherungswerthe entnehmen.

Beispiele. Eine schmiedeiserne Welle von 3m Länge um 485mm Durchmesser wiegt nach Spalte 4 a. f. S. Zeile 23 und 24 annähernd

$$30 \,.\, \frac{141 + 146{,}9}{2} = 30 \,.\, 143{,}95 \backsim 4319^{k}.$$

Dieselbe Welle in Gusseisen ausgeführt, würde 0,93 . 4319 = 4017k wiegen. — Ein Bronze-Cylinder von 500mm Länge und 50mm Dicke wiegt nach Spalte 4 Zeile 25: 1,092 . 5 . 1,53 = 8,35k. — Eisendraht von 1mm Dicke wiegt pro 100m nach Zeile 1 Spalte 2: 1000 . 0,0006 = 0,6k.

Tabelle über die Gewichte der Rundeisenstäbe

von 100^{mm} Länge.

d	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*
1	0,0006	26	0,414	51	1,591	76	3,534	101	6,241
2	0,0024	27	0,446	52	1,654	77	3,628	102	6,365
3	0,0055	28	0,480	53	1,719	78	3,722	103	6,491
4	0,0098	29	0,515	54	1,784	79	3,818	104	6,617
5	0,0153	30	0,551	55	1,851	80	3,916	105	6,745
6	0,022	31	0,588	56	1,919	81	4,014	106	6,874
7	0,030	32	0,627	57	1,988	82	4,113	107	7,005
8	0,039	33	0,666	58	2,058	83	4,215	108	7,136
9	0,050	34	0,707	59	2,129	84	4,317	109	7,275
10	0,061	35	0,749	60	2,203	85	4,420	110	7,403
11	0,074	36	0,793	61	2,277	86	4,525	111	7,538
12	0,088	37	0,838	62	2,352	87	4,631	112	7,675
13	0,103	38	0,883	63	2,428	88	4,738	113	7,812
14	0,120	39	0,931	64	2,506	89	4,846	114	7,951
15	0,138	40	0,979	65	2,585	90	4,956	115	8,091
16	0,157	41	1,028	66	2,665	91	5,067	116	8,233
17	0,177	42	1,079	67	2,746	92	5,178	117	8,375
18	0,198	43	1,131	68	2,829	93	5,292	118	8,519
19	0,221	44	1,184	69	2,913	94	5,406	119	8,664
20	0,245	45	1,239	70	2,998	95	5,522	120	8,810
21	0,270	46	1,295	71	3,084	96	5,639	121	8,958
22	0,296	47	1,352	72	3,172	97	5,757	122	9,106
23	0,324	48	1,410	73	3,260	98	5,876	123	9,256
24	0,352	49	1,469	74	3,350	99	5,996	124	9,407
25	0,382	50	1,530	75	3,442	100	6,118	125	9,560

Tabelle über die Gewichte der Rundeisenstäbe

von 100^{mm} Länge.

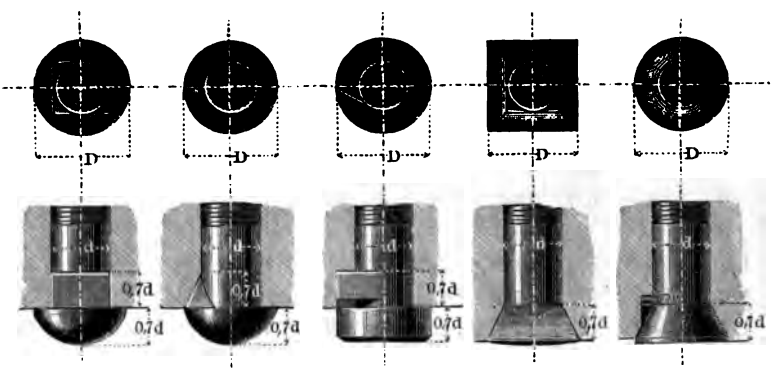
d	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*	*d*	*G*
126	9,713	151	13,950	176	18,952	201	24,718	226	30,249
127	9,868	152	14,136	177	19,168	202	24,965	227	30,527
128	10,024	153	14,322	178	19,385	203	25,213	228	30,805
129	10,181	154	14,510	179	19,603	204	25,462	229	31,085
130	10,340	155	14,699	180	19,823	205	25,712	230	32,366
131	10,500	156	14,889	181	20,044	206	25,963	231	32,648
132	10,660	157	15,081	182	20,266	207	26,216	232	32,931
133	10,823	158	15,274	183	20,489	208	26,470	233	33,215
134	10,986	159	15,468	184	20,714	209	26,725	234	33,401
135	11,151	160	15,663	185	20,940	210	26,975	235	33,788
136	11,316	161	15,859	186	21,167	211	27,239	236	34,076
137	11,483	162	16,057	187	21,395	212	27,498	237	34,366
138	11,652	163	16,256	188	21,624	213	27,758	238	34,656
139	11,821	164	16,456	189	21,855	214	28,019	239	34,948
140	11,992	165	16,657	190	22,087	215	28,282	240	35,241
141	12,164	166	16,859	191	22,320	216	28,545	241	35,535
142	12,337	167	17,063	192	22,554	217	28,810	242	35,831
143	12,511	168	17,268	193	22,790	218	29,076	243	36,128
144	12,686	169	17,474	194	23,027	219	29,344	244	36,426
145	12,861	170	17,682	195	23,265	220	29,612	245	36,725
146	13,042	171	17,890	196	23,504	221	29,882	246	37,025
147	13,221	172	18,100	197	23,744	222	30,153	247	37,327
148	13,301	173	18,311	198	23,986	223	30,425	248	37,630
149	13,583	174	18,524	199	23,229	224	30,699	249	37,934
150	13,766	175	18,737	200	24,473	225	30,974	250	38,239

§. 62.

Andere Formen für Befestigungsschrauben.

Statt des vier- oder sechsseitigen Schraubenkopfes wendet man unter Umständen die in Fig. 134 bis 138 angegebenen Köpfe an,

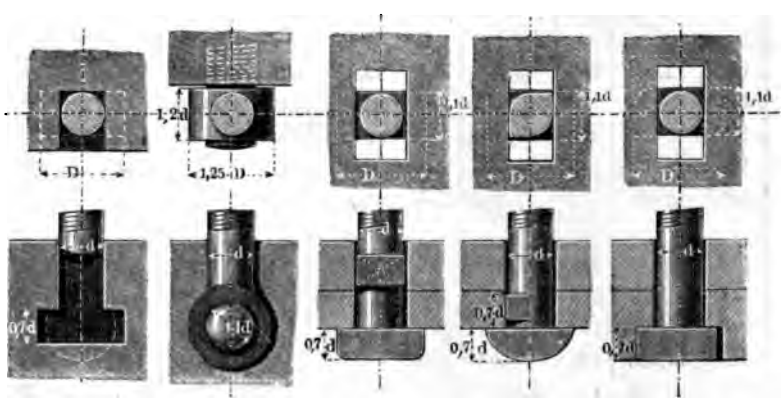
Fig. 134. Fig. 135. Fig. 136. Fig. 137. Fig. 138.



wovon die beiden letzten versenkt sind. Alle sind mit einem Kopfhalter versehen, einer Vorrichtung, welche die Schraube hindert, sich beim Anziehen der Mutter zu drehen.

Weitere Umgestaltungen des Schraubenkopfes zeigen die folgenden Figuren. Fig. 139 ankerförmiger Kopf, von der Seite in das eine

Fig. 139. Fig. 140. Fig. 141. Fig. 142. Fig. 143.

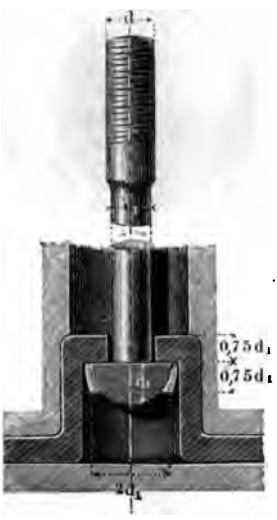


der zu verbindenden Stücke eingelegt; neuerdings formt man diesen Kopf auch rund (s. die Punktirung), was das Versenken desselben

erleichtert. Fig. 140 Oehrschraube, bei Stopfbüchsen oft zu finden. Fig. 141 bis 143 Schrauben mit Ankerkopf, welcher von oben durch das untere der zu verbindenden Stücke eingeführt, und vermittelst einer Drehung um 90° in die richtige Stellung gebracht wird. Der bei allen dreien vorhandene Kopfhalter ist bei Fig. 143 an dem Ankerkopfe selbst angebracht. Die beiden letzten Formen der Befestigungsschraube sind manchmal recht praktisch, und verdienen vielfache Verwendung, u. a. bei den Zapfenlagern (siehe diesen Gegenstand), wo sie eine grosse Bequemlichkeit gewähren.

Fig. 144 Fundamentanker für die Fälle, wo gusseiserne Grundplatten benutzt werden. Auch hier wird der Bolzen von oben ein-

Fig. 144.



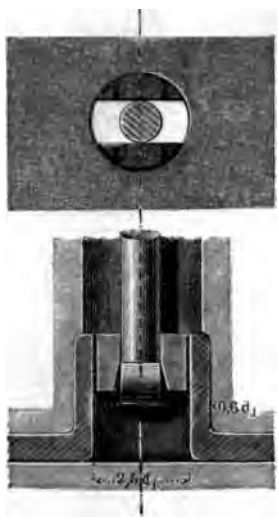
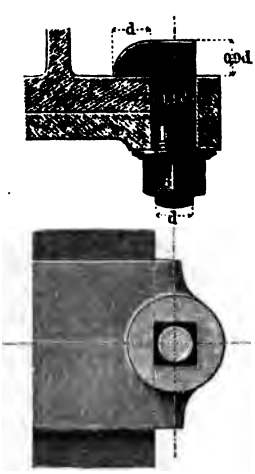


Fig. 145.



gesenkt (siehe die Punktirung rechts unten), darauf um 90° gedreht und in die Höhe gezogen. Beim Gebrauch von Quadern wird das Schraubenloch im Stein unten mit einer passenden Gusseisenkapsel abgeschlossen. Der Vortheil, dass der Anker jederzeit herausgehoben werden kann, und die Gründungsmauerung so einfach wird — bei derselben können nämlich sämmtliche Ankerkauäle, welche bei der in Fig. 147 folgenden Construction unentbehrlich sind, erspart werden — ist für manche Fälle nicht gering anzuschlagen.

Fig. 145 Schraube mit Hakenkopf oder Hakenschraube. Bei dieser ist von dem Ankerkopfe nur der eine Flügel belassen.

Der Vierkant unter dem Haken dient als Kopfhalter. Diese Schraube eignet sich sehr gut zum Befestigen von Lagern und anderen Theilen an den eisernen Gebälken der feuersicheren Werksaaldecken.

Oft ist es nicht möglich oder nicht bequem, einen Schraubenkopf anzuwenden; derselbe wird dann auf eine der folgenden Weisen ersetzt. Fig. 146 Einsenkschraube, zum Einlassen und Eingiessen in Quaderstein bestimmt. Fig. 147 Fundament- oder Gründungsanker mit gusseiserner Druckplatte.

Fig. 146. Fig. 147.

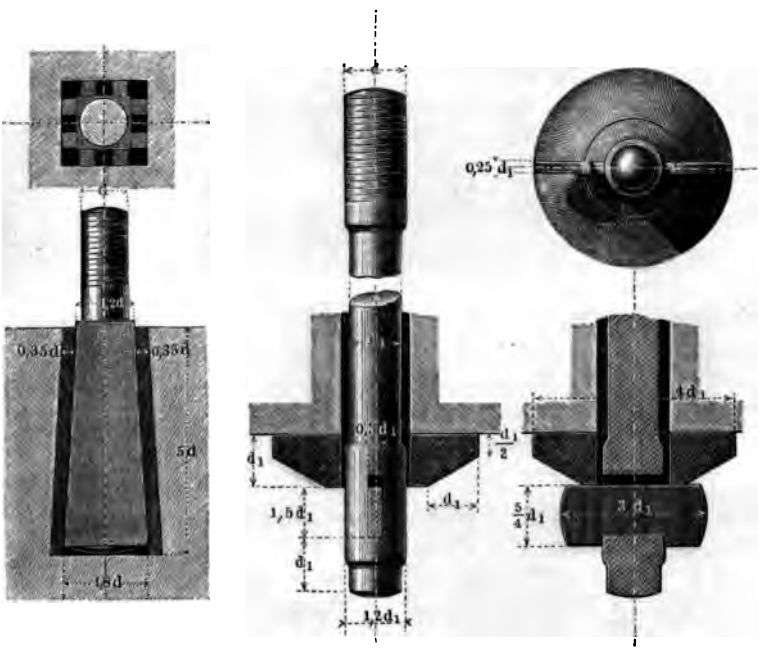


Fig. 148 und 149 Ersetzung des Kopfes durch Querkeil und Streifkeil. In diesen beiden Figuren sind gleichzeitig zwei Manieren, die Schraubenmuttern im Kleinen zu zeichnen, angegeben; die erstere einfachere (Fig. 148) ist für ganz kleine Zeichnungen besonders zu empfehlen. Beide Zeichnungsarten setzen indessen wohlverstanden voraus, dass die Ausführung der Muttern nach den Formen in Fig. 129 bis 131 geschehe.

Fig. 150 und 151 Schraubenstifte. Fig. 152 Kopfschraube. Bei kleinen Ausführungen erhält der Kopf eine cylindrische oben

gewölbte Form mit einem Schnitt zur Aufnahme eines Schraubenziehers; die Schraube heisst dann Schnittschraube oder Schraube mit Schnittkopf.

Fig. 148. Fig. 149. Fig. 150. Fig. 151. Fig. 152.

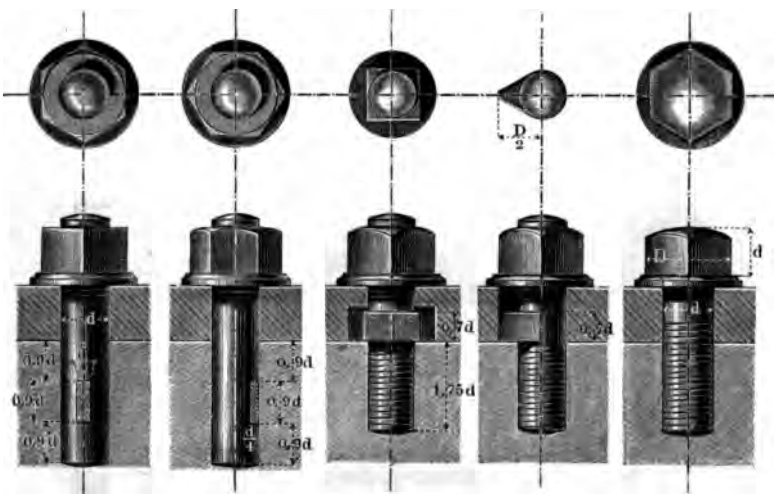


Fig. 153 Schraube mit Zwischenkopf, zum Verbinden dreier Stücke; der Zwischenkopf wird auch häufig vierseitig gemacht; die runde Form ist indessen für genaue Ausführungen vorzuziehen.

Fig. 153. Fig. 154.

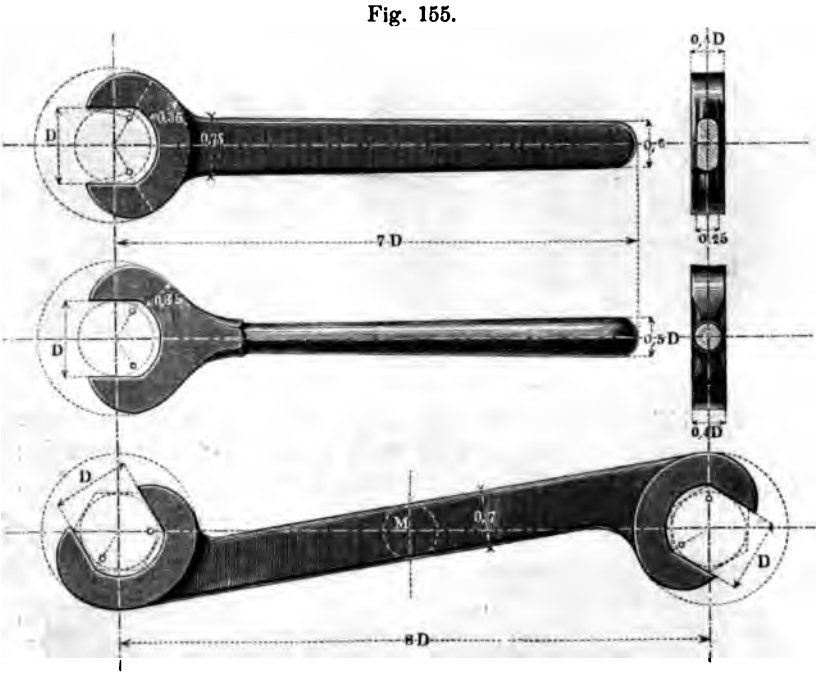
Fig. 154 Stehbolzen, zum Verbinden zweier von einander entfernt zu haltenden Stücke.

§. 63.

Schraubenschlüssel.

Die Schraubenschlüssel sind Hebelarme zum Anfassen und Umdrehen der Schraubenmuttern oder Schraubenköpfe. Die einfachen Schlüssel, von denen in Fig. 155 zwei dargestellt sind, er-

Fig. 155.



halten, wenn sie für sechs- oder vierseitige Muttern und Köpfe bestimmt sind, ein gabelförmiges Maul und einen flachen oder runden Stiel, letzteres namentlich, wenn sie vielgebrauchte Handschlüssel sein sollen. Sie erhalten gute Abmessungen, wenn man sie nach der Einheit $D = 5 + 1{,}4\,d$, der Dicke der Schraubenmuttern nach Formel (33) construirt. Doppelschlüssel erhalten an beiden Enden des Stieles ein Schlüsselmaul. Bei beengtem Raum für die Bewegung des Stieles bedient man sich der Doppelschlüssel mit zwei gleichweiten Mäulern, die zur Verbindungslinie

der Maulmitten um den halben Polygonwinkel des Profiles der Mutter, also beim Sechseck um 30°, beim Quadrate um 45° versetzt stehen. Solche Schlüssel, welche S-Schlüssel heissen, gewähren den Vortheil, dass man bei abwechselndem Gebrauch der beiden Mäuler jedesmal die Mutter um den halben Polygonwinkel, bei unserem Beispiel also je um 30° oder $^1/_{12}$ Umdrehung drehen kann, und dabei der Schlüsselstiel sich beim Anfang jeder neuen 12tel-Drehung in derselben Lage befindet. Derselbe muss aber deshalb ähnlich gegen beide Mäuler gelegen sein. Zu dem Ende beschreibt man aus dem Mittelpunkte *M* der Schlüssellänge mit der halben Stielbreite einen Kreis, und legt an diesen die parallelen Tangenten, welche dann als Begrenzungslinien des Stieles dienen. Die Anwendung eines Proportionsrisses (s. §. 59) ist beim Verzeichnen der Schlüssel nach vorstehenden Mustern sehr zu empfehlen.

§. 64.

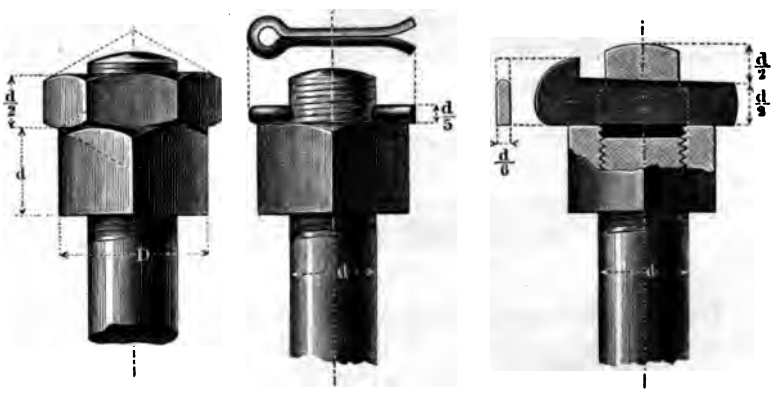
Schrauben-Sicherungen.

Die Befestigungsschrauben erhalten nach den oben angegebenen wie auch nach anderen gebräuchlichen Regeln so kleine Steigungswinkel — $4^1/_2{}^0$ bei $d = 6^{mm}$, $1^2/_3{}^0$ bei $d = 75^{mm}$ —, dass der Druck in der Richtung der Schraubenachse die Mutter nicht rückwärts zu drehen vermag, indem die Reibung dies verhindert. Werden indessen solche Schrauben fortwährend stark gerüttelt und gestossen, so kann dem stärksten Anziehen der Mutter zum Trotz das Loswerden doch eintreten und die Zuverlässigkeit der Verbindung gefährden. Noch mehr ist dies zu befürchten, wenn das Anziehen nicht mit voller Kraft, sondern nur mässig zu geschehen hat, um etwa mittelst der Schraube einem der zu verbindenden Theile nur eine bestimmte Stellung anzuweisen, wie dies bei Lagerverschraubungen und ähnlichen Constructionen gefordert wird. Diese Unsicherheit der einfachen Verschraubung findet schon bei gewöhnlichen Dampfmaschinen statt, noch mehr aber bei den Locomotiven und Schiffmaschinen, insbesondere denen der Kriegsdampfer wegen des Rückstosses der Geschütze. In diesen und ähnlichen Fällen fügt man jetzt der Schraube eine Feststellungs-Vorrichtung oder Sicherung hinzu, von welcher

Einrichtung einige gute Ausführungsarten hier vorgeführt werden mögen.

Eine der gebräuchlichsten und ältesten Sicherungen ist die mit der Gegenmutter, Fig. 156. Beide Muttern werden mit ebenen Stirnflächen versehen, damit sie sich gut aneinander anlegen. Manche setzen aus Festigkeitsrücksichten die Gegenmutter unter die Hauptmutter, was aber nicht nöthig ist, da die Mutter wegen der Gewindefestigkeit nur etwa $\frac{d}{3}$ hoch zu sein brauchte. Fig. 157 Sicherung mit Splissstift oder -Nagel, manch-

Fig. 156. Fig. 157. Fig. 158.

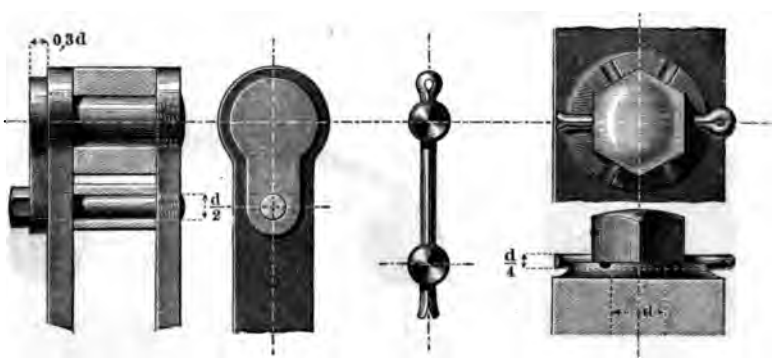


mal mit der Gegenmutter zugleich in Anwendung. Fig. 158 Sicherung mit Splisskeil, sehr zweckmässig, weil nach erfolgtem Nachziehen der Mutter der Keil ebenfalls nachgetrieben werden kann. Splissstift und -Keil finden sich auch nicht selten mitten durch die Mutter getrieben oder auch nur oben eingestrichen. In allen drei Fällen besteht die Sicherung in einer Befestigung der Mutter an der Schraube. Etwas ähnliches gilt von den drei folgenden Sicherungen, wo das Festhalten des Kopfes denselben, also auch die Schraube, mit dem Stücke, in welches das Muttergewinde geschnitten ist, verbindet. Fig. 159 bei Federgehängen der Locomotiven (Borsig) angewandt, Fig. 160 beim Verschluss der Oelgefässe an Pleuelköpfen der Locomotiven, Fig. 161 bei Stellschrauben an solchen Pleuelköpfen gebraucht.

Bei den folgenden Constructionen verhindert die Sicherung die Drehbarkeit der Mutter gegen eines der zu befestigenden

Stücke, setzt also die Undrehbarkeit der Schraube selbst schon voraus (Kopfhalter). Fig. 162 für Lagerdeckelschrauben angewandt; die Stütze neben der Mitte des Stiftes schützt denselben gegen

Fig. 159. Fig. 160. Fig. 161.



Ausbiegung. Fig. 163 bei Dampfkolben benutzt, um die Kolbendeckelschrauben gemeinschaftlich zu sichern; Fig. 164 sogenannte Legeschlüssel, bei Lagerdeckelschrauben, auch zwei- und noch

Fig. 162. Fig. 163. Fig. 164.

mehrfach angewandt; vermöge seiner Einkerbungen erlaubt dieser Legeschlüssel zwischen je zwei Sicherstellungen ganze 12tel-Drehungen der Mutter, während die beiden vorigen Einrichtungen nur ganze 6tel-Drehungen gestatteten.

Die Sicherung von Pregél*) gestattet ganze 8tel-Drehungen zwischen je zwei Sicherstellungen. Die Unterlegscheibe besteht aus einem Stück mit der Mutter. Der Sicherungsschlüssel

*) Zeitschr. des österr. Ing.- u. Arch. V., 1866, S. 209.

kann, wenn nöthig, in seine Kerbe festgestemmt werden. Fig. 166, für Stopfbüchsschrauben vielfach in Anwendung, namentlich bei Locomotiven. Das Zahnrädchen ist wieder wie vorhin fest an der Mutter.

Fig. 165. Fig. 166.

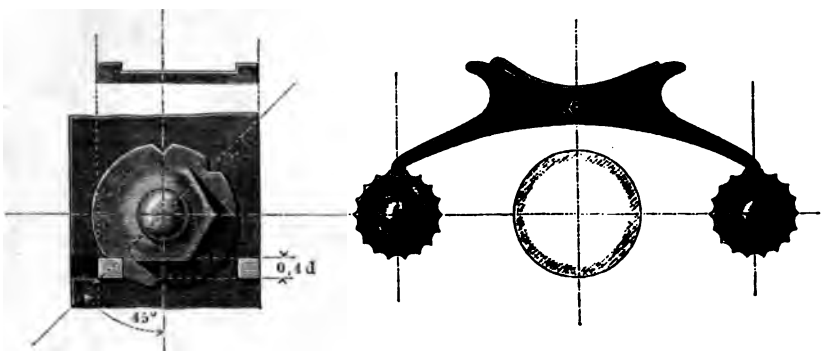
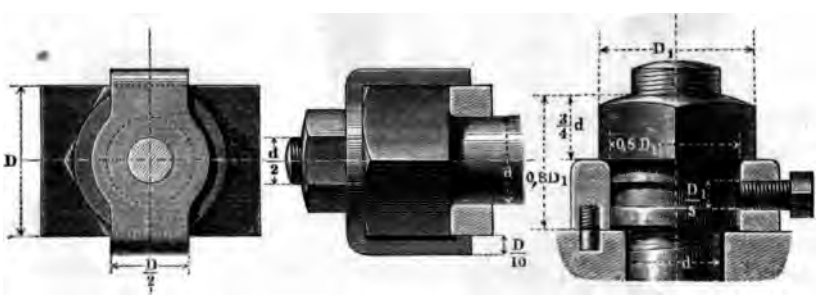


Fig. 167. Sicherung für Federgehängschrauben der Locomotiven (Borsig). Das Anspannen des Federgehänges geschieht durch Drehung der Schraube, auf deren Kopf die Sicherungskappe sitzt; diese umgreift die das Federende belastende Pfanne und gestattet

Fig. 167. Fig. 168.



ganze 6tel-Drehungen. Fig. 168 Mutter mit Klemmschraube, sehr nützliche, für Lager, Federgehänge und viele andere Verschraubungen geeignete Sicherung (Penn), beliebig kleine Drehungen gestattend. Die Mutter muss ein wenig dicker gehalten werden als gewöhnlich, damit der untere cylindrische Theil nicht zu dünn ausfällt. Es ist deshalb hier die Dicke D_1 nach (34) vorausgesetzt. Die kleine Klemmschraube wird aus Stahl gefertigt und gehärtet. Auf Schiffmaschinen ist diese Sicherung sehr verbreitet.

§. 65.

Besondere Gewindeformen.

Statt des scharfen (Whitworth'schen) Gewindes wird bei bronzenen Schrauben oft das sogenannte runde Gewinde, Fig. 169, angewandt, bei welchem Ganghöhe s und Gewindtiefe t nach Formel (29) und (30) genommen werden können. Bei eiser-

Fig. 169.

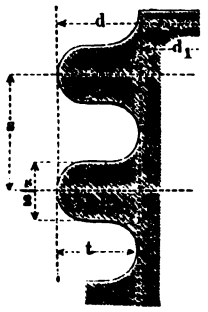


Fig. 170.

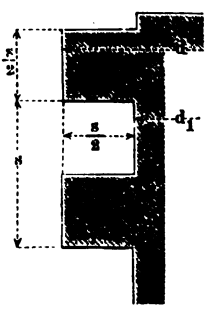
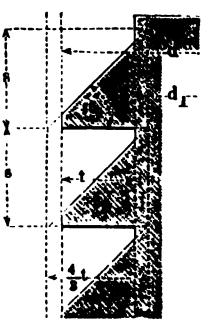


Fig. 171.



nen Schrauben von starkem Druck und sehr häufigem Gebrauch bedient man sich vielfach des flachen Gewindes Fig. 170, und neuerdings, wenn der Druck immer nur einseitig wirkt, des dem älteren Holz-Maschinenbau entlehnten Trapez-Gewindes Fig. 171.

Bei der flachgängigen wie bei der Trapez-Schraube nehme man die Gangtiefe t:

$$t = {}^1/_2\,(2 + 0{,}09\,d) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (40)$$

also den Kerndurchmesser d_1:

$$d_1 = 0{,}91\,d - 2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (41)$$

die Ganghöhe s bei der flachgängigen Schraube:

$$s = 2\,t = 2 + 0{,}09\,d$$

und bei der Trapezschraube:

$$s = {}^4/_3\,t = {}^4/_3 + 0{,}06\,d \quad \ldots\ldots\ldots \quad (42)$$

im übrigen die in Fig. 171 angegebenen Verhältnisse einhaltend. P und d_1 richten sich nach Formel (32); die Mutterhöhe ist bei der flachgängigen Schraube $= 1{,}5\,d$, bei der trapezischen $= d$ zu nehmen, damit die Mutter eine genügende Zahl Gänge enthält. Alle vorstehenden Angaben beziehen sich übrigens zunächst auf die Fälle, wo die Schrauben Befestigungsschrauben sind.

§. 66.

Die erweiterte Schraube. Press-Schrauben.

In manchen Fällen wird der Durchmesser einer Schraube grösser genommen, als bei der normalen, bis hierhin allein betrachteten Schraube von derselben Belastung; dies geschieht z. B. bei einzelnen Stopfbüchsen, Röhrenverbindungen u. s. w. Eine solche Schraube kann man erweiterte Schraube nennen, gegenüber der normalen, bisher betrachteten Schraube. Als eine Regel für die Gewindedimensionen kann festgehalten werden, dass man der erweiterten Schraube denselben Gewindequerschnitt und dieselbe Mutterhöhe geben soll, wie der gleichbelasteten (oder „gleichwerthigen") Normalschraube.

Die Schrauben für Windwerke, Pressen, Walzenlager u. s. w., im allgemeinen also die Pressschrauben sind anders zu behandeln, als die Befestigungsschrauben. Sie müssen zunächst fest genug sein, und sodann in den Gewindgängen einen genügend kleinen Flächendruck haben, um sich nicht zu sehr abzunützen.

In den gewöhnlichen Fällen berechne man, nachdem durch Schätzung oder Rechnung so gut irgend thunlich die Belastung P festgestellt worden, die Kerndicke d_1 nach Formel (32). Soll die Schraube mit dem möglichsten Minimum vom Durchmesser ausgeführt werden, so sorge man zunächst dafür, dass die Schraubenmutter immer genau ringsum, und nie einseitig auf die Gewindgänge presst; alsdann darf man unbesorgt gehen bis zu:

$$P = 4{,}71\, d_1^2, \text{ d. i. } d_1 = 0{,}46\sqrt{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (43)$$

Als Gewinde wendet man das flache (Fig. 170) oder das trapezische (Fig. 171) an. Gewöhnlich kann die Schraube als Normalschraube ausgeführt werden; dann mache man bei beiden Gewindformen die Gangtiefe t:

$$t = \frac{d}{10} = \frac{d_1}{8} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (44)$$

woraus für die flachgängige Schraube: $s = \frac{d}{5} = \frac{d_1}{4}$

und für die Trapezschraube: $s = \frac{2}{15}\, d = \frac{d_1}{6}$. (45)

Formel (43) findet auch für die scharfgängigen Schrauben der Federgehänge der Lokomotiven passende Anwendung, da bei diesen die Bedingung des guten Auflagers sehr gut erfüllt ist.

Nur in seltenen Fällen muss die Schraube so lang gemacht werden, dass auf ihre rückwirkende Festigkeit Bedacht genommen werden muss. Ist dies einmal der Fall, so rechne man nach Fall II, §. 16 unter Anwendung vierfacher Sicherheit, rechne indess auch nach den obigen Formeln, und behalte das grössere Resultat bei.

Damit die Mutter sich nicht festreibe und nicht zu sehr abnütze, soll der Flächendruck zwischen den Gewindegängen $^1/_2{}^k$ nicht ohne Noth übersteigen. Diese Bedingung wird eingehalten, wenn die Zahl i der in die gusseiserne oder bronzene Mutter fallenden Gänge (auch wenn d_1 nach dem Gefühl bestimmt und t beliebig gewählt sein sollte) nicht kleiner genommen wird als:

$$i = 0{,}636 \frac{P}{d^2} \frac{1}{\frac{t}{d}\left(1 - \frac{t}{d}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (46)$$

Für die als normale behandelte Schraube, bei welcher also $t = 0{,}1\,d$, wird hieraus:

$$i = 7 \frac{P}{d^2} = 4{,}48 \frac{P}{d_1^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (47)$$

Fällt i bei dieser Rechnung kleiner aus als 12, so bleibe man bei 12 stehen.

Beispiel. Für einen Druck von 25000^k ergibt sich, die erwähnten Vorsichtsmaassregeln vorausgesetzt, aus (43) die Kerndicke d_1 der Pressschraube $= 0{,}46 \cdot \sqrt{25000} = 0{,}46 \cdot 158 = 72{,}68 \sim 72^{mm}$, *woraus, die Schraube als Normalschraube behandelnd, die Gangtiefe* $t = {}^{72}/_8 = 9^{mm}$, *die Dicke* $d = {}^9/_4 72 = 90^{mm}$ *folgt. Aus (47) folgt nun die Minimalzahl der in die Mutter aufzunehmenden Gänge:* $i = 7 \cdot \frac{25000}{90^2} = \frac{7 \cdot 250}{81} \sim 21$, *was bei Benutzung der Trapezschraube eine Mutterhöhe* $h = i \cdot s = \frac{21 \cdot 2 \cdot 90}{15} = 252^{mm}$ *liefert. Erweitert man die Schraube auf 120^{mm} äussere Dicke, und behält* $t = 9$ *bei, so kommt nach (46)* $i = 18$.

§. 67.

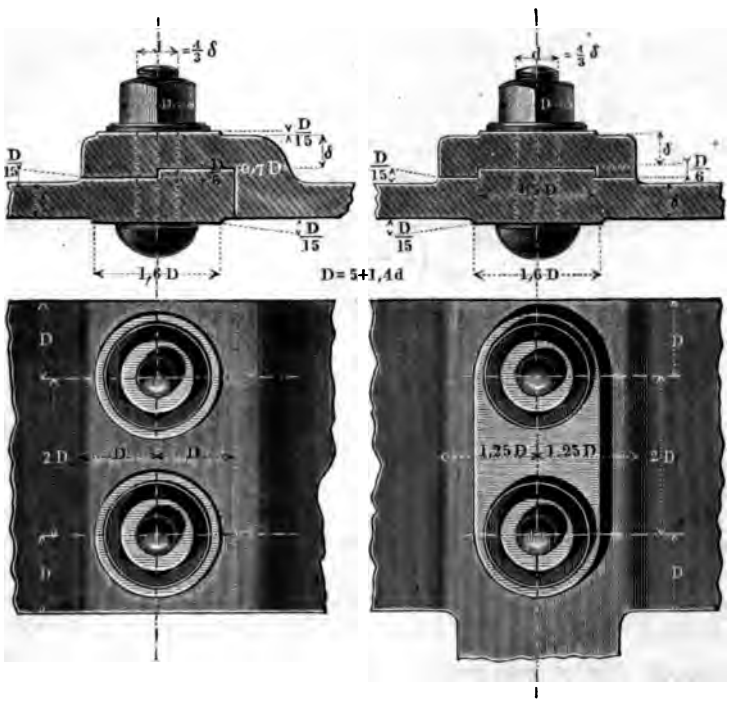
Verschraubungen oder Schraubenverbindungen.

Die Constructionstheile, welche die Schrauben umgeben, haben sehr häufig dieselben von Seitendruck frei zu halten, und werden alsdann dafür besonders vorgerichtet.

Fig. 172 und 173 (a. f. S.) Verbindungen mit aneinandergepassten Falzen.

Fig. 174 ankerförmige Einpassung; Fig. 175 Verschraubung mit Einlegescheibe. Die beiden letzteren Verbindungen befreien die Schrauben vom Seitendruck aus irgendwelcher Richtung, während die Verbindungen in Fig. 172 und 173 nur für Seitenpressungen

Fig. 172. Fig. 173.

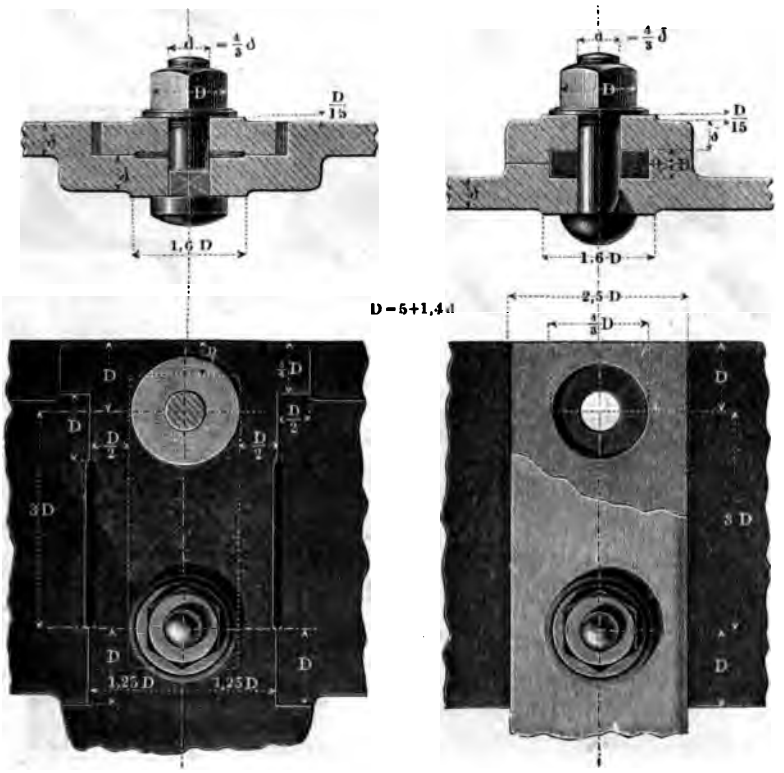


normal zu den Leisten eingerichtet sind. Die Einlege- oder Dübelscheibe lässt sich sehr häufig benutzen, und ist wegen ihrer Einfachheit und Sicherheit sehr zu empfehlen. Sie wird aus Schmiedeisen gefertigt und passend abgedreht; ihre Versenkungen werden nach dem Bohren des Schraubenloches gemacht, wodurch ihre richtige Lage gesichert wird. Bei grossen Ausführungen kann die Scheibe aus Gusseisen hergestellt werden; oft auch lässt sie sich durch einen abgedrehten und halb eingelassenen Zwischenkopf (Fig. 153) ersetzen, vergleiche unten das „Rumpflager". Die Verschraubungen in Fig. 174 und 175 dienen mitunter zur Verbindung der Wasserradspeichen mit dem Felgenkranze; man hat sich dabei das hier zu unterst gezeichnete Stück als flache Tafel construirt, und unter Beibehaltung der Dicke passend verbreitert zu denken.

Die Einfassungen des Armkopfes Fig. 174 werden dann als nasenförmige Vorsprünge auf den Falzensector aufgesetzt.

Bei der Herstellung von gusseisernen Gefässen mit ebenen Wänden kommt die Flantschenverschraubung vielfach zur An-

Fig. 174. Fig. 175.



wendung. Die Flantschen können ganz ausserhalb des Gefässes gelegt werden, oder ganz nach innen, oder halb nach aussen, halb nach innen. Je nachdem das eine oder andere mit den verschiedenen Kanten eines parallelepipedischen Gefässes geschieht, fällt seine äussere Form anders aus, namentlich die Ecke des Gefässes wird dadurch in der Formgebung sehr beeinflusst, wobei die Anbringung des Bodens ebenfalls mancherlei Abänderungen bedingt. Folgende Figuren zeigen einige Beispiele der Eckbildung mit Flantschen.

Fig. 176 (a. f. S.) drei äussere Flantschen, schüsselförmiger Boden. Fig. 177 drei äussere Flantschen, Boden mit äusserer Plinthe.

Fig. 176.

Fig. 177.

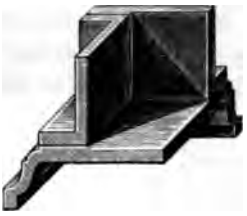


Fig. 178.

Fig. 179.

Fig. 180.

Fig. 181.

Fig. 182.

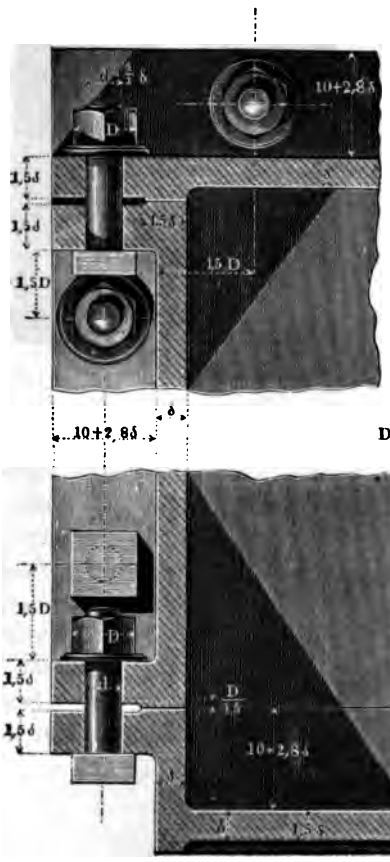


Fig. 183.

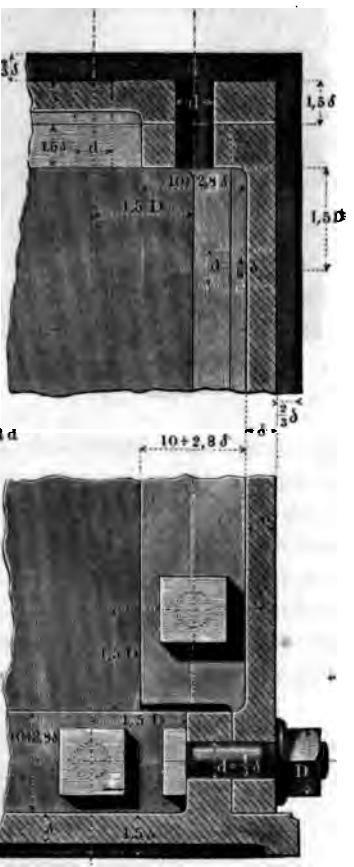


Fig. 178 eine äussere und zwei halbäussere Flantschen. Fig. 179 drei halbäussere Flantschen, Bodenstück wie beim zweiten Beispiel. Fig. 180 ebenfalls drei halbauswendige Flantschen. Fig. 181 zwei äussere und eine halbäussere Flantsche. In den drei letzten Beispielen erhält der Kasten eine gefälligere äussere Form, als in den drei ersten. Wendet man an den senkrechten Kanten ganz innere Flantschen, am Boden die halbinwendigen wie bei Fig. 179 an, so ist die Verschraubung von aussen nicht zu bemerken. Verhältnisszahlen für die Flantschenverbindungen geben die Figuren 182 und 183. Aus der Wanddicke δ wird d und daraus die übrigen Abmessungen abgeleitet.

Der Abstand der benachbarten Schrauben auf der Flantsche ist für die gewöhnlichen Fälle $= 2{,}5$ bis $3D$ zu machen. Wo Hobelmaschinen zur Bearbeitung der Flantschen benutzt werden können, lässt man die in Fig. 182 angedeuteten Arbeitsleisten weg, so dass die Spiegelflächen beider Flantschen wie in Fig. 183 eben werden.

II. KEILE UND KEILVERBINDUNGEN.

§. 68.

Der Verbindungskeil.

Der Keil dient vielfach zum Verbinden von Constructionstheilen, und kommt je nach deren Gestalt und Beanspruchung in verschiedenen Formen und Anordnungen zur Ausführung. Die einfachste Keilverbindung besteht aus mindestens drei Theilen, nämlich den zwei zu verbindenden Körpern und dem Keile. Mit der Richtung, in welcher beim Gebrauche des Keiles der eine Körper sich gegen den andern bewegt, schliesst der Keil an einer oder an beiden Profilseiten einen stumpfen Winkel, oder mit der Normalen zur Schubrichtung einen spitzen Winkel ein. Dieser Winkel bemisst die Steigung oder den Anzug des Keiles. Unter dem Anzug einer Keilfläche wird nämlich die trigonometrische Tangente des Winkels verstanden, den diese Fläche mit der Normalen zur Schubrichtung einschliesst. Ist dieser Winkel nur an einer der beiden Druckflächen angebbar, an der andern aber Null, so hat der Keil einseitigen Anzug. Die Gesammtsteigung eines Keiles mit zweiseitigem Anzug ist gleich der Summe der Anzüge der beiden Seiten (nicht gleich der Tangente des Spitzenwinkels).

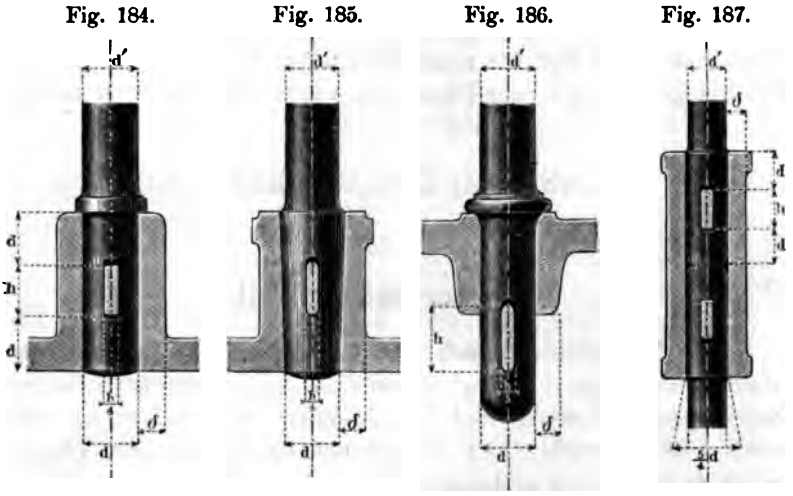
Bei Keilen, welche eine dauernde Befestigung gewähren sollen, wird der Gesammtanzug klein — $^1/_{30}$ bis $^1/_{50}$ und gar bis $^1/_{100}$ — gemacht, grösser aber — $^1/_{24}$ bis $^1/_{12}$ und $^1/_6$ — bei solchen, welche öfter gelöst werden, und solchen, welche eine grosse Verschiebung herbeizuführen haben. Es folgen hier nun einige der gebräuchlichsten Keilverbindungen.

§. 69.

Keilverbindungen.

Zur Befestigung einer Stange in einer Hülse oder Dille dient die Verbindung mit dem Querkeil, Fig. 184 bis 186. Bei einer

Fig. 184. Fig. 185. Fig. 186. Fig. 187.

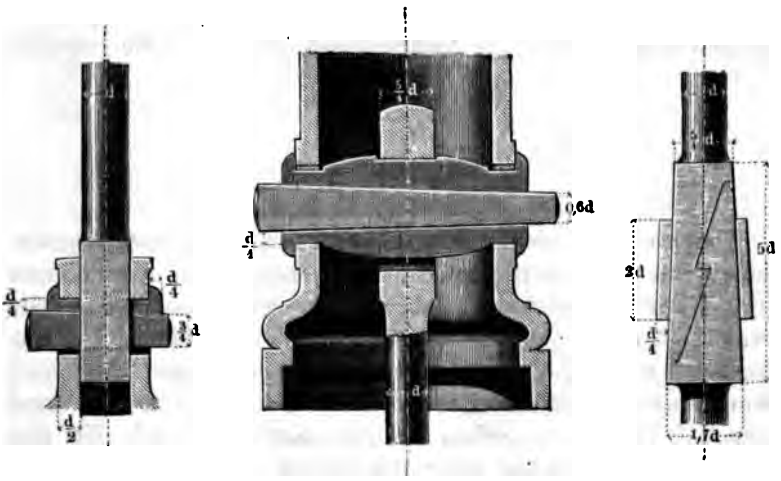


Dicke d der aus Schmiedeisen gefertigten Stange erhält man für den ebenfalls aus Schmiedeisen hergestellten Keil brauchbare Abmessungen, wenn man die mittlere Keilhöhe $h = d$, die Keildicke $= \frac{d}{4}$ nimmt; die gusseiserne Dille erhält die Wanddicke $\delta = \frac{d}{2}$, die schmiedeiserne $\delta = \frac{d}{4}$. Der freiliegende Keil, Fig. 186, wird gerne höher gemacht, als der eingeschlossene; hier ist $h = \frac{5}{4} d$ genommen. Wird ein Stahlkeil statt des schmiedeisernen benutzt, so kann man Höhe und Breite auf das 0,8fache der angegebenen Maasse verringern. Es ist hierbei vorausgesetzt,

dass die Dicke d den Kräften, welche auf die Verbindung wirken, durch Rechnung oder Schätzung angepasst sei. Die Dicke d' ausserhalb der Verbindung kann dabei auch grösser als d sein. Fig. 187 stellt eine Schäftung oder Schiftung zweier runden Stangen dar; letztere stützen sich hier mit ihren Endflächen auf einander, was die Anbringung einer besonderen Verbrüstung, wie in den vorigen Fällen, unnöthig macht. Solche Schiftungen kommen häufig an den Spannstangen von Dachstühlen und ähnlichen Bauwerken vor.

Fig. 188 andere Keilverbindung für Spannstangen, namentlich bei Wasserrädern gebräuchlich. Die Verbindung ist etwas ver-

Fig. 188. Fig. 189. Fig. 190.



stellbar; Anzug beiderseits $^1/_{24}$. Die sogenannte Zulage oder der Krampen giebt dem Keil eine grosse Auflagefläche. Für denselben Fall findet man auch oft an beiden Keilseiten eine Zulage angewandt. Fig. 189 Keilverbindung für einen Gründungsanker. Hier sind zwei Zulagen benutzt, womit dem Keil an beiden Seiten ein gutes Lager gegeben und die Verbindung zugleich verstärkt ist. Keildicke $\frac{d}{4}$. Die Höhe der Zulagen ist je nach der freiliegenden Länge zu berechnen (vergl. §. 12). Unten in der Grundmauer gibt man dem Anker eine Mutter, welche mit der Hand soweit nachgedreht wird, dass durch kräftiges Eintreiben des Keiles die Verbindung fest wird.

Fig. 190 Schiftung oder Schloss, an Pumpengestängen gebräuchlich. Bei dieser Verbindung sind wie bei den Schrauben-

verbindungen Fig. 172 bis 175 besondere Theile zur Aufnahme der Zugkräfte angebracht *); der Keil (Hohlkeil) dient nur zum Schliessen der Verbindung oder als Schlusskeil. Derselbe hat hier normal zur Zeichnung gemessen die Breite 1,7 *d*. Wenn die Enden der Einfalzung so gestaltet werden, wie die Punktirung angibt, so müssen die beiden Schlusshälften von der schmalen Seite zusammengeschoben werden.

Eine sehr vielfache Verwendung findet der Keil zum Befestigen von Rädern, Scheiben, Kurbeln, Hebeln u. s. w. auf Achsen und Wellen. Seine Beanspruchung geschieht dort meistens normal auf das Längenprofil, weshalb er als Längskeil dem obigen Querkeil gegenübersteht. Bei den Achsen und Kupplungen Kap. V und VII sind Angaben über die Abmessungen der Längskeile gemacht.

§. 70.

Keilsicherungen.

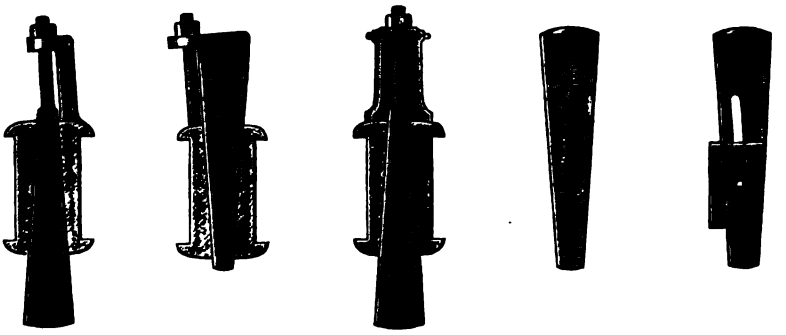
Damit ein Keil nicht durch die in der Schubrichtung ruhig wirkende Kraft gelöst werde, muss der einseitige Anzug etwas kleiner als $^2/_{10}$, der symmetrisch angebrachte zweiseitige auf jeder Seite etwas kleiner als $^1/_{10}$ sein, wenn der Reibungscoëfficient $^1/_{10}$ vorausgesetzt wird. Stösse und rüttelnde Bewegungen lösen aber dennoch so eingerichtete Keilverschlüsse, wenn nicht der Anzug bedeutend kleiner, als soeben angegeben, gemacht wird. Um sich dagegen zu schützen und unter Umständen auch beliebig grössere Anzüge benutzen zu können, wendet man Sicherheitsvorkehrungen ähnlich den oben beschriebenen Schraubensicherungen an. Einige der wichtigsten sollen hier vorgeführt werden.

Die häufigst angewandte Keilsicherung besteht in dem Aufspleissen des hierfür schon vorgerichteten Keiles an dem vorstehenden schmalen Ende, womit in vielen Fällen eine genügende Sicherheit erreicht wird. Um einen an umherschwingenden Theilen angebrachten Keil am Herausfliegen zu hindern, versieht man ihn auch wohl mit einem runden, ebenfalls gesplissenen Vorstecker, Vorsteckstift, auch Lünse genannt, wie er bei der Schraubensicherung Fig. 158 angegeben ist.

*) Recht praktische Keilschlösser dieser Bauart zur Verbindung kreuzender Eisenstangen für Gitter, Gehege u. dergl. sind die von Bayliss, Pract. Mech. Journ. Vol. II, 3. Ser., S. 342.

Bei den Keilvorrichtungen der Pleuelstangenköpfe sind Sicherungen jetzt allgemein angewandt; die in folgenden Figuren dargestellten gehören alle in diese Klasse. Fig. 191, 192 und 193

Fig. 191. Fig. 192. Fig. 193. Fig. 194. Fig. 195.



Keilsicherung mit Zugschraube. Bei diesen wird auf Lokomotiven und Schiffmaschinen, namentlich denen der Kriegsschiffe, die Keilsicherungsschraube abermals gesichert, meist durch Zufügung einer Gegenmutter (Fig. 156). Fig. 194 Sicherung mit Druckschraube; diese letztere greift in eine seichte in den Keil eingebohrte Rinne, welche selbst bei nicht genügendem Festdrücken jedenfalls das Herausfliegen des Keiles hindert. Die Rinne ist auch dafür schon zweckmässig, dass die durch das Anpressen der Schraube etwa entstehenden Unebenheiten nicht im Keillager stören können. Fig. 195 Sicherung mit Klemmschraube. Durch die Schraube werden zwei besondere, durch andere Theile an Längsverschiebungen gehinderte Klötze fest auf den Keil geklemmt; die Schraube geht durch einen den Keil quer durchsetzenden Schlitz.

III. NIETEN UND NIETUNGEN.

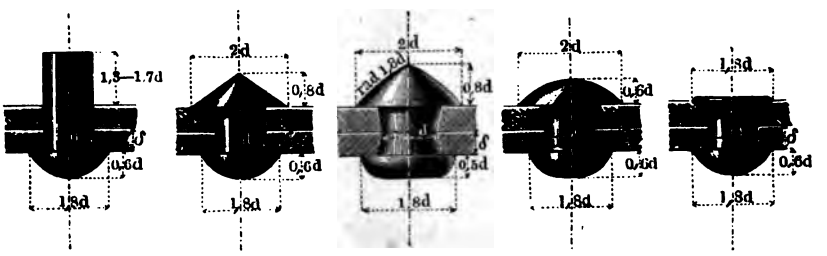
§. 71.

Nieten.

Die Nieten dienen zur Verbindung plattenförmiger Körper, namentlich der Bleche. Verschiedene Formen derselben zeigen die folgenden Figuren. Die gewöhnliche schmiedeiserne Niete

erhält einen angeschmiedeten Kopf, den Setzkopf, Fig. 196, und einen zweiten, den Schliesskopf, Fig. 197, welcher beim Schliessen der Nietung aus dem anderen Ende des Nagels gebildet wird; letzteres soll zu diesem Zwecke um 1,3 bis 1,7 der

Fig. 196. Fig. 197. Fig. 198. Fig. 199. Fig. 200.



Nietendicke, je nach der Genauigkeit, mit welcher die Niete in das Loch passt, vorstehen.

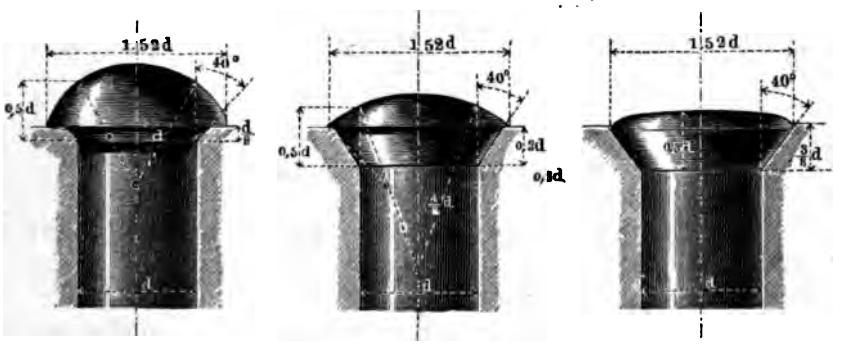
Wenn der Nietkopf mit Handhämmern ohne Anwendung von Gesenken fertig gemacht wird, was jetzt bei uns nicht mehr häufig, wohl aber noch vielfach in England namentlich bei Dampfkesseln geschieht, so erhält der Schliesskopf die in Fig. 197 angedeutete oder eine ähnliche zugespitzte Form. Wird aber ein Gesenk zum Formen des Kopfes benutzt, so wird die sphärische Kopfform Fig. 199 oder eine konoidische, wie Fig. 198 angibt, gewählt. Eine kleine Versenkung des Nietschaftes an beiden Köpfen, wie es Fig. 199 angedeutet, erhöht die Festigkeit des Nagels nicht unbedeutend und ist jetzt viel in Gebrauch. Die in Fig. 198 angegebene doppelte Versenkung kann ohne künstliche Vorrichtungen erzeugt werden. Nach Versuchen von Reiche*) werden nämlich beim Durchlochen der Bleche auf dem Stanzwerk die Wände des Loches nur dann glatt, wenn die Unterlegematrize etwas weiter ist, als der Stempel dick, und zwar bei Schmiedeisenblechen so, dass die Profillinie des Konus zwischen dem aufgesetzten Stempel und der Matrize $^1/_8$ Anzug hat. Das Loch wird dann wirklich konisch, und hat am Matrizenende $^1/_4\,\delta$ mehr Durchmesser als am Stempelende. Fig. 200 zeigt eine Niete mit versenktem Schliesskopf, wie sie bei den Nietungen der Wandungen von Schiffen vorkommen.

Bei den Nietungen der Brückenträger empfiehlt sich grosse Sorgfalt in der Wahl der an der Niete vorkommenden Formeinzelheiten. Fig. 201 bis 203 stellen die bei den Nietungen der Dir-

*) Civ.-Ing. 1864, S. 235.

schauer Brücke angewandten Verhältnisse dar, welche durch sehr sorgfältige Versuche ermittelt worden waren. Fig. 201 zeigt den normalen Nietkopf (Setz- und Schliesskopf), Fig. 202 den halbversenkten, Fig. 203 den ganz versenkten.

Fig. 201. Fig. 202. Fig. 203.



Nieten von 25 bis 30 mm Schaftdicke können mit Hämmern von 4 bis $4^1/_2$ k Gewicht gestaucht werden; zum Fertigmachen des Schliesskopfes mittelst des Kopfgesenkes oder Schellhammers bedient man sich schwererer, bis zu $7^1/_2$ k wiegender Zuschlaghämmer. Nach Molinos und Pronnier kann eine geübte Nietermannschaft an waagerecht liegenden Werkstücken (Brückenträger) täglich setzen:

200 bis 250 Nieten von 18 mm Schaftdicke
180 „ 200 „ „ 20 „ „
100 „ 125 „ „ 22 „ „
90 „ 100 „ „ 25 „ „

und $^3/_4$ von diesen Anzahlen bei senkrecht stehenden Werkstücken.

Weit mehr Nieten werden in der trefflichen Kesselfabrik von Piedbouef (Aachen) an ganz fertig vorgerichteten Kesseln von einer Mannschaft gesetzt, nämlich in 11 täglichen Arbeitstunden:

350 Nieten von 14 bis 16 mm Schaftdicke
325 „ „ 17 „ 18 „ „
300 „ „ 19 „ 20 „ „
280 „ „ 21 „ 22 „ „
260 „ „ 23 „ 24 „ „
240 „ „ 25 „ 26 „ „
220 „ „ 27 „ 28 „ „
200 „ „ 29 „ 30 „ „

Bei Cylinderkesseln von mehr als 1m Durchmesser werden 10% mehr, bei unbequemen Formen 10% weniger gesetzt. Eine Mannschaft umfasst: 1 Nieter, 2 Zuschläger, 1 Gegenhalter, 1 Schmiedejungen; für die Nieten von 14 bis 16mm Dicke bedarf es nur eines Zuschlägers. In letzterer Zeit hat die Genauigkeit in der Vorbereitung der Bleche, Winkeleisen, Nieten u. s. w. zum grössten Vortheil der Nietarbeiten wesentlich zugenommen.

§. 72.

Festigkeit der Nietungen.

Die Nietverbindungen sollen entweder vorwiegend fest (Brückenträger und ähnliche Bauwerke) oder vorwiegend dicht sein (Gefässe von geringem inneren Druck, Schiffe, Gasbehälter), oder sie sollen die beiden genannten Eigenschaften möglichst vereinigen (Dampfkessel). Man unterscheidet daher Festigkeits- oder Kraftnietungen und Verschlussnietungen, zwischen welchen diejenigen der Dampfkessel mitten inne stehen.

Die Kraftnietungen werden als einseitige oder Ueberblattungsnietungen, Fig. 204, oder zweiseitige oder als sogenannte Kettennietungen, Fig. 205, ausgeführt; letztere Form

Fig. 204.

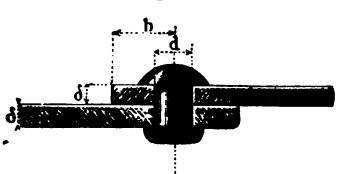
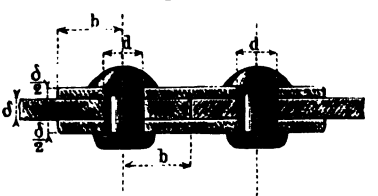


Fig. 205.



ist namentlich bei Nietungen für Brückenträger in Gebrauch gekommen.

Eine constante Blechdicke δ vorausgesetzt, kann eine Nietung nie so fest gemacht werden, als das volle Blech; immerhin aber kann man die Festigkeit der Nietung durch passend gewählte Verhältnisse gross machen. Hinsichtlich der besten Verhältnisse der Kraftnietungen gilt folgendes. Bezeichnet:

δ die Blechdicke,

d den Nietdurchmesser,

a den Abstand zweier benachbarter Nieten einer Nietreihe,

b die Breite des Blechrandes, von der Mitte der dem Rande zunächst liegenden Nieten gemessen,

i die Anzahl der Nietreihen einer Nath,

φ das Verhältniss zwischen der Festigkeit der Nietnath und derjenigen des vollen Bleches,

so ist, wenn die Nieten, das zwischen ihnen bleibende Blech und der Blechrand gleiche Festigkeit haben sollen, zu nehmen,

1. bei der einseitigen Nietung:

$$\frac{a}{\delta} = i\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (48)$$

$$\frac{b}{\delta} = \frac{5}{8}\frac{a-d}{i\delta} = \frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (49)$$

und es wird dabei:

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{1}{i}\frac{5}{\pi}\frac{\delta}{d}} = 1 - \frac{d}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (50)$$

2. bei der Kettennietung:

$$\frac{a}{\delta} = 2i\frac{\pi}{5}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 + \frac{d}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (51)$$

$$\frac{b}{\delta} = \frac{5}{8}\frac{a-d}{i\delta} = 2\cdot\frac{\pi}{8}\left(\frac{d}{\delta}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (52)$$

$$\varphi = \frac{1}{1 + \frac{1}{2i}\frac{5}{\pi}\frac{\delta}{d}} = 1 - \frac{d}{a} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (53)$$

Bei Entwicklung dieser Formeln ist das in §. 5 über die Schubfestigkeit Gesagte berücksichtigt, übrigens bei Blech und Nieten dieselbe Materialgüte vorausgesetzt. Eine Reihe von Werthen welche dieselben für die einfache und die doppelte Nietung ($i = 1$ und $i = 2$) liefern, enthält folgende Tabelle. Leicht ist es, die Rechnung für Nietungen von noch mehr Reihen (Brückenträger) zu machen, wobei aber nicht zu übersehen ist, was in §. 74 von den Laschen-Nietungen bemerkt wird. Wenn b nach den Formeln (49) und (52) kleiner ausfällt als $1{,}5\,d$, so wird dieser letztere Werth dennoch beibehalten. Die Rechnung zeigt dann nur, dass der Rand wegen seiner Abscheerfestigkeit kleiner sein dürfte, als wegen des nothwendigen Auflagers für die Schliessköpfe.

§. 73.

Tabelle über die Festigkeit der Nietungen.

	$\frac{d}{\delta}$ =	1		1,5		2,0		2,5		3,0		4,0	
	i =	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
Einseitige Nietung.	$\frac{a}{\delta}$ =	1,63	2,26	2,91	4,33	4,51	7,03	6,43	10,35	8,65	14,31	14,05	24,11
	$\frac{b}{\delta}$ =	0,39	0,39	0,88	0,88	1,57	1,57	2,45	2,45	3,53	3,53	6,28	6,28
	φ =	0,39	0,58	0,52	0,65	0,56	0,72	0,61	0,76	0,65	0,79	0,72	0,83
Kettennietung.	$\frac{a}{\delta}$ =	2,26	3,51	4,33	7,15	7,43	12,05	10,35	18,21	14,31	25,62	24,11	44,21
	$\frac{b}{\delta}$ =	0,79	0,79	0,77	0,77	3,14	3,14	4,91	4,91	7,07	7,07	12,57	12,57
	φ =	0,56	0,72	0,65	0,79	0,72	0,83	0,76	0,86	0,79	0,90	0,83	0,91

Versuche, welche Fairbairn mit einfachen und doppelten Nietungen anstellte, haben die vorstehenden Zahlen bestätigt. Im allgemeinen sieht man, dass weit auseinanderstehende und dicke Nieten eine festere Verbindung liefern, als engstehende dünne. Bei Brückenträgern und ähnlichen Constructionen berücksichtigt man sorgfältig die den obigen ähnliche Verhältnisse. Auch bei den Dampfkesseln verdient das Verhältniss φ volle Beachtung.

§. 74.

Dampfkesselnietungen.

Bei den Nietungen der Dampfkessel darf man wegen des dichten Verschlusses keine weite Nietstellung anwenden; ausserdem sind aber bei dünneren Blechen verhältnissmässig dickere und weitergestellte Nieten zu benutzen, als bei stärkeren Blechen. Die Nietnäthe werden einfach und doppelt gemacht.

Fig. 206 einfache Ueberblattungs-Nietung; die Blechränder

werden wegen des leichteren Stemmens abgefast wie in Fig. 207, oder noch besser gleich auf der Scheere schräge geschnitten, wie

Fig. 206.

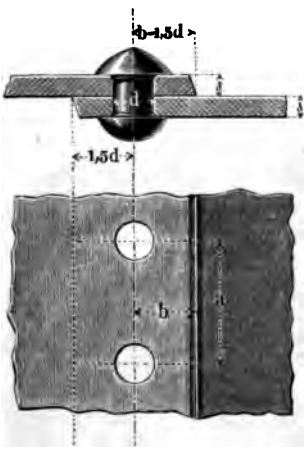
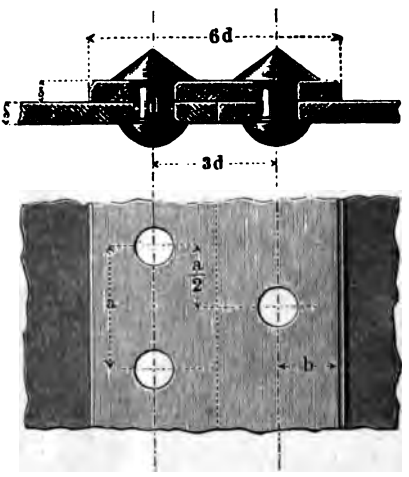


Fig. 207.

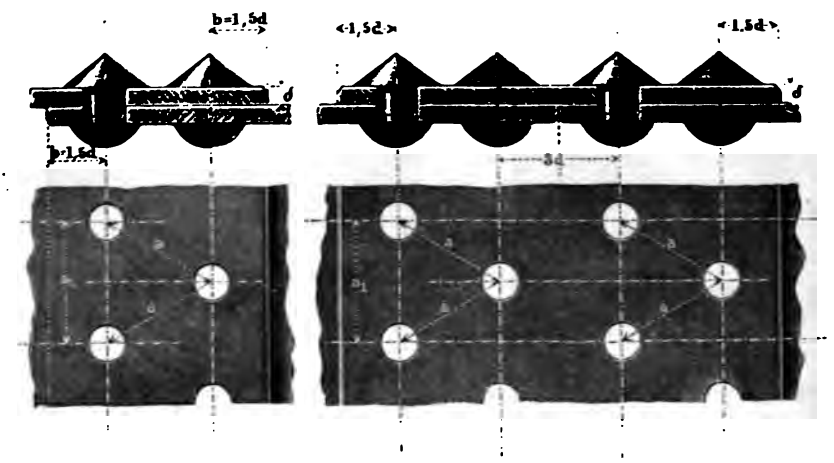


in Fig. 206 angedeutet. Der Schrägungswinkel beträgt etwa $18^1/_2{}^0$, entsprechend einem Anzug von $^1/_3$; dabei ist sofortiges Stemmen ohne Einkerbung zulässig. Fig. 207 einfache Laschennietung, gut angewandt bei stehenden Röhren, Kaminen etc. Die aufgelegte Lasche ist in Hinsicht auf die Zugfestigkeit der Verbindung als eine Blechtafel anzusehen, und somit die Nietung trotz der doppelten Nietreihe als eine einfache zu betrachten. Da die doppelte Nietung fester ist als die einfache, und ein cylindrisches Rohr in den Längsnäthen stärker durch den inneren Druck belastet wird als in den Quernäthen, so erscheint es empfehlenswerth, bei Dampfkesseln die Längsnäthe zweireihig, die Quernäthe einreihig zu machen. Gute Kesselfabriken (u. a. Piedboeuf) thun dies bei Kesseln von mehr als $1^1/_2{}^m$ Durchmesser und einigermaassen hoher Dampfspannung. Die Erhöhung der Festigkeit gilt übrigens nur, wenn man bei der doppelten Nietung auch die Nieten weiter auseinanderstellt, als bei der einreihigen, siehe unten bei Formel (55). Die Rauchröhren der Cornwall-Kessel erhalten neuerdings in den Quer- und Längsnäthen Laschennietungen; als Lasche wird aber dabei behufs Verstärkung des Rohres ein seine Rippe nach aussen kehrendes T-Eisen, Fig. 216, §. 77, genommen. Stellt man die Nietnäthe der Dampfkessel schräge (schraubenförmig) wie es in England Wright thut, so wird das Verhältniss φ etwas günstiger, als

oben berechnet wurde. Ob aber durch die hierbei erzielte kleine Vergrösserung der Festigkeit des Kessels die Mehrkosten für die schwierige Herstellung gedeckt werden, ist sehr die Frage.

Fig. 208 gewöhnliche doppelte Nietung. Fig. 209 doppelte Laschennietung.

Fig. 208. Fig. 209.



Nach Lemaitre ist es zweckmässig, für Dampfkessel zu nehmen bei der einfachen Nietung:

$$\left.\begin{aligned} d &= 4 + 1{,}5\,\delta \\ a &= 10 + 2\,d \\ b &= 1{,}5\,d \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (54)$$

Es fällt dabei für die gewöhnlich vorkommenden Dimensionen φ zwischen 0,65 und 0,58. Bei den doppelten Nietungen ist brauchbar: $a_1 = 20 + 3\,d$ . . . . . (55)

Man findet indessen auch oft hier $a_1 = a = 10 + 2\,d$ gemacht, wobei also die Verdoppelung der Nietung nur die Dichtheit, nicht aber die Festigkeit der Nath erhöht. Nach den gegebenen Formeln ist die unten folgende Tabelle berechnet.

Die Gasometer zeigen geringe Schwankungen in Blechdicke und Nietung. Erprobte Ausführungen besitzen kalt eingesetzte Nieten von 7 bis $7\frac{1}{2}^{mm}$ Dicke und 25^{mm} Abstand bei 13^{mm} Randbreite; der dichte Verschluss wird durch eine unter die äussere Ueberblattung gelegte Liderschnur, welche mit Mennigkitt getränkt ist, gesichert.

Das Material der eisernen Nieten soll stets von der besten Beschaffenheit sein, damit es die gewaltsamen Formänderungen,

welche die Niete zu erleiden hat, ertragen kann. Die Anwendung der Nietmaschine gewährt den Vortheil, dass der glühende Nietschaft mit einem Schlage, also in sehr kurzer Zeit seine Umformung durchmacht, wodurch die Erhaltung der widerstandsfähigen Struktur des Eisens in höherem Grade als bei der Handarbeit gesichert erscheint. Für Dampfkessel hat sich indessen die Maschinennietung nicht bleibend eingeführt, weil die Maschine den Schliesskopf nicht immer so sauber in der Form liefert, als die Handarbeit.

§. 75.

Tabelle über die Nietungen der Dampfkessel.

δ	d	Höhe $0{,}6\,d$	Dchm. $1{,}8\,d$	Höhe $0{,}8\,d$	Dchm. $2\,d$	Schaftlänge.	a einf.	a_1 dopp.	Gewicht von 100 Stück Nieten.	Gewicht der Köpfe von 100 Stück Nieten.
3	8,5	5	15	7	17	20	27	45	1,28	0,81
4	10	6	18	8	20	25	30	50	2,25	1,43
5	11,5	7	21	9	23	30	33	55	3,52	2,11
6	13	8	23	10	26	34	36	59	5,16	3,03
7	14,5	9	26	12	29	39	39	64	7,27	4,41
8	16	10	29	13	32	43	42	68	9,92	6,04
9	17,5	11	32	14	35	48	45	73	13,08	7,84
10	19	11	34	15	38	52	48	77	16,88	9,87
11	20,5	12	37	16	41	57	51	82	21,34	13,22
12	22	13	40	18	44	61	54	86	26,52	15,12
13	23,5	14	42	19	47	66	57	91	32,50	18,22
14	25	15	45	20	50	71	60	95	39,23	22,98
15	26,5	16	48	21	53	75	63	100	47,00	27,25
16	28	17	56	22	56	80	66	104	55,63	32,57
17	29,5	18	50	24	59	84	69	109	65,29	37,40
18	31	19	53	25	62	89	72	113	75,91	42,59

Die Schaftlänge ist $= 2\,\delta + 1{,}7\,d$ gesetzt, entspricht also einer Niete, welche zwei Bleche von der Dicke δ zu verbinden hat, bei reichlicher Zugabe für zu weite Bohrung der Bleche, siehe §. 71. Die beiden letzten Spalten sind bei Voranschlägen für Nietungen von Nutzen; demselben Zwecke dient die folgende Tabelle.

§. 76.

Tabelle über die Gewichte der Metallplatten.

Blechdicke mm.	Gewicht in Kilogr. pro 1 Quadratmeter.					
	Schmiedeisen.	Gusseisen.	Messing.	Kupfer.	Blei.	Zink.
1	7,79	7,24	8,51	8,79	11,35	6,86
2	15,58	14,49	17,02	17,58	22,70	13,72
3	23,36	21,73	25,52	26,36	34,06	20,58
4	31,15	28,97	34,03	35,15	45,41	27,44
5	38,94	36,22	42,54	43,94	56,76	34,31
6	46,73	43,46	51,05	52,73	68,11	41,17
7	54,52	50,70	59,56	61,52	79,46	48,03
8	62,30	57,94	68,06	70,30	90,82	54,89
9	70,09	65,19	76,57	79,09	102,17	61,75
10	77,88	72,43	85,08	87,88	113,52	68,61
11	85,67	79,67	93,59	96,67	124,88	75,47
12	93,46	86,92	102,10	105,46	136,22	82,33
13	101,24	94,16	110,60	114,24	147,58	89,19
14	109,03	101,40	119,11	123,03	158,93	96,05
15	116,82	108,65	127,62	131,82	170,28	102,92
16	124,61	115,89	136,13	140,61	181,63	109,78
17	132,40	123,13	144,64	149,40	192,98	116,64
18	140,18	130,37	153,14	158,18	204,34	123,50
19	147,97	137,62	161,65	166,97	215,69	130,36
20	155,76	144,86	170,16	175,76	227,04	137,22
21	163,55	152,10	178,67	184,55	238,39	144,08
22	171,34	159,35	187,18	193,34	249,74	150,94
23	179,12	166,59	195,68	202,12	261,10	157,80
24	186,91	173,83	204,19	210,91	272,45	164,66
25	194,70	181,08	212,70	219,70	283,80	171,53

Das Gewicht eines Quadratmeters Platte ist gleich dem Gewicht des Cubikdecimeters ihres Materials (oder ihrem specif. Gewicht) mult. mit der Plattendicke in mm.

§. 77.

Andere Formen von Nietverbindungen.

Bildung von Flächen. Bei der Vereinigung von Blechtafeln zu grösseren Platten (geraden wie gekrümmten) kommen die folgenden beiden Verbindungen viel zur Anwendung.

Fig. 210. Fig. 211.

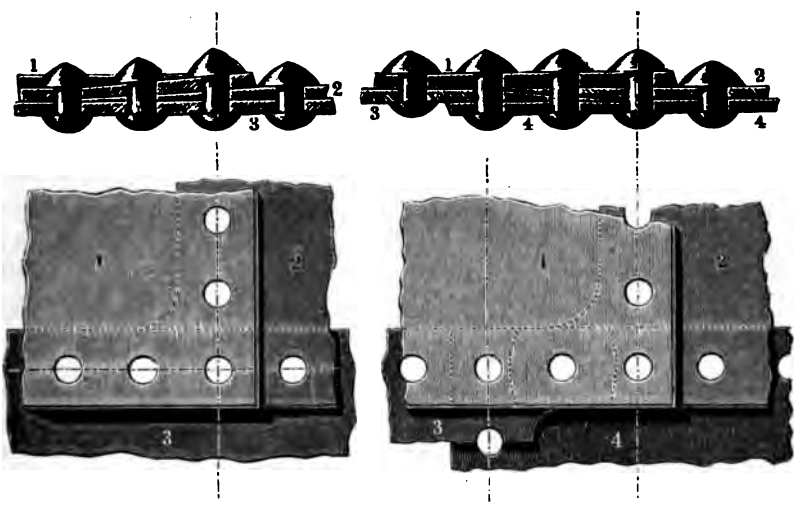


Fig. 210 Verbindung von drei Tafeln. Behufs sicheren Anlegens wird das Blech Nro. 2 an der Ecke zugeschärft und Nro. 1 darüber hingebogen. Fig. 211 Verbindung von vier Tafeln; hier erhalten die Bleche Nr. 2 und 3 eine Zuschärfung, während 1 und 4

Fig. 212. Fig. 213.

sowohl ungeschärft als ungekröpft bleiben. Bei dem Bau von Dampfkesseln werden die einzelnen Rohrstücke oder Schüsse entweder cylindrisch ineinandergeschoben, Fig. 212, oder wie es Fig. 213 andeutet, als Hohlkegelabschnitte gebildet, so dass die Fugenköpfe alle dieselbe Richtung von der Flamme ab erhalten. Letztere Ver-

bindung erfordert eine schwache Krümmung der an den Kegelgrundflächen liegenden Tafelränder und Nietreihen, welche man wie folgt bestimme:

Fig. 214.

Ist noch:

D der Kesseldurchmesser, an der in Fig. 213 angegebenen Stelle gemessen,

$U = \pi D$ der an derselben Stelle gemessene Kesselumfang,

B die Breite einer Platte. Fig. 214, gemessen auf U zwischen den Mitteln der Längsnietreihen,

L die Länge der Platte, zwischen den Quernietreihen gemessen,

f die gesuchte Pfeilhöhe des Bogens B,

so nehme man:

$$\left.\begin{aligned} \frac{f}{\delta} &= \frac{1}{4}\,\frac{B}{D}\,\frac{B}{L} \\ \text{oder:}\quad \frac{f}{\delta} &= 0{,}785\,\frac{B}{U}\,\frac{B}{L} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (56)$$

Beispiel. Bei Röhren, deren Umfläche aus einer Tafel hergestellt wird (Sieder, Röhren) ist $B = U$. Wäre in einem solchen Falle die Tafellänge $L = 1^m$, die Breite $B = 2^m$, so würde nach (56) zu nehmen sein: $\frac{f}{\delta} = 0{,}785 \cdot 2 = 1{,}570$, also f etwas über $1\frac{1}{2}$ Blechdicke. Bei dieser Aufgabe wäre $D = \frac{U}{\pi} = \frac{1}{\pi}\,B = 0{,}318 \cdot 2000 = 636^{mm}$, mithin nach (56) zu nehmen: $\frac{f}{\delta} = \frac{1}{4}\,\frac{2000}{636} \cdot \frac{2000}{1000} = \frac{1000}{636} = 1{,}57$ wie vorhin. Die der betrachteten gekrümmten Nietnath gegenüberliegende Reihe wird jener ersteren parallel gemacht.

Bei der Flächenbildung mittelst Laschennietung auf sich kreuzenden Näthen muss besonders vorsichtig verfahren werden, um einen dichten Verschluss zu erhalten. Leicht kommt man indess zu einem guten Resultat, wenn man die Längs- und Querlaschen auf verschiedene Seiten des Bleches legt.

Versteifung von Flächen. Hierzu dienen am allermeisten aufgenietete Winkeleisen, Fig. 215, und T-Eisen, Fig. 216.

Die hier mitgetheilten Verhältnisse derselben (die in Fig. 215 sind von Redtenbacher angegeben) liefern sehr gute Abmessun-

gen. δ bezeichnet die Dicke des Bleches, für welches das Winkel- oder T-Eisen angewandt werden soll. Die bei kleinem δ grosse

Fig. 215.

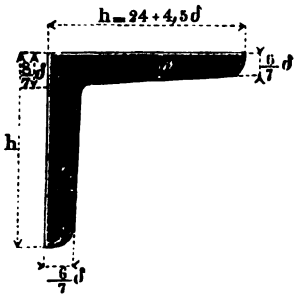
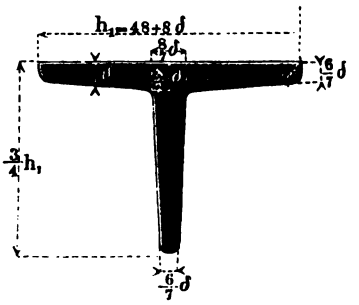
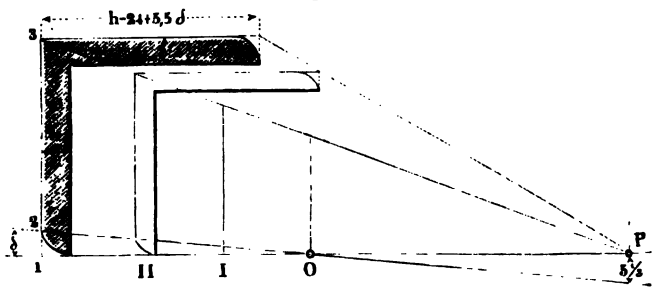


Fig. 216.



Höhe h gestattet stets ein gutes Unterbringen der Nietköpfe. Vielfach findet man jetzt bei den Winkeleisen die in Fig. 215 angegebene Verjüngung weggelassen, und statt ihrer durchweg die Schenkeldicke δ angewandt. Sehr bequem für die Verzeichnung einer geordneten Reihe von Façoneisen ist der Proportionsriss. Fig. 217 zeigt einen solchen für das Winkeleisen ähnlich Fig. 215.

Fig. 217.



Die Querschnittformen der T-Eisen finden sich in der Praxis veränderlicher als die der Winkeleisen; die Preis- und Formenverzeichnisse der Hüttenwerke liefern eine reiche Auswahl für vorkommende Fälle aller Art *).

Zur Versteifung paralleler, nah benachbarter Tafeln dienen die Stehbolzen, Fig. 218 bis 220 (a. f. S.).

Fig. 218 und Fig. 219 kupferner Stehbolzen nach und vor der Vernietung, bei den Feuerbüchsen der Locomotiven und bei den

*) Siehe auch Mäurer's Formen der Walzkunst. Stuttgart, 1865.

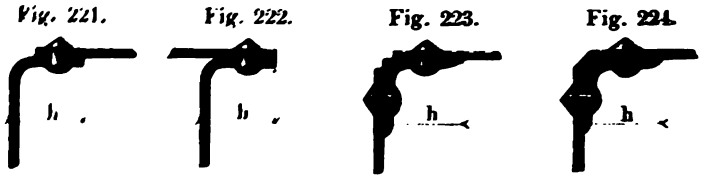
[illegible] vielfach angewandt. Die dickere Tafel [illegible] ist von Kupfer und als einer Locomotiv-Feuerbüchse angehörig angenom-

Fig. [illegible] Fig. [illegible] Fig. [illegible]

men. Die Dicke δ wird zwischen 1 bis $1^1/_4$ mal der Dicke δ_1 der äusseren eisernen Wand gefunden. Eine neuerdings eingeführte feine Bohrung der Bolzenachse nach, welche auch bis zum Feuerraum gehend gefunden wird, hält einestheils den Bolzen kühl, und macht andererseits Undichtheiten, welche durch Verbrennen oder Brechen der Bolzen entstehen, zeitig merkbar. Fig. 220 eiserner Stehbolzen für denselben Zweck wie der Bolzen in Fig. 218 und 219. Das Zusammenrücken der Platten verhindert die zwischengestellte schmiedeiserne Büchse. Diese wird zweckmässiger Weise aus Blech gerollt und der Länge nach offen gelassen, um das Wasser der Abkühlung halber zur Niete treten zu lassen.

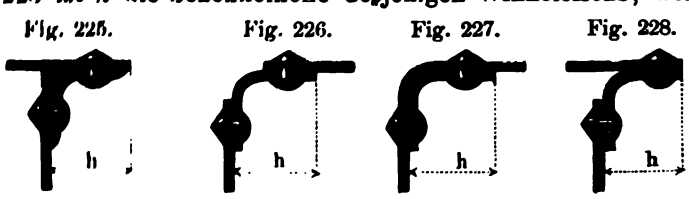
Bildung von Kanten. Fig. 221 bis 224. Bei der Kantenbildung wird gewöhnlich entweder dem einen Bleche eine Flantsche

Fig. 221. Fig. 222. Fig. 223. Fig. 224.



angebogen, oder es werden Winkeleisen eingeschaltet. In Fig. 221 hat die eine Tafel eine nach innen gebogene Flantsche. Fig. 222, die Flantsche ist nach aussen gebogen. Hier, wie bei den Fig. 226 bis 228 ist h die Schenkelhöhe desjenigen Winkeleisens, welches

Fig. 225. Fig. 226. Fig. 227. Fig. 228.



dem gegebenen Bleche zukommen würde. Fig. 223 Anwendung eines gewöhnlichen Winkeleisens; Fig. 224 ebenso; die zusammen-

treffenden Tafeln sind aber hier abgeschrägt, was das Dichtstemmen erleichtert. Fig. 225 Kante mit gewöhnlichem aber aussen liegendem Winkeleisen.

Fig. 226 Kante mit einem aus Blech hergestellten Winkeleisen (für dünnwandige Gefässe zweckmässig). Fig. 227 Winkeleisen wie in Fig. 226, verdeckt durch die übergelegten Blechränder; schwierig zu stemmen, bedarf daher einer dichtmachenden Zwischenlage. Fig. 228 Winkeleisen wie vorhin, nach aussen gelegt.

Bildung von Ecken. Die Eckbildung macht bei den Nietverbindungen die meisten Schwierigkeiten; sie fällt mannichfach verschieden aus, je nachdem man zu den Kanten eine oder die andere der oben angeführten Verbindungen auswählt. Die folgenden Figuren zeigen einige der wichtigeren Constructionen.

Fig. 229 stehende Kante nach Fig. 221, die beiden liegenden nach Fig. 223, das Blech 2 erhält unten eine Zuschärfung. Fig. 230

Fig. 229.

Fig. 230.

alle drei Kanten nach Fig. 223; das stehende Winkeleisen abgekröpft und auf das liegende genietet.

Fig. 231 Kanten nach Fig. 223 oder 224; die Winkeleisen sind in der Ecke zusammengeschweisst, was eine etwas mühsame Arbeit

Fig. 231.

Fig. 232.

ist, aber einen guten Verschluss und zugleich ein festes Gerüste für den Kasten liefert, aber nur für kleinere Constructionen angewandt wird. Fig. 232 stehende Kante nach Fig. 223 oder 224, unten ein wenig gerundet, liegende Kante nach Fig. 225; einfache, gut schliessende und sehr haltbare Eckbildung.

IV. ZAPFEN.

§. 78.

Eintheilung der Zapfen.

Die Zapfen vermitteln in den Maschinen die Drehung von Theilen um ihre geometrischen Achsen; sie haben deshalb die Form von Drehungskörpern, und sind von der entsprechenden Hohlform (Lager, Büchse) ganz oder theilweise umschlossen; sie kommen bei der Vielheit der drehenden Bewegungen der Maschinen ausserordentlich häufig zur Anwendung, und verdienen, da von ihrer guten Wirkung und Haltbarkeit vieles abhängt, ein sorgfältiges Eingehen auf die sie begleitenden Umstände. Durch die ihn belastenden Kräfte wird ein Zapfen entweder vorwiegend von der Seite senkrecht zu seiner Drehungsachse gepresst, oder er empfängt den Druck vorwiegend in der Richtung seiner Achse oder seiner Längenrichtung. Danach unterscheidet man

1. Seitendruck- oder Tragzapfen,
2. Längendruck- oder Stützzapfen.

Zu den Tragzapfen gehören die Zapfen der liegenden Triebwellen, der Wasserräder, der Wagenachsen, ebenso die Kurbelzapfen u. s. w.; Stützzapfen sind die Fusszapfen der Turbinen, der stehenden Wellbäume, die Druckzapfen der Schraubenschiffe u. a. m.

An dem Maschinentheil, welchem ein Zapfen angehört, befindet sich derselbe auch noch auf verschiedene Weise angebracht. Er sitzt entweder an dem Ende des Stückes, ist nur an einer Seite damit verbunden, oder er liegt an irgend einer Stelle zwischen den Enden des Stückes, geht an beiden Seiten in dasselbe über. Hiernach unterscheidet man

a. Endzapfen,
b. Halszapfen.

Erstere werden bei den Tragzapfen insbesondere Stirnzapfen, bei den Stützzapfen Spurzapfen genannt. Von den mannigfachen Formen, welche man den Zapfen gibt, können hier nur die einfachsten, welche zugleich die wichtigsten sind, behandelt werden; aus den für sie zu gebenden Formeln lässt sich übrigens unschwer ableiten, welche Abmessungen man bei anderen Zapfenformen etwa anzuwenden habe.

A. Cylindrische Tragzapfen.

§. 79.

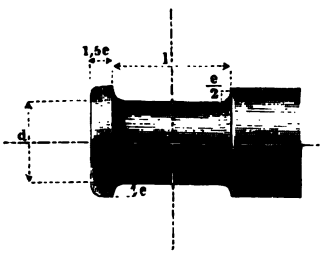
Stirnzapfen.

Der cylindrische Stirnzapfen erhält entweder an einem oder an beiden Enden (also am Wurzel- und am Scheitelende) einen Anlauf, dessen Höhe e man nach folgender empirischen Formel nehme:

$$e = 3 + {}^{7}/_{100}\, d \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (57)$$

Anlaufbreite $= 1{,}5\, e$. Theoretischer Berechnung unterliegen die Länge l und die Dicke d des Zapfens. Diese Abmessungen haben sich zu richten: nach der Festigkeit des Materials des Zapfens, nach dem Reibungszustande desselben und nach der Abnutzung, welche Zapfen und Lager zu gewärtigen haben.

Fig. 233.



Nennt man P die Belastung des Zapfens, $\mathfrak{S}$ die grösste Spannung, welche in demselben eintreten soll, so hat man in Rücksicht auf die Festigkeit des Zapfens zu nehmen:

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi \mathfrak{S}} \left(\frac{l}{d}\right)} \sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

und setze hierin für Schmiedeisen $\mathfrak{S} = 6$, für Gusseisen $\mathfrak{S} = 3$. Das Längenverhältniss $\frac{l}{d}$ ist mit Rücksicht auf den Reibungszustand und die Abnutzung des Zapfens zu wählen. In dieser Beziehung sind in den folgenden Formeln die neueren Arbeiten über die Reibung geölter Flächen berücksichtigt; diese Arbeiten zeigen zwar unter einander noch keine vollständige Uebereinstim-

mung, gestatten aber doch bereits, einige allgemeine wichtige Schlüsse zu ziehen.

a. Schmiedeiserne Stirnzapfen in Bronze oder einem ähnlichen Lagerschalenmetall laufend. Ist die Umdrehungszahl n des Zapfens pro Minute kleiner als 150, so nehme man:

$$\left.\begin{aligned} d &= {}^{9}/_{8}\sqrt{P} \\ \frac{l}{d} &= 1{,}5 \end{aligned}\right\} \quad \text{und} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (58)$$

Ist dagegen $n > 150$, so nehme man:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{,}32\sqrt{P}\,\sqrt[4]{n} \\ \frac{l}{d} &= 0{,}12\sqrt{n} \end{aligned}\right\} \quad \text{und dabei} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (59)$$

b. Gussstählerne Stirnzapfen, wie oben gelagert. Ist $n < 150$, so nehme man:

$$d = 0{,}95\sqrt{P} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (60)$$

(d. i. 0,843 des Werthes für den schmiedeisernen Zapfen) und

$$\frac{l}{d} = 1{,}78,$$

wobei der Zapfen gerade so lang wird, als der gleichwerthige schmiedeiserne unter *a.*

Bei Umdrehungszahlen über 150 nehme man:

$$d = 0{,}27\sqrt{P}\,\sqrt[4]{n} \ldots\ldots\ldots \quad (61)$$

(d. i. 0,843 des Werthes für Schmiedeisen) und ausserdem

$$\frac{l}{d} = 0{,}15\sqrt{n}$$

c. Gusseiserne Stirnzapfen, wie oben gelagert. Man nehme:

$$\left.\begin{aligned} d &= 1{,}5\sqrt{P} \\ \frac{l}{d} &= {}^{4}/_{3} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (62)$$

welche Formeln brauchbar sind bis zu Umdrehungszahlen über 200, worüber hinaus gusseiserne Zapfen nicht gebraucht werden.

d. Schmiedeiserne Stirnzapfen, in gusseisernen Lagern laufend. Man gebe diesen Zapfen die Abmessungen:

$$\left.\begin{aligned} d &= 1{,}2\sqrt{P} \\ \frac{l}{d} &= 1{,}75 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (63)$$

welche Werthe man auch bei den Zapfen unter *a.* für Kräfte bis zu 2000^k anwenden kann.

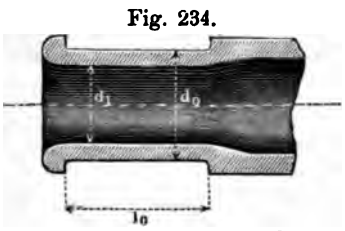
e. Schmied- und gusseiserne Zapfen, welche nicht dauernd laufen, sondern nur eine gewisse Drehbarkeit haben sollen. Hier ist bloss die Festigkeit maassgebend und ein kleines Längenverhältniss günstig, sowie eine kleinere Sicherheit statthaft. Man nehme für:

$$\left.\begin{array}{llll} \frac{l}{d} = 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \text{bei Schmiedeisen:} & & & \\ (\mathfrak{S} = 7{,}5)\ d = 0{,}82\sqrt{P} & 0{,}71\sqrt{P} & 0{,}58\sqrt{P} & 0{,}47\sqrt{P} \\ \text{bei Gusseisen:} & & & \\ (\mathfrak{S} = 3{,}75)\ d = 1{,}16\sqrt{P} & 1{,}0\sqrt{P} & 0{,}82\sqrt{P} & 0{,}67\sqrt{P} \end{array}\right\} \quad (64)$$

Beispiel. *Der Haken eines mit 40 Ctr. oder 2000^k belasteten Flaschenzuges steckt in einem schmiedeisernen Querhaupt, dessen Zapfen zu berechnen. Jeder ist mit 1000^k belastet; wählt man das Längenverhältniss $\frac{1}{3}$, so ist zu nehmen $d = 0{,}47\sqrt{1000} \sim 15^{mm}$; bei $\frac{l}{d} = \frac{1}{2}$ kommt $d = 0{,}58\sqrt{1000} \sim 18^{mm}$.*

f. Hohle Zapfen. Bezeichnet:

Fig. 234.



d_0 den äusseren Zapfendurchmesser,
d_1 den inneren Zapfendurchmesser,
d den Durchmesser des gleichbelasteten vollen Zapfens,
und hat der hohle Zapfen dieselbe Länge, wie der volle, so ist zu nehmen für gleiche Sicherheit beider:

$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{\sqrt[3]{1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^4}} \quad \ldots\ldots \quad (65)$$

woraus folgende Zahlenreihe hervorgeht.

$$\left.\begin{array}{lllllllll} \frac{d_1}{d_0} = 0{,}8 & 0{,}75 & 0{,}7 & 0{,}6 & 0{,}5 & 0{,}4 & 0{,}3 & 0{,}2 & 0 \\ \frac{d_0}{d} = 1{,}19 & 1{,}13 & 1{,}10 & 1{,}05 & 1{,}02 & 1{,}01 & 1{,}003 & 1{,}0004 & 1{,}0 \end{array}\right\} (66)$$

Man sieht dass eine Aushöhlung bis zu $\frac{1}{3}$ des Durchmessers einen gewöhnlichen Stirnzapfen kaum schwächt. Das Höhlungsverhältniss 0,6 findet sich oft angewandt.

§. 80.

Tabelle über die schmied- und gusseisernen Stirnzapfen.

In der folgenden Tafel sind die Ergebnisse der Formeln (58) (59) und (62) für eine Reihe von Werthen zusammengestellt.

1. Beispiel. Für eine aus Schmiedeisen zu fertigende Eisenbahnwagenachse von 3800^k Zapfenbelastung seien die Zapfen zu bestimmen. Die Räder haben 850^m Durchmesser und der Wagen soll eine Geschwindigkeit von 12^m haben. Dann ist die Umdrehungszahl der Zapfen: $n = \frac{12 \cdot 60}{0{,}85 \cdot 3{,}14} =$ *nahe 270, demnach zu suchen in der Spalte unter* $n = 150 - 350$, *und zu nehmen: (bei* $P = 3770$*)* $d = 80^{mm}$, $l = 160^{mm}$, $e = 9^{mm}$.

2. Beispiel. Ein rückschlächtiges Wasserrad von 30000^k Gewicht fasst während des Ganges 6 Kubikmeter Wasser. Die symmetrisch angeordneten Zapfen der gusseisernen Achse des Rades erfahren demnach jeder eine Belastung von 15000 + 3000 = 18000^k. Es ist ihnen deshalb nach Spalte 3, Zeile 29 bis 30 eine Dicke von 200^{mm} oder etwas darüber zu geben. Die Zapfenlänge wird $^4/_3 . 200 \backsim 267^{mm}$, *die Anlaufhöhe* $e = 17^{mm}$.

*3. Beispiel. Die Zapfen der gusseisernen Hauptbalancier-Achse der Wasserhaltungsmaschinen auf der Grube Bleiberg in Belgien sind belastet mit je 140550^k *) und haben das Höhlungsverhältniss 0,5. Wir würden denselben die Dicke* $d_0 = 1{,}02 \cdot 1{,}5 \sqrt{140550} = 574^{mm}$ *und die Länge* $l_0 = {}^4/_3 \cdot 1{,}5 \sqrt{140550} \backsim 750^{mm}$ *geben. Die Schalen erhielten einen Flächendruck* $p = \frac{140550}{574 \cdot 750} \backsim 0{,}33^k$. *Man hat genommen* $d_0 = 500^{mm}$, $l_0 = 460^{mm}$ *(was einer Spannung von 2,9^k entspricht) aber die Schale nur 400^{mm} lang gemacht. Deshalb stellte sich der Flächendruck auf* $\frac{140550}{500 \cdot 400} = 0{,}7^k$, *was entschieden zu hoch ist. Im Betrieb erfuhren auch die Zapfen stets Erwärmung, so dass Wasserkühlung angeordnet werden musste**). — Nach der vorgängigen Kraftberechnung hätte auf jeden Zapfen eine Last von etwa 170000^k kommen müssen. Wäre dieselbe wirklich eingetreten, so würde den gewählten Abmessungen nach die Spannung an der Zapfenwurzel 3,52^k, der Flächendruck im Lager 0,85^k betragen haben.*

*) Vergl. Portefeuille de John Cockerill, I, S. 189.

**) Die später erbaute Maschine auf Grand Hornu zeigt bei schmiedeisernen Zapfen p nur = 0,51, was sehr nahe mit unserem Werthe übereinstimmt.

d	e	Werthe der Belastung P.					
		Gusseisen	Schmiedeisen				
		n bis 200 $\frac{l}{d} = \frac{4}{3}$	n bis 200 $\frac{l}{d} = 1{,}5$	$n = 150$ — 350 $\frac{l}{d} = 2$	$n = 350$ — 500 $\frac{l}{d} = 2{,}5$	$n = 500$ — 800 $\frac{l}{d} = 3$	$n = 800$ — 1200 $\frac{l}{d} = 4$
27	5	324	583	395	316	281	197
30	5	400	720	535	428	353	267
33	6	484	871	641	513	428	320
37	6	608	1095	806	645	538	406
40	6	711	1280	943	754	628	471
45	6	900	1620	1193	954	795	595
50	7	1111	2000	1473	1178	982	736
55	7	1344	2420	1781	1425	1183	890
60	8	1600	2880	2120	1696	1413	1060
65	8	1877	3380	2689	2151	1659	1344
70	8	2177	3920	2886	2309	1924	1443
75	8	2500	4500	3312	2650	2208	1656
80	9	2844	5120	3770	3016	2513	1885
85	9	3211	5780	4256	3405	2837	2128
90	10	3600	6480	4771	3817	3181	2385
95	10	4011	7220	5316	4253	3544	—
100	10	4444	8000	5891	4713	3927	—
105	10	4900	8820	6494	5195	4329	—
110	11	5377	9680	7127	5702	4751	—
115	11	5877	10580	7790	6232	5193	—
120	12	6400	11520	8483	6786	—	—
130	12	7511	13520	9955	7964	—	—
140	13	8933	15680	11546	9237	—	—
150	13	10000	18000	13253	10602	—	—
160	15	11377	20480	15080	12064	—	—
170	15	12844	23120	17022	—	—	—
180	16	14440	25920	19084	—	—	—
190	16	16044	28880	21223	—	—	—
200	17	17777	32000	23560	—	—	—
210	18	19600	35280	25975	—	—	—
220	18	21511	38720	—	—	—	—
240	20	25600	46080	—	—	—	—
260	21	30014	54080	—	—	—	—
280	23	34844	62720	—	—	—	—
300	24	40000	72000	—	—	—	—

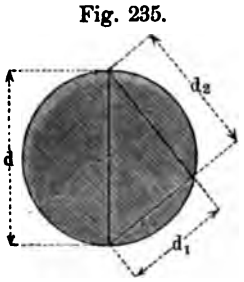
§. 81.

Abänderungen der Zapfenlänge.

Nicht selten bietet sich die Aufgabe, einen Tragzapfen zu finden, der zwei andere bekannte ersetzen soll, mit ihnen also auch gleiche Umdrehungszahl hat. Ist der gesuchte Durchmesser d, die gegebenen d_1 und d_2, so ist zu nehmen:

$$d = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} \quad \ldots \quad (67)$$

Fig. 235.



was sich graphisch ausführen lässt, siehe Fig. 235, indem d die Hypotenuse des Rechtwinkeldreiecks von den Katheten d_1 und d_2 ist. Auf demselben Wege findet sich die anzuwendende Zapfenlänge aus dem einfachen Ausdrucke:

$$l = \sqrt{l_1^2 + l_2^2} \quad \ldots \quad (68)$$

Bei Constructionen, welche kleinen Kräften ausgesetzt sind, stösst man häufig auf Fälle, wo die berechneten normalen Stirnzapfen sehr dünn werden, so zwar, dass man ohne irgendwie behindert zu sein, denselben eine grössere als die berechnete Dicke d geben kann. Man kann bei dieser Gelegenheit einen Vortheil für den Gang des Zapfens erzielen, indem man ihm auch eine grössere als die berechnete Länge l gibt, wodurch die Abnutzungsstärke herabgezogen wird. Umgekehrt muss man manchmal die Zapfendicke und Länge möglichst herabzuziehen suchen. Erhöht oder vermindert man d auf d', so bleibt die Sicherheit unverändert, wenn man nimmt

$$\frac{l'}{l} = \left(\frac{d'}{d}\right)^3 \quad \ldots \quad (69)$$

Verhältnisse der besprochenen Art kommen häufig bei den Gelenkgeradführungen (Watt's Parallelogramm) und bei den Querhäuptern (Kap. XVII) vor.

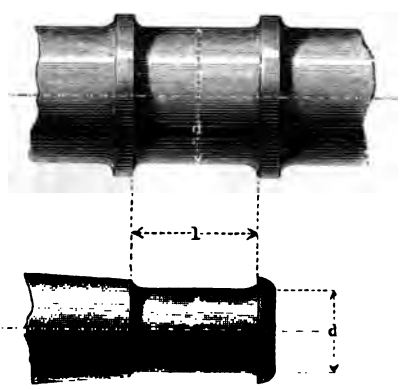
Beispiel. Ein auf 20mm Dicke und 30mm Länge berechneter schmiedeiserner Stirnzapfen kann mit 30mm Zapfendicke ausgeführt werden; dann darf nach (69) seine Länge $l' = 30 \cdot \left(\frac{30}{20}\right)^3 = 30 \cdot 3{,}375 \backsim 100^{mm}$ *genommen werden.*

§. 82.

Erweiterte und verengte Zapfen. Gabelzapfen.

Wenn ein Tragzapfen Halszapfen ist, also zwischen anderen Theilen des Stückes sitzt, welchem er angehört, so wird er in der Regel entweder durch verdrehende oder durch biegende Kräfte stärker beansprucht, als wenn er ein Stirnzapfen von demselben direkten Druck wäre; er muss dann also einen grösseren Durchmesser d' erhalten, als der gleichbelastete und aus dem gleichen Material gefertigte Stirnzapfen von derselben Umdrehungszahl, und steht zu diesem in ganz ähnlicher Beziehung wie die erweiterte Schraube zur normalen, vergl. §. 66. Der genannte Stirnzapfen heisse der dem erweiterten Zapfen gleichwerthige Stirnzapfen. Soll nun der Halszapfen mit dem letzteren die gleiche lineare (radiale, auf die Zeiteinheit bezogene) Abnutzungsstärke haben, so ist die Länge desselben gleich zu nehmen der Länge l des gleichwerthigen Stirnzapfens. Es ist unschädlich, die Länge grösser zu machen, da dadurch die Abnützung nur verkleinert wird; vergl. auch §. 83 und 107; doch ist man bei manchen Constructionen, z. B. den Lokomotivachsen, den Excentriks u. s. w. genöthigt, bei der Länge l zu bleiben. In ähnlicher Weise kann auch ein Zapfen dünner gewählt werden, als ein normaler Stirnzapfen, indem man z. B. ein kleineres Längenverhältniss (s. §. 79) oder ein festeres Material benutzt. Ein solcher Zapfen kann dem gleichwerthigen Stirnzapfen gegenüber ein verengter Zapfen genannt werden, und hat mit jenem gleiche lineare Abnützungsstärke, wenn die Zapfenlänge bei beiden dieselbe Grösse hat. Ein Beispiel hierzu liefert der Gussstahlzapfen unter b. §. 79.

Fig. 236.



Eine besondere Art des beiderseitig sich fortsetzenden Zapfens ist der Gabel- oder Bolzenzapfen (Fig. 237 und 238). Er wird

nur durch seine direkte Belastung P beansprucht, und erhält bei normaler Ausführung die Dicke:

$$\left.\begin{aligned} d_3 &= \frac{d}{2} \\ \text{bei dem Längenverhältniss:} \quad \frac{l_3}{d_3} &= \frac{l}{d} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (70)$$

wenn l und d die Länge und Dicke des gleichwerthigen Stirn-

Fig 237.

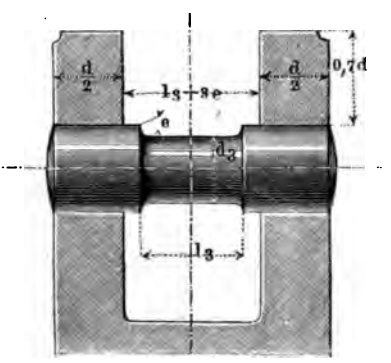
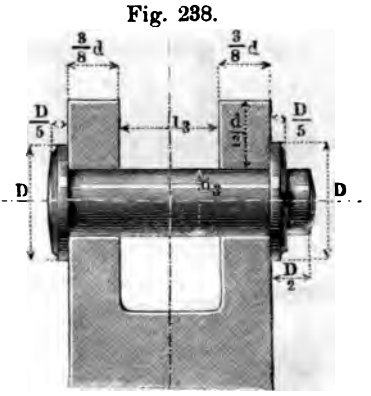


Fig. 238.



zapfens bezeichnen. Gewöhnlich kann man bequem d_3 grösser als $\frac{d}{2}$ nehmen und thut dann wohl, auch l_3 zu vergrössern, und zwar nach der Formel:

$$\frac{l_3}{d_3} = 4\left(\frac{l}{d}\right)\left(\frac{d_3}{d}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (71)$$

Ist die Länge l_3 angenommen oder vorgeschrieben und die Dicke d_3 gesucht, so nehme man:

$$\frac{d_3}{d} = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}\sqrt[3]{\frac{l_3}{l}} = 0{,}63\sqrt[3]{\frac{l_3}{l}} \quad \ldots\ldots \quad (72)$$

Das Verhältnissmaass D in Fig. 238 ist $5 + 1{,}4\,d_3$ angenommen. Bei zu härtenden Bolzen entstehen leicht Härterisse am Kopfe, wenn derselbe zu gross ist; man schränke seinen Durchmesser in diesem Falle auf $^4/_3\,d$ ein. An Hals- und Gabelzapfen werden im übrigen die Anläufe immer auf den wirklichen Zapfendurchmesser bezogen.

Beispiel. Statt eines schmiedeisernen normalen Stirnzapfens von der Dicke $d = 70^{mm}$, $l = 105^{mm}$ soll ein ebenfalls schmiedeiserner Gabelzapfen angewandt werden, dessen Länge l_3 = derjenigen des Stirnzapfens genommen werden darf. Dann ist $l_3 = l = 105$, und nach (72): $d_3 = 0{,}63\,d = 0{,}63 \,.\, 70 \sim 44^{mm}$ zu nehmen.

B. Stützzapfen.

§. 83.

Der cylindrische Spurzapfen.

Die Spurzapfen sind diejenigen, über welche in der Praxis am häufigsten wegen Warmlaufens und zu starker Abnützung Klage geführt worden ist, was namentlich bei den Turbinen und Schraubenschiffen oftmals vorkam. Eine nähere Betrachtung solcher als undauerhaft erwiesenen Constructionen, denen man durch vielerlei künstliche Mittel aufzuhelfen gesucht hat, zeigt fast jedesmal, dass einerseits dabei der Flächendruck des Zapfens, andererseits dessen Umdrehungszahl sehr gross ist, beides Bestätigungen der hier stets im Auge behaltenen theoretischen Anschauung, welche die Zapfen so gross zu machen empfiehlt, dass ihre Abnutzung innerhalb statthafter Grenzen bleibe. Hierauf nehmen die nachstehenden Regeln, bei denen als Maximum für den Flächendruck $^1/_2{}^k$ eingeführt ist, Rücksicht.

Fig. 239.

Ist P der Druck auf die Zapfengrundfläche, d der Durchmesser der letzteren, beziehlich der Spurplatte, welche mit einer centralen Oelkammer und vier Oelrinnen versehen ist, so nehme man für die gewöhnlichen Fälle:

$$d = 1{,}86\sqrt{P}, \qquad P = 0{,}29\,d^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (73)$$

Hiernach ist folgende kleine Tabelle berechnet:

d	P	d	P	d	P	d	P	d	P
15	65	45	587	75	1631	105	3197	150	6525
20	116	50	725	80	1856	110	3509	160	7424
25	181	55	877	85	2095	115	3835	170	8381
30	261	60	1044	90	2349	120	4176	180	9396
35	355	65	1225	95	2683	130	4901	190	10469
40	464	70	1421	100	2900	140	5684	200	11600

1. Beispiel. Ein Kran nach Fig. 52 für 4 Tonnen Belastung, der 0,8 Tonne Eigengewicht besitzt, erhält hiernach gemäss Sp. 7 u. 8. Zeile 5 eine Spurzapfendicke $d = 130^{mm}$.

2. Beispiel. Eine Königswelle von 20 Centner oder 1000^k Spurzapfenbelastung hat nach Sp. 3 und 4 Zeile 4, eine Spurzapfendicke von 60^{mm} zu erhalten.

Es ist oben angenommen, dass die Zapfensohle aus Schmiedeisen, die Pfanne aus Bronze bestehe. Die Pfanne oder Spurplatte erleidet dabei eine mit der Umdrehungszahl zunehmende Abnützung, ohne übrigens bei den gewählten Verhältnissen der Erhitzungsgefahr ausgesetzt zu sein, so lange für regelmässige Oelzufuhr gesorgt ist. Soll aber die Abnützung bei höheren Umdrehungszahlen für dieselbe Zeit nicht grösser werden als bei kleineren, so nehme man:

$$d = 0{,}0015\ Pn \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (74)$$

wenn noch n die minutliche Umdrehungszahl ist, eine Formel, deren Ergebnisse bei höherem n in der Regel grösser sind, als die von (73). Fallen dieselben aber kleiner als jene aus, so ist bei den ersteren zu bleiben.

3. Beispiel. Hat obige Königswelle 75 minutliche Umdrehungen, so wäre nach (74) zu nehmen: $d = 0{,}0015 \,.\, 1000 \,.\, 75 = 112{,}5 \sim 113^{mm}$ *statt der oben gefundenen 60^{mm}. In der Praxis lässt man sich in ähnlichen Fällen gewöhnlich die grössere Abnützung, welche bei dem kleineren* d *eintritt, gefallen.*

4. Beispiel. Nimmt man bei dem Kran aus Beispiel I. die jedenfalls sehr geringe Umlaufzahl auf $n = 4$ *an, so liefert Formel (74)* $d = 0{,}0015 \,.\, 4800 \,.\, 4 = 28{,}8 \sim 29^{mm}$, *welches Resultat viel kleiner als das oben gefundene und somit unbrauchbar ist. Bei seiner Anwendung würde der Zapfen einen Flächendruck von nahe 7,3^k erleiden und die Spurpfanne trotz aller Schmierung dem Anfressen ausgesetzt sein.*

Für gusseiserne Zapfen mit Bronzepfanne nehme man d nicht kleiner als

$$d = 2{,}26\ \sqrt{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (75)$$

wobei der Flächendruck $^1/_3{}^k$ beträgt. Für Eisen auf Pockholzpfannen kann man einen weit stärkeren Flächendruck, nämlich 1^k einführen, wenn stets Wasserbespülung stattfindet, wie es z. B. bei untergetauchten Turbinen-Fusszapfen vorkommt. Man erhält damit den Minimaldurchmesser

$$d = 1{,}3\ \sqrt{P} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (76)$$

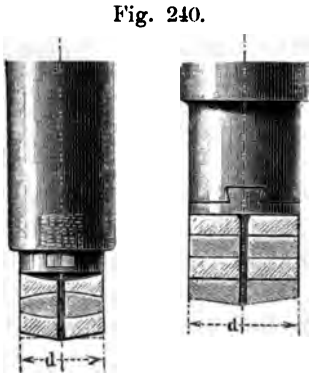
Auch für (75) und (76) ist, wenn man die Abnützung be-

sonders eingschränkt wissen will, Formel (74) zu benutzen, sobald deren Werthe grösser als die aus (75) und (76) zu ziehenden ausfallen.

Für höhere Drehungszahlen liefert (74) oft unbequem grosse Zapfendurchmesser. Wo die Praxis diese nicht anwendet, sieht sie sich genöthigt, das Oel mit hohem Drucke, durch Vermittlung von kleinen Pumpen oder von Flüssigkeitssäulen an die reibenden Flächen zu bringen. In manchen Fällen ist allerdings auch die Rücksicht auf die eintretende Abnützung nicht wichtig. Dann kann man auch für die höheren Umlaufzahlen bei den Minimalwerthen von d bleiben. Dies scheint u. a. von den Zapfen der Mühlspindeln zu gelten, wo man ausserdem durch Härten von Zapfen und Spurplatte gewöhnlich die Abnützung zu mindern bestrebt ist. Wahrscheinlich wäre es indessen zweckmässiger, dies durch Anwendung genügend grosser Zapfengrundflächen zu thun.

Ein für manche Constructionen geeignetes Mittel, wenigstens den steigernden Einfluss von n zu vermindern, scheint die Anwendung drehbarer Spurplatten zu sein. Werden deren $1, 2, 3 \ldots i$ zwischen die Zapfensohle und die feste Spurplatte gelegt (Fig. 240), so scheint an den Gleitungsflächen günstigenfalls die Umlaufzahl $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{1+i}$ mal n einzutreten (oder auch ein Wechsel der Gleitflächen, der ähnlich wirkt). Bei Turbinen und Mühlen (Escher-Wyss, Rieter) hat sich die Einrichtung bewährt. Bei Schraubenschiffen hat sie indessen keinen bleibenden Erfolg gehabt: die Platten liefen sich eine nach der anderen fest, und die zuletzt laufenden Flächen rieben sich dann bis zur Glut und Zerstörung; auch die Anwendung von Uebersetzungsrädern, welche den Platten die obigen Drehungszahlen verliehen, hielt den Verderb der Lager nicht sicher auf. Soviel übrigens die erreichbaren Angaben zu beurtheilen erlauben, fand dann aber jedesmal ein zu grosser Flächendruck (1^k und oft noch weit mehr) statt.

Fig. 240.



Die Anwendung anderer Stoffe als Eisen, Holz und Bronze

oder deren Surrogate (Weissmetall, Hartblei u. s. w.) zu den Spurpfannen ist vielfach versucht worden. Neben der oben angedeuteten Verwendung harter Stahlpfannen, die bei zu grossem Flächendrucke auch wenig wirkt, ist die von Stein, Glas*), hartgebranntem Thon**) versucht worden; allgemeinere Einführung dieser Lagermaterialien hat aber noch nicht stattgefunden. Girard presst mit einer Pumpe Wasser zwischen die Reibflächen***) und erzeugt dadurch unter Verlust der auf den Pumpenbetrieb gehenden Arbeit einen sehr leichten Gang des Zapfens. Dasselbe gilt von dem auf der 1867er Weltausstellung zur Schau stehenden Zapfen, bei welchem Girard den obigen Wasserstrom durch einen Luftstrom ersetzte. Auch zeigte die Ausstellung Zapfen †), welche in abgedichtetem Lager auf eingeschlossenem Wasser sehr leicht liefen. Alles deutliche Fingerzeige von der erkannten Unzulänglichkeit der gebräuchlichen Spurzapfen, ohne dass deshalb die complizirten Abhilfemittel als die besten gelten dürften.

§. 84.

Cylindrische Spurzapfen für stehende Triebwellen.

Die stehenden Triebwellen der Fabriken haben meist kleine Umdrehungszahlen, so dass für sie in der Regel die Formel $d = 1{,}86\sqrt{P}$ zur Anwendung kommt; sie belasten ihren Spurzapfen gewöhnlich nur durch ihr eigenes Gewicht und das der auf ihnen sitzenden Räder und Kupplungen. Denkt man sich diese Theile in Cylinder von der Dicke ∂ der Welle verwandelt, was durch Schätzung gut geschehen kann, und hat dann die auf solche Weise

*) Lagerpfannen aus Glas erprobte seit mehr als zwölf Jahren und liefert die Glashütte von E. Acker u. Cie. in Graggenau bei Rastatt. Die Pfannen sollen sehr dauerhaft und billig sein, auch wenig Schmiermaterial erfordern. Näheres Schweiz, polyt. Zeitschr. 1867, S. 144.

**) Ausgestellt 1867 von Leoni in London ebenfalls unter Angabe von dauernd guten Resultaten.

***) Siehe u. a. Armengaud, Vignole des mécaniciens S. 139.

†) Von Jouffray ausgestellt. Siehe Armengaud, Progrès de l'industrie à l'exp. universelle, Band I, Tafel 8, wo ein Wasserlager für Tragzapfen und ein solches für einen als Halszapfen ausgeführten Stützzapfen mitgetheilt sind.

ideell verlängerte stehende Welle die Länge L in Metern, so ist für die Spurzapfendicke d einer solchen Welle zu nehmen:

$$\frac{d}{\partial} = 0{,}14\sqrt{L} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (77)$$

woraus man erhält bei:

$L =$	5^m	8^m	12^m	16^m	20^m	25^m	30^m	35^m	40^m	51^m
$\frac{d}{\partial} =$	0,31	0,40	0,48	0,56	0,63	0,70	0,77	0,83	0,89	1,0

Beispiel. Eine 15^m hohe stehende Welle trage 3 Zahnräder und 4 Kupplungen; der Körperinhalt dieser Theile sei so gross zu veranschlagen wie der eines 10^m langen Stückes der Welle. In diesem Falle ist $L = 15 + 5 = 25^m$, und die Spurzapfendicke zu nehmen: $d = 0{,}70$ der Wellendicke.

§. 85.

Kammzapfen.

Bei Anwendung des Kammzapfens fallen die oben erwähnten Unbequemlichkeiten wegen der Grösse des Stützzapfens weg, weil man bei ihm bei kleinem Querschnitt den Zapfendruck auf eine beliebig grosse Fläche vertheilen kann. Ausserdem ist dieser Zapfen sehr leicht als Halszapfen zu verwenden, und hat deshalb die Construction der Schraubenschiff-Maschinen ganz wesentlich beeinflusst, indem er sie zu vereinfachen gestattete. Auch für Turbinen und Centrifugalpumpen wendet man den Kammzapfen mit grossem Vortheil an.

Der Druck wird hier von einer Anzahl von Ringen aufgenommen und auf das umschliessende Lager übertragen. Die Berechnung lässt sich für den Spurzapfen, Fig. 241 und den Hals-

Fig. 241.

Fig. 242.

Fig. 243.

zapfen, Fig. 242 und 243, (a. v. S.), durch eine und dieselbe Formel ausführen. Nennt man:

P den Druck auf die Zapfengrundfläche,
d' den mittleren, d den inneren Durchmesser der Ringe,
b deren Breite, h deren Höhe, h_1 die Lückenweite,
i die Anzahl der belasteten Ringflächen,
n die Umdrehungszahl des Zapfens,

so nehme man:

$$ib = \frac{Pn}{2000} \geqq 0{,}96 \frac{P}{d'} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (78)$$

eine Doppelformel, ähnlich den obigen für die Spurzapfen, von deren beiden Resultaten das grössere zu benutzen ist. b ist nach Gutdünken zu wählen; es findet sich zwischen $^1/_6$ und $^1/_{10}.d$. h und h_1 werden oft $= b$, h hie und da auch etwas kleiner genommen, die Kanten sowohl scharf, als leicht abgerundet, oder auch wie in Fig. 243 abgeschrägt gefunden. Obige Formel setzt die Anwendung von Bronzepfannen oder solchen, die mit Weissmetall gefüttert sind, voraus. Auf Holz lässt sich der Kammzapfen nicht gut lagern, weil dessen Festigkeit dazu nicht ausreicht, wenn man nicht die Kammringe am Holzfutter unverhältnissmässig hoch machen will. Doch sind die Holzpfannen auch für denjenigen Halszapfen geeignet, welchen man erhält, wenn man beim Kammzapfen $i = 1$ setzt. Die Abmessungen der Druckflächen können halb so gross als die obigen genommen werden, immer Bespülung der Pfanne mit Wasser vorausgesetzt.

1. Beispiel. Die senkrecht an einem Kammzapfen aufzuhängende Achse einer Centrifugalpumpe von 500 Umdrehungen in der Minute wirkt in ihrer Längenrichtung mit einer Kraft von 270^k; die Welle ist 55^{mm} dick und soll Kammringe von 10^{mm} Vorsprung erhalten. Hierfür liefert (78) die Ringzahl 1) $i = \frac{270 \,.\, 500}{10 \,.\, 2000} = 6{,}75 \sim 7$; *2)* $i = 0{,}96 \frac{270}{55 + 10} = 3{,}99 \sim 4$. *Es sind also sieben Ringe anzuwenden.*

2. Beispiel. Die Schraubenwelle eines grossen Kriegsdampfers übe einen Triebdruck von 18000^k auf das Schiff aus; die Welle habe die Dicke $d = 380^{mm}$, und soll 55 Umdrehungen minutlich machen. Wählen wir $b = 50^{mm}$, so ist nach (78) zu nehmen: 1) $i = \frac{18000 \,.\, 55}{2000 \,.\, 50} = 9{,}9 \sim 10$; *und 2)* $i = \frac{0{,}96 \,.\, 18000}{430 \,.\, 50} = 0{,}8$, *wonach der erstere Werth weit überwiegt und beizubehalten ist. Hätte man $d = 450$ gewählt, so wäre der zweite Werth noch kleiner ausgefallen, der erste aber unverändert geblieben, weil da wo die erste Formel überwiegt, ib vom Durchmesser unabhängig ist. Die*

Ausführung, welcher die Angaben zu dem Beispiel entnommen sind, hat die Ringzahl $i = 9$.

3. Beispiel. Es soll für die Urangaben des ersten Beispiels der kleinste Kammzapfen, der bei $b = 10^{mm}$ *zu erhalten ist, bestimmt werden. Hierfür setzen wir die Werthe in der Doppelformel einander gleich, und haben:* $d'n = 0{,}96 \cdot 2000 = 1920$, *woraus* $d' = \frac{1920}{500} = 3{,}84 \sim 4^{mm}$. *Es käme* $i = \frac{0{,}96 \cdot 270}{4 \cdot 10} = 6{,}48 \sim 7$ *wie oben; der Zapfen erhielte übrigens einen unausführbar dünnen Kern. Man sieht indessen, wie man unter Umständen einen Kammzapfen auf kleine Abmessungen zusammendrängen kann.*

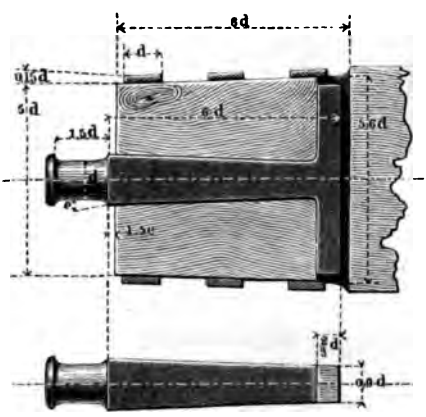
§. 86.

Zapfenverbindungen.

Wenn ein Zapfen mit dem zu tragenden Theile nicht aus einem Stück bestehen kann, so wird er mit ihm auf besondere Weise verbunden; besonders häufig kommen Zapfenverbindungen zwischen hölzernen Achsen (der Wasserräder) und schmied- und gusseisernen Zapfen vor.

Fig. 244, Wurzel- oder Ankerzapfen, verlangt einen breiten Ausschnitt des Achsenrandes und das Einsetzen zweier hölzernen Füllstücke. Nach dem Einbringen derselben werden die Ringe warm aufgezogen. Diese sind sorgfältig konisch zu schmieden, und zu diesem Behuf vor dem Zusammenschweissen kreisbogenförmig zu biegen, oder, nachdem man sie als cylindrische Ringe geschweisst hat, nach der Clerk'schen Methode konisch zu machen*). Beiden

Fig. 244.



*) Siehe Civilingenieur, 1864 (Bd. X), S. 238. Clerk, Ueber die Formänderungen von Schmiedeisen und anderen Metallen beim Ablöschen in Wasser.

hier angegebenen Verhältnissen ist, wenn R den grössten inneren Halbmesser eines Ringes bezeichnet, der Krümmungshalbmesser der äusseren Kante des noch flach liegenden Eisens = 20 R zu nehmen.

Fig. 245.

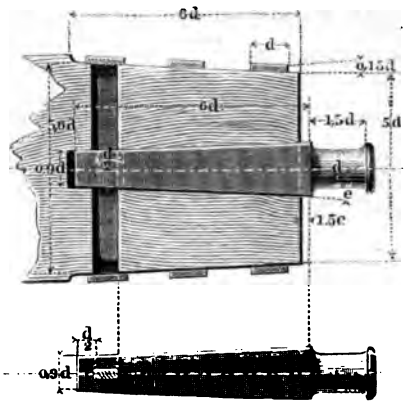


Fig. 245, Keilzapfen oder künstlicher Ankerzapfen, eine sehr zweckmässige und haltbare Construction. Figur 246, Blatt- oder Flügelzapfen (Gusseisen), zweiblättrig. Fig. 247, vierblättriger Flügelzapfen; beim dreiblättrigen sind die Flügel $^3/_{10}$ d dick zu nehmen.

Fig. 248 Ringzapfen; die Flügel eines vierblättrigen Blatt-

Fig. 246.

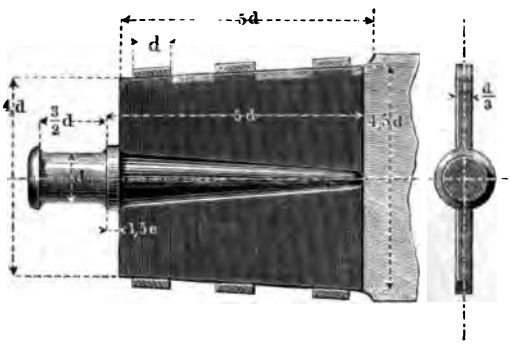
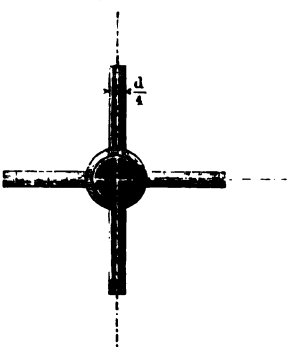
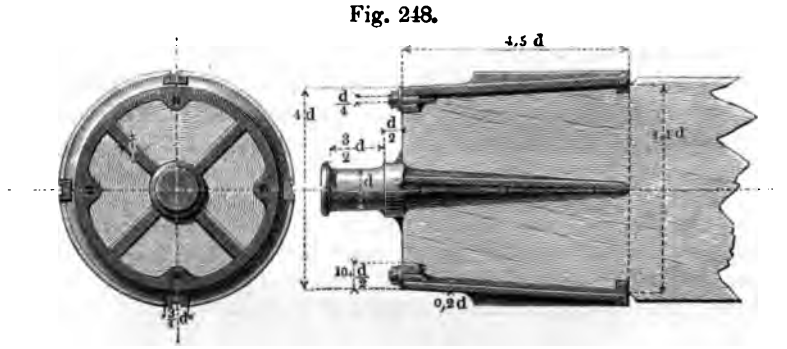


Fig. 247.



zapfens sind durch eine konische Hülse umgeben, die durch vier

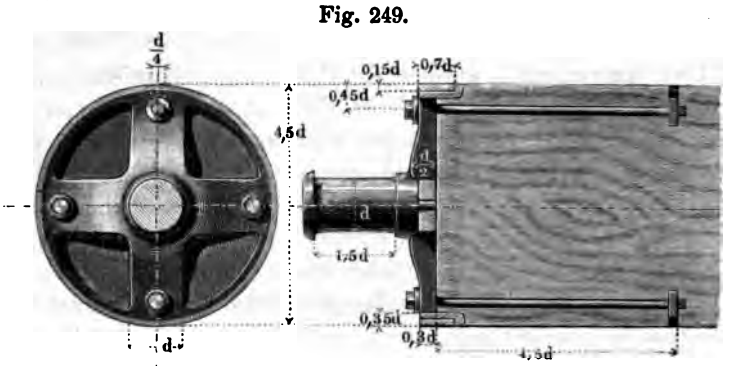
Fig. 248.



eingelassene platte Anker festgehalten wird. Die Hülse trägt oft wie hier Keilbahnen zum Aufbringen einer Radnabe.

Fig. 249, Kreuzzapfen, sehr praktische Construction. Das

Fig. 249.



Kreuz, an welches der Zapfen angegossen ist, wird auf der Rückfläche abgedreht, ebenso die Achse auf der Stirnfläche; ein Schmiedeisenring verstärkt den Gussring, welcher die Kreuzarme umgürtet. Mit den vier Kopfschrauben, deren Muttern eingelassen sind, wird das Kreuz fest gegen die Achsenstirn gezogen.

V. ACHSEN.

§. 87.

Eintheilung der Tragachsen.

Achsen nennt man Träger, welche umlaufende oder schwingende Theile zu tragen bestimmt, und deshalb mit Drehzapfen versehen sind; sie heissen Tragachsen oder Stützachsen (entsprechend den Trag- und Stützzapfen), je nachdem sie quer auf ihre Zapfenachsen oder in deren Längenrichtung belastet sind. Reine Stützachsen kommen wenig vor; vorerst und hauptsächlich behandelt das folgende die Tragachsen und solche, die theils Stütz-, theils Tragachsen sind, und deshalb auch unter die Tragachsen gerechnet werden

können. Bei denselben ist die Belastung entweder an einer Stelle vereinigt, oder sie ist auf mehrere Tragpunkte vertheilt; es unterscheiden sich hiernach:

einfach tragende oder einfache Achsen und
mehrfach tragende Achsen.

Ihre Querschnitte werden bei Guss- und Schmiedeisen, auf welche Materialien hier zunächst Rücksicht genommen ist, entweder einfach kreisförmig oder nach anderen zusammengesetzteren Formen gebildet, wonach sich eine zweite Unterscheidung in der Berechnung ergiebt. Bei den sämmtlichen Aufgaben, welche sich in der Achsenconstruction darbieten, leistet die Zuhilfenahme der Graphostatik sehr wesentliche Dienste. Es werden deshalb beide, das rechnerische und das zeichnerische Verfahren beim Entwerfen hier mitgetheilt.

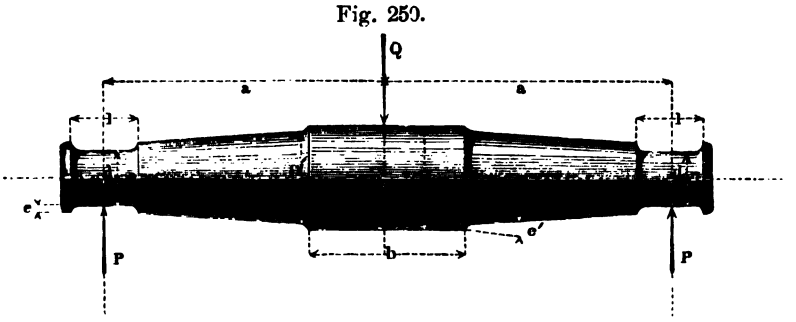
A. Die Querschnitte sind kreisförmig.

§. 88.

Gleichschenklige einfache Achse.

Die Last Q ist, lothrecht zur Achse gerichtet, in der Mitte derselben auf dem Achsenkopf angebracht, Fig. 250, der von einer Hülse oder Nabe umschlossen wird. Die Verbindungen von Kopf und Zapfen heissen die Schenkel der Achse. Die

Fig. 250.



Zapfen werden nach den Regeln von Kap. IV. für den Druck $P = \frac{Q}{2}$ berechnet, und die Achse selbst annähernd von gleicher Festigkeit mit dem Zapfen construirt.

Nennt man:

d den Durchmesser, l die Länge des Zapfens,

e die dem Zapfen zukommende Anlauf- oder Anpasshöhe,

D den Durchmesser des Achsenkopfes, b dessen Breite,

D' den Durchmesser des Schenkels dicht neben dem Achsenkopf,

$e' = \frac{D - D'}{2}$ den Vorsprung des letzteren,

a die Schenkellänge,

so nehme man:

$$\frac{D'}{d} = \sqrt[3]{\frac{a - 0{,}5\,b}{\frac{l}{2}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (79)$$

Hierbei erhält die Achse dieselbe Sicherheit wie der Zapfen, sodass, abgesehen von den Abrundungen und Annäherungsformen, bei schmiedeisernen Achsen die Spannung $\mathfrak{S} = 6^t$, bei gusseisernen $\mathfrak{S} = 3^t$ durchweg wird. Will man eine andere Spannung einführen, so unterlege man einen ideellen Zapfen, der mit derselben berechnet ist.

Die strenge Form des Achsenschenkels würde ein kubisches Paraboloid sein (vergl. §. 10, Nro. VI., Bemerkungen), welches als Hilfsconstruction mit aufzutragen für den Lernenden sehr nützlich ist. Für die gewöhnlichen Fälle aber forme man den Achsenschenkel als Kegelstumpf von dem Basisdurchmesser D' und dem Scheiteldurchmesser $d + 2e$. Dabei wird e' nicht grösser gewählt, als es die Anbringung einer Bahn für den Befestigungskeil erfordert.

Die Längskeile zum Befestigen der Naben auf den Achsenköpfen werden hinsichtlich der Form ihres Lagers oder ihrer Bahn in drei Arten ausgeführt, nämlich als:

ausgekehlte oder Hohlkeile Fig. 251, 1.

als flach aufgesetzte oder Flachkeile Fig. 251, 2, 4, 5.

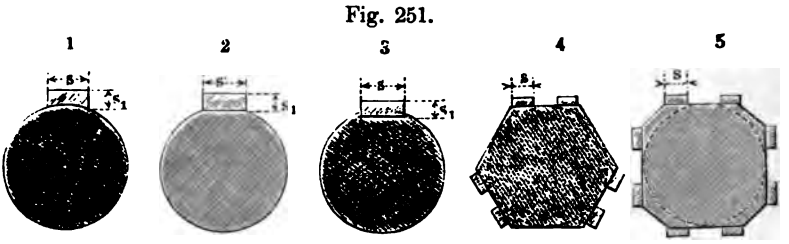
und als versenkte Keile Fig. 251, 3.

Der Hohlkeil dient für leicht zu befestigende stossfrei arbeitende Theile, namentlich die Riemscheiben. Der einfach angewandte Flachkeil vermag schon beträchtlichen Erschütterungen zu widerstehen; mehrfach angewandt, und zwar wie Fig. 251, 4 und 5 andeuten, liefert er eine völlig sichere vorzügliche Befestigung. Der versenkte Keil, einfach angewandt, liefert bei ausgedrehter und aufgepasster Nabe ebenfalls eine sehr feste Verbindung. Manche wenden ihn bei stark stossenden Maschinen-

theilen der Vorsicht halber bei derselben Nabenconstruction auch mehrfach an.

In den Abmessungen der Keile finden, da es sich hier um ein fast völlig empirisches Verfahren handelt, starke Schwankungen statt; mit den folgenden Vorschriften reicht man indessen für die gewöhnlichen Fälle aus. Zunächst ist als Material nur Stahl zu empfehlen; sodann ist zu unterscheiden, ob die aufzukeilende Nabe bloss einfach getragen wird, oder ob sie auch die Achse noch auf Torsion beansprucht. Im ersteren Falle mögen die Keile Tragkeile, im zweiten Torsionskeile heissen. Man wähle

Fig. 251.



sodann bei der Achsenkopfdicke D die Keilbreite s und die mittlere Keildicke s_1 wie folgt:

beim Tragkeil: $$s = 6 + \frac{D}{7},\ s_1 = 4 + \frac{D}{12} \quad . \ . \ . \quad (80)$$

beim Torsionskeil: $$s = 4 + \frac{D}{5},\ s_1 = 4 + \frac{D}{10} \quad . \ . \ . \quad (81)$$

und nehme den Anzug (siehe §. 68), welcher einseitig gemacht und in die Nabe verlegt wird, $= {}^1/_{100}$. Man erhält bei:

$D =$	30	50	100	150	200	300	400	500
			für den Tragkeil:					
$s =$	10	13	21	27	35	49	63	77
$s_1 =$	7	8	12	17	21	29	37	46
			für den Torsionskeil:					
$s =$	10	14	24	34	44	64	84	104
$s_1 =$	7	9	14	19	24	34	44	54

Für $D < 30^{mm}$ nehme man $s = \frac{D}{3}$, $s_1 = \frac{D}{5}$. Wenn mehr als ein Keil angewandt wird, so behalten Viele doch die Dimensionen des einfachen Keiles bei. An Naben, welche warm aufgezogen werden, und deshalb schon ohne Keil sehr fest sitzen, finden sich kleine Dimensionen für die Torsionskeile; man bediene sich dann etwa derjenigen, welche wir für die Tragkeile angaben.

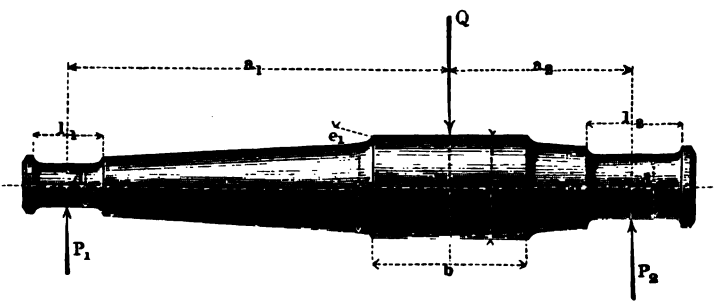
§. 89.

Ungleichschenklige einfache Achse.

Sind die Schenkel ungleich lang, wie in Fig. 252, so vertheilt sich die Last ungleich auf die Zapfen d_1 und d_2, und zwar ist

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q} = \frac{a_1}{a_1 + a_2}, \quad \frac{P_1}{P_2} = \frac{a_2}{a_1} \quad . \quad . \quad . \quad (82)$$

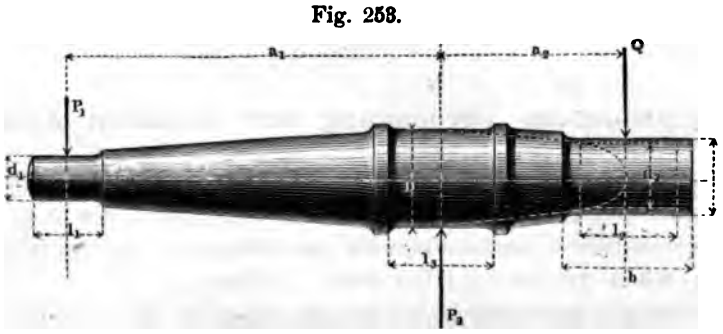
Fig. 252.



Die Mittelebene des Achsenkopfes theilt die Achse in zwei Stücke, von denen man jedes einzelne so behandelt, wie die Hälfte einer gleichschenkligen einfachen Achse, worauf man schliesslich durch ausgleichende Verbesserungen das Ganze vollendet. Man berechne dann D' für beide Schenkel und behalte das grössere der sich für D ergebenden Resulsate bei. Wird $a_1 = a_2$, so geht die Achse in die gleichschenklige über.

Wenn die Nabe für die Last Q, statt zwischen den beiden Zapfen, ausserhalb von deren Verbindung liegt (oder a_2 negativ wird), Fig. 253, so heisst die Achse eine freitragende oder flie-

Fig. 253.



gendtragende, wie die Praxis sich ausdrückt. Der Zapfen D wird hier ein Halszapfen (s. §. 82).

Man hat für die numerische Grösse der Kräfte:

$$\frac{P_1}{Q} = \frac{a_2}{a_1}, \quad \frac{P_3}{Q} = \frac{a_1 + a_2}{a_1}, \quad \frac{P_1}{P_3} = \frac{a_2}{a_1 + a_2} \quad \ldots \quad (83)$$

Zuerst bestimme man den Zapfen d_1, darauf einen ideellen Zapfen d_2 für die Laststelle, und eine Achsenkopfdicke D für den Halszapfen, so als ob die Aufgabe die obige wäre, indem man für D die grössere der beiden Dicken D' und D'' beibehält, welche sich für die beiden Enden des Halszapfens aus Formel (79) ergeben, und mache alsdann (graphisch, siehe §. 81) die Zapfenlänge $l_3 = \sqrt{l_1^2 + l_2^2}$. Hierauf lege man in den Schenkel a_2 die kubische Parabel, welcher der strengen Form gleicher Festigkeit für diesen Schenkel entsprechen würde, und trage die (meist vorgeschriebene) Kopfbreite b je zur Hälfte von der Mitte des Zapfens d_2 aus beiderseits auf. Der Durchschnitt der nach D hin gelegenen Begrenzung des Kopfes mit der Parabel liefert dann den Durchmesser ∂ des Achsenkopfes, der übrigens wird:

$$\frac{\partial}{d_2} = \sqrt[3]{\frac{b}{l_2}} \quad \ldots \quad (84)$$

Beispiel. Gegeben $Q = 12000^k$, $a_1 = 1200^{mm}$, $a_2 = 600^{mm}$, $b = 330^{mm}$. *Material Gusseisen. Umdrehungszahl* < 150. *Man hat:* $P_1 = \frac{Q}{2} = 6000^k$, $P_3 = \frac{3}{2} Q = 18000^k$. *Nach Tabelle §. 80 ist nun zu nehmen* d_1 *zwischen 115 und 120,* $\sim 115^{mm}$, d_2 *zwischen 160 und 170,* $\sim 165^{mm}$, *wonach* $l_1 = 153^{mm}$, $l_2 = 220^{mm}$. *Nun wird* $D = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{600}{110}} = 1{,}77 \cdot 165 = 292^{mm}$, $l_3 = \sqrt{153^2 + 220^2} = 268^{mm}$, $\partial = 165 \cdot \sqrt[3]{\frac{330}{220}} = 165 \cdot 1{,}15 = 190^{mm}$.

§. 90.

Graphostatische Berechnung der einfachen Achse.

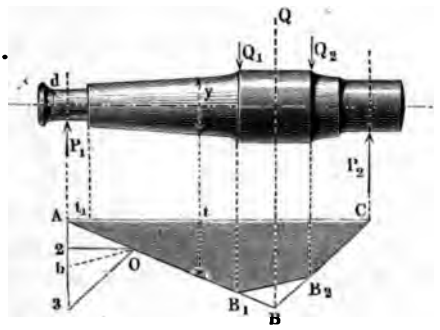
Die Aufsuchung der auf die Zapfen fallenden Kräfte geschieht auf graphostatischem Wege so, wie es in den Sätzen I. bis V. §. 39. angegeben ist. Ebendaselbst wird die Aufsuchung des Seilpolygons schon gelehrt, welches nach §. 43 und 44 in seinen der Kraftrichtung parallelen Ordinaten die statischen Momente liefert,

welche an den einzelnen Punkten wirken, weshalb dieses Polygon hier auch Momentenfläche zu nennen ist. Für die vorliegenden Aufgaben leiten sich aus den allgemeinen Sätzen folgende einfache Verfahrungsweisen ab.

I. Die Last wirkt normal zur Achse.

a) Nabe und Last zwischen den Zapfen. Fig. 254. Ueber der Verbindungslinie AC der Zapfenmittel errichte ein Dreieck ABC, dessen Spitze B in der Richtungslinie von Q liegt, mache die zu AC normale $A.3 = Q$, ziehe $3.O \parallel BC$, $2.O \parallel AC$, so ist $A.2 = P_1$, $2.3 = P_2$. Durch Fällung der Lothe B_1 und B_2 aus den Nabenrändern wird Q in zwei daselbst wirkende Kräfte Q_1 und Q_2 zerlegt, welche das Kräftepolygon nach Ziehung von $Ob \parallel B_1B_2$ liefert, nämlich $Ab = Q_1$, $b.3 = Q_2$.

Fig. 254.



Die Vertikalordinate t an irgend einer Stelle der Momentenfläche ist proportional dem an ihrem Schnitte mit der Achse wirkenden statischen Momente M_y, ebenso die Ordinate t_1 dem statischen Momente M_1 an der Wurzel des Zapfens für P_1. Man hat für beide einzeln:

$$y^3 = \frac{32}{\pi \mathfrak{S}} M_y, \qquad d_1^3 = \frac{32}{\pi \mathfrak{S}} M_1$$

und daraus:

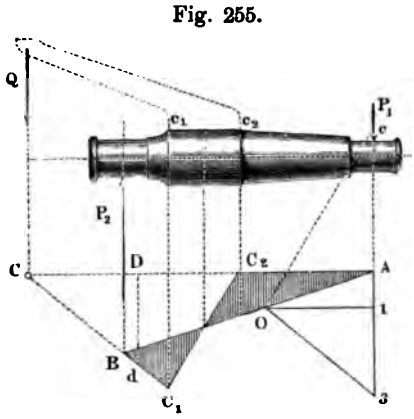
$$\frac{y}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{M_y}{M_1}}, \text{ d. i. } = \sqrt[3]{\frac{t}{t_1}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (85)$$

wonach die Aufsuchung der y leicht geschehen kann *).

*) Wählt man die in Berechnung gezogenen Werthe von t so aus, dass sie durch t_1 aufgehen, so ist die Wurzeltafel der natürlichen Zahlenreihe zu benutzen, und wenige Werthe derselben ausreichend, z. B. die der ersten Zahlentafel am Ende des Buches. Berechnet man sofort y für die grösste der Ordinaten t, und misst die übrigen auf dieser, indem man sie in 10tel etc. theilt, so ist der Quotient unter der $\sqrt[3]{}$ immer kleiner als 1, und die zweite Zahlentafel am Schluss des Buches zu verwerthen. —

b) Die Nabe zwischen den Zapfen, die Last ausserhalb derselben. Fig. 255. Ueber der zur Achse parallelen AC errichte das Dreieck ABC, die Punkte A, B und C in die Kraftrichtungen legend, suche den Fusspunkt D desjenigen Lothes auf AC, von welchem die CB das Stück $Dd = Q$ abschneidet, mache $O.1 \parallel AC$ und $= CD$, $A.1.3$ normal zu AC, $O.3 \parallel CB$, so ist $1.3 = Q$, $A.1 = P_1$, $3.A = P_2$. Die Kraft Q ist in zwei Kräfte an den Nabenrändern zu zerlegen, was durch Verbindung der Lotheinschnitte C_1 und C_2 und Ziehung von $Oc \parallel C_1 C_2$ geschieht; es ist nämlich nun $c.3 =$ der bei C_1, $1.c =$ der bei C_2 angreifenden Kraft. Das Diagramm zeigt, dass die Achse innerhalb des Achsenkopfes einen Wendepunkt der elastischen Linie besitzt, an welchem die Biegungsbeanspruchung Null ist.

Fig. 255.



c) Freitragende Achse, die Last ausserhalb der Zapfen. Fig. 256. Zeichne das Dreieck ABC wie vorhin bei b),

Fig. 256.

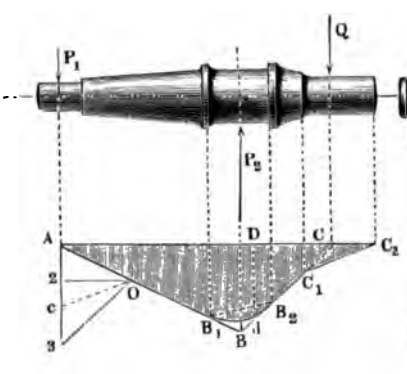
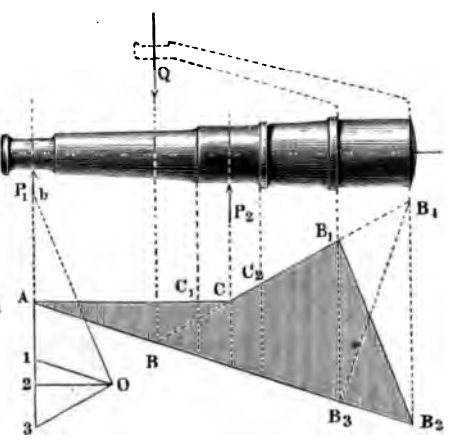


Fig. 257.



suche ebenso CD so, dass $Dd = Q$, mache $A.3$ normal zu AC, $O.2 = CD$ und $\| AC$, $O.3 \| CB$, so ist wieder $A.2 = P_1$, $3.A = P_2$. Q nach C_1 und C_2 zerlegend, und $Oc \| C_1 C_2$ ziehend, hat man $c.3$ und $2.c =$ den bei C_1 und C_2 wirkenden Kräften. Der Zapfen bei B ist gleichförmig belastet, seine Momentenfläche deshalb durch einen Parabelbogen zu profiliren (s. §. 42).

d) Freitragende Achse, die Last zwischen den Zapfen, Fig. 257. Nachdem das Dreieck ABC wie bei a) gebildet worden, ist die Zerlegung von Q nach B_1 und B_2 zu machen, wodurch das Polygon ACB_1B_2 entsteht (welchem das andere ACB_4B_3 gleichwerthig ist). Im Kräftepolygon ist $1.3 = Q$, $2.1 = P_1$ $3.2 = P_2$, und nachdem $Ob \| B_2B_1$ gemacht, $b.3 =$ der bei B_1B_3, $1.b =$ der bei B_2B_4 angreifenden Kraft.

II. Die Last wirkt schief zur Achse. Fig. 258. Kräftepolygon und Seilpolygon werden schief, wie die Richtung von Q angibt, sonst wie bei I. gezeichnet. Die Vertikalprojectionen aA und $3.c$ geben die Zapfendrucke P_1 und P_2 an; die Horizontalcomponente von Q wird durch einen oder beide Zapfen, die dafür als Stützzapfen wirken, aufgenommen*).

Fig. 258.

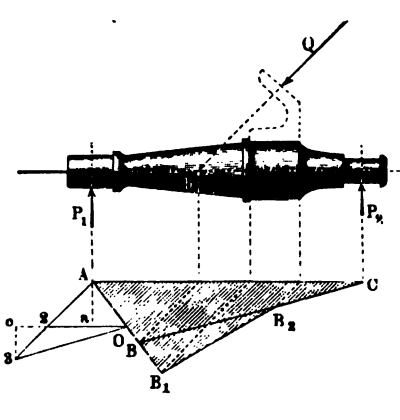
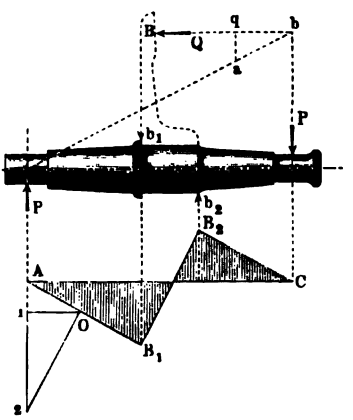


Fig. 259.

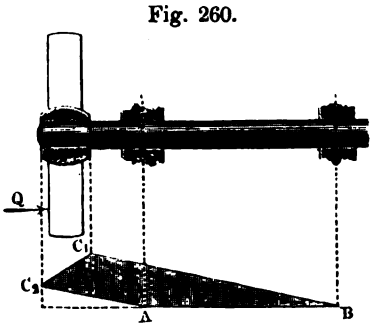


III. Die Last wirkt parallel zur Achse. Fig. 259. Es entstehen zwei Kräftepaare, eines aus den gleichgrossen Zapfenbelastungen P, ein zweites aus den gleichgrossen Nabenbelastungen

*) Eine der obigen ähnliche Aufgabe kommt an dem sogenannten Schie-

gebildet. (Vergl. §. 38.) Ziehe von den Zapfenmitteln A und C aus die Parallelen AB_1 und CB_2 bis zu den Nabenrandlothen, und verbinde B_1 mit B_2, so ist AB_1B_2C die Momentenfläche. Behufs Auffindung der Kräfte verschiebe Q von B nach bq bis zum Lothe Cb, verbinde b mit dem anderen Zapfenmittel, und ziehe bis zu dieser Verbindungslinie das Loth qa, so ist dieses $= P$. Trägt man dasselbe nach $A.1$ auf, zieht $1.O \parallel AC$ und $O.2 \parallel B_2B_1$, so ist 1.2 die Kraft bei b_1 und 2.1 die bei b_2. — Liegt die Nabe bei übrigens gleichen Umständen ausserhalb der Zapfen, wie es z. B. bei einer freigetragenen zum Theil austauchenden Schiffschraube der Fall ist, Fig. 260, so nimmt das Diagramm die Gestalt ABC_1C_2 an, wonach die Länge der Hervorragung auf die Biegungsbeanspruchung keinen Einfluss hat.

Fig. 260.



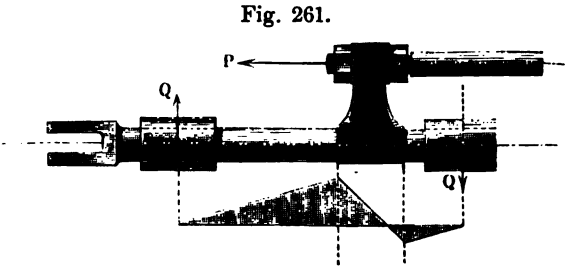
§. 91.

Untersuchung einer gegebenen Achse auf ihre Festigkeit. Probediagramm.

Um eine gegebene Achse auf ihre Biegungsfestigkeit zu untersuchen, hat man die den einzelnen Punkten zukommenden Querschnittmodel zu ermitteln. Sind wie hier alle Querschnitte kreis-

berbayonnet, Fig. 261, vor, welches bei Lokomotiven häufig angewandt ist.

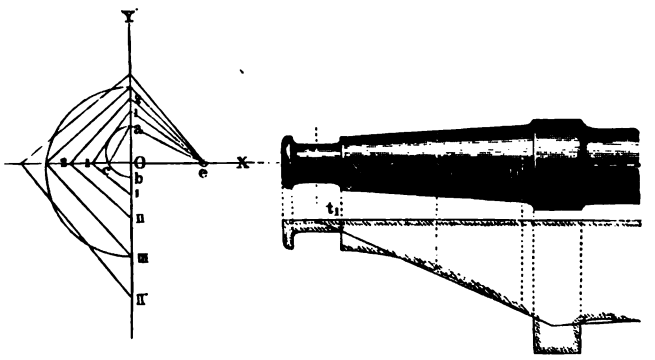
Fig. 261.



Die Beanspruchung wechselt hier periodisch den Richtungssinn und die Angriffpunkte an der Stange AC.

förmig, so verhalten sich die Model wie die dritten Potenzen der Durchmesser. Man hat also alle Durchmesser zu kubiren. Dies kann unter Benutzung der Lehrsätze in §. 28 sehr gut wie folgt graphisch geschehen. Unter der Voraussetzung, dass das zu erhaltende Diagramm mit einem theoretischen, d. i. einer vorher ermittelten Momentenfläche verglichen werden solle, bringt man am besten das neue Diagramm sofort auf den Maassstab des alten. Zu dem Ende trage von dem Schnittpunkt O der beiden rechtwinkligen Achsen X und Y nach oben die ganze (oder halbe) Zapfendicke

Fig. 262.

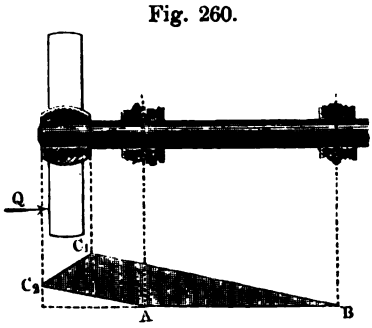


Oa des zu untersuchenden Achsenschenkels, und auf die Rückwärtsverlängerung nach Ob die zugehörige Ordinate t_1 der theoretischen Momentenfläche, schlage über ab einen Halbkreis acb, ziehe ae normal zu ac, und betrachte Oe als Einheit, dann ist $\overline{Ob} = (\overline{Oa})^3$. Macht man dann $O.1 = y_1$, $O.2 = y_2$ u. s. w. und zieht nach der Y- und der X-Achse die Normalen $1.1'.I.$, $2,2'$ II. u. s. w., so sind $OI.$, $O.II.$ u. s. w. die gesuchten Werthe y_1^3, y_2^3.., die man nun zu einem Diagramm in die Hauptfigur zusammenträgt.

Das so entstehende Probediagramm belehrt sehr deutlich über die Wirkung der angewandten Abrundungen, Zusätze, Auskehlungen und etwa begangenen Rechenfehler und zeigt die Schwankungen in der Sicherheit klar an, indem die in Wirklichkeit eintretenden Spannungen sich zu der gewünschten constanten Spannung verkehrt verhalten wie die Ordinaten des Probediagramms zu denen der theoretischen Momentenfläche. Kennt man die Uebereinstimmung des theoretischen mit dem Probediagramme von einer der grösseren Dimensionen, z. B. wie hier von

gebildet. (Vergl. §. 38.) Ziehe von den Zapfenmitteln A und C aus die Parallelen AB_1 und CB_2 bis zu den Nabenrandlothen, und verbinde B_1 mit B_2, so ist AB_1B_2C die Momentenfläche. Behufs Auffindung der Kräfte verschiebe Q von B nach bq bis zum Lothe Cb, verbinde b mit dem anderen Zapfenmittel, und ziehe bis zu dieser Verbindungslinie das Loth qa, so ist dieses $= P$. Trägt man dasselbe nach $A.1$ auf, zieht $1.O \parallel AC$ und $O.2 \parallel B_2B_1$, so ist 1.2 die Kraft bei b_1 und 2.1 die bei b_2. — Liegt die Nabe bei übrigens gleichen Umständen ausserhalb der Zapfen, wie es z. B. bei einer freigetragenen zum Theil austauchenden Schiffschraube der Fall ist, Fig. 260, so nimmt das Diagramm die Gestalt ABC_1C_2 an, wonach die Länge der Hervorragung auf die Biegungsbeanspruchung keinen Einfluss hat.

Fig. 260.



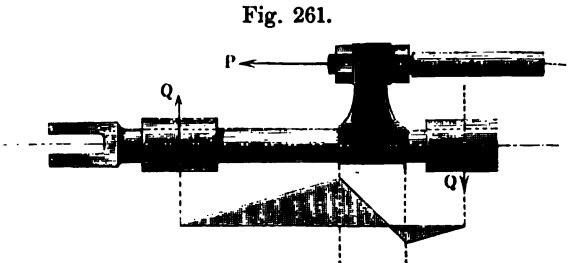
§. 91.

Untersuchung einer gegebenen Achse auf ihre Festigkeit. Probediagramm.

Um eine gegebene Achse auf ihre Biegungsfestigkeit zu untersuchen, hat man die den einzelnen Punkten zukommenden Querschnittmodel zu ermitteln. Sind wie hier alle Querschnitte kreis-

berbayonnet, Fig. 261, vor, welches bei Lokomotiven häufig angewandt ist.

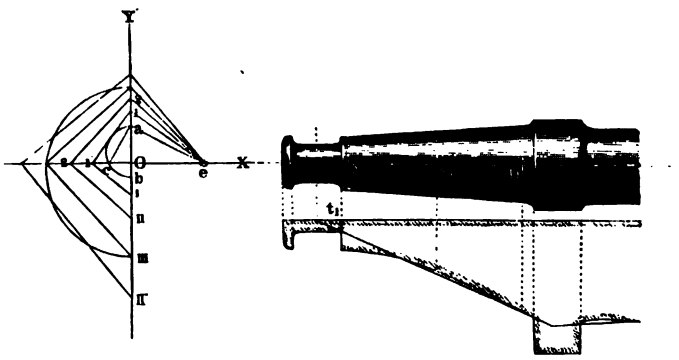
Fig. 261.



Die Beanspruchung wechselt hier periodisch den Richtungssinn und die Angriffpunkte an der Stange AC.

förmig, so verhalten sich die Model wie die dritten Potenzen der Durchmesser. Man hat also alle Durchmesser zu kubiren. Dies kann unter Benutzung der Lehrsätze in §. 28 sehr gut wie folgt graphisch geschehen. Unter der Voraussetzung, dass das zu erhaltende Diagramm mit einem theoretischen, d. i. einer vorher ermittelten Momentenfläche verglichen werden solle, bringt man am besten das neue Diagramm sofort auf den Maassstab des alten. Zu dem Ende trage von dem Schnittpunkt O der beiden rechtwinkligen Achsen X und Y nach oben die ganze (oder halbe) Zapfendicke

Fig. 262.



Oa des zu untersuchenden Achsenschenkels, und auf die Rückwärtsverlängerung nach Ob die zugehörige Ordinate t_1 der theoretischen Momentenfläche, schlage über ab einen Halbkreis acb, ziehe ae normal zu ac, und betrachte Oe als Einheit, dann ist $\overline{Ob} = (\overline{Oa})^3$. Macht man dann $O.1 = y_1$, $O.2 = y_2$ u. s. w. und zieht nach der Y- und der X-Achse die Normalen $1.1'.I.$, $2,2'$ II. u. s. w., so sind $OI.$, $O.II.$ u. s. w. die gesuchten Werthe y_1^3, y_2^3.., die man nun zu einem Diagramm in die Hauptfigur zusammenträgt.

Das so entstehende Probediagramm belehrt sehr deutlich über die Wirkung der angewandten Abrundungen, Zusätze, Auskehlungen und etwa begangenen Rechenfehler und zeigt die Schwankungen in der Sicherheit klar an, indem die in Wirklichkeit eintretenden Spannungen sich zu der gewünschten constanten Spannung verkehrt verhalten wie die Ordinaten des Probediagramms zu denen der theoretischen Momentenfläche. Kennt man die Uebereinstimmung des theoretischen mit dem Probediagramme von einer der grösseren Dimensionen, z. B. wie hier von

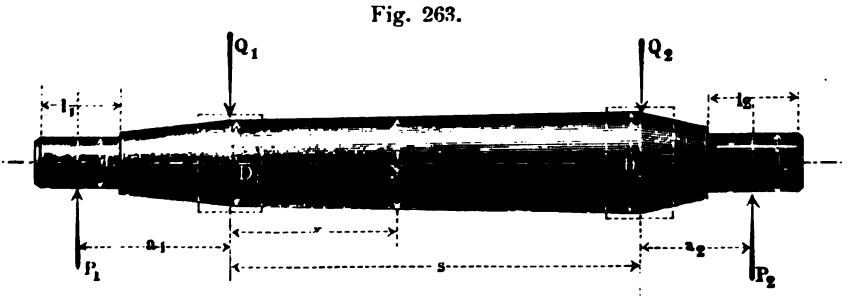
D', so ist das Aufsuchen der Einheit besser mittelst dieser Gegebenen auszuführen (wie es auch in unserer Figur angedeutet ist), da dann die Genauigkeit der Einheit Oe leichter zu erzielen ist.

§. 92.

Achse mit zwei Tragpunkten.

Bei der in Fig 263 schematisch dargestellten zweifach tragenden Achse heissen die Enden wieder die Schenkel der

Fig. 263.



Achse, das Mittelstück der Schaft derselben. Sind Q_1 und Q_2 die Belastungen, s die Schaftlänge, so hat man für die Zapfendrucke:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s + a_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right)}{a_1 + s + a_2}, \quad \frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_1\left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{a_1 + s + a_2}. \quad (86)$$

Aus den auf diese Weise ermittelten Zapfendrucken lassen sich nun die Zapfen d_1 und d_2, sowie überhaupt die Schenkel a_1 und a_2 ganz bestimmen, wobei man zunächst die Durchmesser D_1 und D_2 solcher ideellen Achsenköpfe ermittle, bei welchen Q_1 und Q_2 je auf einen Punkt concentrirt gedacht werden.

Für die dem Schaft an den verschiedenen Stellen zu gebenden Durchmesser hat man alsdann, wenn y den Durchmesser in der Entfernung x vom Lastpunkte Q_1 bezeichnet:

$$\frac{y}{D_1} = \sqrt[3]{1 + \frac{x}{a_1}\left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right)} \quad \ldots \quad (87)$$

eine Gleichung, nach welcher das Profil des Schaftes nach zwei kubischen Parabelbogen zu begrenzen ist. Diese können indessen

in der Regel durch zwei Geraden ersetzt werden, so dass der Schaft ein Kegelstumpf wird.

Die beiden Achsenköpfe werden gebildet, indem man geringe Verdickungen für die Keilbahnen anbringt, wie es in §. 88 gezeigt wurde, und den Tragstellen die Breite b gibt, welche das zu tragende Stück vorschreibt.

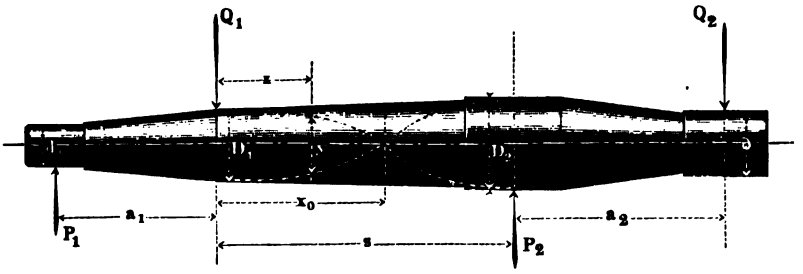
In sehr vielen Fällen ist die vorliegende Achse gleichschenklig und an beiden Lastpunkten gleichstark belastet, also $a_1 = a_2$, $Q_1 = Q_2$. Dann wird:

$$P_1 = P_2 = Q_1 = Q_2, \text{ und } y = D,$$

also der Schaft cylindrisch.

Auch hier kann man einen der Schenkel oder beide ihre Last frei tragen lassen. Ist ersteres der Fall, Fig. 264, und nennt man

Fig. 264.



dann s die Schaftlänge zwischen Q_1 und P_2, so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s - a_2 \frac{Q_2}{Q_1}}{s + a_1}, \quad \frac{P_2}{Q_2} = \frac{s + a_2 + a_1 \left(1 + \frac{Q_1}{Q_2}\right)}{s + a_1} \quad . \quad . \quad (88)$$

und wieder $\frac{y}{D_1}$, wie es Formel (87) angibt. Bei dieser Aufgabe wird y nach (87) manchmal an einer Stelle im Schaft $= 0$, und zwar allgemein in einem Abstand x_0 vom ersten Tragpunkt, für welchen man hat (siehe Fig. 264)

$$x_0 = \frac{a_1}{\frac{Q_1}{P_1} - 1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (89)$$

Man nähert dann meistens die strenge Form durch einen umhüllenden Kegelstumpf an; doch kann man auch der Materialersparniss durch Anbringung einer Einziehung Rechnung tragen. Null darf indessen die Dicke bei x_0 nicht werden, da daselbst immer noch eine abscheerende Kraft übrig bleibt. (Siehe S. 221.)

Beispiel. $Q_1 = 2000^k$, $Q_2 = 1000^k$, $s = 1800^{mm}$, $a_1 = a_2 = 800^{mm}$

Hier ist $\frac{P_1}{Q_1} = \frac{1800 - 800 \cdot \frac{1}{2}}{1800 + 800} = \frac{14}{26}$, *also* $P_1 = \frac{7 \cdot 2000}{13} = 1077^k$; *ferner* $\frac{P_2}{Q_2} = \frac{1800 + 800 + 800 \cdot 3}{2600} = \frac{50}{26}$, *also* $P_2 = \frac{50 \cdot 1000}{26} = 1923^k$, *wonach man die Berechnung der Zapfen und Schenkel anstellen kann.* y *wird* $= 0$ *bei* $x_0 = \frac{800}{\frac{26}{14} - 1} = \frac{800 \cdot 14}{12} = 933^{mm}$, *was in den Schaft hineinfällt, also die oben angedeutete Annäherung erfordert.*

§. 93.

Graphostatik der vorstehenden zweifach belasteten Achse.

Sind wie vorhin die normal zur Achse AD in gleichem Sinne wirkenden Kräfte Q_1 und Q_2 gegeben, Fig. 265, so trage man auf

Fig. 265.

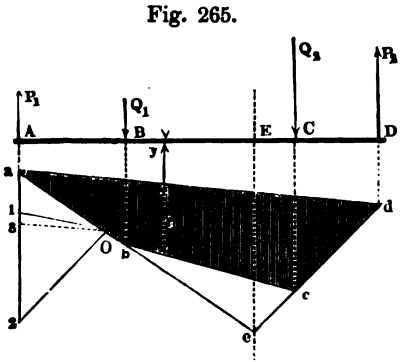
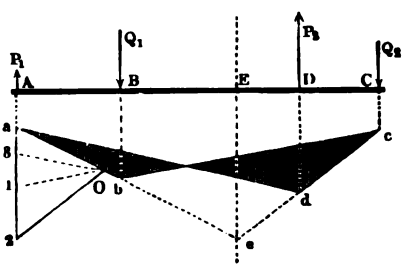


Fig. 266.



der zu AD normal gerichteten Aa.. die $a1 = Q_1$, $12 = Q_2$ auf, wähle einen Pol O und ziehe die Strahlen Oa, $O1$, $O2$; ziehe dabei die aO.. bis zum Schnitte b mit der Kraftrichtung von Q_1, darauf $bc \parallel 1O$, $cd \parallel 2O$, und verbinde d mit a. Durch Ziehung der $O3 \parallel da$ im Kräftepolygon erhält man dort in 23 die Kraft P_2 am Zapfen D und in 3a die Kraft P_1 bei A, in $abcd$ aber die Momentenfläche, deren Vertikalordinaten t wieder zur Bestimmung der in ihrer Verlängerung liegenden Durchmesser y der Achse, wie es oben bei I. §. 90 gelehrt wurde, dienen. Der Schnittpunkt e der Verlängerten ab und dc liefert einen Punkt e der

Lage Ee der Mittelkraft von Q_1 und Q_2. Sucht man die Ee gleich von Anfang, z. B. nach der in §. 40 angegebenen Methode, so ist die vorliegende Aufgabe auf diejenige in §. 90 I. zurückführbar, wobei man dann die Richtung der Schlusslinie ad schon im voraus wie dort wählen kann.

Wirkt eine der Belastungen ausserhalb des zweiten Zapfens, Fig. 266, so kann der oben besprochene Wendepunkt in der elastischen Linie entstehen; es geschieht, wenn die Mittelkraft von Q_1 und Q_2 zwischen die Stützen A und D fällt. Vergl. die Aufgabe §. 90 I. b. Die oben erwähnte scheerende Kraft wird durch 1 . 3 dargestellt.

Liegt die Mittelkraft von Q_1 und Q_2 ausserhalb der beiden Zapfen, wie bei Fig. 267, so entsteht jener Wendepunkt nicht, die Kraft P_1 wird aber mit Q_1 und Q_2 gleichgerichtet; im übrigen ist das einzuschlagende Verfahren nach wie vor dasselbe. Die Mittelkraft kann endlich auch gerade auf die Stütze D treffen, wie in Fig. 268. Alsdann werden die biegenden Kraftmomente in dem

Fig. 267.

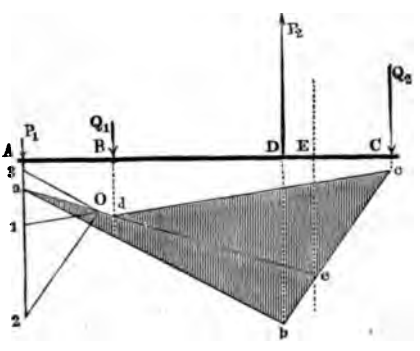
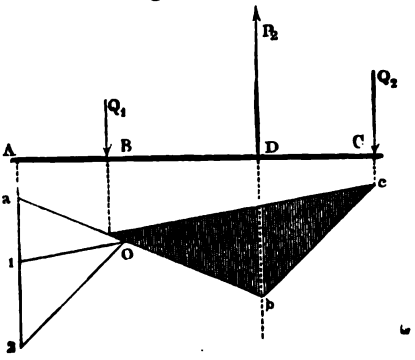


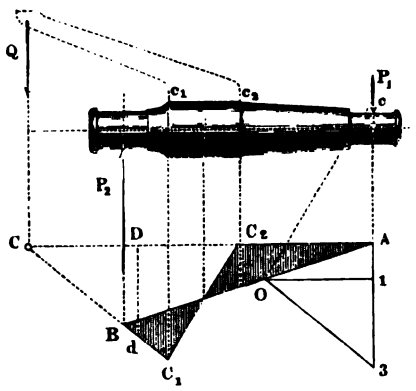
Fig. 268.



Stücke AB, welche bei der vorigen Aufgabe sehr klein waren, völlig Null; die beiden Begrenzungslinien der Momentenfläche fallen zusammen. Für den Schenkel AB und den Zapfen bei A bedeutet dies, dass beide nur den zufällig auf sie kommenden oder etwaigen anderen als den zur Berechnung gegebenen Kräften entsprechend zu machen sind, unter Umständen also sehr leicht und dünn ausgeführt werden dürfen. Die Zerlegung der einzelnen Belastungen auf die Nabenränder, welche je nach der Lage der Nabe das Diagramm wesentlich umgestalten kann, geschieht wie in §. 90 gezeigt wurde. — Andere Variationen als die betrachteten erhält man noch, wenn man die Kräfte Q_1 und Q_2

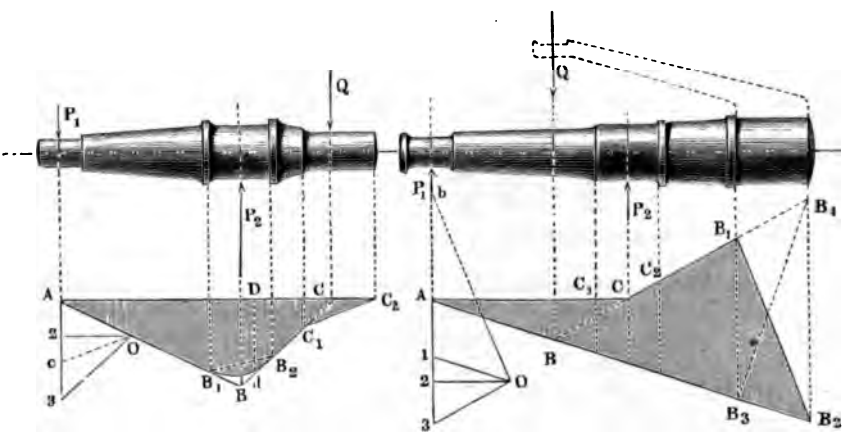
b) Die Nabe zwischen den Zapfen, die Last ausserhalb derselben. Fig. 255. Ueber der zur Achse parallelen AC errichte das Dreieck ABC, die Punkte A, B und C in die Kraftrichtungen legend, suche den Fusspunkt D desjenigen Lothes auf AC, von welchem die CB das Stück $Dd = Q$ abschneidet, mache $O.1 \parallel AC$ und $= CD$, $A.1.3$ normal zu AC, $O.3 \parallel CB$, so ist $1.3 = Q$, $A.1 = P_1$, $3.A = P_2$. Die Kraft Q ist in zwei Kräfte an den Nabenrändern zu zerlegen, was durch Verbindung der Lotheinschnitte C_1 und C_2 und Ziehung von $Oc \parallel C_1 C_2$ geschieht; es ist nämlich nun $c.3 =$ der bei C_1, $1.c =$ der bei C_2 angreifenden Kraft. Das Diagramm zeigt, dass die Achse innerhalb des Achsenkopfes einen Wendepunkt der elastischen Linie besitzt, an welchem die Biegungsbeanspruchung Null ist.

Fig. 255.



c) Freitragende Achse, die Last ausserhalb der Zapfen. Fig. 256. Zeichne das Dreieck ABC wie vorhin bei b),

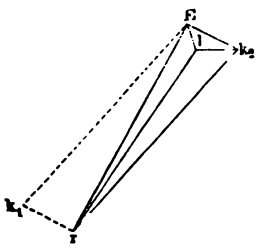
Fig. 256. Fig. 257.



rufene Horizontalkraft H, welche nach Scheffler*) auf 0,4 Q steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft R gegen die Achse hin drückt. Diese wird sowohl nach den Schienenköpfen K_1 und K_2 hin, als nach den Zapfen A und D hin zerlegt. Bei der ersten Zerlegung ist zu beachten, dass die von H abgewendete Schiene K_2 nur normal (oder innerhalb des Reibungskegels) auf die Erzeugende des Radreifenkegels drücken kann, so dass $< L K_2 S' = 90^0$ zu machen ist. In den Durchschnittpunkten B und C der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte Q_1 und Q_2 und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in ausser Betracht fallende Horizontalkräfte und die Vertikaldrucke P_1 und P_2 zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen d_1 und d_2 berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffpunkt E der Mittelkraft R ein Loth Ee auf die zur Achse parallel gezogene ad; ziehe ea und ed, verlängere die Richtungen von Q_1 und Q_2 bis b und c, und lege durch b und c eine Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabenrandpunkten $B'B''$, $C'C''$ Lothe nach $b'b''$, $c'c''$ und ziehe $b'b''$, $c'c''$, so ist $ab'b''c'c''d$ das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten t desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken y aus der bekannten Zapfendicke d_1 und der Ordinate t_1 an der Zapfenwurzel.

Die Kraftrichtung $K_1 B$ kann auch noch einfacher, als mittelst Aufsuchung des oft unbequem fallenden Punktes S' bestimmt werden. Man verbinde irgend einen Punkt der Richtungslinie von R, z. B. E mit den Schienenköpfen K_1 und K_2 und zerlege $R = Er$, Fig. 270, nach den Richtungen EK_1 und EK_2 in Ek_2 und $k_2 r = Ek_1$, ziehe die $k_2 l$ horizontal und die $El \parallel$ der bekannten Kraftrichtung $K_2 S'$, so ist lE die Kraft in K_2 und rl die in K_1, deren Richtung gesucht wurde, indem Ek_2 und $k_2 l$ die inneren Kräfte an der Ecke K_2 des Seilpolygons EK_2K_1 sind, und mit der Kraft von der bekannten Richtung $K_2 S'$ ins Gleichgewicht treten u. s. w.

Fig. 270.



*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig 1861.

mit entgegengesetztem Sinne (oder Vorzeichen) einführt, obige Beispiele erklären aber das Verfahren auch dafür zur Genüge.

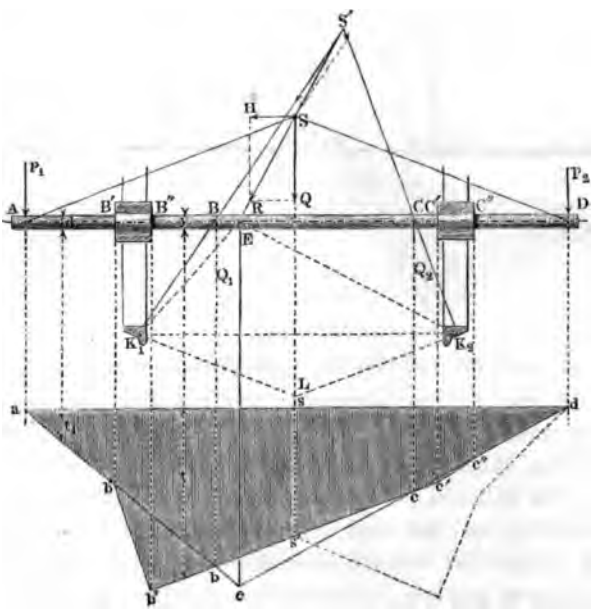
§. 94.

Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten.

Bei schiefer Richtung der Kräfte Q_1 und Q_2 wird die zeichnerische Auflösung der vorliegenden Aufgabe kaum weniger einfach als vorher. Die schiefe Kraftrichtung kommt unter anderen bei den Eisenbahnwagenachsen vor, weshalb wir eine solche als Beispiel nehmen, unter Vernachlässigung freilich einiger wenig bedeutenden Nebeneinflüsse.

Ausser der im Wagenschwerpunkt S, Fig. 269, angreifenden

Fig. 269.

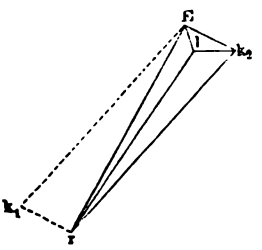


Vertikalbelastung Q der Achse wirkt an demselben Punkte zu Zeiten eine durch Centrifugalkraft und Schwankungen hervorge-

rufene Horizontalkraft H, welche nach Scheffler*) auf 0,4 Q steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft R gegen die Achse hin drückt. Diese wird sowohl nach den Schienenköpfen K_1 und K_2 hin, als nach den Zapfen A und D hin zerlegt. Bei der ersten Zerlegung ist zu beachten, dass die von H abgewendete Schiene K_2 nur normal (oder innerhalb des Reibungskegels) auf die Erzeugende des Radreifenkegels drücken kann, so dass $< L K_2 S' = 90^0$ zu machen ist. In den Durchschnittpunkten B und C der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte Q_1 und Q_2 und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in ausser Betracht fallende Horizontalkräfte und die Vertikaldrucke P_1 und P_2 zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen d_1 und d_2 berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffpunkt E der Mittelkraft R ein Loth Ee auf die zur Achse parallel gezogene ad; ziehe ea und ed, verlängere die Richtungen von Q_1 und Q_2 bis b und c, und lege durch b und c eine Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabenrandpunkten $B'B''$, $C'C''$ Lothe nach $b'b''$, $c'c''$ und ziehe $b'b''$, $c'c''$, so ist $ab'b''c'c''d$ das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten t desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken y aus der bekannten Zapfendicke d_1 und der Ordinate t_1 an der Zapfenwurzel.

Die Kraftrichtung $K_1 B$ kann auch noch einfacher, als mittelst Aufsuchung des oft unbequem fallenden Punktes S' bestimmt werden. Man verbinde irgend einen Punkt der Richtungslinie von R, z. B. E mit den Schienenköpfen K_1 und K_2 und zerlege $R = Er$, Fig. 270, nach den Richtungen EK_1 und EK_2 in Ek_2 und $k_2 r = Ek_1$, ziehe die $k_2 l$ horizontal und die $El \parallel$ der bekannten Kraftrichtung $K_2 S'$, so ist lE die Kraft in K_2 und rl die in K_1, deren Richtung gesucht wurde, indem Ek_2 und $k_2 l$ die inneren Kräfte an der Ecke K_2 des Seilpolygons EK_2K_1 sind, und mit der Kraft von der bekannten Richtung $K_2 S'$ ins Gleichgewicht treten u. s. w.

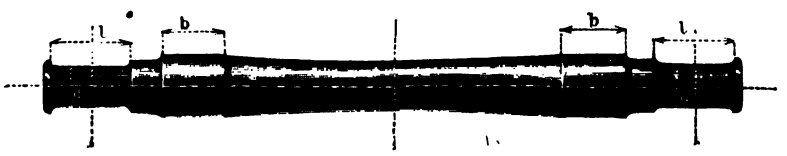
Fig. 270.



*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig 1861.

Da die Horizontalkraft H sowohl links als rechts gerichtet sein kann, so wird, wie die Punktirung rechts andeutet, die grössere Seite $a s s' b'' b'$ des Polygones für beide Achsenhälften benutzt. Ausserdem suche man auch das Seilpolygon für die blosse Vertikalbelastung Q auf. Liefert dasselbe für den Schaft eine grössere Ordinate als ss' ist, so wird sie benutzt; die Totalform des Schaftes wird ein ausgekehlter Rotationskörper, wie die Praxis ihn vielfach anwendet und folgende Fig. 271 darstellt. Die Zapfen der

Fig. 271.



Eisenbahnwagenachsen haben 250 bis 300 Umdrehungen in der Minute und erhalten deshalb, wenn aus Schmiedeisen, das Längenverhältniss 2. Die Anläufe der beiden Zapfen vertreten hier Stützzapfen, und werden in Bahnkurven wegen der oben besprochenen Seitenkraft H nicht unbedeutend beansprucht. Man findet die Anlaufhöhe e hier $= \frac{d}{7}$ bis $\frac{d}{6}$, also stärker als bei gewöhnlichen Stirnzapfen gemacht.

Die Kranpfosten sind gewöhnlich schief belastete, mehrfach tragende Achsen, wie folgende Beispiele zeigen. Ein Uferkran mit feststehendem Pfosten, Fig. 272, ist durch die Last L und das Eigengewicht G des Windwerks und Schnabels belastet, wodurch die Gesammtbelastung Q der Säule entsteht (vergl. die Beispiele §. 34 und die Anmerkung S. 93). Bei A und B sind Drehzapfen, bei CD ist der Pfosten in ein gusseisernes Kreuz eingesetzt, welches bei E und F festgehalten sei. Zuerst die Kräfte bei E und F aufsuchend, ziehen wir das Seilpolygon $e f q$ und das Kräftepolygon $e 2\ 1\ O$, worin $2\ 1 = Q$, $1 e =$ der Kraft Q_1 bei F, $e 2 =$ der Kraft Q_2 bei E. Alle drei äusseren Belastungen wirken parallel der Achse, weshalb wir uns der bei Fig. 259 benutzten Methode bedienen können. Wir machen in Fig. 273 $q_1 q_2 = Q$, und $q_2 q_3 \parallel A q_1$ normal zu AB. Diese Strecke liefert dann die Horizontalkräfte P_1 und P_2 bei A und B. Der Zapfen bei A soll die ganze Vertikalbelastung aufnehmen; es gesellt sich daher zu P_1 noch Q in A, die schief gerichtete Resultante P_1' liefernd. Ferner machen wir wieder Cf_1 nor-

mal zu $A\,C$, $f_2 f_1 = Q_1$, ziehen die $f_1 D \ldots$ und die zu $C f_1$ parallele $f_2 f_3$, so ist $f_2 f_3$ die Grösse einer bei C nach links und einer

Fig. 272.

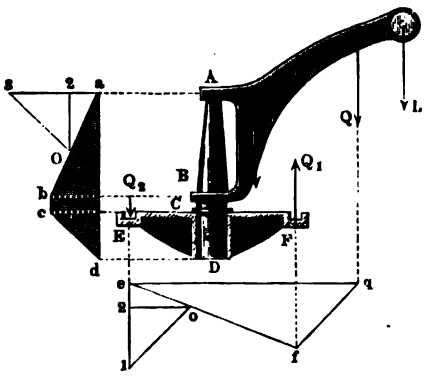
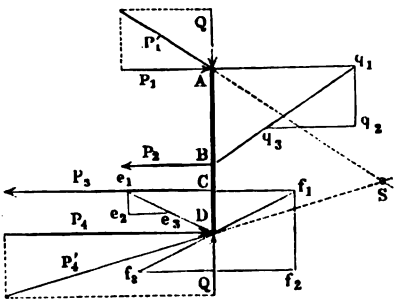


Fig. 273.



bei D nach rechts wirkenden Kraft. Trägt man ganz entsprechend Q_2 nach $e_1 e_2$, und zieht die $e_1 D$ und die $e_2 e_3$, letztere $\parallel e_1 C$, so liefert $e_2 e_3$ die Grösse einer bei C ebenfalls nach links, bei D nach rechts wirkenden Kraft. Wir haben deshalb $P_3 = f_2 f_3 + e_3 e_2$ und $P_4 = e_2 e_3 + f_3 f_2$ zu machen. Der Vertikaldruck des Pfostens werde ganz bei D aufgenommen; dann kommt dort die Vertikalcomponente $Q = f_2 f_1 - e_1 e_2$ zu P_4 hinzu, mit ihr die Resultante P_4' liefernd. (Probe: der Schnittpunkt S der P_1' und P_4' muss auf die Resultante der P_2 und P_3 fallen.)

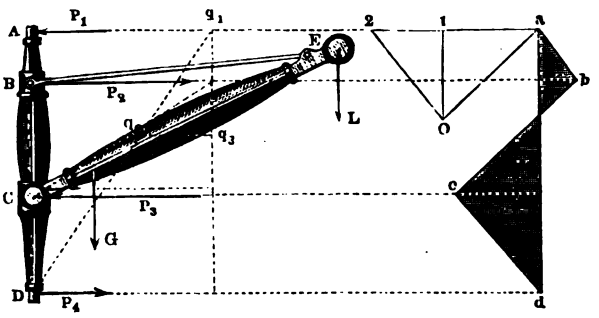
Indem wir nun wieder wie früher die Zusammenpressung der Achse vernachlässigen, können wir aus P_1, P_2, P_3, P_4 das in Fig. 272 links in verjüngtem Maassstab eingetragene Kräftepolygon $a\,2\,3\,O$ bilden, und erhalten damit die Momentenfläche $a\,b\,c\,d$.

Ein Kran mit drehbarem Pfosten, an welchem Schnabel und Windwerk befestigt sind, habe die in Fig. 274 (a. f. S.) angegebene Anordnung. Die Lage von $Q = L + G$ wieder als gegeben betrachtend, verlegen wir Q nach $q_1 q_3$ an die zur Achse normal gerichtete $A\,q_1$, ziehen die $q_1 D$, und $\parallel A\,q_1$ die $q_3 q_2$ bis zum Schnitte mit $q_1 D$. Dann stellt die $q_3 q_2$ die Horizontalkraft P_1 bei A, $q_2 q_3$ die ebenfalls horizontale P_4 bei D dar. Liegt dort ein Stützzapfen zur Aufnahme der Last Q, so setzt sich diese letztere mit P_4 zu einer schiefen Kraft zusammen.

Durch ganz ähnliche Zerlegung von Q nach B und C erhält man die dort wirkenden gleichen, aber entgegengesetzt wirkenden

Horizontalkräfte P_2 und P_3, von denen letztere, wofern bei B ein Gelenk für die Stange BE vorhanden ist, sich mit der Gegen-

Fig. 274. Fig. 275.



wirkung Q zu einer schiefgerichteten Mittelkraft zusammensetzt. Die vier gefundenen Horizontalkräfte haben ganz dieselbe Anordnung wie die Normalbelastungen der Achse in Fig. 259. Wir erhalten eine jener ganz ähnliche Momentenfläche $a\,b\,c\,d$, Fig. 275, welcher zufolge zwischen B und D ein Nullpunkt für die biegenden Momente und demnach also Vorwärtsbiegung oberhalb, Rückwärtsbiegung unterhalb derselben entsteht. Im Kräftepolygon ist $2\,a = P_2$, $a\,2 = P_3$, $2\,1 = P_4$ und $1\,2 = P_1$.

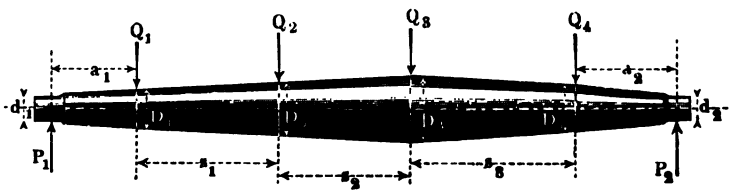
§. 95.

Achse mit drei und mehr Tragpunkten.

Die Zahl der Tragpunkte der Achsen wird oft bis zu vier ausgedehnt. Sind die Belastungen, siehe Fig. 276, Q_1, Q_2, Q_3 und Q_4, die Schaftstücke s_1, s_2, s_3 lang, so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s_1 + s_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) + s_3\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1}\right) + a_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1} + \frac{Q_4}{Q_1}\right)}{a_1 + s_1 + s_2 + s_3 + a_2} \qquad (90)$$

Fig. 276.



woraus sich durch passende Zeichenänderung auch $\frac{P_2}{Q_2}$ ergiebt. Zur Erleichterung und Prüfung der Zahlenrechnungen dient es, dass wieder $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ ist.

Lässt man Q_4 und s_3 Null werden, so erhält man den Ausdruck für die dreifach belastete Axe, und, wenn auch noch Q_3 und s_2 = Null gesetzt werden, den Ausdruck (86) für die zweifachtragende, endlich bei Q_2 und s_1 = Null jenen für die einfache Achse.

Für die Schaftstücke lassen sich auch Formeln ähnlich (87) bilden; man kann indessen ohne weiteres die einzeln ermittelten Achsenköpfe durch Kegelstumpfe verbinden, um genügend angenäherte Formen zu erhalten.

Der Durchmesser des Achsenkopfes bei Q_4 findet sich aus:

$$\frac{D_4}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{a_1 + s_1\left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right) + s_2\left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1}\right) + s_3\left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1} - \frac{Q_3}{P_1}\right)}{\left(\frac{l_1}{2}\right)}}$$

Werden hierin nacheinander s_3, s_2 und s_1 = Null gesetzt, so geht die Formel über in die für $\frac{D_3}{d_1}$, $\frac{D_2}{d_1}$, $\frac{D_1}{d_1}$.

Es ist klar, dass auch freitragende Schenkel angewandt werden können, deren Behandlungsweise sich indessen aus den oben angegebenen unschwer ableitet, auch z. B. durch Negativsetzen von a_1 oder a_2 sich unmittelbar ergibt.

Die zeichnerische Aufsuchung der Kräfte und Momente geschieht wie folgt. Man bilde (Fig. 277 a. f. S.), unter dem Stützpunkt a beginnend, aus den gegebenen Kräften 1 bis 5 das Kräftepolygon $a_5\,O$, und daraus nach §. 40 das Seil- oder Gelenkpolygon $abcdefg$, und trage die zur Schlusslinie ga parallele $O6$ in das Kräftepolygon ein, worauf 5 6 = der Kraft P_2 bei G, 6 a = der Kraft P_1 bei A ist. Aus P_1 und P_2 können die Zapfen d_1 und d_2 bei A und G berechnet werden, während die Ordinaten des Seilpolygones wie bisher zur Berechnung der Durchmesser der Achse dienen.

Der Schnittpunkt h der verlängerten ab und gf ist ein Punkt der Richtungslinie Hh der Mittelkraft der Kräfte 1 bis 5. Will man die Mittelkraftlage zu Anfang durch aufeinanderfolgendes Zusammensetzen der Belastungen bestimmen (s. §. 40), so lässt sich O sehr bequem so legen, dass ag parallel AG fällt. Auch

mit entgegengesetztem Sinne (oder Vorzeichen) einführt, obige Beispiele erklären aber das Verfahren auch dafür zur Genüge.

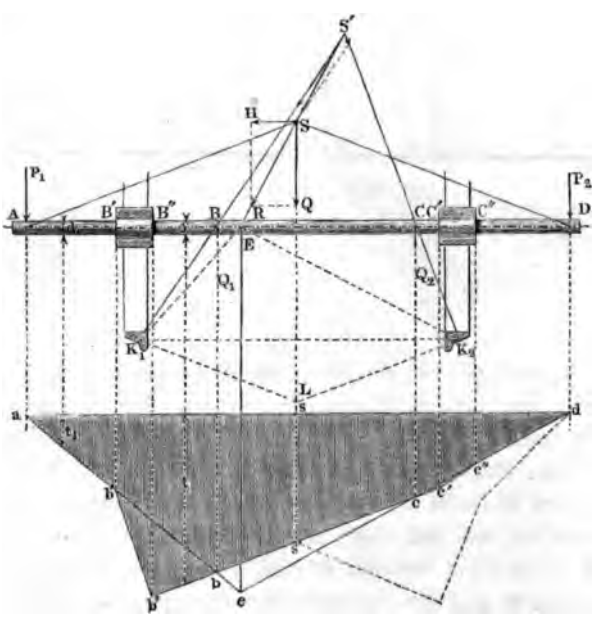
§. 94.

Schief belastete zweifach tragende Achsen. Eisenbahnwagenachse. Kranpfosten.

Bei schiefer Richtung der Kräfte Q_1 und Q_2 wird die zeichnerische Auflösung der vorliegenden Aufgabe kaum weniger einfach als vorher. Die schiefe Kraftrichtung kommt unter anderen bei den Eisenbahnwagenachsen vor, weshalb wir eine solche als Beispiel nehmen, unter Vernachlässigung freilich einiger wenig bedeutenden Nebeneinflüsse.

Ausser der im Wagenschwerpunkt S, Fig. 269, angreifenden

Fig. 269.

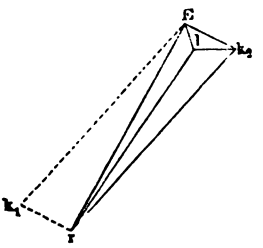


Vertikalbelastung Q der Achse wirkt an demselben Punkte zu Zeiten eine durch Centrifugalkraft und Schwankungen hervorge-

rufene Horizontalkraft H, welche nach Scheffler*) auf 0,4 Q steigen kann, so dass eine schief gerichtete Mittelkraft R gegen die Achse hin drückt. Diese wird sowohl nach den Schienenköpfen K_1 und K_2 hin, als nach den Zapfen A und D hin zerlegt. Bei der ersten Zerlegung ist zu beachten, dass die von H abgewendete Schiene K_2 nur normal (oder innerhalb des Reibungskegels) auf die Erzeugende des Radreifenkegels drücken kann, so dass $< LK_2S' = 90^0$ zu machen ist. In den Durchschnittpunkten B und C der Schienenkräfte mit der Achse rufen die letzteren die Vertikalkräfte Q_1 und Q_2 und vernachlässigbare Horizontalkräfte hervor; die schiefen Zapfenpressungen werden ebenfalls in ausser Betracht fallende Horizontalkräfte und die Vertikaldrucke P_1 und P_2 zerlegt. Aus diesen werden die Zapfen d_1 und d_2 berechnet und das grössere Resultat beibehalten. Darauf fälle man aus dem Angriffpunkt E der Mittelkraft R ein Loth Ee auf die zur Achse parallel gezogene ad; ziehe ea und ed, verlängere die Richtungen von Q_1 und Q_2 bis b und c, und lege durch b und c eine Gerade. Hierauf fälle man aus den Nabenrandpunkten $B'B''$, $C'C''$ Lothe nach $b'b''$, $c'c''$ und ziehe $b'b''$, $c'c''$, so ist $ab'b''c'c''d$ das Seilpolygon für die vorliegende Beanspruchung der Achse. Die Ordinaten t desselben dienen wie oben zur Berechnung der entsprechenden Dicken y aus der bekannten Zapfendicke d_1 und der Ordinate t_1 an der Zapfenwurzel.

Die Kraftrichtung K_1B kann auch noch einfacher, als mittelst Aufsuchung des oft unbequem fallenden Punktes S' bestimmt werden. Man verbinde irgend einen Punkt der Richtungslinie von R, z. B. E mit den Schienenköpfen K_1 und K_2 und zerlege $R = Er$, Fig. 270, nach den Richtungen EK_1 und EK_2 in Ek_2 und $k_2r = Ek_1$, ziehe die k_2l horizontal und die $El \parallel$ der bekannten Kraftrichtung K_2S', so ist lE die Kraft in K_2 und rl die in K_1, deren Richtung gesucht wurde, indem Ek_2 und k_2l die inneren Kräfte an der Ecke K_2 des Seilpolygons EK_2K_1 sind, und mit der Kraft von der bekannten Richtung K_2S' ins Gleichgewicht treten u. s. w.

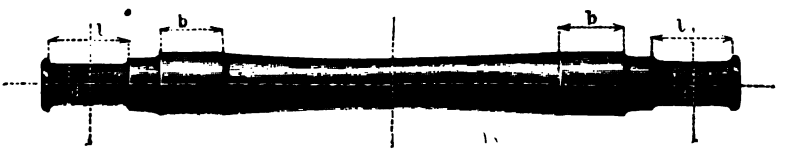
Fig. 270.



*) Ad. Scheffler, Eisenbahnwagenachsen. Braunschweig 1861.

Da die Horizontalkraft H sowohl links als rechts gerichtet sein kann, so wird, wie die Punktirung rechts andeutet, die grössere Seite $a s s' b'' b'$ des Polygones für beide Achsenhälften benutzt. Ausserdem suche man auch das Seilpolygon für die blosse Vertikalbelastung Q auf. Liefert dasselbe für den Schaft eine grössere Ordinate als ss' ist, so wird sie benutzt; die Totalform des Schaftes wird ein ausgekehlter Rotationskörper, wie die Praxis ihn vielfach anwendet und folgende Fig. 271 darstellt. Die Zapfen der

Fig. 271.



Eisenbahnwagenachsen haben 250 bis 300 Umdrehungen in der Minute und erhalten deshalb, wenn aus Schmiedeisen, das Längenverhältniss 2. Die Anläufe der beiden Zapfen vertreten hier Stützzapfen, und werden in Bahnkurven wegen der oben besprochenen Seitenkraft H nicht unbedeutend beansprucht. Man findet die Anlaufhöhe e hier $= \frac{d}{7}$ bis $\frac{d}{6}$, also stärker als bei gewöhnlichen Stirnzapfen gemacht.

Die Kranpfosten sind gewöhnlich schief belastete, mehrfach tragende Achsen, wie folgende Beispiele zeigen. Ein Uferkran mit feststehendem Pfosten, Fig. 272, ist durch die Last L und das Eigengewicht G des Windwerks und Schnabels belastet, wodurch die Gesammtbelastung Q der Säule entsteht (vergl. die Beispiele §. 34 und die Anmerkung S. 93). Bei A und B sind Drehzapfen, bei CD ist der Pfosten in ein gusseisernes Kreuz eingesetzt, welches bei E und F festgehalten sei. Zuerst die Kräfte bei E und F aufsuchend, ziehen wir das Seilpolygon $e f q$ und das Kräftepolygon $e 2\ 1\ O$, worin $2\ 1 = Q$, $1\ e =$ der Kraft Q_1 bei F, $e\ 2 =$ der Kraft Q_2 bei E. Alle drei äusseren Belastungen wirken parallel der Achse, weshalb wir uns der bei Fig. 259 benutzten Methode bedienen können. Wir machen in Fig. 273 $q_1 q_2 = Q$, und $q_2 q_3 \parallel A q_1$ normal zu AB. Diese Strecke liefert dann die Horizontalkräfte P_1 und P_2 bei A und B. Der Zapfen bei A soll die ganze Vertikalbelastung aufnehmen; es gesellt sich daher zu P_1 noch Q in A, die schief gerichtete Resultante P_1' liefernd. Ferner machen wir wieder Cf_1 nor-

mal zu $A\,C$, $f_2 f_1 = Q_1$, ziehen die $f_1 D \ldots$ und die zu $C f_1$ parallele $f_2 f_3$, so ist $f_2 f_3$ die Grösse einer bei C nach links und einer

Fig. 272.

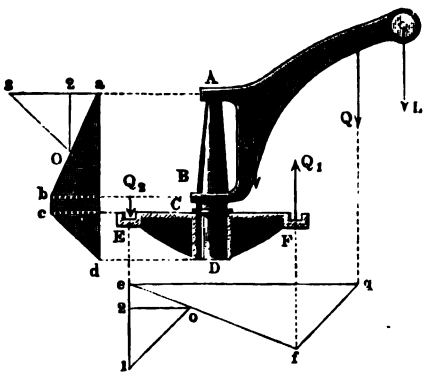
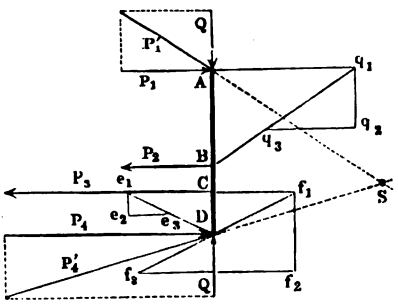


Fig. 273.



bei D nach rechts wirkenden Kraft. Trägt man ganz entsprechend Q_2 nach $e_1 e_2$, und zieht die $e_1 D$ und die $e_2 e_3$, letztere $\parallel e_1 C$, so liefert $e_2 e_3$ die Grösse einer bei C ebenfalls nach links, bei D nach rechts wirkenden Kraft. Wir haben deshalb $P_3 = f_2 f_3 + e_3 e_2$ und $P_4 = e_2 e_3 + f_3 f_2$ zu machen. Der Vertikaldruck des Pfostens werde ganz bei D aufgenommen; dann kommt dort die Vertikalcomponente $Q = f_2 f_1 - e_1 e_2$ zu P_4 hinzu, mit ihr die Resultante P_4' liefernd. (Probe: der Schnittpunkt S der P_1' und P_4' muss auf die Resultante der P_2 und P_3 fallen.)

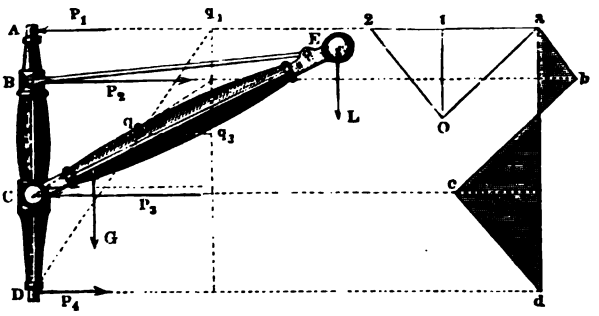
Indem wir nun wieder wie früher die Zusammenpressung der Achse vernachlässigen, können wir aus P_1, P_2, P_3, P_4 das in Fig. 272 links in verjüngtem Maassstab eingetragene Kräftepolygon $a\,2\,3\,O$ bilden, und erhalten damit die Momentenfläche $a\,b\,c\,d$.

Ein Kran mit drehbarem Pfosten, an welchem Schnabel und Windwerk befestigt sind, habe die in Fig. 274 (a. f. S.) angegebene Anordnung. Die Lage von $Q = L + G$ wieder als gegeben betrachtend, verlegen wir Q nach $q_1 q_3$ an die zur Achse normal gerichtete $A\,q_1$, ziehen die $q_1 D$, und $\parallel A\,q_1$ die $q_3 q_2$ bis zum Schnitte mit $q_1 D$. Dann stellt die $q_3 q_2$ die Horizontalkraft P_1 bei A, $q_2 q_3$ die ebenfalls horizontale P_4 bei D dar. Liegt dort ein Stützzapfen zur Aufnahme der Last Q, so setzt sich diese letztere mit P_4 zu einer schiefen Kraft zusammen.

Durch ganz ähnliche Zerlegung von Q nach B und C erhält man die dort wirkenden gleichen, aber entgegengesetzt wirkenden

Horizontalkräfte P_2 und P_3, von denen letztere, wofern bei B ein Gelenk für die Stange BE vorhanden ist, sich mit der Gegen-

Fig. 274. Fig. 275.



wirkung Q zu einer schiefgerichteten Mittelkraft zusammensetzt. Die vier gefundenen Horizontalkräfte haben ganz dieselbe Anordnung wie die Normalbelastungen der Achse in Fig. 259. Wir erhalten eine jener ganz ähnliche Momentenfläche $a\,b\,c\,d$, Fig. 275, welcher zufolge zwischen B und D ein Nullpunkt für die biegenden Momente und demnach also Vorwärtsbiegung oberhalb, Rückwärtsbiegung unterhalb derselben entsteht. Im Kräftepolygon ist $2\,a = P_2$, $a\,2 = P_3$, $2\,1 = P_4$ und $1\,2 = P_1$.

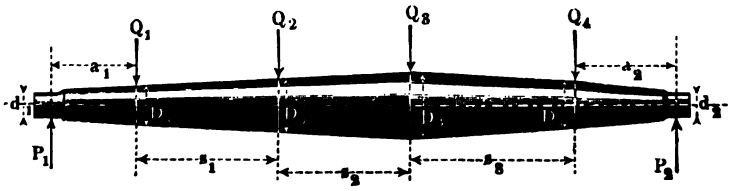
§. 95.

Achse mit drei und mehr Tragpunkten.

Die Zahl der Tragpunkte der Achsen wird oft bis zu vier ausgedehnt. Sind die Belastungen, siehe Fig. 276, Q_1, Q_2, Q_3 und Q_4, die Schaftstücke s_1, s_2, s_3 lang, so hat man:

$$\frac{P_1}{Q_1} = \frac{s_1 + s_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1}\right) + s_3\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1}\right) + a_2\left(1 + \frac{Q_2}{Q_1} + \frac{Q_3}{Q_1} + \frac{Q_4}{Q_1}\right)}{a_1 + s_1 + s_2 + s_3 + a_2} \qquad (90)$$

Fig. 276.



woraus sich durch passende Zeichenänderung auch $\frac{P_2}{Q_2}$ ergiebt. Zur Erleichterung und Prüfung der Zahlenrechnungen dient es, dass wieder $P_1 + P_2 = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$ ist.

Lässt man Q_4 und s_3 Null werden, so erhält man den Ausdruck für die dreifach belastete Axe, und, wenn auch noch Q_3 und s_2 = Null gesetzt werden, den Ausdruck (86) für die zweifachtragende, endlich bei Q_2 und s_1 = Null jenen für die einfache Achse.

Für die Schaftstücke lassen sich auch Formeln ähnlich (87) bilden; man kann indessen ohne weiteres die einzeln ermittelten Achsenköpfe durch Kegelstumpfe verbinden, um genügend angenäherte Formen zu erhalten.

Der Durchmesser des Achsenkopfes bei Q_4 findet sich aus:

$$\frac{D_4}{d_1} = \sqrt[3]{\frac{a_1 + s_1\left(1 - \frac{Q_1}{P_1}\right) + s_2\left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1}\right) + s_3\left(1 - \frac{Q_1}{P_1} - \frac{Q_2}{P_1} - \frac{Q_3}{P_1}\right)}{\left(\frac{l_1}{2}\right)}}$$

Werden hierin nacheinander s_3, s_2 und s_1 = Null gesetzt, so geht die Formel über in die für $\frac{D_3}{d_1}$, $\frac{D_2}{d_1}$, $\frac{D_1}{d_1}$.

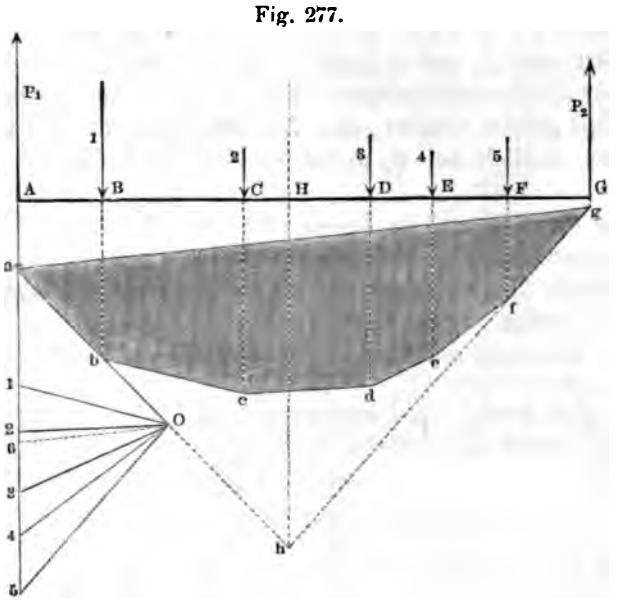
Es ist klar, dass auch freitragende Schenkel angewandt werden können, deren Behandlungsweise sich indessen aus den oben angegebenen unschwer ableitet, auch z. B. durch Negativsetzen von a_1 oder a_2 sich unmittelbar ergibt.

Die zeichnerische Aufsuchung der Kräfte und Momente geschieht wie folgt. Man bilde (Fig. 277 a. f. S.), unter dem Stützpunkt a beginnend, aus den gegebenen Kräften 1 bis 5 das Kräftepolygon $a_5\,O$, und daraus nach §. 40 das Seil- oder Gelenkpolygon $abcdefg$, und trage die zur Schlusslinie ga parallele $O6$ in das Kräftepolygon ein, worauf 5 6 = der Kraft P_2 bei G, 6 a = der Kraft P_1 bei A ist. Aus P_1 und P_2 können die Zapfen d_1 und d_2 bei A und G berechnet werden, während die Ordinaten des Seilpolygones wie bisher zur Berechnung der Durchmesser der Achse dienen.

Der Schnittpunkt h der verlängerten ab und gf ist ein Punkt der Richtungslinie Hh der Mittelkraft der Kräfte 1 bis 5. Will man die Mittelkraftlage zu Anfang durch aufeinanderfolgendes Zusammensetzen der Belastungen bestimmen (s. §. 40), so lässt sich O sehr bequem so legen, dass ag parallel AG fällt. Auch

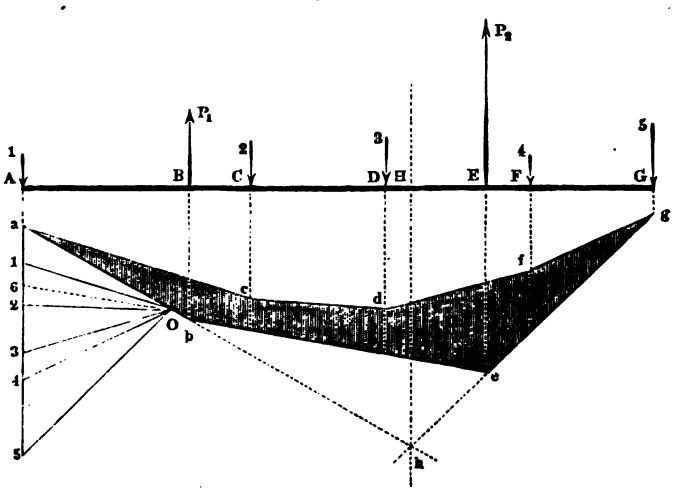
kann man das gefundene schiefliegende Gelenkpolygon leicht auf eine zu AG parallele Schlusslinie niederklappen.

Fig. 277.



Hat die vielfach belastete Achse freitragende Schenkel, wie in Fig. 278 angenommen ist, so verfährt man ganz ähnlich wie

Fig. 278.



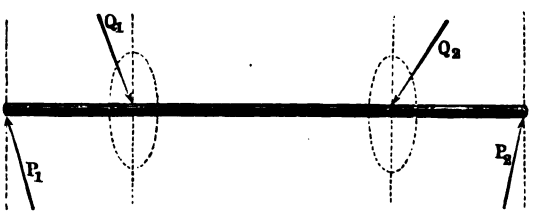
oben, indem man, wieder bei dem ersten Kraftpunkte a beginnend, das Kräftepolygon $a\,5\,O$ aufträgt, die erste Seilpolygonseite $b\,a$ nach dem Lothe der ersten Kraft, die zweite nach dem Lothe $C\,c$ der zweiten Kraft zieht, und so bis zur Schlusslinie $e\,b$ fortfährt. Die erste und $n$te Seilrichtung schneiden sich nach wie vor auf der Richtung $H\,h$ der Mittelkraft. Variationen dieser Aufgaben ergeben sich, wenn die Belastungen von entgegengesetzter Richtung, und wenn sie schief gerichtet sind. Die früher verwandten Beispiele deuten den einzuschlagenden Weg zur Genüge an.

§. 96.

Tragachse mit Belastungen in verschiedenen Kraftebenen.

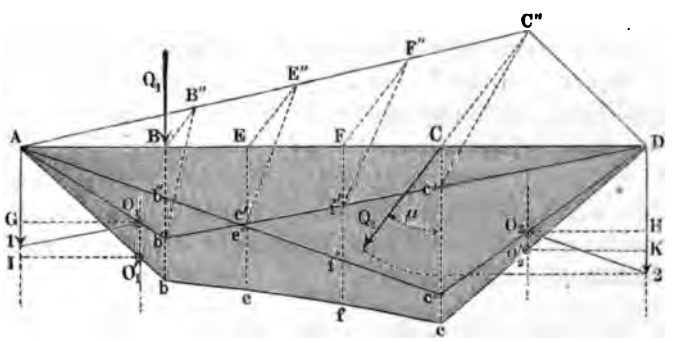
Bedeutend schwieriger als bisher wird die analytische Berechnung einer Tragachse, wenn (Fig. 279) die Belastungen in verschie-

Fig. 279.



denen Ebenen wirken; mit der graphostatischen Methode dagegen sind die Schwierigkeiten leicht zu überwinden. Man trage zunächst (Fig. 280) die Kräftepolygone $A\,O_1$ 1 und $A\,O_2$ 2 für die Kräfte

Fig. 280.



Q_1 und Q_2 bei gleichem Polabstand $GO_1 = HO_2$ so auf, dass beide Schlusslinien der alsdann zu zeichnenden Seilpolygone $Ab'D$ und $Ac''D$ in AD zusammenfallen; bringe darauf das zweite Seilpolygon auf die schiefwinkligen Ordinaten $BB'' = Bb''$, $CC'' = Cc''$ u. s. w., so zwar, dass dieselben mit den (vertikalen) Ordinaten des ersten Polygons den Winkel μ der Kraftebenen einschliessen, und ausserdem von den Anfangspunkten B, C, E ... rückwärts getragen werden. Hierauf mache man $Bb = B''b'$, $Cc = C''c'$, $Ee = E''e'$ u. s. w., und ziehe das Seilpolygon $AbefcD$, so geben dessen Vertikalordinaten (nach §. 44) die wie bisher zu benutzenden biegenden Momente für die Achse an. Die Linie $befc$ ist eine Curve (Hyperbel), Ab und cD dagegen sind geradlinig. Zieht man noch $O_1O_1' \parallel A1$, $O_2O_2' \parallel D2$, und fällt die Lothe $O_1'J$ und $O_2'K$, so ist AJ die Zapfenkraft P_1, beide mit dem in den Kräftepolygonen benutzten Maassstab zu messen. Ihre Richtungen sind durch Zusammensetzung von beziehlich AG mit H2 und von DH mit $G1$ unter dem Winkel μ zu ermitteln.

B. Die Querschnitte sind zusammengesetzt.

§. 97.

Kreisringquerschnitt.

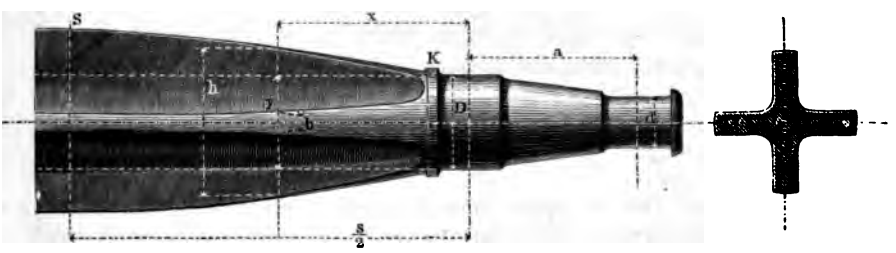
Will man eine Achse mit dem Kreisringquerschnitt, also rohrförmig ausführen, so berechne man vorerst die Zapfen als hohle Zapfen nach den Angaben unter *f*) in §. 79 und beziehe dann, unter Beibehaltung des bei den Zapfen angewandten Höhlungsverhältnisses, sämmtliche Abmessungen ebenso auf die Dicke der hohlen Zapfen, wie es bisher für die vollen gezeigt wurde. Das gebräuchlichste Höhlungverhältniss ist 0,6. Auch kann man übrigens wie folgt verfahren. Man bestimme sämmtliche Dimensionen der Achse unter Zugrundelegung des vollen Kreisquerschnittes, wähle sodann das Höhlungverhältniss, und vergrössere alle einzelnen Durchmesser nach Maassgabe des aus Formel (65) zu entnehmenden Coefficienten.

§. 98.

Reiner Kreuzquerschnitt. Tabelle über denselben.

Bei den mehrfach tragenden gusseisernen Achsen eignet sich für den Schaft sehr gut der Kreuzquerschnitt. Die Achse erhält dann im Schaft vier Flügel, und wird danach Flügelachse genannt (entsprechend der Benennung der Flügelzapfen in §. 86). Die Schenkel behalten dabei häufig ihre konoidische Form bei (Fig. 281). Bei der Construction einer solchen Achse wird der

Fig. 281.



Schaft zuerst (punktirt) so verzeichnet, als ob er den vollen Kreisquerschnitt erhalten solle, und darauf das Profil $KS\ldots$ der Flügel, in K an den Achsenkopf anschliessend, mit einer Anschwellung (siehe §. 101) von dem einen Schenkel zum anderen geführt. Ist dann für irgend eine Stelle (x) des Schaftes:

y der Durchmesser der ideellen runden Achse,

h die Rippenhöhe, b die Rippenbreite oder -Dicke,

so wähle man b derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \frac{b}{h}\sqrt[3]{\frac{16}{3\pi}}\sqrt[3]{1 - \frac{b}{h} + \left(\frac{b}{h}\right)^2} \quad \ldots\ldots \quad (91)$$

Das für Gewichtberechnungen wichtige Verhältniss zwischen dem Inhalt F_1 des Kreuzquerschnittes und der Fläche F des runden ist dabei

$$\frac{F_1}{F} = \frac{4}{\pi}\,\frac{b}{h}\left(\frac{h}{y}\right)^2\left(2 - \frac{b}{h}\right) \quad \ldots\ldots \quad (92)$$

Folgende Tabelle macht die Benutzung dieser Formeln sehr leicht.

$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$	$\frac{h}{y}$	$\frac{b}{h}$	$\frac{F_1}{F}$
2,27	0,05	0,63	1,65	0,13	0,84	1,37	0,22	0,94
2,14	0,06	0,65	1,61	0,14	0,85	1,31	0,25	0,95
2,03	0.07	0,69	1,57	0,15	0,86	1,27	0,27	0,96
1,94	0,08	0,73	1,53	0,16	0,87	1,22	0,30	0,97
1,87	0,09	0,76	1,50	0,17	0,88	1,19	0,33	0,99
1,81	0,10	0,78	1,47	0,18	0,89	1,15	0,36	0,99
1,74	0,11	0,80	1,44	0,19	0,90	1,10	0,40	0,99
1,69	0,12	0,82	1,42	0,20	0,92	1,06	0,45	1,00

Um das Gewicht des Flügelschaftes zu erhalten, multiplicire man das zuerst ermittelte Gewicht des ideellen runden Schaftes mit dem arithmetischen Mittel aus den in Anwendung kommenden Werthen von $\frac{F_1}{F}$.

Beispiel. Hat an irgend einer Stelle das Profil der Flügelachse den zweifachen Durchmesser der ideellen runden Achse zur Höhe, so ist dort nach der zweiten Spalte und dritten Zeile der Tabelle die Rippenbreite $b = 0{,}07$ der Rippenhöhe zu nehmen. Gleichzeitig lehrt die dritte Spalte, dass alsdann der Kreuzquerschnitt nur 0,69mal so gross ist, als der volle Kreis, von welchem ausgegangen wurde.

§. 99.

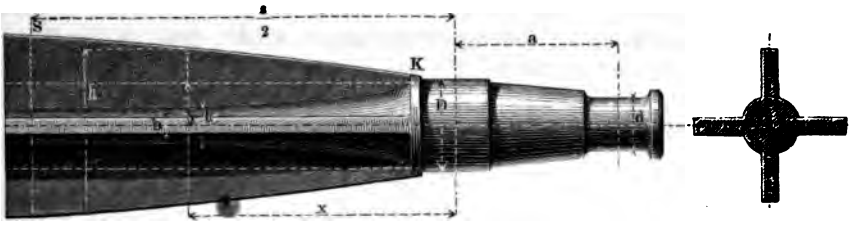
Sternförmiger Querschnitt. Tabelle über denselben.

Häufig gebraucht ist der Querschnitt in Fig. 282. Um ihn anzuwenden, verzeichne man vorerst wieder die ideelle runde Achse und das nach Geschmackrücksichten gewählte Höhenprofil der Flügel. Alsdann bleibt noch übrig, entweder die Rippendicke b für jede Stelle anzunehmen und die Kerndicke k zu suchen, oder k anzunehmen (z. B. constant für die ganze Achse) und b zu suchen. Man verfahre in beiden Fällen mit Hilfe der folgenden Tabelle derart, dass:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi}\frac{b}{h}\left[1 - \left(\frac{k}{h}\right)^3\right]} \quad \ldots \quad (93)$$

Ganz zweckmässig ist es, die Flügel schon bei K merklich über den Cylinder des Achsenkopfes heraustreten zu lassen, da-

Fig. 282.



mit sich ihre Festigkeit durch Verkleinerung von k geltend macht. Der Bund bei K vermittelt sehr bequem diesen Formenübergang.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,30	1,40	1,50	1,61	1,72	1,84	1,94	2,04	2,15	2,18	2,22	2,26	2,27
0,06	1,30	1,39	1,48	1,58	1,68	1,79	1,87	1,95	2,02	2,07	2,11	2,13	2,14
0,07	1,29	1,38	1,46	1,56	1,65	1,74	1,82	1,89	1,94	1,98	2,00	2,02	2,02
0,08	1,28	1,36	1,45	1,53	1,62	1,70	1,76	1,83	1,87	1,91	1,93	1,93	1,93
0,09	1,27	1,35	1,43	1,51	1,59	1,66	1,72	1,77	1,81	1,84	1,86	1,87	1,87
0,10	1,27	1,34	1,42	1,49	1,56	1,63	1,68	1,72	1,75	1,78	1,80	1,80	1,81
0,11	1,26	1,33	1,40	1,47	1,54	1,60	1,64	1,68	1,71	1,73	1,74	1,75	1,75
0,12	1,25	1,32	1,39	1,45	1,51	1,57	1,61	1,64	1,67	1,68	1,69	1,70	1,70
0,13	1,25	1,31	1,38	1,43	1,49	1,54	1,58	1,61	1,63	1,64	1,65	1,65	1,65
0,14	1,24	1,30	1,36	1,42	1,47	1,51	1,55	1,57	1,59	1,60	1,61	1,61	1,61
0,15	1,23	1,29	1,35	1,40	1,45	1,48	1,52	1,54	1,56	1,57	1,58	1,58	1,58
0,16	1,23	1,28	1,34	1,38	1,43	1,46	1,49	1,52	1,53	1,54	1,55	1,55	1,55
0,17	1,22	1,27	1,33	1,37	1,41	1,45	1,47	1,49	1,50	1,51	1,52	1,52	1,52

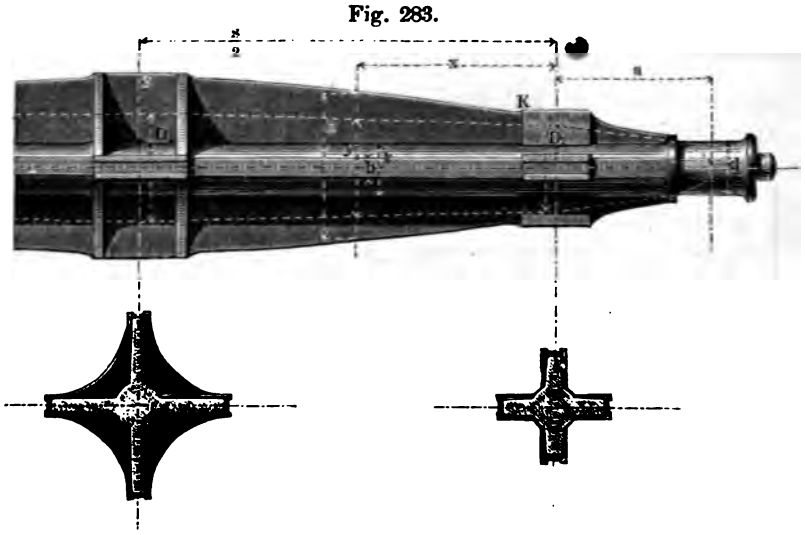
Beispiel. Ist wieder an irgend einer Stelle im Schaft $\frac{h}{y} = 2$ *und* $\frac{k}{y} = 0{,}6$, *d. i.* $\frac{k}{h} = 0{,}3$, *so hat man gemäss Spalte 12 Zeile 3 der Tabelle* $b = 0{,}07\,h$ *zu nehmen.*

In Fig. 282 ist b constant angenommen und k gesucht worden. Hierbei ist es für die gewöhnlichen Fälle vollkommen ausreichend

zwei Durchmesser des konoidischen Kernes zwischen je zwei Tragpunkten zu suchen (z. B. seine Dicke beim ersten und zweiten Drittel seiner Länge) und durch die gefundenen Punkte einen Kegelstumpf zu legen; übrigens ist das Aufsuchen des vollständigen Kernprofils mit Hilfe der Tabellen so leicht, dass es immerhin der Mühe lohnt, einige Punkte mehr aufzusuchen.

Bei der in der folgenden Figur dargestellten dreifach tragenden Achse ist k constant genommen und b gesucht worden. Zu-

Fig. 283.



gleich ist hier auch der Schenkel a der Achse im Sternquerschnitt ausgeführt. Die Köpfe erhalten, wie die beiden Durchschnitte verdeutlichen, eine Verdickung zur Aufnahme der Keilnuthen, der mittlere Kopf ausserdem noch acht kleine Versteifungsrippen. Dem Zapfen ist ein kleiner Hilfzapfen, welcher beim Aufstellen schwerer Achsen der vorliegenden Art sehr nützlich ist, angegossen.

§. 100.

Die beränderte Flügelachse. Tabellen über dieselbe.

Sehr brauchbar für stark belastete Achsen ist die in Fig. 284 und Fig. 285 angewandte Querschnittform, bei welcher die Flügel der Achse eine Saumnerve erhalten. Man wählt auch hier

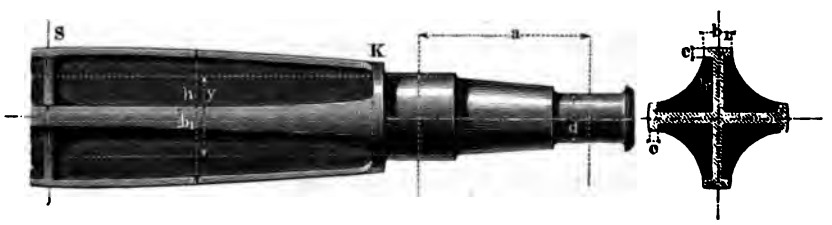
wieder nach geschehener Bestimmung des ideellen runden Schaftes von den Dicken y das Profil, also die Höhen h für alle Querschnitte. Wir machen alsdann in jedem Querschnitte die Randdicke $c =$ der Flügeldicke b, und haben darauf bei Anwendung der Form Fig. 284 für die Saumbreite b_1 zu nehmen:

$$\frac{b_1}{b} = 1 + \frac{\frac{3\pi}{16}\left(\frac{y}{h}\right)^3 - \frac{b}{h} - \left(\frac{b}{h}\right)^3}{6\left(\frac{b}{h}\right)^2 - 12\left(\frac{b}{h}\right)^3} \quad \ldots\ldots \quad (94)$$

nach welcher Formel die folgende Tabelle berechnet ist.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{b}{b}$, wenn $\frac{h}{y}$									
	1,10	1,20	1,30	1,40	1,50	1,60	1,70	1,80	1,90	2,00
0,05	—	—	—	—	—	7,94	6,17	4,81	3,64	2,75
0,06	—	—	—	—	6,99	5,38	4,13	3,17	2,34	1,07
0,07	—	—	—	6,70	5,12	3,91	3,45	2,24	1,61	1,01
0,08	—	—	6,82	5,16	3,91	2,96	2,22	1,65	1,17	—
0,09	—	—	5,45	4,11	3,10	2,33	1,73	1,01	—	—
0,10	—	6,00	4,48	3,37	2,53	1,89	1,39	—	—	—
0,11	—	5,05	3,77	2,82	2,11	1,57	1,15	—	—	—
0,12	6,56	4,34	3,23	2,42	1,80	1,34	—	—	—	—
0,13	5,73	3,78	2,81	2,10	1,56	1,15	—	—	—	—
0,14	5,06	3,34	2,48	1,85	1,38	1,01	—	—	—	—
0,15	4,53	2,98	2,21	1,65	1,22	—	—	—	—	—
0,16	4,09	2,69	2,00	1,48	1,11	—	—	—	—	—
0,17	3,73	2,45	1,81	1,35	—	—	—	—	—	—

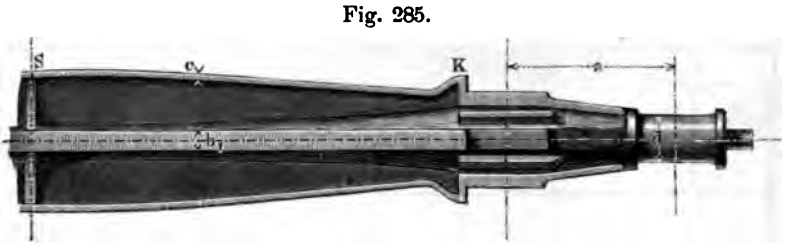
Fig. 284.



Ueber 6 bis 7 und unter 1 wird $\frac{b_1}{b}$ nicht gemacht, weshalb die Tabelle nicht über diese Werthe hinausgeht. Man sucht einige Saumprofilpunkte auf und verbindet sie durch eine stetige Linie. Die hier behandelte, von englischen Constructeuren mit Vorliebe benutzte Querschnittform begünstigt einen geringen Materialverbrauch, und ist deshalb für sehr grosse Ausführungen gut geeignet; auch geben die Saumnerven der Achse ein sehr kräftiges, das Gefühl der Sicherheit erweckendes Aussehen.

Bei der Form in Fig. 285 ist wieder die Randdicke $c = b$, die

Fig. 285.



Randbreite b_1 aber $= 2b$ vorausgesetzt, und dafür die Kerndicke k veränderlich gelassen. Man hat $\frac{k}{h}$ so zu wählen, dass folgende Gleichung erfüllt wird:

$$\frac{y}{h} = \sqrt[3]{\left(\frac{k}{h}\right)^4 + \frac{16}{3\pi}\left[\frac{b}{h}\left(1 - \frac{k^3}{h^3}\right) + 6\,\frac{b^2}{h^2} - \left(11 + \frac{k}{h}\right)\frac{b^3}{h^3}\right]} \quad (95).$$

eine Formel, deren Benutzung nachfolgende Tabelle leicht macht. Bei dieser, wie bei den früheren Flügelachsen wähle und verändere man das Längenprofil so lange, bis an allen Stellen elegante und doch der strengen Form angenäherte Linien sich ergeben.

Beispiel. Wenn an einer Stelle nahe dem Achsenkopf die Profilhöhe $h = 1{,}5\,y$ und $b = \frac{h}{10}$ ist, so hat man gemäss Spalte 8 Zeile 7 und 1 zu nehmen $K = 0{,}5\,h$.

Die Keilbahnen sind bei der Construction in Fig. 285 auf besonders eingeschaltete Rippen gesetzt, so dass am Achsenkopf der Querschnitt ein achtarmiges Kreuz wird. Die so angebrachten Keilbahnen sind von beiden Enden zugänglich und deshalb bequemer, als die, welche vor dem Anpass K auf der Hauptrippe anzubringen wären.

$\frac{b}{h}$	Werthe von $\frac{h}{y}$, wenn $\frac{k}{h}$												
	0,80	0,75	0,70	0,65	0,60	0,55	0,50	0,45	0,40	0,35	0,30	0,25	0,20
0,05	1,28	1,37	1,46	1,56	1,66	1,75	1,84	1,92	1,98	2,03	2,06	2,07	2,08
0,06	1,27	1,34	1,43	1,52	1,58	1,69	1,75	1,82	1,86	1,90	1,93	1,94	1,95
0,07	1,25	1,31	1,40	1,48	1,55	1,65	1,68	1,73	1,77	1,80	1,82	1,82	1,83
0,08	1,23	1,29	1,38	1,44	1,51	1,57	1,62	1,66	1,69	1,71	1,72	1,72	1,73
0,09	1,22	1,27	1,35	1,41	1,47	1,52	1,56	1,59	1,62	1,63	1,64	1,65	1,65
0,10	1,20	1,25	1,32	1,37	1,43	1,47	1,51	1,53	1,55	1,57	1,58	1,59	1,59
0,11	1,19	1,23	1,30	1,34	1,39	1,43	1,46	1,48	1,50	1,50	1,51	1,52	1,52
0,12	1,17	1,21	1,27	1,32	1,35	1,39	1,41	1,43	1,45	1,46	1,47	1,47	1,47
0,13	1,16	1,19	1,25	1,29	1,32	1,35	1,37	1,39	1,40	1,41	1,42	1,42	1,42
0,14	1,14	1,17	1,23	1,26	1,29	1,32	1,34	1,35	1,36	1,36	1,37	1,37	1,37
0,15	1,13	1,15	1,21	1,24	1,27	1,29	1,31	1,32	1,33	1,33	1,34	1,34	1,34
0,16	1,12	1,14	1,19	1,22	1,24	1,26	1,28	1,29	1,29	1,30	1,30	1,30	1,30
0,17	1,10	1,12	1,17	1,20	1,22	1,24	1,25	1,26	1,26	1,26	1,26	1,27	1,27

§. 101.

Verzeichnung der Flügelprofile.

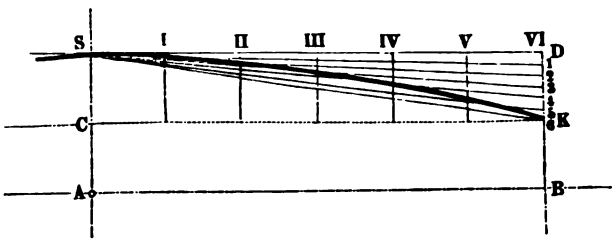
Zur Verzeichnung der schwachgekrümmten Linie, nach welcher die Profile der Achsenflügel begrenzt werden, kann man sich einer der folgenden Methoden bedienen. In den zugehörigen Figuren bezeichnet AB die geometrische Achse des Stückes, S den (bekannten) Scheitelpunkt der Profilcurve, K den ebenfalls bekannten oder gewählten Ansatzpunkt derselben am Achsenkopf.

1) Kreisbogen. Nur bei Zeichnungen in kleinem Maassstab ist derselbe, wenn er nach Kreisschablonen gezogen werden kann, zweckmässig und empfehlenswerth.

2) Parabel. (Fig. 286) $SD \parallel AB \parallel CK$; theile SD in n, z. B. in sechs gleiche Theile, ebenso DK; fälle von den Theilpunkten I, II, III... Lothe auf CK, und ziehe aus S die Geraden $S1$, $S2$, $S3$..., so liefern deren Schnittpunkte mit den Lothen I, II, III... die gesuchten Parabelpunkte.

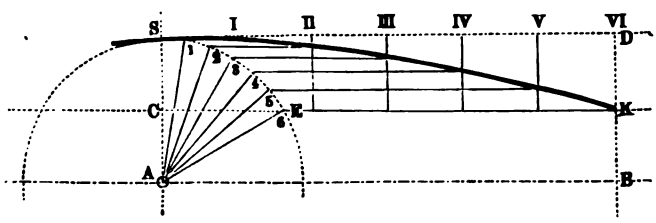
3) Sinoide. (Fig. 287) $SD \parallel AB \parallel CK$; beschreibe mit AS einen Kreis um A, theile den durch CK abgeschnittenen Bogen

Fig. 286.



SE desselben in n, z. B. sechs gleiche Theile, ebenso die Gerade SD, ziehe aus den Theilpunkten 1, 2, 3... Parallelen zu AB, und

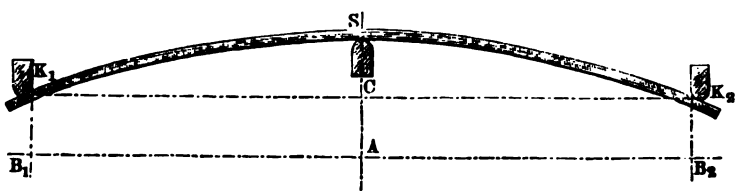
Fig. 287.



aus I, II, III... Lothe zu AB, so liefern die Schnitte der letzteren mit den ersteren die gesuchten Sinoidenpunkte.

4) Elastische Linie. Man biege eine sorgfältig prismatisch gearbeitete Ruthe (Fig. 288) von quadratischem Querschnitt durch

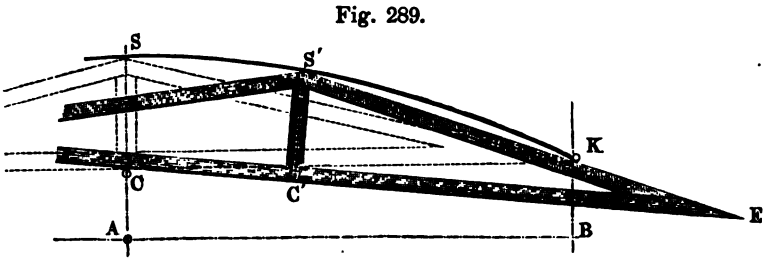
Fig. 288.



Druck an den Punkten K_1, K_2 und S derart, dass die Pfeilhöhe CS die verlangte Grösse erhält, und verzeichne dann die Curve, indem man die Ruthe als Lehre benutzt. Für grosse Ausführungen ist die Ruthe etwa 20 bis 30^{mm} dick zu nehmen und unter Wasser aufzubewahren. Bei kleinen Zeichnungen für das gewöhnliche Zeichenbrett ist zu empfehlen, sie nicht unter 5^{mm} dick zu wählen.

5) Cardioide. Die folgende in vielen Fabriken gebräuchliche Methode eignet sich vorzugsweise gut zum Aufreissen der Curve auf das zum Modell vorgerichtete Brett. Man fertigt behufs der Verzeichnung eine hölzerne Schablone $S'KEC$ (Fig. 289) an, bei welcher EC und ES' gerade Kanten sind, und deren Ab-

Fig. 289.



messungen $C'S' = CS$ und $CE = CK$ durch die Lage der zu verbindenden Punkte S und K gegeben sind. Man bringe sodann in C und K feste Stifte an, und führe die Kante CE längs dem Stift C, die Kante $S'E$ längs dem Stift K, so beschreibt der Punkt S' der Schablone von S nach K einen Bogen einer verkürzten (Peri-) Cardioide, welches Bogenstück sich sehr gut zu dem vorliegenden Zwecke eignet, und durch Führung eines Bleistiftes in S' unmittelbar fest und kräftig auf das Modellbrett aufgerissen werden kann.

Für das Entwerfen auf dem gewöhnlichen Zeichenbrett ist es sehr bequem, die Curve nach 2) oder 3) zu bestimmen und sie darauf mit Hilfe einer angelegten dünnen Ruthe nach 4) zu ziehen.

§. 102.

Hölzerne Achsen.

Die Wasserräder erhalten noch vielfach Achsen aus Eichenholz, denen man ein regelmässiges Vieleck zum Querschnitt gibt. Sie werden bis auf die, durch die anzuwendende Zapfenverbindung (siehe §. 86) vorgeschriebenen Schenkelenden prismatisch und demnach so dick gemacht, wie die stärkst beanspruchte Stelle es verlangt. Man findet für die Eichenholz-Achse die Dicke, indem man für die gleichbelastete gusseiserne Achse die Achsenkopfdicke aufsucht (siehe §. 87 bis 95) und diese mit 1,55 (d. i. mit der $\sqrt[3]{V}$ aus dem Verhältniss der Tragmodel 7,5 für Gusseisen, 2 für

Holz) multiplicirt. Der so erhaltene Durchmesser kann für einzelne Fälle zu klein ausfallen, wenn nämlich etwa die Arme in den Achsenkörper eingesteckt, überhaupt der Baum verschwächt werden muss, reicht aber bei Belastung des vollen Querschnittes aus. Fällt er kleiner aus, als es die Zapfenverbindung, siehe §. 86, verlangt, so ist der von dieser geforderte Durchmesser des Achsenschenkels für die ganze Achse maassgebend. Die Wahl zwischen eisernen und hölzernen Wasserradachsen muss sich nach lokalen Preisen und Verhältnissen richten.

Beispiel. Eine Wasserradachse von 2400mm Schenkellänge sei so belastet, dass sie gusseiserne Zapfen von 90mm Dicke und danach von 120mm Länge erhalten müsse. Gemäss (§. 88) *ist dann die Achsenkopfdicke für Gusseisen zu nehmen:* $D = 90 \cdot \sqrt[3]{\frac{2400}{60}} = 90 \cdot \sqrt[3]{40} =$ *308mm. In Holz ausgeführt, ist daher zu machen:* $D' = 1{,}55 \cdot 308 =$ *477mm.*

VI. WELLEN.

§. 104.

Berechnungsart der cylindrischen Wellen.

Der Maschinenbau versteht unter Wellen diejenigen Achsen, welche verdrehende Kraftmomente zu übertragen bestimmt sind. Dieselben müssen für diesen Zweck solche Abmessungen erhalten, dass sie 1) fest genug sind, und dass sie 2) durch die verdrehende Kraft nicht zu stark verwunden werden. In der Regel erfahren die Wellen ausser der Beanspruchung auf Drehung auch noch solche auf Biegung durch die Gewichte und Pressungen der auf ihnen sitzenden Räder, Rollen, Hebel u. s. w. Vorerst soll indessen hierauf keine Rücksicht genommen und auch nur für die massiven cylindrischen schmied- und gusseisernen Wellen die Berechnungsart angegeben werden.

Es bezeichne für eine solche Welle:

P die verdrehende Kraft,

R den Hebelarm, an welchen sie angreift,

N die Anzahl der Pferdestärken, welche die Welle überträgt,

n die Anzahl ihrer minutlichen Umdrehungen,

d den Wellendurchmesser,
L die Länge der Welle (ausnahmsweise) in Meter,
ϑ^0 den Verdrehungswinkel in Graden,
$\mathfrak{S}$ die durch die Verdrehung am Wellenumfang hervorgerufene Spannung,
G den Drehungsmodul ($^2/_5$ des Elasticitätsmoduls) des Materials,

so ist zu nehmen bei blosser Berücksichtigung der Festigkeit:

$$d = \sqrt[3]{\frac{16}{\pi \mathfrak{S}} PR} \quad \ldots \ldots \quad (96)$$

und bei blosser Berücksichtigung der Verdrehung:

$$d = \sqrt[4]{\frac{32}{\pi G} \frac{1000 . L}{\vartheta^0} \frac{360}{2\pi} PR} \quad \ldots \ldots \quad (97)$$

Um dieselbe Sicherheit bei den Wellen anzuwenden, welche bei den Zapfen gebraucht wurde, dürfte $\mathfrak{S}$ (vergl. §. 5) nur $^4/_5$ der dort eingeführten Spannung betragen; man findet indessen in guten Ausführungen die Spannungen selbst so hoch wie jene, weshalb wir für Schmiedeisen $\mathfrak{S} = 6$, für Gusseisen $\mathfrak{S} = 3$ einführen können. Hiermit erhält man bei blosser Rücksicht auf die Festigkeit
für schmiedeiserne Wellen

$$d = 0{,}95 \sqrt[3]{PR} = 84{,}7 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \ldots \ldots \quad (98)$$

für gusseiserne Wellen

$$d = 1{,}19 \sqrt[3]{PR} = 106{,}7 \sqrt[3]{\frac{N}{n}} \quad \ldots \ldots \quad (99)$$

In Bezug auf die Verdrehung ist es zweckmässig, den Verdrehungswinkel ϑ nicht über $^1/_4{}^0$ auf den laufenden Meter zu machen, d. i. zu setzen $\vartheta^0 = \frac{L}{4}$. Hiermit erhält man aus (97) bei blosser Rücksicht auf die Verdrehung:
für schmiedeiserne Wellen:

$$d = 4{,}13 \sqrt[4]{PR} = 120 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad \ldots \ldots \quad (100)$$

und für gusseiserne Wellen:

$$d = 4{,}91 \sqrt[4]{PR} = 143 \sqrt[4]{\frac{N}{n}} \quad \ldots \ldots \quad (101)$$

Hierzu sei bemerkt, dass sich der sogenannte Effektquotient $\frac{N}{n}$ aus dem statischen Momente PR nach dem Ausdrucke

$$PR = \frac{60.75.1000}{2\pi}\frac{N}{n} = 716198\,\frac{N}{n} \backsim 716200\,\frac{N}{n}\,. \quad (102)$$

berechnet. Nach den vorstehenden Formeln ist die folgende Tabelle über die schmiedeisernen Wellen berechnet. Sie zeigt, dass eine Welle zwar eine völlig genügende Sicherheit gegen bleibende Formänderung haben kann und trotzdem viel zu dünn sein kann, um eine genügend kleine Verwindung durch ihre Beanspruchung zu erleiden. Würde z. B. eine 8^{m} lange Welle an einem Ende mit einer verdrehenden Kraft von 100^{k} an einem Arme von 500^{mm} angegriffen, und hätte die Aufgabe, dieses Drehmoment von $50000^{k \times mm}$ am anderen Ende abzugeben, so würde sie nach Z. 2 fest genug sein bei 35^{mm} Dicke. Dieselbe Zeile Spalte 4 zeigt aber, dass dann diese Welle nahe 10mal zu stark auf Verdrehung beansprucht wäre, also nach dem Obigen eine Verwindung von $10.8.{}^{1}/_{4} = 20^{0}$ erfahren würde. Soll die Verdrehung die oben angenommene von ${}^{1}/_{4}{}^{0}$ auf den laufenden Meter sein, so hat man nach Zeile 7 bis 8, Spalte 4, die Wellendicke von etwa 63^{mm} zu wählen, was nach Spalte 2 ungefähr einer Versechsfachung ihrer Festigkeit entspricht.

Die Rücksicht auf den Verdrehungswinkel ist bei kurzen Wellenstücken, z. B. Wellenhälsen zwischen zwei Rädern u. s. w., unwichtig, weil bei diesen ϑ meist von selbst klein genug ausfällt. Man hat im Grunde genommen in jedem besonderen Falle die Länge der Welle, beziehlich die Wichtigkeit der Vermeidung grosser Verdrehungswinkel in Betracht zu ziehen.

Für die gusseisernen Wellen kann man die Tabelle ebenfalls benutzen, indem man den zu ermittelnden Werth von d bei dem Zweifachen des gegebenen Werthes von PR oder $\frac{N}{n}$ sucht.

Für Gussstahl würde, da dessen Tragmodul ${}^{5}/_{3}$ mal so gross ist, also der des Schmiedeisens, die auf blosse Festigkeit berechnete Welle $\sqrt[3]{0{,}6}$ d. i. 0,84 mal, die auf blosse Verdrehung berechnete $\sqrt[4]{0{,}6}$ d. i. 0,88 mal so dick zu nehmen sein, als die gleichwerthige schmiedeiserne Welle.

Anmerkung: Wellen, welche starken Wechseln von lebendigen Kräften ausgesetzt sind, wie z. B. die Mühlspindeln (Mühleisen) finden sich bedeutend stärker ausgeführt, als obige Formeln angeben; sie sind besondere Construktionen, welche sich den allgemeinen Vorschriften, die wir hier vor uns haben, entziehen.

§. 104.

Schmiedeiserne Wellen.

d	Auf Festigkeit berechnet		Auf Verdrehung berechnet (Triebwellen)	
	PR	$\frac{N}{n}$	PR	$\frac{N}{n}$
30	32 968	0,046	2 776	0,004
35	50 511	0,071	5 142	0,007
40	75 398	0,105	8 773	0,012
45	107 354	0,150	14 053	0,020
50	147 263	0,206	21 418	0,030
55	196 096	0,274	31 359	0,044
60	254 470	0,355	44 413	0,062
65	323 536	0,452	61 173	0,085
70	404 088	0,564	82 280	0,115
75	497 012	0,694	108 430	0,151
80	603 187	0,842	140 367	0,196
85	723 501	1,010	178 888	0,250
90	858 835	1,199	224 842	0,314
95	1010 073	1,411	279 126	0,390
100	1178 100	1,645	342 694	0,478
110	1568 051	2,19	501 738	0,71
120	2035 756	2,84	710 610	0,99
130	2588 286	3,61	978 768	1,37
140	3232 706	4,51	1316 493	1,84
150	3976 088	5,55	1734 888	2,42
160	4825 498	6,74	2245 879	3,14
170	5788 005	8,08	2862 215	4,00
180	6870 679	9,59	3597 465	5,02
190	8080 588	11,28	4466 022	6,24
200	9424 800	13,16	5483 104	7,66
220	12541 231	17,51	8027 813	11,21
240	16286 054	22,74	11369 764	15,88
260	20706 285	28,91	15660 293	21,87
280	25861 651	36,11	21063 892	29,41
300	31808 700	44,41	27758 214	38,76

1. Beispiel. Eine Krankette von 2700^k Belastung wirkt an einer Kettentrommel von 185^{mm} (gemessen bis zur Kettenmitte); wie dick ist die schmiedeiserne Achse der Trommel wegen der zu übertragenden Torsion zu nehmen? Hier ist $PR = 2700 \cdot 185 = 499500$, *und deshalb, da hier nur die Festigkeit zu berücksichtigen ist, gemäss Spalte 2, Zeile 10 zu nehmen:* $d = 75^{mm}$, *welche Abmessung der Biegungsbelastung wegen noch um etwas zu erhöhen sein wird (vergl. §. 111).*

2. Beispiel. Eine Turbine überträgt 92 Pferdestärken mittelst einer liegenden schmiedeisernen Welle von 114 minutlichen Umdrehungen und einer Länge von 2,6^m; die der Welle zu gebende Dicke wird gesucht. Hier ist $\frac{N}{n} = \frac{92}{114} = 0{,}807$. *Dies gäbe bei blosser Rücksicht auf die Festigkeit nach Spalte 3, Zeile 10 bis 11 die Dicke* $d =$ *nahe* 78^{mm}. *Will man aber die Verwindung auf* $\frac{1}{4}^0$ *pro Meter, also im Ganzen auf* $\frac{2{,}6}{4} = 0{,}65^0$ *einschränken, so hat man gemäss Spalte 5, Zeile 16 bis 17* $d = 115^{mm}$ *zu nehmen. Eine Ausführung *) für ganz ähnliche Urangaben zeigt* $d = 135^{mm}$, *sodass daselbst eine noch kleinere Verwindung vorgesehen ist, wobei übrigens auch den biegenden Belastungen Rechnung getragen sein mag. Jedenfalls aber wäre bei* $d = 115$ *die Festigkeit schon* $\left(\frac{115}{78}\right)^3$ *d. i. 3,18mal höher, als im ersten Falle.*

§. 105.

Triebwerkwellen.

Bei der vorstehenden Berechnung der Wellendicken werden die etwa auftretenden biegenden Kräfte unberücksichtigt gelassen. In der That aber fehlen dieselben selten, nämlich nur dann, wenn reine Kräftepaare das verdrehende Moment liefern. Die Wellen der Fabriktriebwerke sind in den meisten Fällen biegenden Kräften durch Riemenspannungen, Zahnräderpressungen und -Gewichte ausgesetzt, deren genaue Inbetrachtziehung zu einer sehr verwickelten Berechnung führen würde; ausserdem aber ist es bei diesen Wellen praktisch, lange Stränge mit unveränderter Wellendicke auszuführen, um die Riemscheiben, mit welchen die Kräfte ausgeleitet werden, beliebig versetzen zu können. Man kommt in diesen Fällen zu einem ganz brauchbaren Resultate, wenn man einen solchen Wellenstrang nach der Verdrehungsformel (100) oder (101) berechnet. Wie wir sahen, ist dann die Festigkeit der Welle

---

*) *In der Spinnerei-Anlage in Oberursel.*

gelegentlich sehr hoch, sodass die verhältnissmässig geringen obengenannten biegenden Kräfte unbedenklich vernachlässigt werden können. Damit die Wellen dünn ausfallen, nimmt man n hoch an, und ist mit dieser Zahl von 60 und 80 gestiegen bis zu 120, 140, ja 200 und darüber, je nachdem die zu treibenden Maschinen schnell laufen. Die stehenden Triebwellen oder Königsbäume lässt man meistens langsamer laufen, als die kraftabgebenden liegenden Wellen, gibt ihnen auch eine der Kraftabgabe entsprechende Verdünnung von Stockwerk zu Stockwerk. Solche Königswellen finden sich noch häufig aus Gusseisen hergestellt; auch gilt dies von langen liegenden Leitungen, welche unterwegs keine Kraft abgeben.

Die Praxis ist in der Wahl der Wellendicken nicht consequent. Wellen, an deren Tüchtigkeit sehr viel gelegen ist, finden sich mit hohen Spannungen im Gebrauch, so z. B. die der Lokomotiven, wo Spannungen bis zu 9 und 10^k in den schmiedeisernen Kurbelachsen vorkommen; Schraubenwellen der Dampfschiffe werden mit 5 bis 6^k Spannung gebraucht. Daneben wird wieder bei manchen Triebwerkwellen eine ganz geringe Spannung — wohl sehr häufig mit Recht in Berücksichtigung der Verdrehung — angewandt, namentlich in England, während andere Triebwerke grosse Verdrehungen, d. h. verhältnissmässig dünne Wellen besitzen. Die Erörterung solcher Fälle wird durch den Uebelstand erschwert, dass die Kraftangaben selten genau zu erhalten sind, indem aus der Zahl der „nominellen" Pferdestärken, welche eine Welle überträgt, so gut wie gar kein Schluss auf die wirkliche Arbeitstärke zu ziehen ist. Bei Anwendung der obigen Verdrehungsformel für die Triebwerkwellen, und kleiner Erhöhung der erhaltenen Resultate bei sehr langen Wellensträngen kommt man auf mittlere Werthe, welche mit vielen Ausführungen eine gute Uebereinstimmung zeigen.

Einige Beispiele sollen das Gesagte erläutern; es mögen dann die vorstehenden Bemerkungen zusammen mit denen des folgenden Paragraphen dem Construirenden als Anhalt dienen.

1. Beispiel. Die Schraubenwelle eines grossen Kriegsdampfers von Indret wird durch zwei Dampfkolben von je 80000^k Druck an rechtwinklig stehenden Kurbeln von 550^{mm} Armlänge umgetrieben. Sie ist aus Schmiedeisen hergestellt und hat zwischen Krummachse und Schiffsschraube eine Länge von 22^m bei 380^{mm} Dicke. Berechnet man sie unter blosser Berücksichtigung der Festigkeit, so wäre nach Formel (98)

zu nehmen, da $PR = 2 \cdot \sqrt{\frac{1}{2}} \cdot 80000 \cdot 550 \backsim 62216\,000^{k \times mm}$ *ist:* $d = 0{,}95 \sqrt[3]{62\,216\,000} = 376{,}4$, *was einer Maximalspannung von 6k am Wellenumfang entspräche, und sehr nahe mit der Ausführung stimmt. Die Maximalspannung der Welle berechnet sich zu 5,77 . Wollte man* $^1/_4{}^0$ *Verdrehung auf den Meter, also im Ganzen* $^{22}/_4{}^0$ *gestatten, so hätte man nach (92) zu nehmen gehabt* $d = 4{,}13 \sqrt[4]{62\,216\,000} = 367^{mm}$, *was weniger ist, als die Rücksicht auf die Festigkeit fordert. Man hat also hier eine etwas kleinere Verwindung als* $5^1/_2{}^0$ *zu gewärtigen, wovon weiter unten mehr.*

2. Beispiel. In der Spinnerei von Saltair überträgt eine gusseiserne stehende Königswelle bei 92 minutlichen Umdrehungen 300 Pferdestärken; sie hat 10 Zoll engl. oder 254mm Durchmesser. Wir würden derselben nach der Verdrehungsformel (101) die Dicke $d = 143 \sqrt[4]{\frac{300}{92}} = 192{,}2^{mm}$ *geben, während die Ausführung das* $^4/_3$*fache zeigt. In ähnlicher Weise schwer sind die übrigen Wellen derselben Fabrik gehalten.*

3. Beispiel. In dem Walzwerk am Rheinfall überträgt eine schmiedeiserne 68m lange Welle 120 Pferdestärken von einer Turbine zu den Walzenstrassen. Die Umlaufzahl ist 95, der Effektquotient $\frac{N}{n}$ *also* $= \frac{120}{95} = 1{,}263$. *Wegen der Verdrehung würden wir nach Spalte 5, Zeile 17 bis 18* $d = 126^{mm}$, *bei blosser Berücksichtigung der Festigkeit nach Spalte 3, Zeile 13 bis 14* $d \backsim 92^{mm}$ *nehmen. Die Ausführung zeigt* $d = 96^{mm}$ *in den, 32 an der Zahl betragenden Wellenhälsen, und* 100^{mm} *in den Schäften. Die eintretende Spannung berechnet sich zu 5,2k für die Lagerhälse und 4,6k für die Schäfte. Der Erbauer der Saltairmühle*) würde wenigstens etwa* 200^{mm} *Wellendicke angewandt, d. h. die Welle 8mal so fest construirt haben, als geschehen ist.*

4. Beispiel. In der Spinnerei in Logelbach überträgt eine gusseiserne 210^{mm} *dicke Welle bei 27 minutlichen Umdrehungen 140 Pferdestärken (mit dem Zaum gemessen). Der Effektquotient* $\frac{N}{n}$ *ist* $\frac{140}{27} = 5{,}19$. *Suchen wir bei dem doppelten Werthe in unserer Tabelle nach, da es sich um eine gusseiserne Welle handelt, so finden wir gemäss Spalte 5, Zeile 25 bis 26 d zwischen 200 und 220; eine genauere Rechnung ergibt* $d = 215^{mm}$, *was sehr nahe mit der Ausführung stimmt. Die blosse Berücksichtigung der Festigkeit hätte gemäss Spalte 3, Zeile 23 bis 24* $d \backsim 185^{mm}$ *ergeben.*

5. Beispiel. Dieselbe Anlage hat an einer anderen Stelle eine 25,5m lange gusseiserne Wellenleitung, welche 270 Pferdestärken (mit dem Zaume gemessen) bei 50 minutlichen Umdrehungen überträgt, also den

---

*) *Fairbairn, der in ähnlichen Fällen die Formel* $d = 160 \sqrt[3]{\frac{N}{n}}$ *angewandt wissen will.*

Effektquotienten 5,4 besitzt. Die Wellenhälse haben 175mm Durchmesser, im Schaft ist der Querschnitt von der in Fig. 282 angegebenen Form und das Profil etwas geschwellt; man kann ihn annähernd durch einen cylindrischen Schaft von 215mm Dicke ersetzt denken, der dann ungefähr die Festigkeit des ausgeführten besitzen würde. Unsere Tabelle würde für die Wellenhälse, wenn man sie nur mit genügender Festigkeit versehen wollte, gemäss Spalte 3, Zeile 23 bis 24 (beim doppelten Werth von $\frac{N}{n}$ *wegen des Materials Gusseisen) 180 bis 190, genauer 187mm Dicke, also mehr als die Ausführung zeigt, ergeben. Dem wirklich angewandten Durchmesser 175 entspricht eine Spannung* $\mathfrak{S} = 3{,}67^t$. *Für den Schaft würden wir ohne Frage, da die Welle sehr lang ist, die Rechnung auf Verdrehung beziehen, demgemäss in Spalte 5 bei* $\frac{N}{n} = 2 \,.\, 5{,}4 = 10{,}8$ *zu suchen haben. Wir finden d zwischen 200 und 220, genauer nach (101)* $d = 143 \sqrt[4]{5{,}4} = 143 \,.\, 1{,}52 = 217^{mm}$, *was ebenfalls sehr nahe mit der Ausführung übereinstimmt.*

§. 106.

Berechnung des Verdrehungswinkels der Wellen.

Bei einer cylindrischen Welle von der Dicke d, welche durch ihre ganze Länge L das verdrehende statische Moment PR überträgt, ist, wenn das Material den Drehungsmodul G hat, nach §. 13 Nro. I. der Verdrehungswinkel

$$\vartheta^0 = \frac{32 \,.\, 360}{2\pi^2} \frac{PR}{d^4} \frac{1000\,L}{G} = \frac{180\,\mathfrak{S}}{\pi G} \frac{1000\,L}{0{,}5\,d} \quad . \; . \; (103)$$

woraus für Schmiedeisen, wo $G = 8000$:

$$\vartheta^0 = 72{,}95 \frac{PRL}{d^4} = 14{,}32\,\mathfrak{S} \frac{L}{d} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (104)$$

und für Gusseisen das Doppelte oder

$$\vartheta^0 = 155{,}9 \frac{PRL}{d^4} = 28{,}65\,\mathfrak{S} \frac{L}{d} \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (105)$$

folgt. Hierbei ist L wieder ausnahmsweise in Meter eingeführt, und bedeutet $\mathfrak{S}$ wieder die Spannung am Wellenumfang. Man sieht, dass man bei bekanntem $\mathfrak{S}$ den Winkel ϑ sehr leicht berechnen kann. Hierbei ist nicht zu vergessen, dass $\mathfrak{S}$ und d von einander abhängen, dass also z. B. d unter Annahme von $\mathfrak{S}$ berechnet sein muss.

Die Abgabe des verdrehenden Momentes kann auch so erfolgen, dass einzelne Abgabestellen über die Welle vertheilt sind. Man kann aber auch dann von den obigen Formeln Gebrauch machen (vergl. §. 13, S. 42 und 43), wenn man nämlich für L setzt:

a. die ganze Wellenlänge (in Meter), wenn die Triebkraft an dem einen Ende eingeleitet, am andern ganz abgeleitet wird;

b. die halbe Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig über die ganze Welle vertheilt ist, was in langen Wellensträngen in der Regel der Fall ist;

c. ein Drittel der Wellenlänge, wenn die Kraftabgabe gleichförmig abnehmend vom Krafteinleitungspunkte bis zum Wellenende vertheilt ist (siehe Fall III. in §. 13) was in Fabriksälen mit verschieden starken Maschinen sich manchmal zweckmässigerweise angeordnet findet;

d. im allgemeinen den Abstand des Angriffschwerpunktes der zu überwindenden Widerstandsmomente, wenn die Kraftabgabe irgendwie über die Welle vertheilt ist (siehe Fall IV. in §. 13). Man findet den Angriffschwerpunkt, wenn man die Producte aus den einzelnen Widerstandsmomenten (in Pferdestärken) und den Abständen ihrer Angriffpunkte vom Wellenanfang bildet und addirt, und die erhaltene Summe durch die ganze Kraftabgabe (in Pferdestärken) theilt.

Als Beispiele können mehrere der im vorigen §. berechneten Wellen dienen.

1. Beispiel. Die Schraubenwelle des Indret'schen Schiffes aus Beispiel 1. verdreht sich im Maximum — unter Vernachlässigung der Verstärkungen durch Anläufe u. s. w. — wegen $\mathfrak{S} = 5{,}77$, $d = 380$ *und* $L = 22$ *nach (104) um* $\frac{14{,}32 \,.\, 5{,}77 \,.\, 22}{380} \sim 4\frac{7}{8}^0$, *welche Verdrehung auf das* $\frac{7}{10}$*fache oder* $\sim 3\frac{1}{3}^0$ *zurückgeht, wenn je eine der Kurbeln in den Todpunkt tritt.*

2. Beispiel. Die Welle aus Beispiel 3. gibt unterwegs keine Kraft ab, verwindet sich aber in den 32 Lagerhälsen, deren Länge $= 100^{mm}$ *sein möge, mehr als in den Schäften. Wir haben nach (104)* ϑ $= 14{,}32 \left[\frac{32 \,.\, 0{,}1 \,.\, 5{,}2}{96} + \frac{(68 - 3{,}2)\, 4{,}6}{100}\right] = 14{,}32\,(0{,}173 + 2{,}981) \sim 45\frac{1}{6}^0$!! *eine Verdrehung, welche bei schwankender Kraftabnahme sehr merkbar wirken muss, und wenigstens bei einer feineren Fabrikation nicht zulässig sein würde.*

3. Beispiel. Gäbe man derselben Welle gemäss der von Fairbairn empfohlenen Regel 200^{mm} *Dicke durchweg, so hätte man gemäss dem ersten Ausdruck in (104), da* $\frac{N}{n} = 1{,}263$ *ist:* $\vartheta = \frac{72{,}95 \,.\, 716\,200 \,.\, 1{,}263 \,.\, 68}{200^4}$ $= 3{,}87^0$.

4. Beispiel. Lässt man durch einen 50m langen schmiedeisernen Wellenstrang von constanter Dicke 70 Pferdestärken bei 100 Umdrehungen an Maschinen abgeben, welche eine ungefähr gleichförmig über die Welle vertheilte Kraftabgabe veranlassen, so hat man zunächst nach Spalte 5, Zeile 16 zu nehmen $d = 110^{mm}$. Bei der Verdrehungsberechnung haben wir nun für L die halbe Wellenlänge einzuführen, erhalten also $\vartheta = \frac{72{,}95 . 716\,200 . 0{,}7 . 25}{110^4}$ $= 6{,}45 \backsim 6\frac{1}{2}^0$. *Direkt erhielte man, da* $L = 25$ *einzusetzen, und weil wir oben* $\vartheta^0 = \frac{L}{4}$ *in die Berechnung der Formel (100) einführten,* $\vartheta = 6\frac{1}{4}^0$.

Erscheint in einem bestimmten Falle eine solche Verdrehung zu gross, so erhöhe man den Durchmesser entsprechend und hat dabei zu bedenken, dass das Steigerungsverhältniss mit seiner vierten Potenz, also sehr stark auf die Verminderung von ϑ einwirkt.

5. Beispiel. Sollte die im vorigen Beispiel berechnete Welle einen nur halb so grossen Verdrehungswinkel, als wir fanden, erhalten, so hätte man d auf das $\sqrt[4]{2}$*fache, d. i. nach der Zahlentafel Nro. I. auf das 1,189fache zu erhöhen, also zu nehmen* $d = 110 . 1{,}189 \backsim 130^{mm}$.

§. 107.

Drehzapfen der Wellen.

Die Zapfen der Triebwellen sind entweder Endzapfen, und dürfen dann als Stirnzapfen behandelt werden, oder sie sind, was der gewöhnliche Fall ist, Halszapfen, über deren Längenbemessung in §. 82 gesprochen wurde. Bei den Triebwerkwellen der Fabriken und manchen anderen Wellen ist übrigens eine besondere Berechnung der Zapfenlänge unnöthig. Man nehme hier, wenn nicht ausnahmsweise die Zapfenlänge l beschränkt werden muss, (was z. B. bei den Lokomotiven zu geschehen hat) $l = {}^3/_2 d$ (vergl. die Hänglager Kap. VIII.), wobei zu bedenken ist, dass eine Vergrösserung von l über dieses Maass hinaus nicht ungünstig wirkt, sondern nur die Abnutzung verkleinert. In dieser Beziehung hüte man sich übrigens, Halszapfen und Stirnzapfen zu verwechseln, indem bei letzteren die Verlängerung auch eine Vergrösserung des Durchmessers erfordert. Bei Decken-Triebwerken wendet man neuerdings in zunehmendem Maasse Lager mit gelenkig aufgehängten Schalen an, welche sich unbedingt an den Zapfen

anschmiegen. Bei diesen ist jede Gefahr des Klemmens verhütet, weshalb man hier $l = 2$ bis $3\ d$ und darüber annehmen kann. (Siehe das Sellers'sche Lager Kap. VIII.).

§. 110.

Zusammengesetzte Querschnitte. Hölzerne Wellen.

Die Abmessungen der zusammengesetzten Wellenquerschnitte (Kreisring-, Kreuz- und Sternquerschnitt) findet man, nachdem man zuerst die Berechnung für die massive runde Welle (aus demselben Material) gemacht, ganz auf dieselbe Weise aus der Dicke d der runden Welle, wie es in den §§. 97 bis 100 für die Tragachsen gezeigt wurde. Bei hölzernen Wellen (aus Eichenholz) nehme man den Durchmesser D des dem Querschnitt-Vieleck eingeschriebenen Kreises nicht kleiner als 1,75 mal die Dicke der gusseisernen gleichbeanspruchten Welle. Bei dem letzteren Verhältniss verwinden sich beide Wellen um gleichviel, indem 1,75 die $\sqrt[4]{}$aus dem Verhältniss des Elasticitätsmoduls 10000 des Gusseisens zu 1100, dem des Holzes ist. Hölzerne Wellen kommen übrigens nur noch selten vor.

§. 111.

Belastete Wellen.

Unter einer belasteten Welle wird hier eine solche Welle verstanden, welche ausser einer verdrehenden Beanspruchung noch eine solche auf Biegung erfährt. Wie wir oben sahen, fallen streng genommen sehr viele Wellen unter diese Kategorie; bei einer grossen Zahl indessen durften wir die Biegungsbeanspruchung vernachlässigen. Wo letzteres nicht geschehen darf oder nicht geschehen soll, hat man eine Berechnung auf zusammengesetzte Festigkeit auszuführen. Am bequemsten vollzieht sich diese, wenn man die vereint wirkenden statischen Momente in ein ideelles biegendes Moment verwandelt, und darauf so rechnet, als sei die belastete Welle eine Tragachse, welcher jene ideellen biegenden Momente zukommen. Die Verwandlungsformel wurde §. 18 mitgetheilt.

Ist M_d das einen Querschnitt beanspruchende verdrehende Moment,

M_b das ebendaselbst wirkende biegende Moment,

so ist das ideelle biegende Moment, welches diese beiden ersetzt:

$$(M_b)_i = {}^3/_8\ M_b + {}^5/_8\ \sqrt{M_b^2 + M_d^2} \quad \ldots\ldots\ (106)$$

Diese Formel wird für numerische Rechnungen nach dem Poncelet'schen Theorem genügend genau angenähert:

wenn $M_b > M_d$, durch

$$(M_b)_i = 0{,}975\ M_b + 0{,}25\ M_d \quad \ldots\ldots\ (107)$$

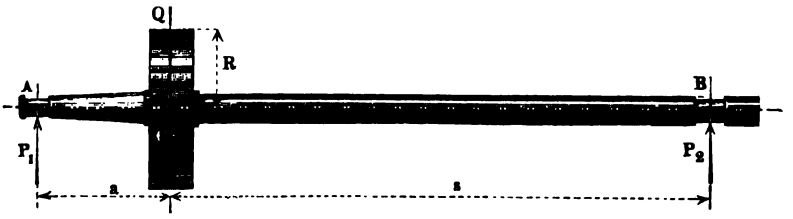
und wenn $M_d > M_b$, durch

$$(M_b)_i = 0{,}625\ M_b + 0{,}6\ M_d \quad \ldots\ldots\ (108)$$

Wir wenden wieder beide, zuerst das analytische, dann das graphostatische Verfahren an.

I. Analytisches Verfahren. Die Achse oder Welle ABC, welche in Fig. 290 dargestellt ist, trägt bei C ein Stirnrad R, an

Fig. 290.



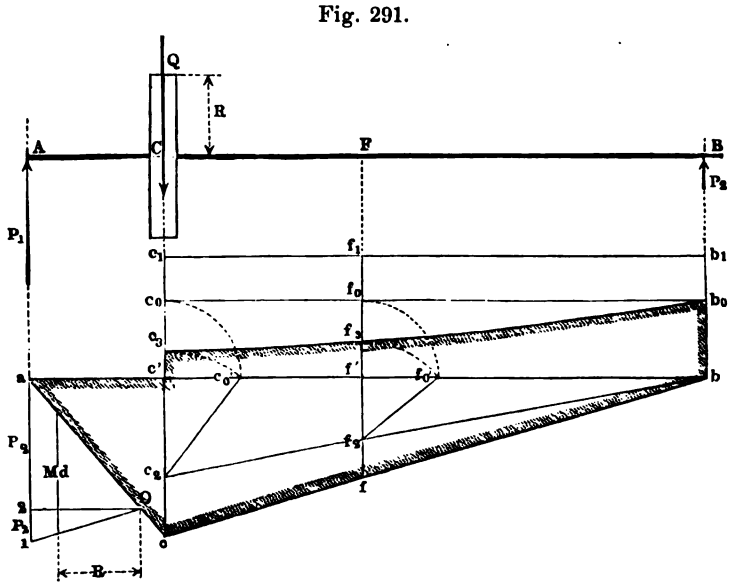
dessen Umfang die Kraft Q tangential angreift; dann beansprucht diese den Schaft CB auf Verdrehung mit dem Moment $M_d = QR$; und biegt ausserdem die Achse, so dass bei A die zu Q parallele Kraft $P_1 = Q\,\frac{s}{a+s}$ und bei B die Kraft $P_2 = Q\,\frac{a}{a+s}$ entsteht. Beim Punkte C findet die stärkste Beanspruchung statt, indem dort die beiden biegenden Momente in ihrem Maximum $M_b = P_1 . a = P_2 . s$ sind, weshalb man vor allem für diese Stelle die Berechnung auszuführen hat.

Beispiel. Es sei $Q = 2500^k$, $R = 300^{mm}$, $a = 500^{mm}$, $s = 2000^{mm}$, *so ist zunächst* $P_1 = \frac{2000}{2500} . Q = 0{,}8\ Q = 2000^k$ *und* $P_2 = \frac{500}{2500} Q = 0{,}2 . Q = 500^k$. *Nun hat man* $M_d = 2500 . 300 = 750000$, $M_b = 2000 . 500 = 1000000$. *Somit ist* $M_b > M_d$ *und daher Formel (107) zu benutzen. Man erhält:* $(M_b)_i = 0{,}975 . 1000000 + 0{,}25 . 750000 = 975000 + 187500 = 1162500^{k \times mm}$. *Hier-*

aus kann die Achsenkopfdicke bei C direkt berechnet werden. Ist die Welle aus Gusseisen, und bei C mit kreisförmigem Querschnitt herzustellen, so hat man für dessen Durchmesser D aus: $(M_b)_i = \mathfrak{S} \frac{\pi}{32} D^3$ *bei einer Spannung* $\mathfrak{S} = 3^k$: $D = \sqrt[3]{\frac{1162\,500 . 32}{3\,\pi}} = 158^{mm}$. *Der Zapfen bei A erhielte nach Tabelle S. 80, Spalte 3 Zeile 11 die Dicke* $d_1 = 70^{mm}$. *Für den Wellenhals bei B erhält man nach Tabelle S. 103, Spalte 2, Zeile 5 (bei dem doppelten Werthe des verdrehenden Momentes, da wir Gusseisen vor uns haben)* $d_2 = 50^{mm}$. *Hierbei ist nur auf die Festigkeit, nicht auf den Verdrehungswinkel Rücksicht genommen.*

I. Graphostatisches Verfahren. Wir behandeln sofort dasselbe Beispiel graphostatisch. Nachdem man, Fig. 291, für die biegenden Momente das mit horizontaler Schlusslinie construirte

Fig. 291.



Gelenkpolygon $a\,b\,c$ verzeichnet, und das Kräftepolygon $a\,1\,O$ aufgetragen hat, liefert dasselbe zunächst sofort P_1 und P_2 und in $a\,c\,c'$ die Momentenfläche für den Schenkel $A\,C$.

Nun ist das Moment M_d aufzusuchen. Hierfür ziehen wir im Kräftepolygon in einem Abstand R von dem Pol O eine Vertikalordinate, so ist diese $= M_d$. Dieselbe nach $c'\,c_1 = b\,b_1$, und sodann $^5/_8$ davon nach $c'\,c_0 = b\,b_0$ tragend, haben wir in $c'\,c_0\,b_0\,b$ das Torsionsrechteck für den Schenkel CB. Die Zusammensetzung

der drehenden mit den biegenden Momenten vollziehen wir nun nach Formel (106). Wir machen nämlich $cc_2 = {}^3/_8\, cc'$ und ziehen die Gerade $c_2 b$, so ist auch an jeder anderen Stelle des Polygons, z. B. bei f, der Abschnitt $ff_2 = {}^3/_8\, ff'$. Klappt man nun die $c'c_0$ nach $c'c_0'$ auf die ab, so ist die Hypotenuse des Dreiecks $c_2 c' c_0'$: $c_2 c_0' = \sqrt{({}^5/_8\, \overline{cc'})^2 + ({}^5/_8\, \overline{c_1 c'})^2}$, also die Summe $cc_2 + c_2 c_0' = cc_2 + c_2 c_3$ das gesuchte Moment $(M_b)_i$ für die Stelle C. Ebenso erhält man in $ff_2 + f_2 f_0' = ff_2 + f_2 f_3$ das Moment $(M_b)_i$ für die Stelle F. Die Linie $c_3 f_3 b_0$ ist eine Curve (Hyperbel), welche man auch durch eine Gerade $c_3 b_0$ im vorliegenden Falle genügend genau annähern könnte. Aus dem gefundenen Polygon $acbb_0 c_3 c'$ ermittelt man schliesslich, wie bei den Achsen gelehrt wurde, die Abmessungen der belasteten Welle.

Andere Aufgaben für Momentenzusammensetzung finden sich bei den Hebel- und Kurbelachsen. Kap. XIII. und XIV.

VII. WELLENVERBINDUNGEN ODER KUPPLUNGEN.

§. 110.

Eintheilung der Kupplungen.

Die Theile, durch welche Triebwellen so mit einander verbunden werden, dass sie sich ihre drehenden Bewegungen gegenseitig mitzutheilen vermögen, heissen Kupplungen. Sie lassen sich eintheilen in:

1) feste,
2) bewegliche,
3) lösbare oder Ausrück-Kupplungen.

Die ersten sind die gewöhnlichen Verbindungen der festgelagerten und sich um eine gemeinschaftliche geometrische Achse drehenden Triebwellen. Beweglich heissen solche Kupplungen, welche eine Veränderlichkeit in der gegenseitigen Lage der gekuppelten Wellen gestatten; die lösbaren Kupplungen endlich können während des Ganges der verbundenen Wellen aus- und meistens auch wieder eingerückt, ausser und in Eingriff gebracht werden. Diese drei Kupplungsarten werden im Folgenden an einigen wichtigen Beispielen besprochen.

§. 112.

I. Feste Kupplungen.

Man fertigt die festen Kupplungen **eintheilig- und zweitheilig** (ein- und zweitrumig) an. Von der ersteren Gattung sind die in Fig. 292 und Fig. 293 dargestellten **Muffenkupplungen.**

Fig. 292.

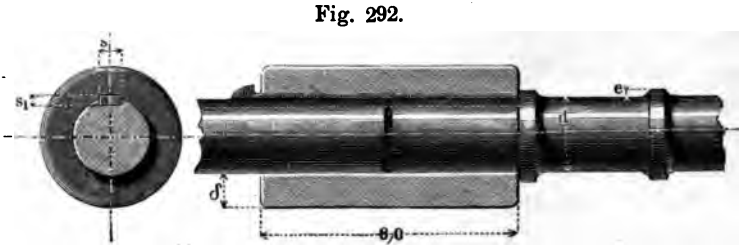
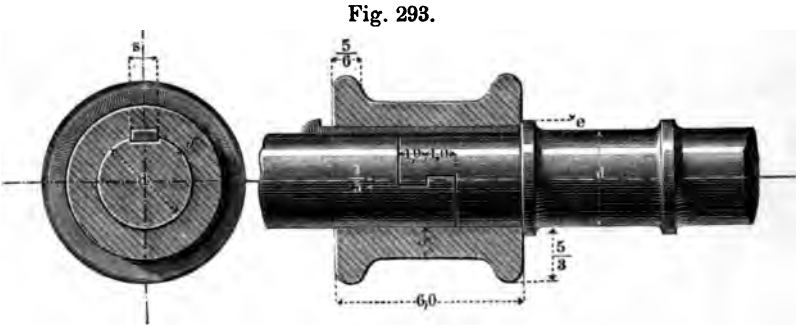


Fig. 293.



Die Muffe umschliesst die zu verbindenden Wellenenden, welche bei der zweiten Form zu einem Schloss zusammengepasst sind.

Als Bezugeinheit dient hier wie bei den folgenden Kupplungen die Wanddicke δ der Hülse, für welche man nehme:

$$\delta = 5 + \frac{d}{3} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (109)$$

d bezieht sich auf die schmiedeisernen Wellen. Ist die Welle von Gusseisen, so suche man, wenn besonders gespart werden soll, zuerst die ihr gleichwerthige Schmiedeisenwelle, ermittle daraus δ und verfahre wie oben. Die Abmessungen des Keiles sind nach der Formel (181) für Torsionskeile, §. 88, angenommen gedacht. Neuerdings verdecken manche an Triebwerken die hervorstehenden Keilnasen mit runden, besonders aufgesetzten Kapseln, um die Kupplungen **glattläufig** zu machen, d. i. die Gefahr zu vermei-

den, welche das Erfassen von Bekleidungstheilen u. s. w. durch die Keile für die Arbeiter mit sich bringt. (Vergl. Verhandl. d. Ver. f. Gewerbfleiss in Preussen. 1869. S. 124).

Das Schloss der Muffenkupplung findet sich auch in der Schwalbenschwanzform Fig. 294, vielfach auch mit der blossen Ueberblattung Fig. 295 vor. Die beiden ersteren Formen haben

Fig. 294.

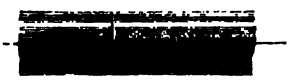
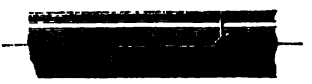


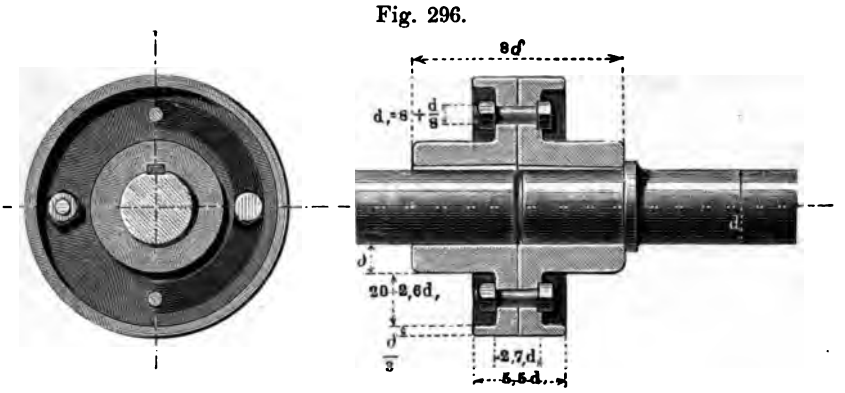
Fig. 295.



gegen die letzte den Vortheil, die Wellen auch in der Längenrichtung zusammenzuhalten, sowie den, dass die Drehkörner erhalten bleiben.

Eine zweitheilige Kupplung ist die in Fig. 296 dargestellte Scheibenkupplung, der Länge nach in Hälften getheilt, und

Fig. 296.



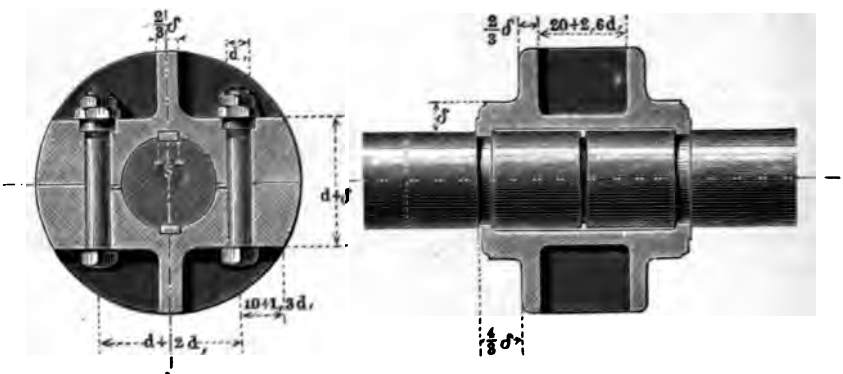
darum zweckmässig, weil sie vermöge der Versenkung der Schraubenköpfe und Muttern und wegen des Einschiebens der Keile von der Fugenfläche her glattläufig ist.

Die Anzahl i der Schrauben nehme man: $i = 2 + \frac{d}{30}$. Gibt man alsdann dem Schraubenbolzen die äussere Dicke $d_1 = 8 + \frac{d}{8}$, so sind dieselben genügend fest auch für den Fall, dass d ohne Berücksichtigung des Verdrehungswinkels, also nach Formel (98) gerechnet worden ist. Sie sind reichlich fest, wenn d mit Rücksicht auf die Verwindung [nach Formel (100)] bestimmt ist, beidemale eine schmiedeiserne Welle vorausgesetzt.

Die Scheibenkupplung ist für grosse Fabriktriebwerke in England und Deutschland sehr verbreitet.

Fig. 297 zeigt die Schalenkupplung, welche der Quere

Fig. 297.



nach in zwei Stücke getheilt ist. Die Schalen verdecken sowohl die beiden Längskeile oder Federn, als vermöge der Einfassungsscheiben die Schrauben, sodass vorstehende Keile an der Kupplung nicht vorkommen. Soll dieselbe die Wellen der Länge nach ganz sicher verbinden, so wird die angedeutete leichte Eindrehung der Wellen nebst den in diese eingreifenden Ringfalzen angebracht. Die Eindrehung ist der Festigkeit wegen immer zulässig, wenn d mit Rücksicht auf die Verwindung, [Formel (100)] berechnet ist; ihre Tiefe kann ziemlich gering sein, und reicht aus bei der Grösse $1{,}5^{mm} + \frac{d}{100}$. In Fällen, wo die Längsverbindung der Wellen nicht wichtig ist, bleiben die Falzungen weg. Will man die Verbindungsschrauben mit Gegenmuttern sichern, so empfiehlt es sich, die Hauptmuttern, wie in der Figur angedeutet, halb zu versenken. Die Schraubenanzahl i findet man $= 2$, 4, 6, selten mehr angenommen. Man gelangt zu brauchbaren Abmessungen, wenn man nimmt bei:

$i = 2$	4	6 und mehr.
$d_1 = 10 + \frac{d}{6}$	$9 + \frac{d}{7}$	$8 + \frac{d}{8}$

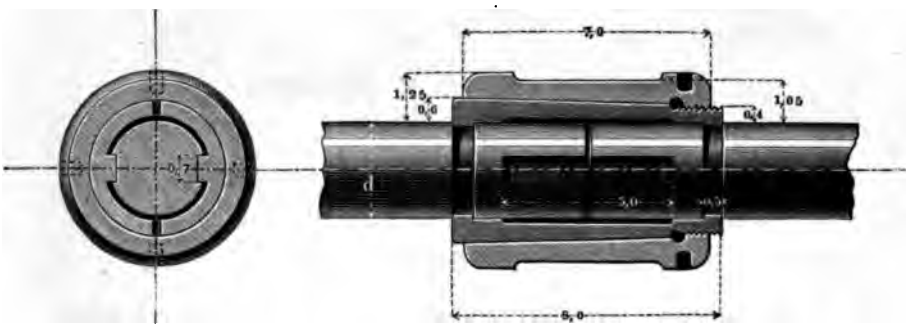
Beispiel. Für eine 60mm dicke Triebwelle erhält die zweischraubige Schalenkupplung Schrauben von der Dicke $d_1 = 10 + \frac{60}{6} = 20^{mm}$; *wenn*

man sie vierschraubig machen will, $d_1 = 9 + \frac{60}{7} \sim 18^{mm}$, *und wenn sechsschraubig,* $d_1 = 8 + \frac{60}{8} \sim 16^{mm}$.

Man hat die Schalenkupplung auch mit nur einer einzigen und zwar einer Differenzialschraube construirt, welche quer mitten durch die Kupplung geht *).

Eine andere Form der Schalenkupplung ist die vom Verfasser construirte Kegelschalenkupplung, Fig. 298, bei welcher die Querverbindung der Schalen durch ein rundes Keilschloss bewirkt ist, und vorstehende Theile vermieden sind.

Fig. 298.



Die Schalen sind mit angegossenen und abgehobelten Federn versehen, welche in die Nuthen der Wellen genau passen. Aus den angegebenen Verhältnissen, welche sich wie bisher auf den Modul $\delta = 5 + \frac{d}{3}$ beziehen, ergibt sich der Anzug des Kegels an jeder Seite zu $\frac{0,2}{8}$ oder $\frac{1}{40}$, was einem Haftenbleiben auch bei blossem Festauftreiben entspricht. Um aber auch bei rüttelnden und stossenden Bewegungen dem Loswerden der Schalen vorzubeugen, ist am dünnen Ende ein Gewinde an den Halbschalen und in der Hülse angebracht. Vier Löcher in dem Wulste gestatten das Einsetzen eines Zapfenschlüssels, mit dem man das Schloss völlig fest zusammenziehen kann.

Für gewöhnlichere Fälle kann das Gewinde wegbleiben, und durch eine versenkte stählerne Klemmschraube für jede Halbschale

*) Ruggle's Kupplung. P. M. Journal 1866 bis 67. S. 185.

ersetzt werden. Ist endlich eine Längsverschiebung der einzelnen Wellenstücke gegeneinander nicht zu befürchten, so bleiben auch die Falze fort. Bei grossen Ausführungen, etwa von $d = 60^{mm}$ an aufwärts, können Arbeitsleisten in der Hülse und auf den Halbschalen angebracht werden.

Bisher wurden stets schmiedeiserne Wellen vorausgesetzt, und danach die Verhältnisszahlen eingerichtet. Bei gusseisernen Wellen werden der Einfachheit halber dieselben Verhältnissmaasse innegehalten. Will man durchaus knapp und sparsam mit dem Material verfahren, so ermittle man in jedem einzelnen Falle die ideelle Wellendicke aus Formel (99) und lege das erhaltene d bei der Berechnung zu Grunde.

II. Bewegliche Kupplungen.

§. 113.

Verschiedene Arten der Beweglichkeit der Kupplungen.

Es sind drei Arten der Beweglichkeit einer Kupplung bei ungestörter Erhaltung der Drehungsübertragung möglich, nämlich

a) der Achsenrichtung oder der Länge nach,
b) senkrecht zur Achsenrichtung oder der Quere nach,
c) unter Aenderung des Achsenwinkels oder dem Achsenwinkel nach.

Auch können zwei dieser Beweglichkeiten oder alle drei gleichzeitig gedacht werden. Im ersten Falle decken sich die geometrischen Achsen der Wellen oder fallen zusammen, im zweiten sind sie parallel, im dritten schneiden sie einander, bei der Vereinigung von *b*) und *c*) sind sie geschränkt. Alle diese Beweglickeiten werden von der Praxis gefordert und in Anwendung gebracht.

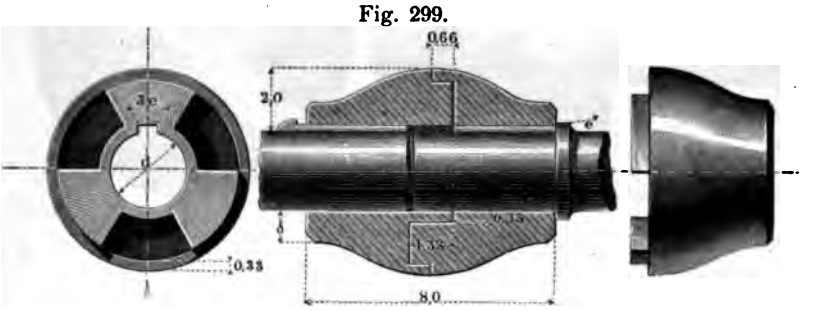
§. 114.

Längsbewegliche und querbewegliche Kupplungen.

Bei prismatischer Einpassung der die Drehung übertragenden Theile wird die Längsbeweglichkeit erreicht. Als Beispiel diene die

Sharp'sche Klauenkupplung Fig. 299. Sie ist zweitheilig, und erlaubt kleine Längsverschiebungen, bei welchen die ineinander greifenden Sektoren mehr oder weniger auseinander rücken. Auch gestattet sie kleine Winkelbewegungen der Achsen, und ist deshalb bei nicht ganz zuverlässiger Stellung der Lager bequem. Sie ist in neuerer Zeit an einzelnen Stellen in erneute Aufnahme gekommen und zwar unter der bequemen Herstellungsweise, dass man die zweite Hälfte mit der Klauenseite über die fertige erste giesst. Das Einpassen der Klauen fällt dann ganz weg.

Fig. 299.



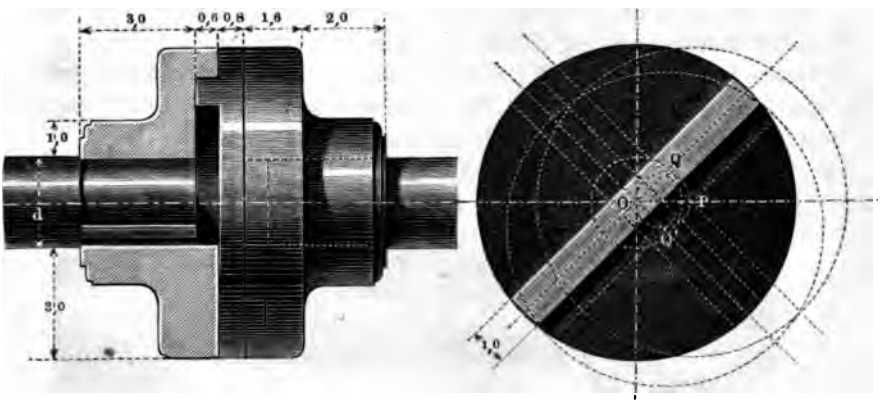
Bei denjenigen Schraubenschiffen, deren Schraube zum Aufholen eingerichtet ist, wird in die Betriebswelle eine, gewöhnlich als Schalenkupplung ausgeführte Kupplung eingeschaltet, welche eine grosse Längsbewegung gestattet, nämlich eine solche, die das Herausziehen des pyramidal gestalteten Wellenendes aus der Schraubennabe ermöglicht *).

Der Quere nach beweglich ist die Oldham'sche oder Kreuzscheibenkupplung (Fig. 300 a. f. S.). Sie besteht aus zwei Endstücken und einem Mittelstück. Letzteres hat zwei um 90° versetzte prismatische Federn, welche in entsprechende Nuthen der Endstücke eingreifen. Wenn die beiden Wellenachsen zusammenfallen, sodass ihre Normalprojectionen einander in einem Punkte z. B. O, decken, so wirken die Federn und Nuthen ohne gegenseitige Gleitung als Mitnehmer. Rückt aber die eine der Achsen parallel mit sich selbst von O ab, etwa nach P, so gelangt der Mittelpunkt der Kreuzscheibe nach Q, und bewegt sich beim Drehen der Wellen in einem Kreise $OQPQ'$ vom Durchmesser OP = dem Achsen-

*) Wegen Muster dieser den Schraubenschiffen eigenen Construction kann auf die ausführlichen Mittheilungen in Armengaud's *Vignole des mécaniciens*, Paris 1863, auch auf Ledieu, *App. à vapeur de navigation*, Paris 1862, verwiesen werden.

abstande; er durchläuft diesen Kreis zweimal bei jeder Achsendrehung. Die übrigen Punkte der Kreuzscheibe beschreiben Car-

Fig. 300.



dioiden. Die Bewegungsübertragung geschieht gleichförmig*). Als Bezugeinheit oder Model für die der Figur eingeschriebenen Verhältnisszahlen dient wieder die Grösse $\delta = 5 + \frac{d}{3}$.

Eine andere querbewegliche Kupplung ist die aus zwei durch eine Koppel verbundenen Kurbeln bestehende sogenannte Kniekupplung, welche jetzt weniger als früher gebraucht wird. Sie eignet sich zum Anhängen zweier Kurbelwellen an eine Dampfmaschine**).

§. 115.

Gelenkige Kupplungen.

Die verbreitetste aller beweglichen Kupplungen ist die Kreuzgelenkkupplung oder das Universalgelenk, auch Hooke'-

*) Eine Oldham'sche Kupplung ist auch die auf dem Winan'schen Schiffe, s. Engineer, 1866, S 171, angewandte Verbindung der Kurbeln der Nachbarmaschinen.

**) S. Salzenberg's Vorträge, S. 66.

scher Schlüssel, besser Cardanisches Gelenk genannt*). Sie ist dem Achsenwinkel nach innerhalb gewisser Grenzen beweglich, und besteht ebenfalls aus zwei Endstücken und einem Mittelstück, letzteres bei normaler Ausführung aus zwei einander mit ihren geometrischen Achsen rechtwinklig kreuzenden Zapfenpaaren gebildet, von denen je eines in einem der Endstücke normal zur Wellenachse gelagert ist. Die Bewegungsübertragung geschieht ungleichförmig, und zwar besteht bei dem Ablenkungswinkel α der Wellenachsen zwischen den Drehwinkeln ω und ω_1 der treibenden und getriebenen Welle die Beziehung:

$$\frac{tg\,\omega_1}{tg\,\omega} = cos\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (110)$$

was einer periodischen Schwankung von der Periodenlänge 180° entspricht. Man erhält hieraus folgende Werthe.

ω	$\alpha = 10^0$	20^0	30^0	40^0
30^0	$29^0\,38$	$28^0\,29$	$26^0\,34$	$23^0\,51$
45^0	$44^0\,34$	$43^0\,12$	$40^0\,54$	$37^0\,27$
60^0	$59^0\,34$	$58^0\,26$	$56^0\,22$	$53^0\,04$
90^0	90^0	90^0	90^0	90^0
120^0	$120^0\,26$	$121^0\,34$	$123^0\,38$	$126^0\,56$
135^0	$135^0\,26$	$136^0\,48$	$139^0\,06$	$142^0\,33$
150^0	$150^0\,22$	$151^0\,31$	$153^0\,26$	$156^0\,01$
180^0	180^0	180^0	180^0	180^0

Bei kleinem α sind hiernach die Abweichungen nicht bedeutend. Zwischen den Winkelgeschwindigkeiten w und w_1 besteht die Beziehung:

$$\frac{w_1}{w} = \frac{cos\,\alpha}{1 - sin^2\,\omega\,sin^2\,\alpha} \quad \ldots\ldots \quad (111)$$

welche im Maximum $\frac{1}{cos\,\alpha}$ und im Minimum $cos\,\alpha$ liefert**). Diese

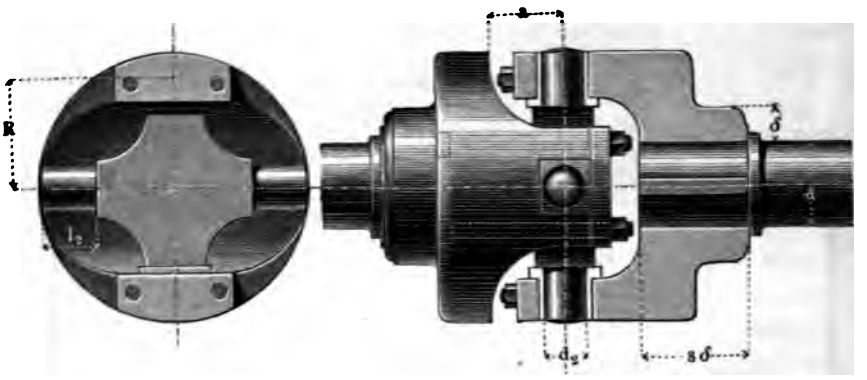
*) Erfinder des Kreuzgelenks ist der Italiener Cardano (1501 bis 1576); der Engländer Hooke (1635 bis 1702) wandte den Mechanismus als Wellenkupplung an.

**) Die Werthe von ω sind so gezählt, dass bei $\omega = o$ die Querzapfenachse der getriebenen und abgelenkten Welle in der Ablenkungsebene steht.

Geschwindigkeitsschwankungen sind bei geringen lebendigen Kräften in den beiden Wellen und kleinem α vernachlässigbar klein, können aber bei grossem α und schuelllaufenden grösseren Massen manchmal störend einwirken.

Die Ausführungsformen der Kreuzgelenkkupplung sind äusserst mannigfaltig. Die folgenden Beispiele beschränken sich auf die wichtigsten Fälle. Fig. 301 Kreuzgelenkkupplung mit gusseiser-

Fig. 301.



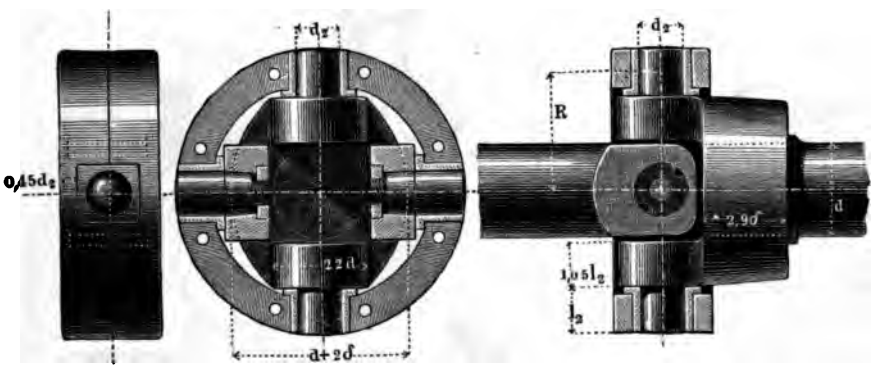
nen Endstücken und schmiedeisernem Mittelstück. Der Abstand R der Zapfenmittel wird im Verhältniss zur Wellendicke d schwankend angenommen, weshalb vollständige Bezugzahlen hier nicht angegeben sind. Man berechne die Zapfendicke d_2 nach den früheren Regeln, und hat bei bekanntem Verdrehungsmomente (PR) der Welle den Zapfendruck P_2 genügend genau $= \frac{1}{2}\frac{(PR)}{R}$.

Je grösser der Ablenkungswinkel α sein soll, um so grösser ist der mit a bezeichnete Abstand zu nehmen. Hier ist α, wie man sieht, sehr klein vorausgesetzt. Die Schalenfugen der Lagerungen legt man am besten, wie in der Figur angedeutet, in die Wellenachsenebene, nicht wie häufig vorkommt, rechtwinklig dazu, weil sonst die entstehende Abnutzung nicht ausgeglichen werden kann. Hier sind die Lagerschalen fest aufeinanderliegend angenommen, müssen also behufs der Nachstellung vorerst an der Fuge abgefeilt und dann unterlegt werden.

Eine sehr wichtige Rolle spielt das Kreuzgelenk bei den Triebwellen vieler Schraubendampfer, indem es dort benutzt wird, um

der Triebwelle eine gewisse Biegsamkeit zu verleihen, deren sie bei der Nachgiebigkeit des Schiffskörpers bedarf. Gewöhnlich sind bei grossen Dampfern zwei, oft auch mehr bewegliche Kupplungen an der Triebachse angebracht. Ein Beispiel einer Kreuzgelenkkupplung eines grossen Dampfers zeigt Fig. 302. Hier bestehen

Fig. 302.

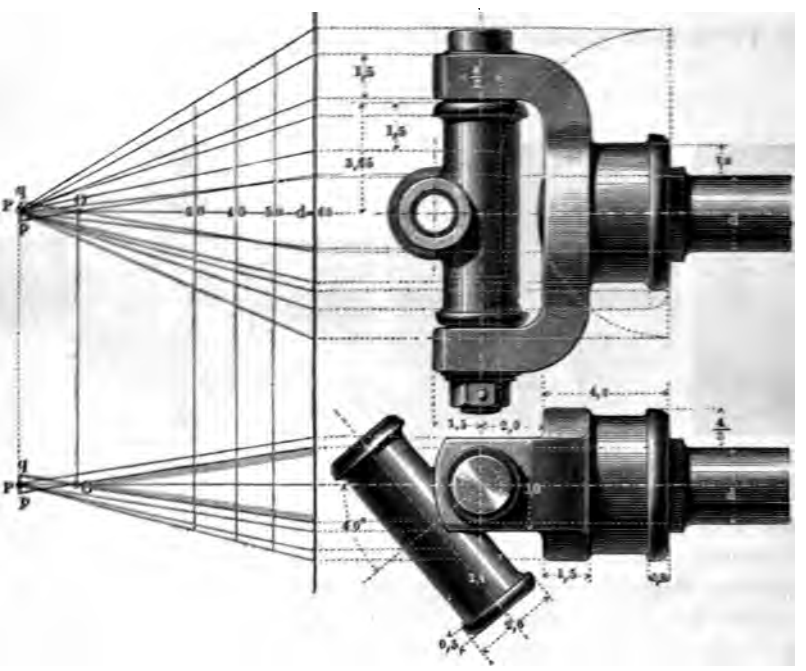


alle drei Stücke aus Schmiedeisen; eines der Endstücke ist sogar eintrumig mit der Welle hergestellt. Das Mittelstück, aus zwei gleichen Halbringen zusammengesetzt, hat hier im Gegensatz zum vorigen Beispiel die Zapfenlager an sich, während die Endstücke die besonders eingesetzten schmiedeisernen Zapfen tragen. Die Lagerschalen sind hier gar nicht aufgeschnitten, weil nur eine sehr geringe Abnutzung vorauszusetzen ist, da α auf alle Fälle klein bleibt. Wegen des letzteren Grundes haben auch die Zapfengabeln nur wenig gegenseitigen Spielraum. Man findet die Zapfenlänge l_2 gegen d_2 nicht gar gross, nämlich 1 bis 1,25 d_2; es geschieht überhaupt alles, um die Abmessungen der Kupplung einzuschränken, weshalb auch R so klein als es angeht gewählt wird.

Eine dritte Form der Kreuzgelenkkupplung zeigt die folgende Figur 303 (a. f. S.). Hier sind die Querzapfen als Bolzen drehbar in das Mittelstück und die Endstücke eingesetzt, zugleich aber der einfachen Ausführung halber aneinander vorbeigehend angebracht. Dadurch entsteht ein Bewegungsfehler in sofern, als die geometrischen Achsen der gekuppelten Wellen sich bei jeder Drehung gegenseitig auch noch hin und herschieben. Bei kleinem Abstand der Bolzen und für weniger feine Ausführungen kann der Fehler unberücksichtigt bleiben. Die dargestellte Construction

ist bei landwirthschaftlichen Maschinen, namentlich zur Verbindung der Pferdegöpel mit Arbeitsmaschinen vielfach im Gebrauch.

Fig. 303.



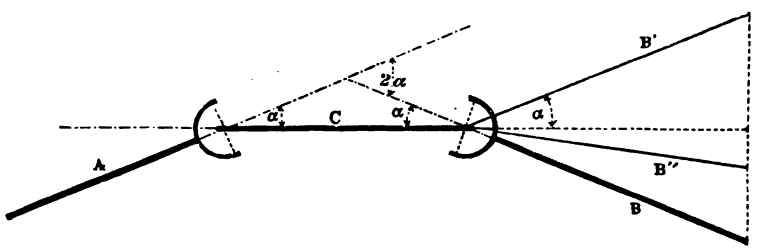
Hier ist der Zeichnung ein Proportionsriss beigefügt*). Als Model dient die Einheit $\delta = 5 + \frac{d}{3}$, wobei wieder d die Wellendicke bezeichnet. Der Pol P für die Abmessungen ist deshalb dahin zu legen, wo $5 + \frac{d}{3} = 0$, d. i., wo $d = -15^{mm}$. Hier, wo der Maassstab $1/5$ der wirklichen Grösse, ist $pq = -d = 3^{mm}$ gemacht.

Die durch Formel (110) ausgedrückte Ungleichförmigkeit der Bewegungsübertragung ist in vielen Fällen unstatthaft, und zwar sowohl da, wo blosse geometrische Genauigkeit erwünscht ist (Zeigerwerke der Grossuhren) als wo lebendige Kräfte schnellbewegter Massen ins Spiel kommen (Dreschmaschinen u. a. m.). Dem

*) Vergl. §. 59.

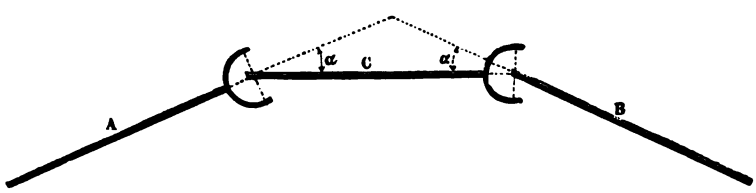
Fehler kann abgeholfen werden durch Anwendung der doppelten Kreuzgelenkkupplung, welche eine geeignete Zusammenstellung zweier einfachen solchen Kupplungen ist. Kuppelt man die treibende Welle A, Fig. 304 an die zu treibende B durch Ver-

Fig. 304.



mittlung einer Zwischenwelle C, welche mit A und B durch homologe oder gleichgelegene Kreuzgelenke von gleichem Ablenkungswinkel verbunden ist, so wird die Bewegung von A auf B gleichförmig übertragen. Hierbei kann die getriebene Welle sehr verschiedene Lagen gegen A einnehmen, z. B. die Lage B, bei welcher B von A um 2α abgelenkt ist, oder die Lage B', bei welcher B mit A parallel ist, oder (was nicht allgemein bekannt zu sein scheint) die Lage B'' in einem Kegelmantel vom halben Spitzenwinkel α um die Zwischenachse C. Gleichgelegen sind die Kreuzgelenke, wenn die den Achsen A und B angehörigen Querzapfen gleichzeitig in den bezüglichen Ablenkungsebenen der Achse C von A und B liegen. In den Lagen B und B' fallen diese Ablenkungsebenen zusammen, bei der Lage B'' dagegen nicht. Im letzteren Falle sind die Achsen A und B gegeneinander geschränkt (Vergl. Kap. X zu Anfang.)

Fig. 305.



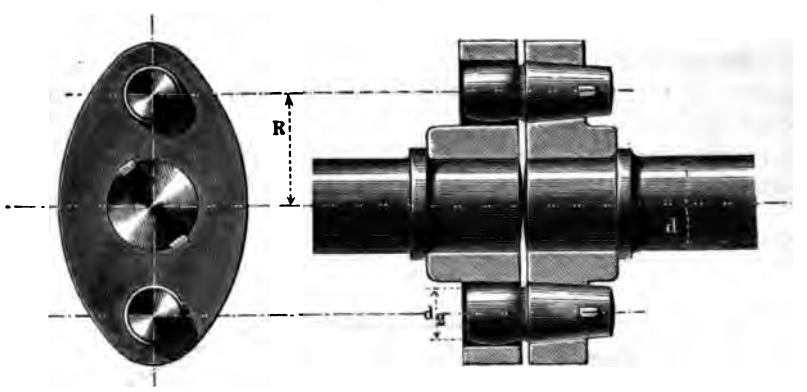
Bringt man die Kreuzgelenke ungleichgelegen an A und B an, z. B. um 90° verdreht, wie Fig. 305 andeutet, so wird der

Bewegungsfehler nicht beseitigt, sondern unter Umständen bedeutend verstärkt, indem in letzterm Falle wird: $tg\,\omega_1 = tg\,\omega\cos^2\alpha$, wobei ω und ω_1 für A und B gelten. Wäre $\alpha = 30^0$, so erhielte man für $\omega = 45^0 : tg\,\omega_1 = (1/2\sqrt{3})^2 = 0{,}75$, d. i. $\omega_1 = 36^0\,54$ statt $40^0\,54$, wie obige Tabelle für das einfache Kreuzgelenk nachweist. Man hat sich also vor diesem Fehler zu hüten.

Doppelte Kreuzgelenkkupplungen, wenn auch in unvollkommener Form, sind auch die Walzwerkkupplungen. Bei diesen vertreten die abgerundeten Wülste, welche als Mitnehmer dienen, die Zapfenkreuze; ja bei sorgfältigerer Construction, wie z. B. diejenigen von Schaltenbrand*), finden sich die Kreuzzapfen vollständig wieder, und zwar mit Schränkung der Zapfenachsen, wie bei Fig. 303; das Mittelstück ist dabei in die Form der Kupplungshülse übergegangen. Bei Zulassung einer Längsverschiebung der Zwischenachse übertragen selbst die roh ausgeführten Kupplungen dieser Art die Bewegung ziemlich gleichförmig, da sie unter die Anordnung ACB' Fig. 304 gehören. Auch hier hat man sich aber vor der verkehrten Aufstellung, welche Fig. 305 versinnlicht, in Acht zu nehmen **).

Auf Schraubenschiffen ist noch eine andere recht einfache Art gelenkiger Kupplung für wenig veränderliche Achsenwinkel in Anwendung, von welcher die folgende Figur 306 ein Bild gibt.

Fig. 306.



*) Dingler's P. J. Band 170, S. 23, sowie Pol. C.-Bl. 1864, S. 109.

**) Bei der angeführten Mittheilung der Schaltenbrand'schen Kupplung (siehe auch Z. d. Vereins d. Ingenieure, Bd. VIII, Tafel X.) ist gerade bei dem einen der angebrachten Kupplungspaare dies nicht berücksichtigt.

Diese Mitnehmerkupplung fordert für jedes Wellenende ein Lager, und hat eine gewisse Beweglichkeit, welche der des Kreuzgelenkes ähnlich und in vielen Fällen auch als genügend anzusehen ist*).

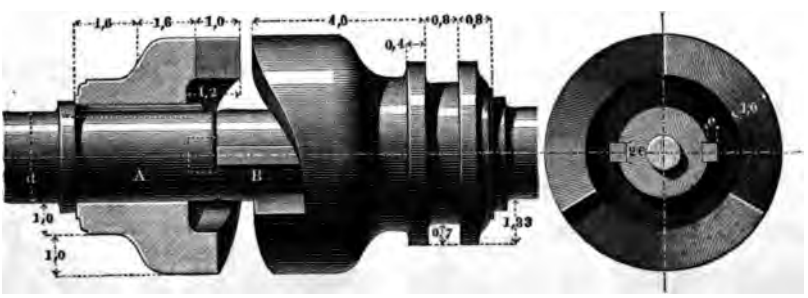
III. Lösbare oder Ausrück-Kupplungen.

§. 116.

Lösbare Zahnkupplungen.

Die älteste und immer noch viel gebrauchte Ausrückkupplung ist die in folgender Figur dargestellte Zahnkupplung.

Fig. 307.

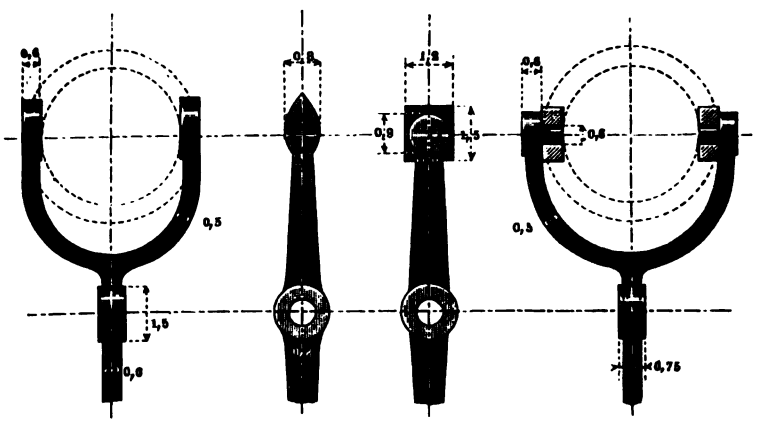


Die durch einen kleinen Endzapfen conaxial gehaltenen Wellenenden A und B werden durch Ein- und Ausrücken des auf B gleitenden und durch zwei Federn undrehbar gemachten Kuppelstückes in und ausser Verbindung gesetzt. Model für die Abmessungen der Hülsen ist $\delta = 5 + \frac{d}{3}$; eine passende Zähnezahl ergibt sich auch aus der Formel $z = 1 + \frac{d}{40}$. Das Ein- und Aus-

*) Eine mehr verwickelte, aber wegen ihrer Eigenschaften hinsichtlich der Bewegungsübertragung interessante gelenkige Kupplung für Schraubenschiffachsen ist die von Otto Dingler, siehe Dingler's P. J. 1866, S. 197; dieselbe ist gelenkig und zugleich quer- und längsbeweglich.

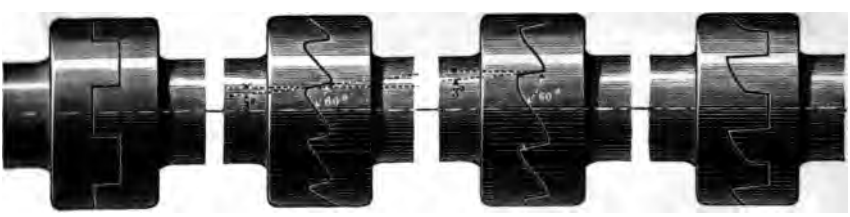
rücken geschieht durch Hebel, welche in den Ringfalz der Hülse auf B eingreifen, und von denen die folgende Figur 308 zwei Beispiele zeigt. Model für die eingeschriebenen Verhältnisse wie oben.

Fig. 308.



Die Kuppelzähne findet man verschieden gestaltet. Fig. 309 zeigt Muster von den gebräuchlichsten Formen. Bei der ersten

Fig. 309.



ist Vorwärts- und Rückwärtsdrehung gleich gut übertragbar, doch die Einrückung während des Ganges nur bei langsamer Bewegung bequem. Bei der zweiten Form ist die Einrückung auch bei schnellem Gange leicht ausführbar, Rückwärtsdrehung aber nicht übertragbar; die Flanken für die Vorwärtsbewegung weichen etwas von der Normalen zur Bewegungsrichtung ab, was die Ausrückung erleichtert, ohne dabei — wegen der Kleinheit des Abweichungswinkels — die Sicherheit des Eingerücktbleibens in Frage zu stellen. Bei der dritten Form sind die Zähne mit stärkeren Spitzen ausgeführt, was die Gefahr des Zahnbruches durch den Stoss beim Einrücken

vermindert, auch oben bei Fig. 307 angewandt ist. Die vierte Zahnform erlaubt ein leichtes Einrücken wie die beiden vorigen und gestattet, wie die erste, sowohl Vor- als Rückwärtsbewegung. Die Spinnmaschinen zeigen eine vielseitige Anwendung schnelllaufender, feinzähniger und deshalb sehr genau einsetzender Zahnkupplungen. Auf den Schraubenschiffen, deren Triebschraube nicht zum Aufholen eingerichtet ist, muss dieselbe während des blossen Segelns leerlaufen, und ist deshalb mit einer Ausrückkupplung an die Triebwelle angeschlossen. Man wendet hier grosse ausrückbare Zahn- und auch Mitnehmerkupplungen, letztere dann mit 4 bis 6 Mitnehmerzapfen versehen, an.

§. 117.

Reibungskupplungen.

Die Kupplungen, deren Hälften einander durch die zwischen ihnen erzeugte Reibung mitnehmen, sind zum Ausrücken sehr geeignet, weil das blosse Nachlassen der die Reibung erzeugenden Kraft die Ausrückung schon bewirkt, und weil die Wiedereinrückung unter allmählicher Beschleunigung des zu treibenden Theiles, also unter Vermeidung von Stössen herbeigeführt werden kann. Wenn die Reibungskupplungen mit verhältnissmässig grossem Durchmesser ausgeführt werden, so eignen sie sich zur Uebertragung beliebig grosser Drehmomente.

Fig. 310 (a. f. S.) zeigt eine Reibungskupplung, welche als Sicherheitskupplung dient, indem der Ring an A nur so fest in den (mit Holz gefütterten) Hohlring an B eingepresst ist, als es einem festgesetzten Maximum von Umfangskraft entspricht, bei welchem also die Ausrückung von selbst erfolgt.

Ramsbotton benutzt diese Kupplung für Walzwerke*). Model für die eingeschriebenen Maasse ist $\delta = 5 + \frac{d}{3}$.

Die Kegelkupplung ist in mancherlei Formen gebräuchlich. Das in Fig. 311 (a. f. S.) gegebene Beispiel setzt voraus, dass die treibende Kupplungshälfte A drehbar auf der in und ausser Be-

*) Vergl. Engineer 1866, Januar, S. 44; auch Génie ind. Bd. 32, S. 101; eine ältere Form derselben Kupplung ist bei Salzenberg, Vortr. S. 173, wo auch verwandte Constructionen.

wegung zu setzenden Welle sitze und etwa durch ein Zahnrad, das punktirt angegeben ist, in Umdrehung erhalten werde; wird

Fig. 310.

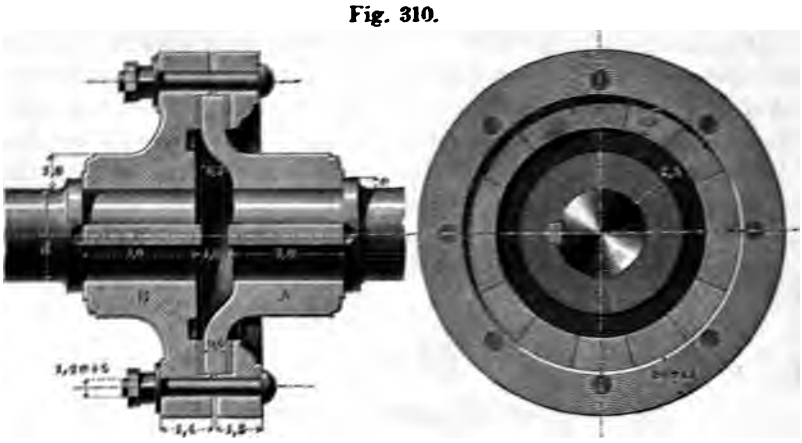
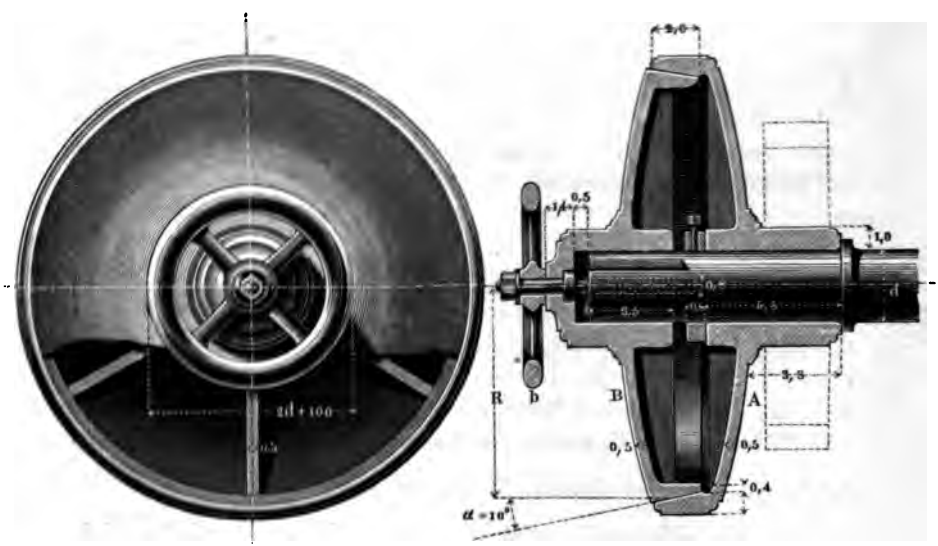


Fig. 311.



dann die verschiebbar auf der Welle befestigte Kupplungshälfte B mit ihrem konischen Kranz in den Hohlkegelkranz von A eingepresst, so erfolgt die Mitnehmung. Das Anpressen geschieht durch die Schraube und das Handrad b. Trifft man noch die Anordnung, dass der Drehungssinn von B mit demjenigen des Rades b,

wenn letzteres die Anpressung bewirkt, übereinstimmt — was immer durch die Wahl entweder einer Rechts- oder einer Linksschraube angeht — so bringt blosses Festhalten von b die Welle zum Stillstand, während ein Anwerfen des Rädchens im Bewegungssinne die Einrückung bewirkt. Beim mittleren Halbmesser R des Kegels und dem Anzugwinkel α ist die axial gerichtete Anpressungskraft Q zur Uebertragung einer Umfangskraft P

$$Q = \frac{P \sin \alpha}{f} = \frac{(PR)}{R} \frac{\sin \alpha}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (112)$$

wobei f den Coëfficienten der Reibung zwischen den Kegelflächen und (PR) das von der Welle zu übertragende statische Moment bezeichnet. α darf nicht wohl kleiner als 10^0 genommen werden, damit kein Klemmen eintritt; f ist bei Eisen auf Eisen etwa mit 0,15 einzuführen. Um P klein, also auch Q klein zu halten, wähle man R gross, z. B. zwischen 3 und 6 d.

Die Uebersetzung, welche Schraube und Handrad bedingen, ist noch sehr gross; sie beträgt bei der Schraubensteigung s und dem Handradhalbmesser b unter Berücksichtigung der Schraubenreibung rund $2 \cdot \frac{s}{2\pi b}$ oder $\cdot \frac{s}{\pi b}$, wodurch die am Handrade anzubringende Umfangskraft q auf ein kleines Maass gebracht werden kann.

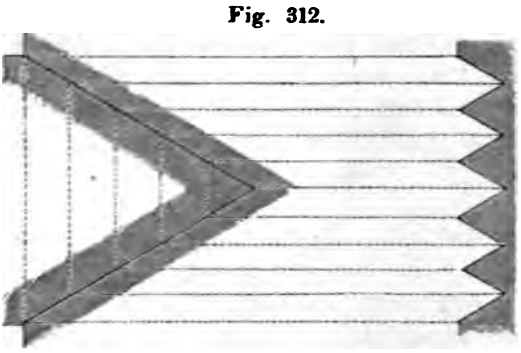
Beispiel. Eine schmiedeiserne Triebwelle von der Dicke $d = 50^{mm}$ überträgt bei 50 minutlichen Umdrehungen nach Tabelle §. 104, Spalte 5, 5te Zeile $0{,}030 \cdot 50 = 1{,}5$ Pferdestärken oder ein statisches Moment $(PR) = 21418^{k} \times^{mm}$. Mit der obigen Kegelkupplung vom Halbmesser $5d = 250^{mm}$ versehen, bedarf es nach (112) zum Einrücken einer Anpressungskraft $Q = \frac{21482}{250} \frac{\sin \alpha}{f}$. Ist $\alpha = 10^0$, $f = 0{,}15$, so gibt dies $Q = \frac{85{,}9 \cdot 0{,}1736}{0{,}15} \backsim 100^{k}$. Das Handrad erhält nach den angegebenen Verhältnissen den Halbmesser $b = \frac{100 + 100}{2} = 100^{mm}$. Ist die Schraubensteigung 6^{mm}, so kommt die zum Einrücken erforderliche Umfangskraft q am Handrade: $q = \frac{6 \cdot 100}{\pi \cdot 100} = 1{,}9 \backsim 2^{k}$.

Für nicht zu grosse Kräfte ist die Kegelkupplung in der vorstehenden oder in verwandten Formen ganz zweckmässig *). Statt einen Hohlkegel links und einen Vollkegel rechts kann man auch an beiden Stücken je einen Voll- und einen Hohlkegelstumpf an-

*) Anwendungen derselben finden sich u. a. mehrfach an den Windwerken etc. der Maschinerien am Suez-Canal, siehe Armengaud, Publ. ind. Bd. 17. Tafel 9.

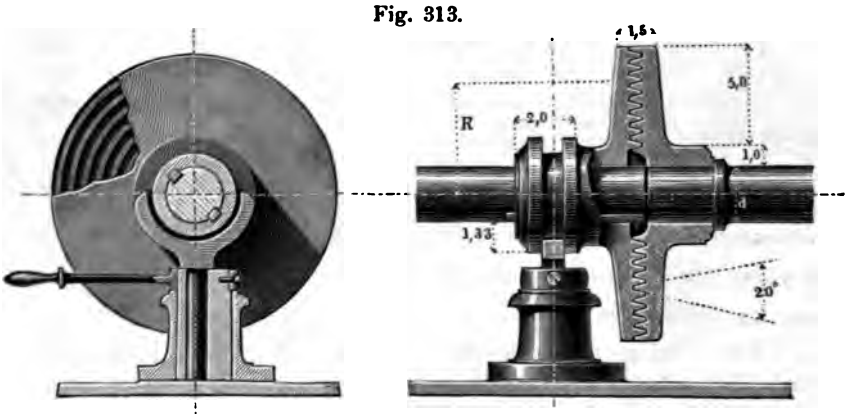
bringen, diese aber auch in schmale Elemente vertheilen, wie in Fig. 312 angedeutet. Im letzteren Falle gehen die beiden Stücke

Fig. 312.



in ringförmig geriefte Scheiben über, und das Ganze kann in die Form der in Fig. 313 dargestellten Riffelscheibenkupplung gebracht werden. Hier ist die Kupplung wieder auf den Wellenstoss gesetzt. Die Berechnung geschieht wie oben; nur hat man als *R* nicht den äusseren Halbmesser, sondern den des Angriffschwerpunktes der reibenden Flächen einzuführen, welcher genügend genau gefunden wird, wenn man ihn um $^1/_3$ der Riefenfläche von dem äusseren Rande abstehend annimmt. Der Rückhebel braucht hier nur eine sehr kleine Bewegung zu machen, weshalb

Fig. 313.

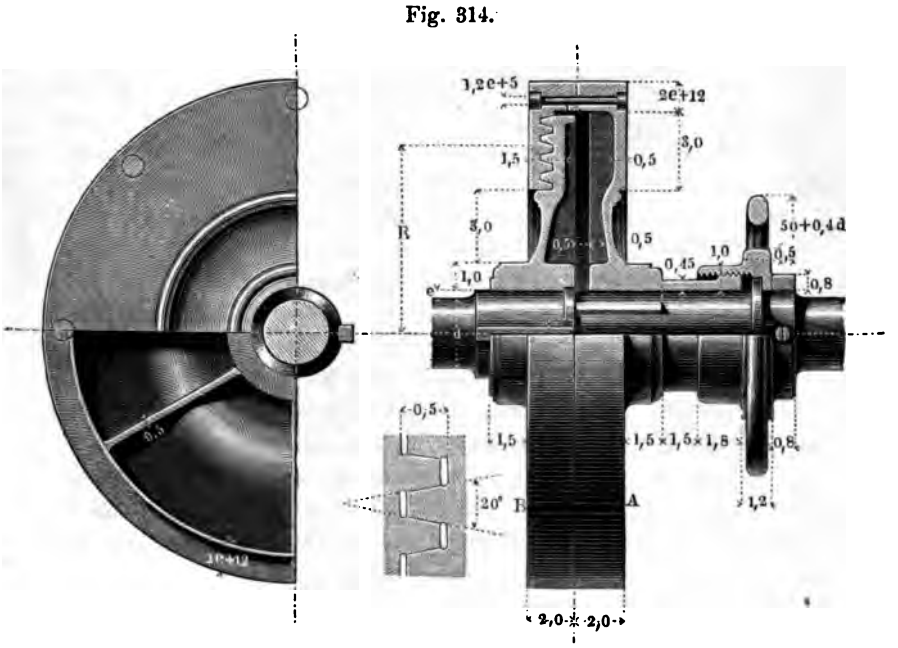


seine Achse in Form eines Excentriks den Zapfen der Rückgabel umfassen kann, wie die Figur darstellt *).

*) Siehe diese Kupplung in einem Wendegetriebe angewandt in Armengaud's Vignole des méc. Tafel 11.

Will man mit einer Kegelkupplung der einen oder anderen Form starke Triebwellen verbinden und jeweilig trennen, so kann die Anpressungskraft Q unter Umständen störend wirken, indem sie die getriebene Welle in deren Längenrichtung zu verschieben sucht und z. B. deren Lageranläufe stark gegen die Lager drückt. Wird Q mittelst eines getrennt gelagerten Hebels, wie bei Fig. 313, ausgeübt, so findet während des Ganges eine Q entsprechende gleitende Reibung an dem Halsringe statt; wird dagegen Q mittelst einer auf der Welle selbst sitzenden Schraubenmutter ausgeübt, so entsteht ein Rückwärtsdrücken der treibenden Welle, ähnlich dem vorhin besprochenen, welches dort an der getriebenen Welle vorkam. Hätte die Welle z. B. 100^{mm} Durchmesser, so ergibt sich bei einer ähnlichen Rechnung, wie die im obigen Beispiel, und bei $R = 6 \,.\, d = 600^{mm}$ ein Axialdruck $Q = \frac{343720 \,.\, 0{,}174}{600 \,.\, 0{,}15} \sim 665^{k}$, der schon sehr störende Abnutzungen hervorrufen würde. Der Uebelstand lässt sich aber vollständig beseitigen, wenn man die Kraft Q statt auf Auseinandertreibung der Achsen auf Näherung derselben wirken lässt. Dies geschieht in der vom Verfasser construirten Riffelscheibenkupplung, welche Fig. 314 darstellt.

Fig. 314.



Im Querschnitt ist hier der Rand von A hakenförmig über den von B hingeführt. Das Handrädchen a wirkt wieder so wie das in Fig. 311; auch ist die Construction der mit dem Rädchen verbundenen Schraube im Prinzip dieselbe wie dort, indem nur die Schraube hier soviel erweitert ist, dass die Welle durch sie hindurchgehen kann, und ausserdem Schraube mit Mutter vertauscht ist. Die Kupplung hat keine vorstehenden Theile, was, wie wir wissen, zweckmässig ist. Die Riefen sind hier wie oben mit einer Unterschneidung im Grunde auszuführen, wie in der Nebenfigur (314) angedeutet, damit die Scheiben bei entstehender Abnutzung und Einschleifung gut zusammenrücken können. Model für die reinen Verhältnisszahlen ist wieder die Einheit $\delta = 5 + \frac{d}{3}$. —

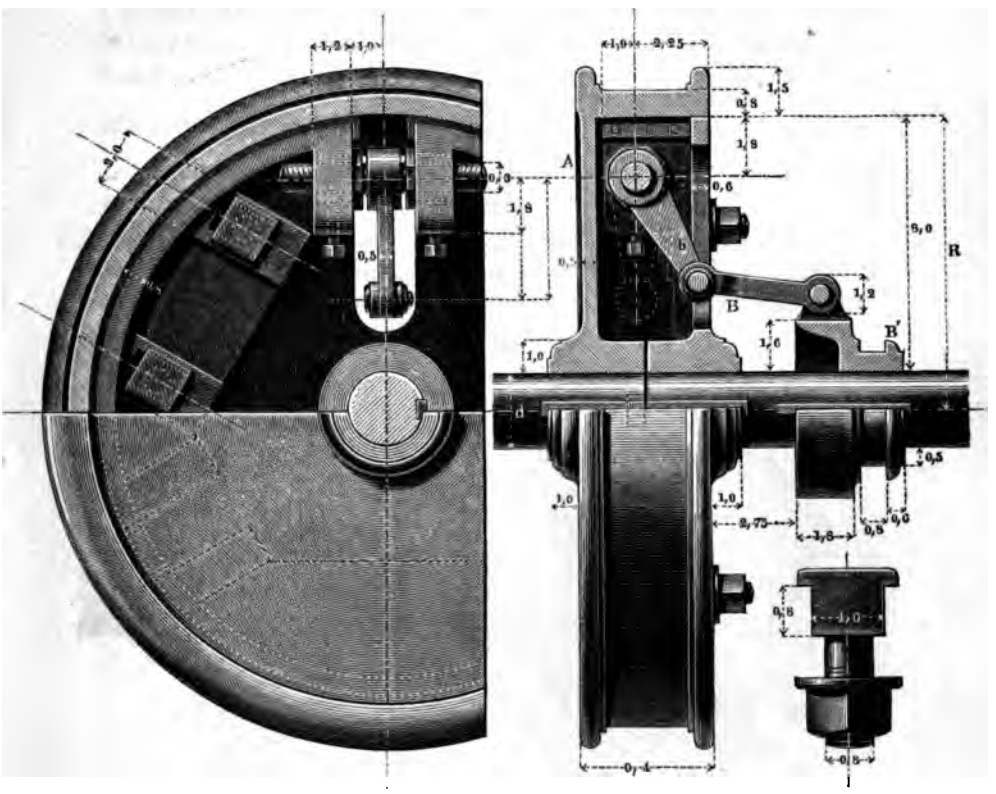
Auch die einfache Kegelkupplung hat man schon so angeordnet*), dass Q die Wellen zusammenzieht.

Die folgende Fig. 315 zeigt die Cylinder-Reibungskupplung oder kurz Cylinderkupplung von Köchlin. Hier ist die zum Mitnehmen bestimmte Reibungsfläche cylindrisch gemacht. An den hohlcylindrischen Theil des Stückes A werden drei erhabencylindrische Backen durch radiales Auseinanderrücken derselben angepresst. Die Backen sind aussen mit einem Bronzebeschlag versehen, welcher eine sanfte Gleitung sichert und auch nach starker Abnutzung erneuert werden kann. Das Andrücken geschieht durch Druck auf das Gleitstück B', wodurch die mit dem Hebel b verbundene Links- und Rechtsschraube bewegt wird. Dabei gleiten die Backen in radialer Richtung auf Führungen, deren Detail die Nebenfigur zur Rechten verdeutlicht. Durch Einstellen der Schraubenmuttern mittelst der angedeuteten Stellschrauben lassen sich die Backen so setzen, dass eine Radialbewegung von etwa 1^{mm}, bei grossen Ausführungen 2^{mm}, genügt, um die Ein- oder Auskehrung zu bewirken. Klemmung wie bei der Kegelkupplung ist nicht zu befürchten, da die rückwirkende elastische Kraft des Cylinderringes in der Richtung der Lösungsbewegung wirkt. Zugleich bewirkt die Einschaltung der Schrauben, wie bei der Kupplung Fig. 311, dass die Lösung nicht selbstthätig erfolgen kann, und die Anpressung Q an B' nach geschehener Einkehrung aufhören darf. Man darf dafür aber den Winkel der Schraubensteigung nicht so gross wie den Reibungswinkel machen.

*) Z. B in der Werkstätte des Conservatoire d. A. et. m. in Paris.

Ist s diese Steigung, b die Länge des Schraubenhebels, so hat man für die Uebertragung des Momentes (PR) beim Coëffi-

Fig. 315.



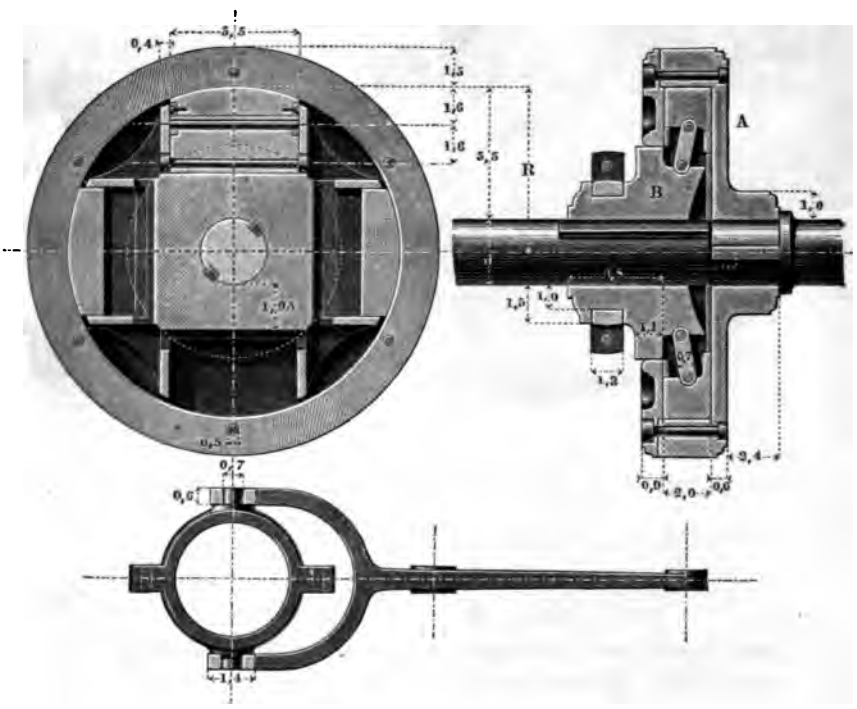
cienten f der Reibung an den Backen, und bei Berücksichtigung der Schraubenreibung rund $Q = 2 . \frac{s}{2 \pi b} \cdot \frac{P}{f}$ oder:

$$Q = \frac{s}{\pi b} \frac{(PR)}{f . R} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad (113)$$

welcher Werth, wie das obige Beispiel lehrt, sehr klein gehalten werden kann. Richtet man die Sache so ein, dass B der getriebene Theil ist, so findet während der Ruhe keine Gleitung an B' statt. Bei senkrechter Aufstellung kann ausserdem die Kraft Q durch ein Gewicht ausgeübt werden, dessen Sinkenlassen dann mit sanftem Angriff die Bewegung einleitet. Die Köchlin'sche

Kupplung ist von vornherein gelungen, weil man zur Unterbringung der Theile gezwungen war, R genügend gross auch für die Herabziehung von P zu nehmen. Köchlin's erste Ausführung der Construction war zur Uebertragung von 30 Pferdestärken bestimmt*). Die obigen Verhältnisszahlen entsprechen einem Minimum von R; nichts hindert, R, wenn nöthig, grösser zu wählen. Bezugeinheit ist oben wieder $\delta = 5 + \frac{d}{3}$. Eine sehr hübsche und einfache Form hat Bodmer derselben Kupplung (wohl ohne Anlehnung an Köchlin) gegeben**); auch auf Mahlgänge hat man verwandte Constructionen mit Vortheil angewandt***). Man hat in Cylinderkupplungen die Bremsbacken auch mit Kniehebeln angepresst. Ein neueres Beispiel hierzu ist die in Fig. 316 dargestellte Cylin-

Fig. 316.



*) Näheres im Bulletin v. Mülhausen 1854. S. 138.
**) S. Fairbairn, Mills u. Millworks, Bd. II. S. 92.
***) S. Uhland's prakt. Masch.-Constructeur. 1869. S. 97.

derkupplung von Fossey*), der sie für ein Münzprägewerk verwendete.

In dieser sehr gedrängten Construction sind die vier Bremsbacken ohne Bronzebeschlag ausgeführt. Die Schenkel der Kniehebel gehen über die ganze Breite der Backen und sind mit nur halbcylindrischen Zapfen versehen, mit welchen sie den Druck nach aussen ausüben; für das Rückwärtsziehen der Backen sind schwache durchgehende Bolzen eingesetzt. Schliessen die Knieschenkel mit der Normalen zur Achse den Winkel α ein, so hat man unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen für die Anpressungskraft Q:

$$Q = \frac{P\,tg\,\alpha}{f} = \frac{(P\,R)}{R}\,\frac{tg\,\alpha}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (114)$$

Der Winkel α kann hier, abweichend von dem Kegelwinkel der Kupplung in Fig. 311 sehr klein gewählt werden, da ein Klemmen nicht zu befürchten ist. Man findet $\alpha = 2$ und 1^0 angewandt, wodurch alsbald eine bedeutende Uebersetzung erzielt wird. Bei $\alpha = 1^3/_4{}^0$ erhält man z. B. $\frac{Q}{P} \backsim \frac{0{,}030}{0{,}150} = \frac{1}{5}$.

Andere Cylinderkupplungen mit Kniehebeln construirte Garand**). Jackson und Andere treiben die Bremsbacken mit hydraulischem Drucke nach aussen ***). Schürmann wendet statt der festen Backen eine Gurte an, welche nach aussen gepresst†), Napier eine solche, welche angespannt wird††). So und in noch anderer Weise ist die Cylinderkupplung in der neueren Zeit mannigfach gestaltet zur Anwendung gekommen; überhaupt haben die Reibungskupplungen die ihnen eine Zeitlang versagte Würdigung jetzt an vielen Stellen erfahren.

§. 118.

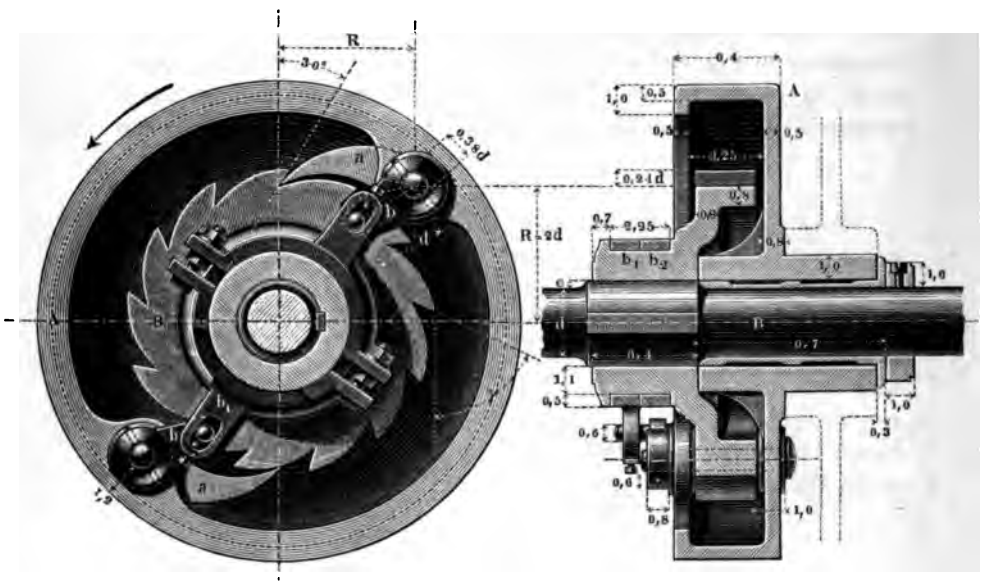
Kraftmaschinenkupplungen.

Wenn man zwei Kraftmaschinen auf dieselbe Wellenleitung treibend einwirken lassen will, so vermittelt man gerne die Bewe-

*) S. Armengaud's Publ. industrielle, Bd. XVII, Tafel 10.
**) Dingler's P. J. Bd. 149. S. 22.
***) Dingler's P. J. Bd. 153. S. 251.
†) S. Zeitschr. d. Vereins d. Ing. Bd. V. (1861) S. 301.
††) S. Engineer 1868, Juli, S. 64.

gung beider oder wenigstens einer derselben mittelst einer Kupplung, welche sich beim Stillestellen der betreffenden Maschine selbstthätig auslöst, während die andere Maschine noch geht, und sich beim Wiederingangkommen der Maschine auch wieder selbstthätig einkehrt. Als eine solche Kraftmaschinenkupplung kann jedes einseitige Sperrwerk dienen, und in der That sind die in der Praxis angewandten Kraftmaschinenkupplungen dem Zwecke angepasste einseitige Sperrwerke. Die zuerst in Anwendung gekommene Kraftmaschinenkupplung ist die von Pouyer-Quertier, auch kurz die Pouyer'sche Kupplung genannt. Sie ist in Fig. 317 dargestellt. Die mannigfach verschieden ausführbare

Fig. 317.



Anordnung ist hier so getroffen, dass der von der abzulösenden Kraftmaschine betriebene Theil *A* lose auf die Welle *B* gesetzt ist. *A* hat z. B. an seinem Umfang Radzähne, oder es sitzt ein Zahnrad auf der verlängerten Nabe, wie die Punktirung andeutet; ein Bronzefutter für Erleichterung des Ganges ist in die Nabe von *A* eingesetzt. Auf der Welle *B* sitzt ein Sperrrad, in welches eine der beiden Sperrklinken *a* eingreift, wenn *A* treibend auf *B* einwirkt, die sich aber beide auslösen, wenn *A* stillesteht, wäh-

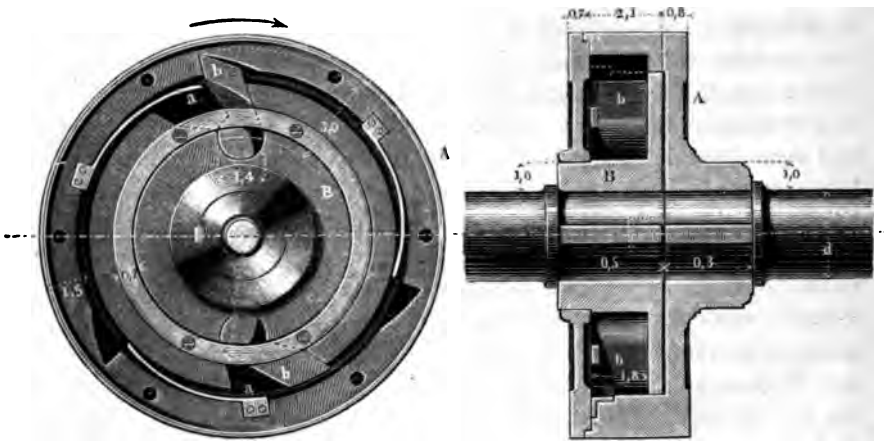
rend B weitergeht. Die Drehungsrichtung ist die durch den Pfeil angegebene. Das Auslösen erfolgt durch die Bremszäume b_1 und b_2, welche beim Beginn des Zurückbleibens des Stückes A durch die Reibung an B mitgenommen, die Hebel b und damit die Klinken a entsprechend drehen, bis die Hubbegrenzungsschrauben erreicht sind. Darauf bleiben die Zäume mit A zurück und gleiten auf B. Kommt A wieder in eine nur sehr wenig schnellere Bewegung als B, so halten die Zäume die Klinkhebel b auf und veranlassen die Klinken a, sich wieder in die Zahnlücken zu legen, worauf die Kraftübertragung wieder stattfindet. Damit die Klinken nicht an den Zahnspitzen hängen bleiben können, ist der Winkel γ der Klinke mit der Zahnflanke kleiner als das Complement des Reibungswinkels zu machen; hier ist $\gamma = 60^0$ gemacht. Pouyer wendet nur einen Zaum an, und will beide Klinken gleichzeitig eingreifen lassen. Hier ist durch Anwendung einer ungeraden Zähnezahl (13) am Sperrrad eine Versetzung der Klinken um $^1/_2$ Theilung bewirkt, sodass immer nur eine eingreift, aber auch das Stück A niemals um mehr als $^1/_2$ Theilung freigehen kann, ohne dass die Mitnehmung eintritt. Die Wichtigkeit der Beachtung des Reibungswinkels ist nicht immer eingesehen worden; es sind deshalb Pouyer'sche Kupplungen ausgeführt worden, bei welchen das erwähnte Haftenbleiben der Klinken an den Zahnspitzen eintrat und den Bruch eines oder gar aller Sperrzähne nach sich zog. Es empfiehlt sich, die Klinken a aus Stahl zu fertigen und an der Vorderkante zu härten. Model für die der Figur eingeschriebenen Verhältnisszahlen ist $\delta = 5 + \frac{d}{3}$.

In Deutschland häufig der Pouyer'schen vorgezogen ist die Uhlhorn'sche Kraftmaschinen-Kupplung, von welcher Fig. 318 (a. f. S.) eine Darstellung gibt.

A ist als der abzulösenden oder einzeln stillzustellenden Maschine angehörig angenommen, B also als das getriebene Stück. A ist ein Hohlsperrrad, in welches die Sperrklinken oder Mitnehmer b eingreifen. Das Einführen der Mitnehmer in die Zahnlücken von A geschieht durch die Sperrfedern a, welche sich gegen die Mitnehmer stemmen und sie in die Lücken leiten, sobald A schneller als B zu gehen beginnt. Im umgekehrten Falle legen sich die Mitnehmer in die in B angebrachten Aussparungen, so wie die Figur in der unteren Hälfte zeigt, ein. Alsdann klappen die Sperrfedern über sie hin, wie dies bei einem gewöhnlichen Sperr-

werk beim Rückgang geschieht. Die Gelenke der Mitnehmer sind wieder nur als Halbzapfen ausgeführt (vergl. Fig. 316) und durch

Fig. 318.



den Deckring und entsprechende Querschnitte in ihrer Stellung gehalten. Uhlhorn wandte früher nur zwei Zahnlücken in *A* an, empfiehlt aber neuerdings deren vier anzuwenden, damit nur während einer Viertelumdrehung Beschleunigung eintreten könne. Durch Anwendung von nur drei Lücken (im allgemeinen einer ungeraden Zahl derselben), gestaltet sich die Sache noch günstiger, indem die Beschleunigung dabei auf eine Sechsteldrehung (allgemein auf $^1/_2$ Theilung wie oben bei Pouyer) eingeschränkt wird. Es steht nichts im Wege, *B* treibend statt getrieben zu machen; die Drehung hat alsdann der Pfeilrichtung entgegen stattzufinden.

Wie oben bemerkt, sind die Kraftmaschinenkupplungen Sperrwerke; sie können deshalb auch zu anderen Zwecken, auch zu anderer Art von Wellenverbindung benutzt werden, z. B. so, dass das eine Stück eine Zeitlang treibend und vorwärtslaufend thätig ist, und darauf eine Zeitlang rückwärts läuft. Ein derartiger Mechanismus kommt bei der Aufwindetrommel der Selbstspinner vor; das Gesperre, welches dort benutzt wird, ist sehr ähnlich dem der Pouyer'schen Kupplung. Ja man hat Grund anzunehmen, dass Pouyer durch diesen Mechanismus der Spinnmaschine zu der Kraftmaschinenkupplung geleitet wurde.

VIII. ZAPFENLAGER.

§. 119.

Theile der Lager und verschiedenen Arten derselben.

Die Constructionstheile, welche die Zapfen der Achsen und Wellen unmittelbar zu tragen bestimmt sind, heissen deren Lager. Ist ein Zapfenlager vollständig ausgebildet, so unterscheiden sich an ihm: 1) die Schalen, aus Bronze oder einem ähnlichen Material gefertigt; 2) der meist gusseiserne, ein- oder mehrtheilige Lagerkörper; 3) die verschiedenen nothwendigen Verbindungstheile, namentlich -Schrauben. Für diese Gegenstände bedingen die vielen Anwendungsarten der Lager eine Reihe verschiedener Hauptformen und -Anordnungen. Zunächst zerfallen die Lager in:

a. Lager für Tragzapfen oder Traglager,

b. Lager für Stützzapfen oder Stützlager.

Bei beiden ist die Schalenfuge womöglich ganz oder nahe senkrecht zur Richtung des Zapfendruckes zu stellen. Hieraus gehen, bei gegebener Lage des Zapfens und gegebener Stellung der Befestigungsfläche gegen denselben, andere Unterscheidungen von Lagerformen hervor, von denen die wichtigsten, zunächst für cylindrische Zapfen bestimmt, nachstehend behandelt sind.

§. 120.

Bezugeinheit oder Model für Lager.

Die Einheit, welche bei den Lagerschalen vorkommt und dazu dient, deren Wanddicken, Randbreiten und Vorsprünge zu bestimmen, ist die schon bei den Zapfen gebrauchte Zahl:

$$e = 3 + {}^{7}/_{100}\, d$$

während d die Weite der Schalenhöhlung bezeichnet. Für den Lagerkörper und die Schrauben, sowie die mit dem Lagerkörper zusammengepassten Flächen der Schalen gilt der Model:

$$d_1 = 10 + 1{,}15\, d \quad \ldots\ldots\ldots \quad (115)$$

Die Schalenlänge ist bei allen Traglagern schon durch die Regeln für die Zapfenlänge bestimmt. Bei den Traglagern, welche nach der vorstehenden Einheit gebaut werden, ist für den Fall, dass der Zapfen ein normaler schmiedeiserner Stirnzapfen ist, also der Dicke d entsprechend belastet wird, vorausgesetzt, dass immer der Zapfendruck in den Lagerkörper hinein gerichtet sei. Wenn das Umgekehrte eintritt, d. h. P den Deckel von dem Rumpfe abzuheben trachtet, müssen grössere Abmessungen angewandt werden. Man baue dann das Lager unter Beibehaltung der angegebenen Verhältnisszahlen nach dem Model:

$$d_1' = 10 + 1{,}75\,d \quad \ldots\ldots\ldots \quad (116)$$

wobei d den Durchmesser des $1{,}5\,d$ langen schmiedeisernen Stirnzapfens für die Last P auch dann bezeichnet, wenn l etwa grösser als $1{,}5\,d$, oder wenn der Zapfen aus Gusseisen gefertigt ist. Bei den Lagern der Balancier-Achsen für Kurbel-Dampfmaschinen kommt das Vorstehende gewöhnlich zur Verwendung (vergl. §. 128). Bei den Lagern für Wellenhälse benutze man im vorliegenden Falle den grösseren der Werthe aus (115) und (116). Bei Anwendung des Models d_1' erhalten die Deckelschrauben des Lagers ungefähr dieselbe Sicherheit, wie der normale schmiedeiserne Stirnzapfen selbst ($\mathfrak{S} = 6$), sind aber weniger sicher als die Befestigungsschrauben nach Formel (32) werden. Der Werth d_1' ist nach bewährten praktischen Ausführungen festgesetzt; die Praxis erachtet also hier jene Sicherheit, die im Mittel mit derjenigen übereinstimmt, welche der Formel (43) §. 66 entspricht, für ausreichend (vergl. den lagerartigen Pleuelkopf Kap. XVI).

Beispiel. Einem Drucke von 8000^k entspricht nach Tab. §. 80 ein schmiedeiserner Stirnzapfen von 100^{mm} bei 150^{mm} Länge. Soll der Druck in den Lagerdeckel gerichtet sein, so ist der Model $d_1 = 10 + 1{,}15 \,.\, 100 = 125^{mm}$ zu klein; es muss die Einheit $d_1' = 10 + 1{,}75 \,.\, 100 = 185^{mm}$ angewandt werden. Dabei erhalten die Deckelschrauben 37^{mm} Dicke, und sind etwas stärker als Formel (43) fordert. — Der gusseiserne Zapfen für denselben Druck erhielte die Dicke 135^{mm}, also nach (115) die Einheit $10 + 1{,}15 \,.\, 135 = 165^{mm}$; auch hier ist also beim Druck nach oben die Einheit 185^{mm} zu benutzen. — Ein Wellenhals von 170^{mm} Dicke für denselben Druck erhält die normale Einheit $d_1 = 10 + 1{,}15 \,.\, 170 = 206^{mm}$, was 185^{mm} weit übertrifft, demnach bei dem normal ausgeführten Lager verstattet, den Druck in den Lagerdeckel zu richten.

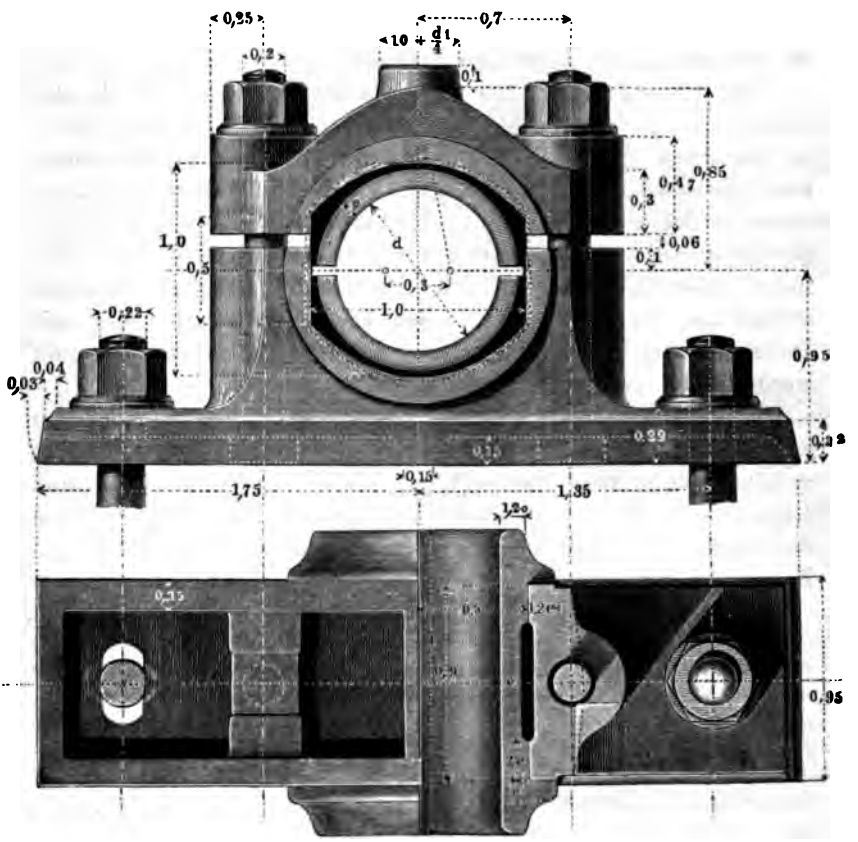
A. Traglager.

§. 121.

Stehlager.

Folgende Figur zeigt ein stehendes Traglager oder kurz Stehlager für Zapfen von 30 bis zu 200^{mm} Durchmesser. Die

Fig. 319.



Lagersohle ist parallel der Schalenfuge, also senkrecht zur mittleren Zapfendruckrichtung, und befindet sich nahe unterhalb der Schalen. Lagerkörper und Deckel sind auf den Model d_1 aus

(115) bezogen, mit Ausnahme des Oelbehälters auf dem Deckel, welcher bei kleinen Lagern immer noch ziemlich gross ausfallen soll; er geht quer über den Deckel mit der äusseren Breite $0{,}7d_1$.

Die Schalenlänge hängt von der Länge des Zapfens ab, welche, wie aus §. 79 bekannt, $1{,}5\,d$, $2\,d$ u. s. w. sein kann. Vorliegendes Lager kann gut bis zu $l = 2\,d$ gebraucht werden; der beiderseits vorstehende Schalenwulst wird nämlich mehr oder weniger abgedreht, je nachdem der Zapfen bei einem und demselben Durchmesser kurz oder lang ist. Die Deckelschrauben haben unten einen gewöhnlichen vierseitigen Kopf; dieser ist, wie der Grundriss linker Hand zeigt, zwischen zwei Knaggen eingeschlossen, die in der Ausnehmung der Lagersohle angebracht sind, und die Schraube hindern, sich zu drehen.

Die Fussschrauben sind etwas stärker genommen, als die des Deckels, da sie stets sehr fest angezogen werden; häufig gehen sie nur durch eine Sohlplatte, vergl. Fig. 413, und erhalten dann eine besondere Kopfform, s. §. 126. Behufs Festkeilens des Lagerfusses auf letztere sind die seitlichen Fussränder etwas abgeschrägt. Die Ausnehmung der Lagersohle erspart einestheils Material und liefert anderntheils die nöthigen Arbeitsleisten. Die Fuge zwischen Deckel und Lagerkörper wird bei regelmässigem Betriebe mit Holzscheibchen geschlossen, damit der Deckel fest aufgeschraubt werden darf, ohne den Zapfen zu klemmen.

Wird ein solches Lager für einen dünneren als den normalen Zapfen construirt, weil der Zapfendruck in den Deckel gerichtet sein soll (siehe den vorigen Paragraphen), so werden Deckel und Rumpf in der Wanddicke stärker, als beim normalen Lager, indem das äussere Profil der Schale nach wie vor nach dem wirklichen Zapfen gerichtet wird.

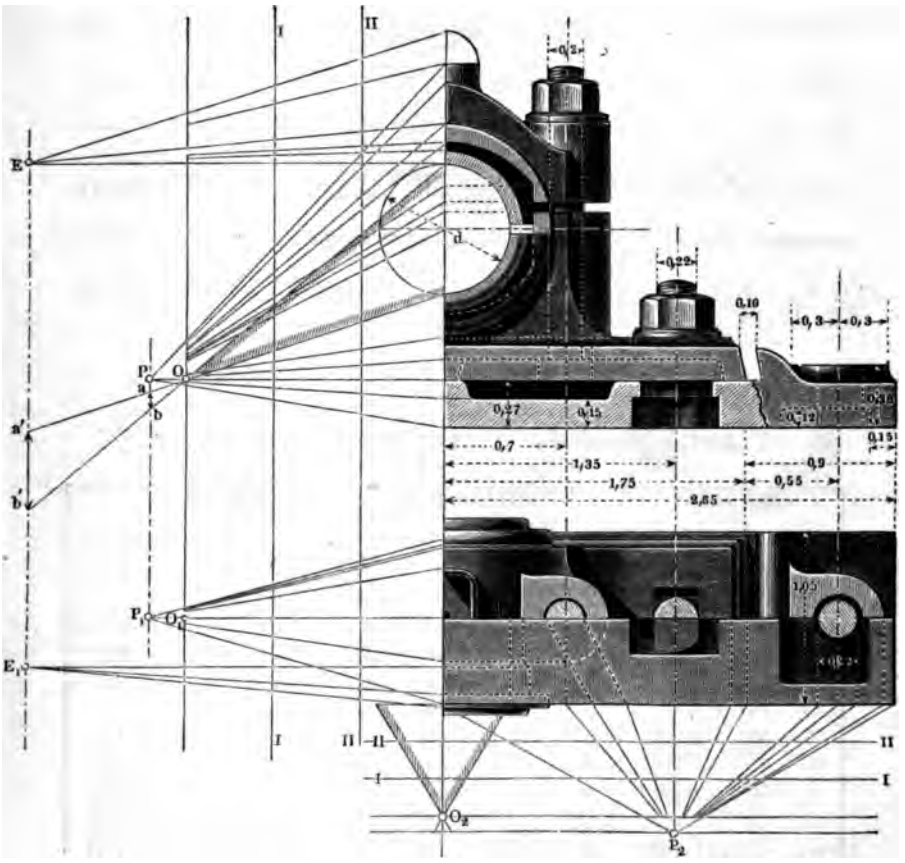
Beispiel. Der im vorigen Paragraphen als Beispiel gewählte Zapfen von 100mm Dicke erforderte für die erwähnte Kraftrichtung nach (116) einen Model $d_1' = 185^{mm}$. Das äussere Schalenprofil im Lagerrumpfe erhält aber zur Breite und Höhe die Abmessung $10 + 1{,}15 \cdot 100 = 125^{mm}$, so dass die Wanddicke an jeder Seite um $\frac{1}{2}(185 - 125) = 30^{mm}$ zunimmt. Die Breite des Lagers kann aber dabei unter Umständen kleiner werden müssen, als im Normalfalle. So wird bei dem begonnenen Beispiel die wirkliche Zapfenlänge $= 1{,}5 \cdot 100 = 150^{mm}$, die Schalenranddicke $e = \left(3 + \frac{7}{100}\right) 100 = 10$, also der Maximal-Zwischenraum zwischen den Schalenrändern $150 - 2 \cdot 10 = 130^{mm}$, während das Normalmaass $0{,}9 \cdot 185 = 167^{mm}$ ausfallen würde. Der Lagerrumpf muss somit um die hier überschüssigen 37^{mm} verschmälert werden.

§. 122.

Proportionsriss des Stehlagers.

Bei den Lagern lässt sich der Proportionsriss gut verwerthen. Als Beispiel ist hier vorhin behandeltes Stehlager gewählt *).

Fig. 320.



Die Pole O, O_1 und O_2 gelten für die Zapfendicken d, die Pole P, P_1 und P_2 für die Abmessungen, welche auf den Model

*) Das Haus Escher Wyss in Zürich bedient sich sehr schön angefertigter Proportionsrisse für die Lager, freilich unter Anwendung der geometrischen Proportionalität aller Abmessungen, also nur eines einzigen Poles, wobei aber immerhin die Methode schon sehr gute Dienste leistet.

$d_1 = 10 + 1{,}15\,d$ bezogen sind. d_1 wird $= 0$, wenn $d = -\frac{10}{1{,}15}$ $= -8{,}7^{mm}$. Es ist deshalb P an die Stelle zu legen, wo die Strahlen Oa und Ob in der vertikalen Richtung um $ab = -8{,}7^{mm}$ auseinanderstehen. Die Schnitte der Strahlen aus O wie aus P mit den Ordinaten I, II u. s. w. geben die zusammengehörigen Abmessungen an. Die Schalendimensionen müssen einen eigenen Pol erhalten, da sie auf einen anderen Model bezogen sind. Derselbe ist $e = 3 + {}^{7}/_{100}\,d$ und wird $= 0$ bei $d = -\frac{3.100}{7} \sim -43^{mm}$. Wo daher der Vertikalabstand $a'b'$ der Polstrahlen für d die Grösse -43^{mm} hat, sind die Pole E und E_1 resp. deren Lagenlinie anzubringen. Für den Oelbehälter auf dem Lagerdeckel ist die Abmessung $10 + \frac{d_1}{4} = 10 + 0{,}25 \,.\, 10 + 0{,}25 \,.\, 1{,}15\,d = 12{,}5 + 0{,}29\,d$, d. i. $= 4{,}17\ (3 + 0{,}07\,d)$ oder $4{,}17\,e$. Somit ist E auch Pol für die Weite des Oelbehälters.

§. 123.

Tabelle über die Gewichte der Stehlager.

d	e	d_1	Lager-Körper	Deckel	Sohlplatte	Deckel-Schrauben 2 St.	Fuss-Schrauben 2 St.	Schalen $l = {}^{4}/_{3}\,d$	Schalen $l = 1{,}5d$
27— 30	5	45	0,86	0,35	0,78	0,15	0,13	0,41	0,44
33— 37	6	53	1,41	0,58	1,28	0,24	0,20	0,54	0,58
40— 45	6	62	2,26	0,91	2,04	0,33	0,28	0,69	0,75
50— 55	7	73	3,69	1,48	3,30	0,56	0,47	1,25	1,45
60— 65	8	85	5,82	2,34	5,25	0,81	0,67	1,85	2,13
70— 75	8	96	8,38	3,38	7,56	1,14	0,93	2,86	3,26
80— 85	9	108	10,58	4,81	10,77	1,55	1,25	3,40	3,86
90— 95	10	119	13,86	6,25	14,40	2,15	1,70	4,37	4,93
100—105	10	131	18,79	8,72	19,52	2,85	2,23	5,44	6,09
110—115	11	142	23,55	10,92	24,47	3,48	2,67	7,41	8,23
120—130	12	160	33,70	15,59	35,00	4,93	3,72	10,33	11,36
140—150	13	183	50,41	23,38	52,38	7,27	5,38	14,07	15,40
160—170	15	206	71,91	33,36	74,13	10,57	7,70	17,22	18,77
180—190	16	229	98,79	45,82	99,96	14,13	10,10	21,18	22,87
200	17	240	113,72	52,75	118,16	16,23	12,24	27,14	32,21

Bemerkung. Bei den Fussschrauben ist angenommen, dass sie, wie bei Fig. 320, durch die Sohlplatte gehen. Das Gewicht der letzteren ist ebenfalls hier aufgenommen.

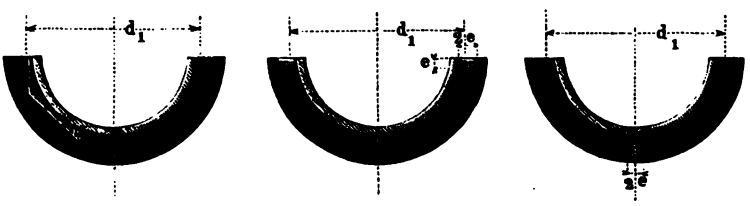
Beispiel. Ein Stehlager für den Zapfen von 90mm Dicke und 135mm Länge ist nach dem Vorstehenden mit der Einheit 119mm, welche d = 95mm entspricht, zu construiren. Die ungefähren Gewichte sind dann gemäss der achten Zeile der obigen Tabelle die folgenden. Lagerkörper und Deckel 19,33k; Sohlplatte 13,98k; Schalen 4,93k; Deckel- und Fussschrauben (zusammen 4 Stück) 2,85k; mithin Gesammtgewicht 41,53k.

§. 124.

Andere Schalenformen. Holzschalenlager.

Häufig findet man die äusseren Bearbeitungsflächen der Schalen anders ausgeführt, als oben angegeben ist, z. B. achtseitig, wie in Fig. 321, oder cylindrisch, wie in den Figuren 322 und 323. Bei

Fig. 321. Fig. 322. Fig. 323.



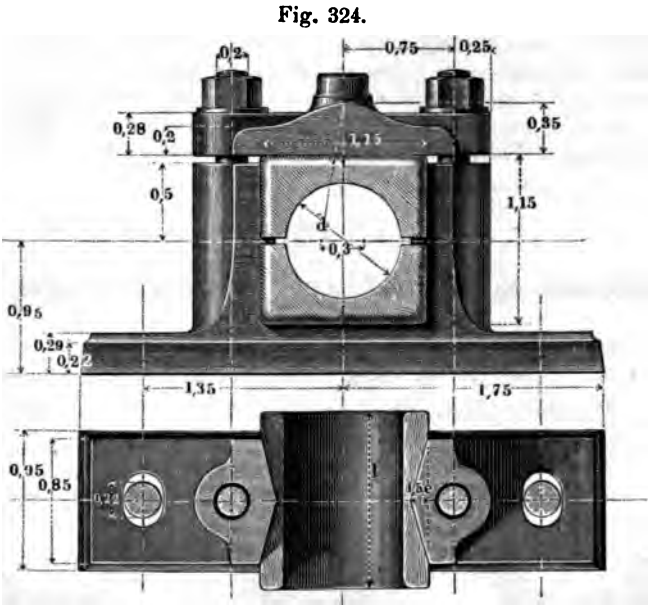
den letzteren beiden Formen geschieht das Einpassen in den Lagerrumpf bequem auf der Drehbank; doch sind zur Hinderung des Umschleppens der Schalen seitliche Lappen von der Länge $2e$, wie bei Fig. 322, oder abzudrehende Schildzapfen, wie bei Fig. 323 anzubringen und in Lagerrumpf und Deckel einzupassen. Jede dieser Formen hat ihre Vorzüge und ihre Nachtheile, so dass eine bestimmte Entscheidung für eine Form als die beste kaum thunlich sein möchte. Das nur verdient festgehalten zu werden, dass in einer und derselben Maschinenbauanstalt stets dieselbe Schalenform angewandt werden sollte. Die Abänderungen an Rumpf und Deckel, welche die Schalenformen Fig. 322 und 323 erfordern, sind im einzelnen Falle leicht zu machen.

Die Pockholzschalen (vergl. §. 83) müssen sehr einfach geformt werden. Zweckmässig ist*) die in folgender Fig. 324

*) Nach Professor Werner.

angewandte Schalenform, welcher entsprechend übrigens das ganze Lager eine Art von Umformung erfahren muss, wozu die hier benutzten Einzelformen und Verhältnisszahlen Anleitung geben.

Fig. 324.



Die Schalen von Weissmetall und ähnlichen Ersatzmitteln der Bronze werden so ausgeführt, dass eine gusseiserne, manchmal auch bronzene Pfanne ein aus dem betreffenden Metall gebildetes eingegossenes Futter erhält. Bei bronzener Aussenschale kann die Legirung in ziemlich dünner Schicht mit einem schweren Löthkolben eingetragen werden.

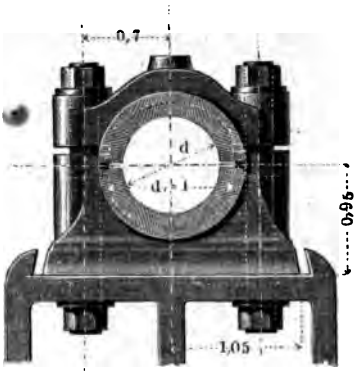
§. 125.

Rumpflager.

Manchmal zwingt der Raummangel, den Lagerfuss abzukürzen, so dass nur der Rumpf übrig bleibt. Derselbe wird durch die Deckelschrauben auf seine Unterlage geschraubt, indem man diese Schrauben mit einem Zwischenkopf (siehe §. 62, Fig. 153) versieht. Manche benutzen recht zweckmässig diese Anbringungsart der Deckelschrauben auch für das ausgebildete Stehlager in solchen Fällen, wo der Zapfendruck abwechselnd in die Unter-

und Oberschale gerichtet ist (vergl. §. 120 u. 121), indem dabei der Lagerfuss auch durch diese Schrauben noch gehalten wird.

Fig. 325.

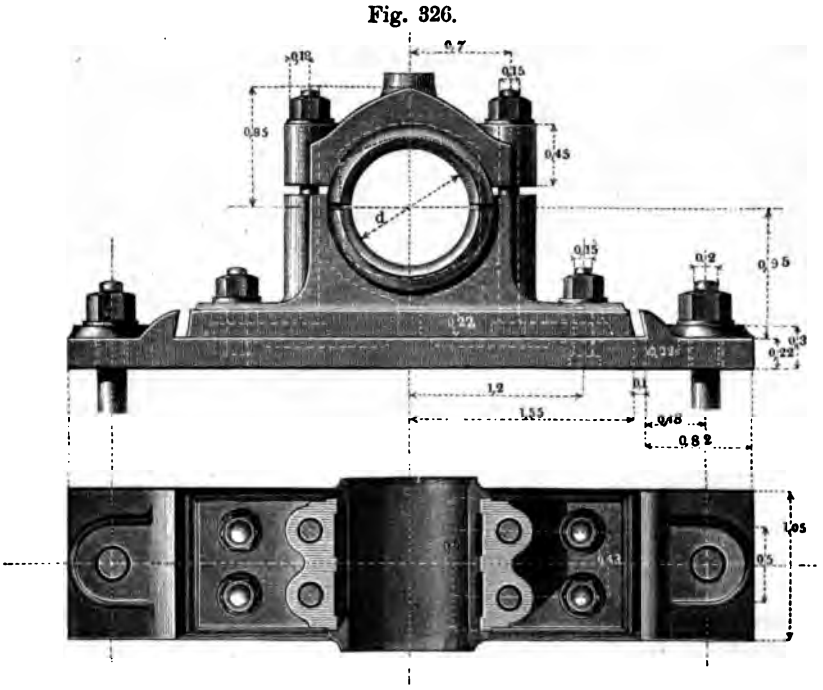


§. 126.

Grosses Stehlager.

Fig. 326 zeigt ein Stehlager für Zapfen von 200 bis 300mm

Fig. 326.



Durchmesser. Es erhält vier Deckelschrauben und eben so viele Fussschrauben, mit denen es auf die für sich befestigte Sohlplatte niedergeschraubt wird. Den Fussschrauben gibt man passend die in Fig. 141, §. 62 angegebene Form*) oder wohl besser noch eine Form, welche die in Fig. 141 mit der in Fig 143 vereinigt, damit man sie bei festliegender Sohlplatte wegnehmen und wieder einbringen kann, während der Lagerfuss im Zustande der Festschraubung dennoch die Schraubenschäfte an Drehungen hindert. Lagerkörper und -Deckel sind hier mehr ausgehöhlt als bei der obigen Construction. Bei den Lagern der Kurbelwellen und anderen, rüttelnden Bewegungen ausgesetzten Lagern ist es gut, den Deckelschrauben Gegenmuttern oder eine anderweite Sicherung (vergl. §. 64) zu geben, damit dieselben nicht losgerüttelt werden können.

§. 127.

Tabelle über die Gewichte der grossen Stehlager.

d	d_1	Lager-Körper.	Lager-Deckel.	Sohl-platte.	Deckel-Schrauben. 4 St.	Fuss-Schrauben. 4 St.	Schalen $l = 4/3\ d$	Schalen $l = 1{,}5\ d$
210	252	134,05	59,70	129,28	19,75	11,16	37,41	41,52
220	263	152,40	67,87	146,96	22,57	12,81	44,61	49,51
230	275	174,24	77,58	168,00	25,86	14,69	51,84	57,31
240	286	192,38	85,28	184,68	28,10	15,82	58,75	65,24
250	298	221,67	89,72	213,79	31,92	17,71	66,29	73,58
260	309	247,14	110,06	238,34	35,47	19,63	74,11	82,26
270	320	274,48	122,24	264,71	39,64	22,04	82,58	91,66
280	332	306,51	136,51	295,62	44,29	24,64	91,08	101,10
290	344	329,22	146,62	317,52	48,21	27,10	99,49	110,43
300	355	374,75	166,89	361,50	53,64	29,62	108,39	121,27

§. 128.

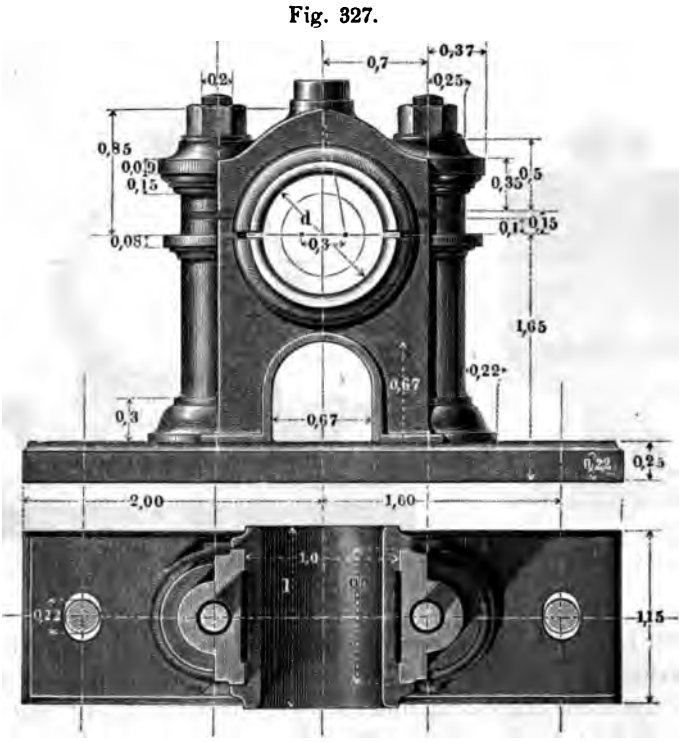
Erhöhtes Stehlager.

Manchmal reicht das gewöhnliche 2- oder 4schraubige Stehlager nicht aus, einestheils wegen seiner geringen Höhe, andern-

*) Nach Prof. Müller's Angabe.

theils rein wegen der Schlichtheit der äussern Form; man bedarf mit anderen Worten manchmal eines höheren und ausserdem etwas entwickelter, reicher geformten Lagers. Dies macht sich namentlich bei der Lagerung der Balancier-Achsen für Dampfmaschinen fühlbar, wo die unmittelbare Unterlage des Lagers ein architektonisch ausgeführtes Gebälke ist. Gleichzeitig ist hier in der Regel, bei den Kurbelmaschinen wenigstens, der Zapfendruck zeitweise in die Oberschale gerichtet. Das Lager muss also nach der Einheit in (116) construirt, und dabei in der Breite — der Länge des Zapfens parallel gemessen — verkleinert werden, wie in §. 121 an einem Beispiel erklärt wurde. Zu allem diesem eignet sich sehr gut das einem englischen Vorbild entnommene Lager in folgender Figur. Dasselbe ist so gezeichnet, als sei der

Fig. 327.



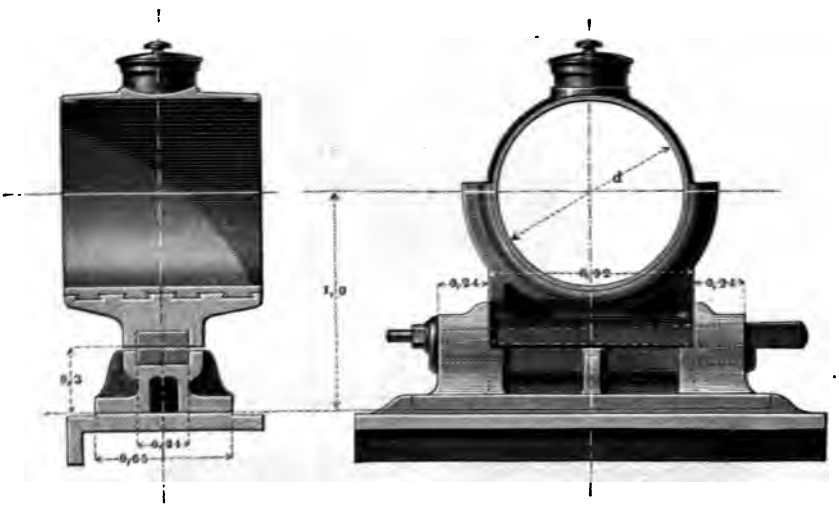
normale Model (115) zu Grunde gelegt, der entsprechende dünnere Zapfen, welchem es zukommen würde, wenn es nach dem Model (116) construirt gedacht wird, aber oben punktirt eingetragen. Zwischen Deckel und Rumpf sind trennende und doch genügend elastische Holzplättchen eingelegt.

§. 129.

Stehlager mit stellbarer Unterschale.

In manchen Fällen, wo im übrigen ein Stehlager passt, und der Druck in die Unterschale gerichtet ist, erweist es sich als unerlässlich, die abwärts stattfindende Abnutzung durch Hebung der Unterschale oder des ganzen Lagerkörpers auszugleichen. Solche Constructionen gehören allerdings vorwiegend besonderen Maschinen an; doch mag ein Beispiel nützlich sein, da in der Praxis die Genauigkeit der Berücksichtigung der Abnutzungsrichtung im Zunehmen ist. Das in folgender Figur dargestellte Lager ist einem Schraubenschiff entnommen.

Fig. 328.



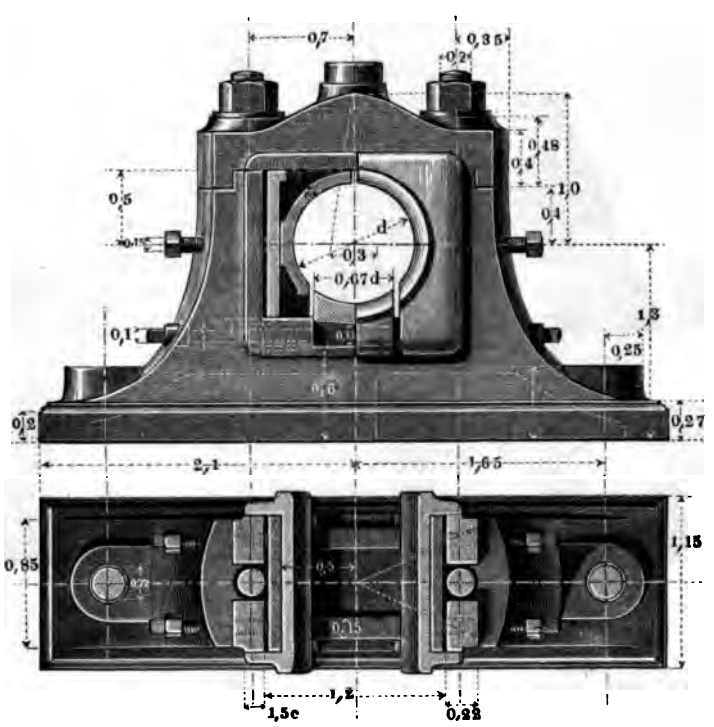
Der Lagerkörper ist nicht festgeschraubt, sondern ruht, durch den Achsendruck angepresst, auf einem Keilsystem, mittelst dessen er auf Höhe eingestellt und nach eingetretener Abnutzung aufwärts gerückt werden kann. Die Oberschale ist mit Flantschen versehen, durch welche (hier weggelassene) Deckelschrauben in den Lagerkörper gehen. Die Unterschale wird durch ein Weissgussfutter, welches in den Lagerkörper eingegossen ist, gebildet.

§. 130.

Dreischalige Stehlager.

Bei der horizontalen Dampfmaschine und hie und da anderwärts kommen Stehlager vor, in welchen ein Zapfendruck bald nach der einen, bald nach der anderen Seite stattfindet, während eine dritte Pressung, vom Schwungradgewicht z. B. herrührend, fortwährend nach unten gerichtet ist. Man bedient sich dann, da das vielfach versuchte Schiefstellen der Stehlager dem Uebelstande der Oval-Ausnutzung nur in geringem Maasse abhilft, um die entstehenden Abnutzungen gut ausgleichen zu können, neuerdings gern eines Lagers mit dreitheiliger Schale, von welcher nämlich ein Theil den constanten Vertikaldruck, die beiden anderen den abwechselnd vor- und rückwärts wirkenden Horizontaldruck aufnehmen sollen. Ein solches Lager stellt Fig. 329 dar.

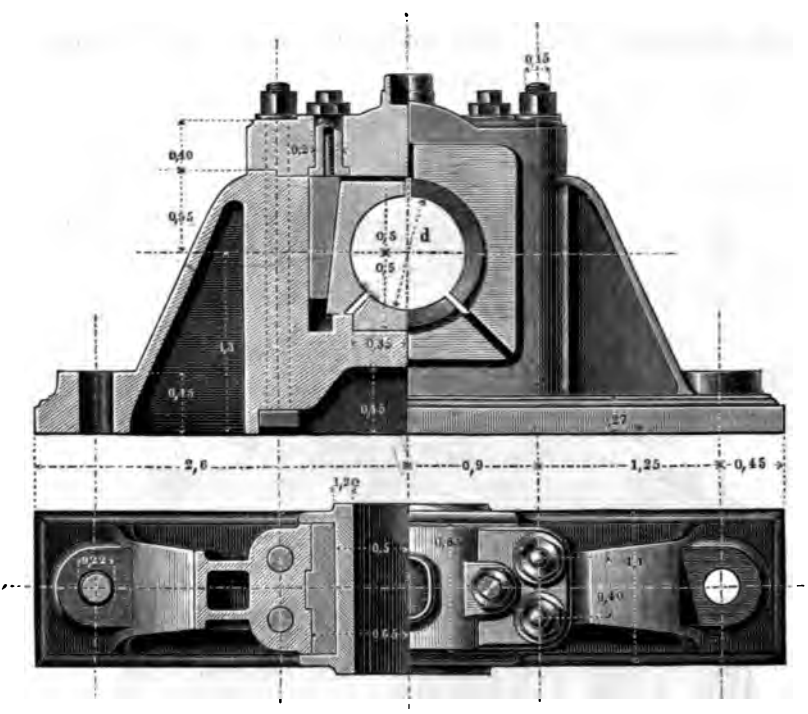
Fig. 329.



Die Sohlschale ruht auf zwei Keilen, welche der Länge nach mit Muttergewinde versehen sind, um mittelst der beiden hineinragenden Stellschrauben an jedem Punkte ihrer Bahn festgestellt werden zu können. Die Flankenschalen werden jede durch zwei andere Stellschrauben angeschoben, welche vermittelst einer schmiedeisernen Druckplatte ihre Pressung abgeben. Bei etwaigem Herausnehmen der Schalen werden nach abgenommenem Lagerdeckel vorerst die Druckplatten nach oben gezogen, worauf die Schalen genügend zurückgehen, um vom Zapfen unbehindert nach oben heraus zu gehen. Die Pressungen auf die Lagerflanken erfordern für dieselben die hier angewandte Verbreiterung des Lagerrumpfes.

Ein anderes Dreischalenlager*) stellt Fig. 330 dar. Hier ist die Unterschale unverstellbar, oder muss im Nothfalle durch Un-

Fig. 330.



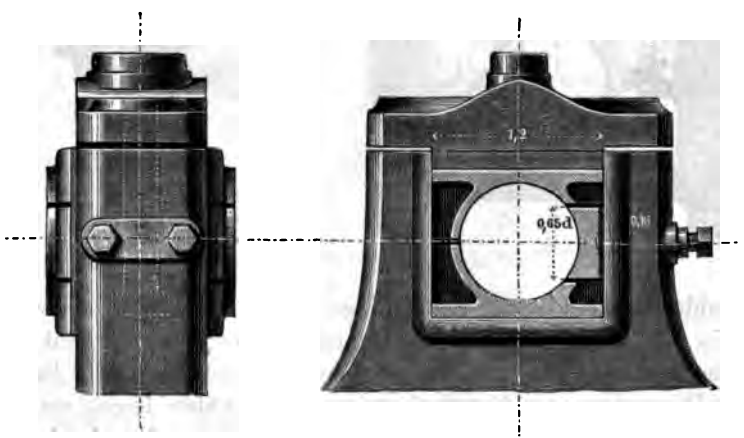
*) Einer Dampfmaschine der Soc. Fives-Lilles in Paris entnommen.

terlegen erhöht werden; die beiden Flankenschalen werden durch Keile, welche an dem festaufgeschraubten Lagerdeckel hängen, angeschoben. Jeder der Keile endigt nämlich oben in eine Schraube, deren Mutter drehbar im Deckel befestigt ist, und ihrerseits oben in einen Sechseckkopf ausläuft. Mittelst eines hier aufgesetzten Schlüssels wird sie gedreht, und darauf mit der unmittelbar auf dem Deckel aufliegenden Gegenmutter festgeklemmt. Starke seitliche Stützen machen den Lagerkörper geeignet, die Seitenpressungen, welche vom Kolbendrucke herrühren, aufzunehmen. Häufig ist (wie auch im Original der Figur), der Lagerkörper mit dem Maschinenrahmen zusammengegossen.

Ein drittes, leicht ausführbares Dreischalenlager zeigt die folgende Figur.

Es dient in solchen Fällen, wo ausser regelmässigen Vertikalpressungen nach unten und oben eine beständig wirkende Seiten-

Fig. 331.



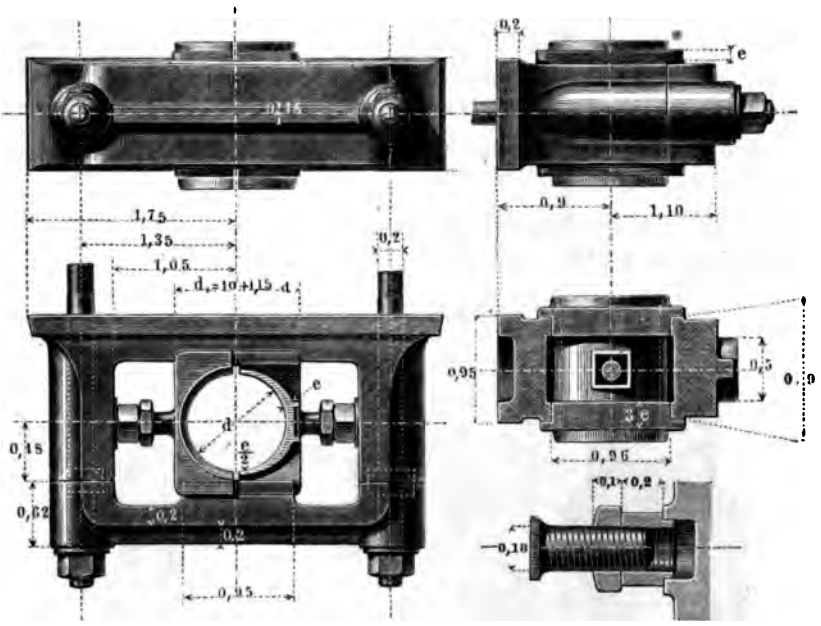
kraft auf den Zapfen wirkt. Letztere würde bei einem gewöhnlichen Stehlager in der Fugenrichtung eine nicht ausgleichbare Abnutzung herbeiführen; hier wird dieselbe durch Anpressen der kleinen Seitenpfanne unschädlich gemacht. Für kleine stehende Lokomobilen mit seitwärts wirkendem Riemenzug ist das vorliegende Lager empfehlenswerth.

§. 131.

Gabellager.

Die folgende Figur zeigt das Gabellager, welches vorwiegend als Halslager für stehende Wellen passt. Hier ist die La-

Fig. 332.



gersohle senkrecht zur Schalenfuge und symmetrisch zu derselben in der Nähe der Schalen angebracht. Der Deckel bleibt fest aufgeschraubt, wenn man die Schalen herausnehmen will, indem nach Wegnahme der Druckschrauben die Schalen leicht seitlich wegzuziehen sind. Die Deckelschrauben haben Zwischenköpfe, wie beim Rumpflager, und dienen, wie dort, auch zum Festschrauben des Lagerkörpers. Vorliegendes Lager passt auf die Sohlplatte des Stehlagers von dem gleichen Zapfendurchmesser *).

*) Ein dem beschriebenen ähnliches Halslager, bei welchem der Rahmen als ein geschlossenes Gussstück ausgeführt ist, und die beiden Nachstellungsschrauben von aussen durch die Wangenstücke des Rahmens eingeschraubt sind, ist mitgetheilt in: *The Engineer and Machinist's Assistant, London 1854*, Tafel I.

§. 132.

Tabelle über die Gewichte der Gabellager.

d	d_1	Lager-Körper.	Lager-Deckel.	Deckel-Schrauben 2 St.	Druckschrauben 2 St.	Schalen $l = 4/3\ d$.
27— 30	45	0,95	0,61	0,17	0,05	0,51
33— 37	53	1,55	1,00	0,25	0,07	0,67
40— 45	62	2,50	1,60	0,35	1,10	0,87
50— 55	73	4,08	2,61	0,49	0,14	1,56
60— 65	85	6,44	4,12	0,71	0,22	2,31
70— 75	96	9,28	5,93	1,03	0,32	3,57
80— 85	108	11,71	7,49	1,46	0,46	4,25
90— 95	119	15,34	9,81	1,81	0,60	5,46
100—105	131	20,80	13,30	2,38	0,79	6,90
110—115	142	26,06	16,67	2,80	0,95	9,26
120—130	160	37,29	23,84	4,32	1,49	12,91
140—150	183	55,79	35,67	5,65	1,98	17,57
160—170	206	79,58	50,88	8,40	3,00	21,53
180—190	229	109,32	69,90	10,85	9,94	26,27
200	240	125,84	80,46	12,56	4,63	33,94

Bemerkung. Bei den Deckelschrauben ist auch am hinteren Ende eine Mutter nebst Scheibe angenommen und eine Sohlplattendicke von 0,22 d_1 vorausgesetzt.

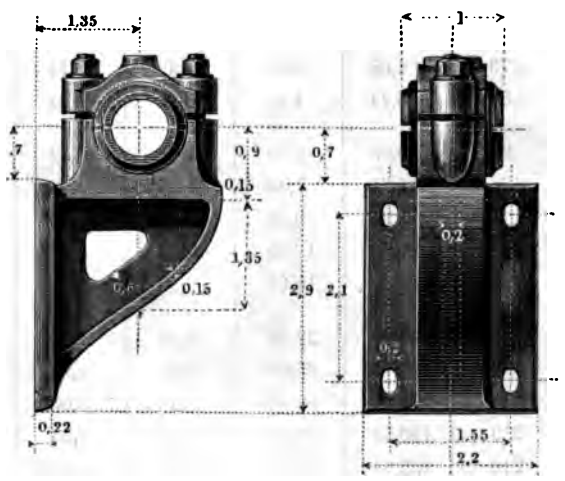
Beispiel. Es sei ein Gabellager für eine stehende Welle von 95mm Durchmesser zu construiren. Als Bezugeinheit dient dann gemäss Zeile 8 die Grösse $d_1 = 119^{mm}$ (für die Schalentheile die Wanddicke $e = 3 + 0{,}07 \cdot 95 \sim 10^{mm}$. Es ergeben sich darauf nach derselben Zeile die folgenden Gewichte. Lagerkörper und -Deckel 25,15k; Schalen 5,46k; Deckel- und Druckschrauben (4 Stück zusammen) 2,41k; Gesammtgewicht 33,02k. Erhielte das Lager eine Sohlplatte (um es etwa an einem Holzbalken zu befestigen), so würde diese nach Tabelle §. 123 Zeile 8 ein Gewicht von 14,40k erhalten, wodurch das Gesammtgewicht auf 47,42k erhöht würde.

§. 133.

Wandlager.

Das Wandlager, Fig. 333, ist aus dem Stehlager insofern abgeleitet, als der Lagerrumpf hier ganz wie dort gebaut ist. Die Befestigungsplatte dagegen steht hier senkrecht zur Schalenfuge und parallel zur Zapfenachse, wie beim Gabellager, breitet sich aber nur zu einer Seite der Fuge aus, wobei der Lagerkörper eine Konsolform bekommt.

Fig. 333.



Der Lagerdeckel erhält hier, wie bei den Lagern in §. 135 und 137 genau dasselbe Modell, wie das Stehlager von demselben Zapfendurchmesser; das nämliche gilt von den Schalen, welchen man also auch hier wieder eine Länge bis zu $2\,d$ geben kann.

Die Deckelschrauben sind mit Gewinde eingesetzte oder durch Keile gehaltene Schraubstifte nach Fig. 148 und 149 §. 62. Ueber die Gewichte der Wandlager siehe §. 138.

Bei Ausführungen für die grösseren Zapfendurchmesser gebe man der Ausbrechung der Mittelwand eine verstärkende oder besser gesagt nur verzierende Umsäumung von $0,1\,d_1$ Dicke und $0,4\,d_1$ Breite, letztere in der Richtung der Zapfenlänge gemessen. Die Wandplatte ist auf ihrem Rücken um $0,03\,d_1$ ausgenommen,

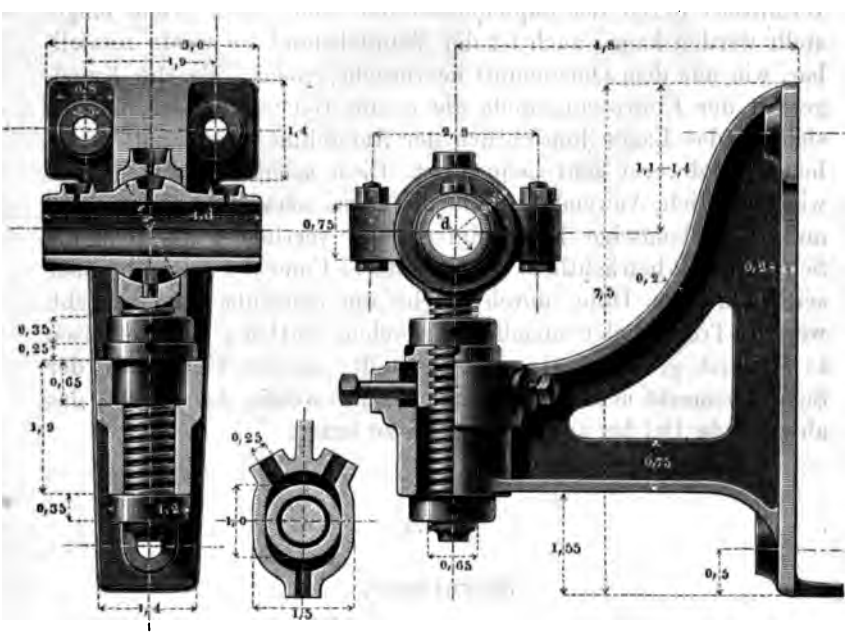
unter Belassung einer ringsumlaufenden Arbeitsleiste von $0{,}25\,d_1$ Breite.

§. 134.

Wandarmlager mit Kugelschalen.

Das in folgender Figur dargestellte Wandarmlager wird gewöhnlich als Sellers'sches Lager bezeichnet, insofern es sich um

Fig. 334.



die eigenthümliche Form und Aufstellung des Schalengehäuses handelt. Unabhängig von Sellers und zur selben Zeit ist es indessen bei Stehelin in Thann (Elsass) durch Ingenieur Zimmermann*) und wahrscheinlich noch vorher in nur wenig abweichender Form durch Schönherr in Chemnitz construirt worden. Es wird auch als Hänglager, überhaupt vorzugsweise für Trieb-

*) Aus der Fabrik von Geschwind und Zimmermann in Karlsruhe rührt das Original zu obiger Figur her.

wellen ausgeführt, in welchem Falle, wie bekannt, die Zapfen nicht als Stirnzapfen aufzufassen sind.

Die Schalen sind, um sie aus Gusseisen herstellen zu dürfen, mit sehr grosser Auflagefläche ausgeführt, nämlich vier Zapfendurchmesser lang gemacht. Die Abnutzung fällt dabei sehr klein aus, sodass Nachstellung der Schalen nicht vorzusehen ist. Letztere greifen an der Fuge mit Falzen (die hier wegen Kleinheit des Maassstabes weggelassen sind) oder mit Passstiften in einander, um Querverschiebungen der Halbschalen zu hindern. Das Schalengehäuse endigt in eine gusseiserne flachwindige Schraube, vermittelst deren das Zapfenmittel der Höhe nach genau eingestellt werden kann; auch ist der Wandabstand ein wenig verstellbar, wie aus dem Querschnitt hervorgeht, sodass, da die Kugelgestalt der Einpassungsstelle die axiale Einstellung der Schalen sichert, das Lager hinsichtlich der Aufstellung der damit versehenen Triebwerke sehr bequem ist. Diese schätzbare Eigenschaft wiegt für viele Anwendungsfälle die etwas schwierige Herstellung auf. Fabrikmässige Massenanfertigung verringert übrigens die Schwierigkeit beträchtlich. — Am unteren Ende der Schraube oder seitlich an der Dille, durch welche die Schraube hindurchgeht, werden Tropfschalen angebracht, welche Sellers aus Gusseisen in äusserst geringem Gewicht herstellt; an der Unterseite der Schale bemerkt man eine schmale Rippe, welche dazu dient, das abtriefende Oel bis ans Zapfenende zu leiten.

§. 135.

Stirnlager.

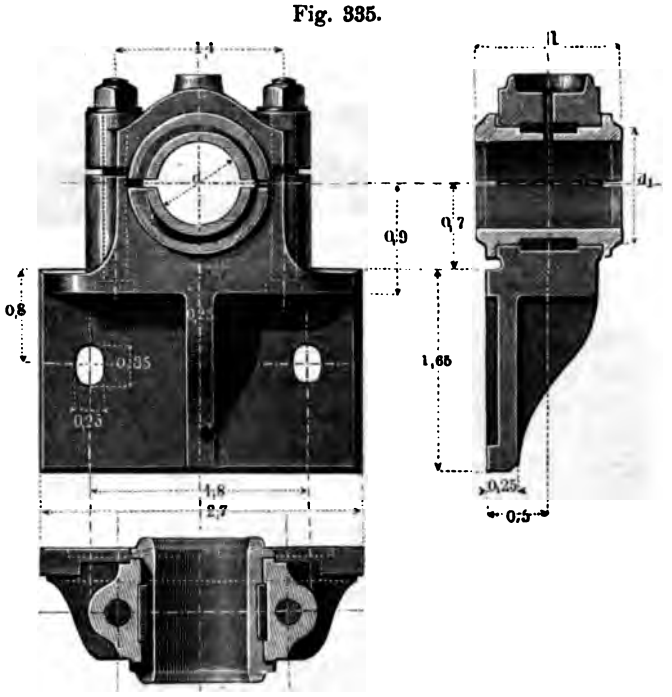
Fig. 335 zeigt ein anderes aus dem Stehlager abgeleitetes Traglager, bei welchem die Befestigungsplatte ebenfalls senkrecht zur Schalenfuge und nur zu einer Seite derselben parallel der Stirnseite des Zapfens angebracht und danach Stirnseitenlager oder Stirnlager genannt ist.

Die Deckelschrauben werden von unten eingeschoben, was ihre Anbringung und Wegnahme sehr bequem macht.

Bei Annahme von nur zwei Befestigungsschrauben für die Wandplatte ist vorausgesetzt, dass diese Platte seitlich zwischen Keilen liege und auch in der Richtung von oben nach unten noch

gestützt sei, was in der Regel geschehen kann (vergl. das folgende Kapitel). In Fällen, wo solches nicht auszuführen ist, möchte es

Fig. 335.



zweckmässiger sein, 4 Schrauben für die Platte anzuwenden. — Die Gewichte der Stirnlager nach Fig. 335 finden sich in der Tabelle §. 138.

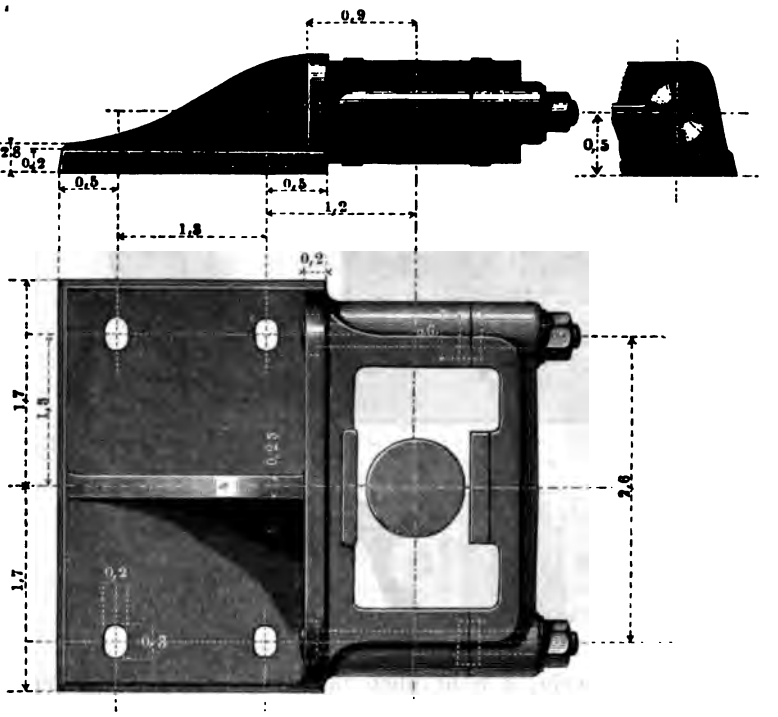
§. 136.

Anderes Stirnlager.

Ein anderes Stirnlager zeigt Fig. 336 (a. f. S.). Es ist aus dem Gabellager abgeleitet, hat indessen nicht die grosse Anwendbarkeit der vorigen Construction. Die Deckelschrauben sind mit Köpfen versehen und eingeschoben, erhalten aber an der Deckelfuge Einlegeringe. Die Gewichtangaben in §. 138 beziehen sich auf das Lager in Fig. 335. Aus Wandlager und Stirnseitenlager lassen sich dadurch, dass man die Befestigungsplatte weit von der Schale

abrückt, noch andere Lagerformen bilden, die in der That nicht selten für einzelne Zwecke in der Praxis angewandt werden. An-

Fig. 336.



haltpunkte für solche Constructionen findet man an den folgenden Lagerarten.

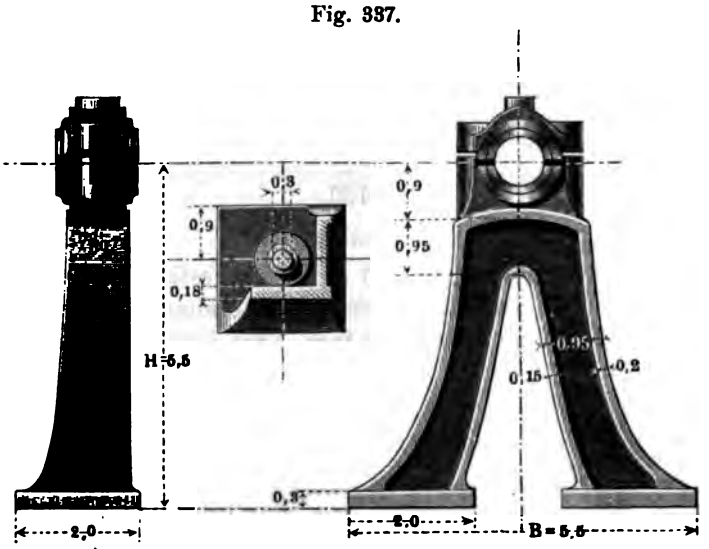
§. 137.

Bocklager.

Das bockförmige Traglager oder Bocklager, Fig. 337, ist aus dem Stehlager Fig. 319 abgeleitet. Hier ist nur die Lagersohle weiter von der Schale abgelegt als dort. Die Form des Bockgestelles findet sich in mannigfachen Abänderungen in der Höhe sowohl als in der Form vor. Die Gesammtbreite des Fusses ist hier gleich der Bockhöhe gemacht, so dass die Endpunkte der Sohle und das Zapfenmittel in den Ecken eines gleichseitigen

Dreieckes liegen. Dennoch erscheint das Fussgestell, und zwar in Folge der Einziehung der Schenkelprofile, verhältnissmässig schlank.

Fig. 337.



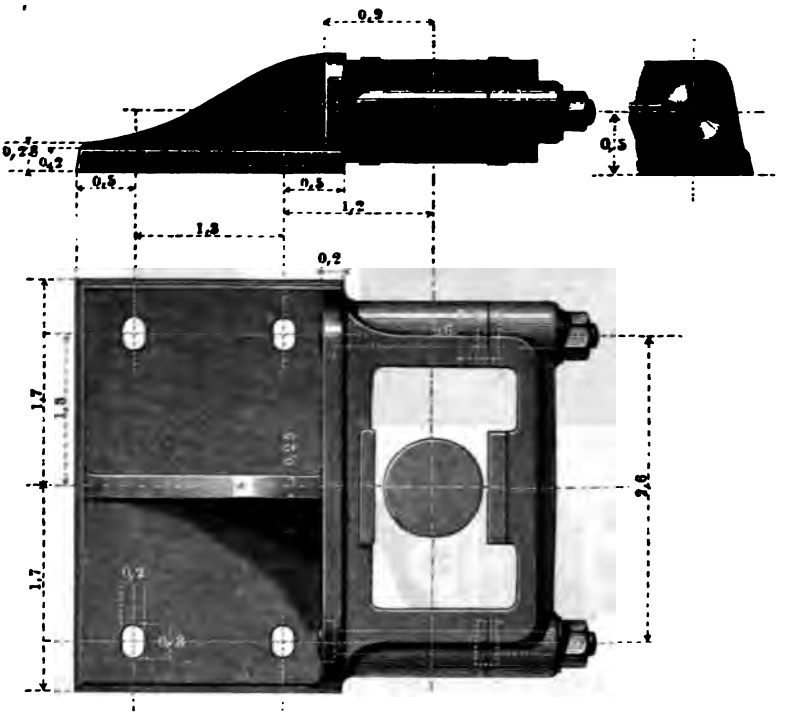
§. 138.

Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager.

d	d_1	Lager-Körper.			Deckelschrauben	
		a. Wand-lager.	b. Stirn-lager.	c. Bock-lager.	zu a.	zu b u. c.
27— 30	45	1,96	1,40	4,90	0,08	0,15
33— 37	53	3,21	2,57	8,02	0,12	0,24
40— 45	62	5,14	4,12	10,84	0,18	0,33
50— 55	73	8,93	6,72	28,96	0,30	0,56
60— 65	85	13,25	10,61	33,05	0,43	0,81
70— 75	96	19,08	15,28	47,66	0,61	1,14
80— 85	108	27,18	21,76	67,88	0,72	1,55
90— 95	119	36,34	29,11	90,78	1,11	2,15
100—105	131	49,26	39,45	173,05	1,46	2,85
110—115	142	61,75	49,45	154,24	1,85	3,48

abrückt, noch andere Lagerformen bilden, die in der That nicht selten für einzelne Zwecke in der Praxis angewandt werden. An-

Fig. 336.



haltpunkte für solche Constructionen findet man an den folgenden Lagerarten.

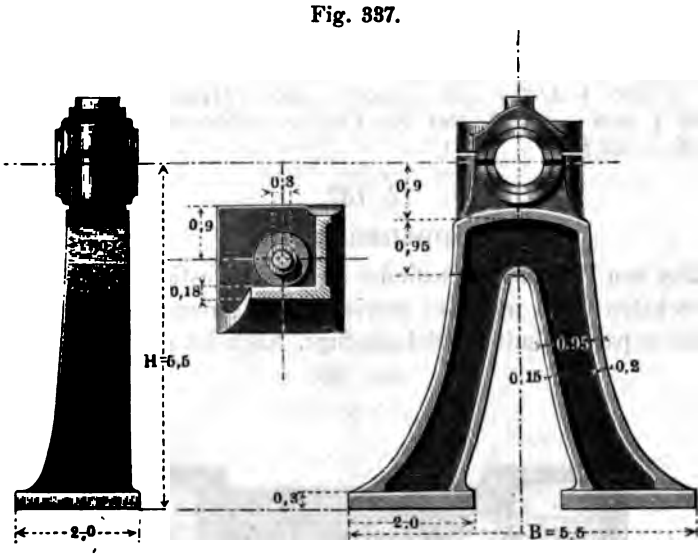
§. 137.

Bocklager.

Das bockförmige Traglager oder Bocklager, Fig. 337, ist aus dem Stehlager Fig. 319 abgeleitet. Hier ist nur die Lagersohle weiter von der Schale abgelegt als dort. Die Form des Bockgestelles findet sich in mannigfachen Abänderungen in der Höhe sowohl als in der Form vor. Die Gesammtbreite des Fusses ist hier gleich der Bockhöhe gemacht, so dass die Endpunkte der Sohle und das Zapfenmittel in den Ecken eines gleichseitigen

Dreieckes liegen. Dennoch erscheint das Fussgestell, und zwar in Folge der Einziehung der Schenkelprofile, verhältnissmässig schlank.

Fig. 337.



§. 138.

Tabelle über die Gewichte der Wand-, Stirn- und Bocklager.

d	d_1	Lager-Körper.			Deckelschrauben	
		a. Wand-lager.	b. Stirn-lager.	c. Bock-lager.	zu a.	zu b u. c.
27— 30	45	1,96	1,40	4,90	0,08	0,15
33— 37	53	3,21	2,57	8,02	0,12	0,24
40— 45	62	5,14	4,12	10,84	0,18	0,33
50— 55	73	8,93	6,72	28,96	0,30	0,56
60— 65	85	13,25	10,61	33,05	0,43	0,81
70— 75	96	19,08	15,28	47,66	0,61	1,14
80— 85	108	27,18	21,76	67,88	0,72	1,55
90— 95	119	36,34	29,11	90,78	1,11	2,15
100—105	131	49,26	39,45	173,05	1,46	2,85
110—115	142	61,75	49,45	154,24	1,85	3,48

Diese Tabelle enthält die Gewichte der Lager nach Fig. 333, 335 und 337. Die Gewichte der Deckel und Schalen dieser Lager finden sich in der Tabelle §. 142.

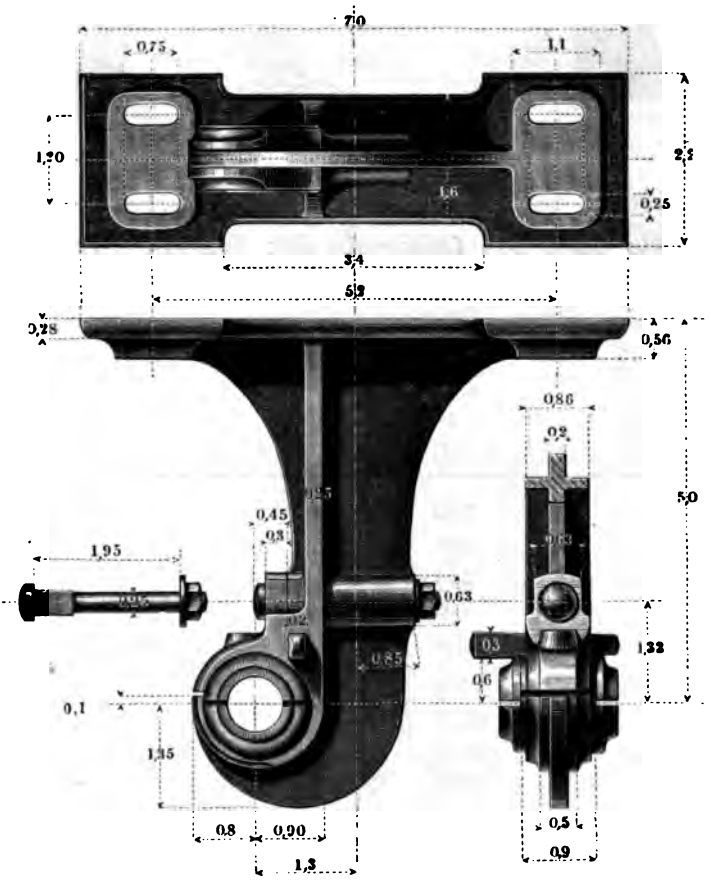
Beispiel. Für d = 95mm und l = 142mm wiegt das Wandlager mit Deckel, Schalen und Deckelschrauben gemäss Zeile 8 hier und §. 127: 36,34 + 6,25 + 4,93 + 1,11 = 48,63k; das Stirnlager 29,11 + 6,25 + 4,93 + 2,15 = 42,44k, das Bocklager endlich 90,78 + 6,25 + 4,93 + 2,15 = 104,14k.

§. 139.

Rippenhänglager.

Bei den Hänglagern befindet sich die Befestigungsplatte über den Schalen, und meist in gewisser Entfernung von denselben, überdiess parallel mit der Schalenfuge. Nach der Zusammensetzung

Fig. 338.



des Lagerkörpers heisst das nebenstehende hängende Traglager **Rippenhänglager**, Fig. 338.

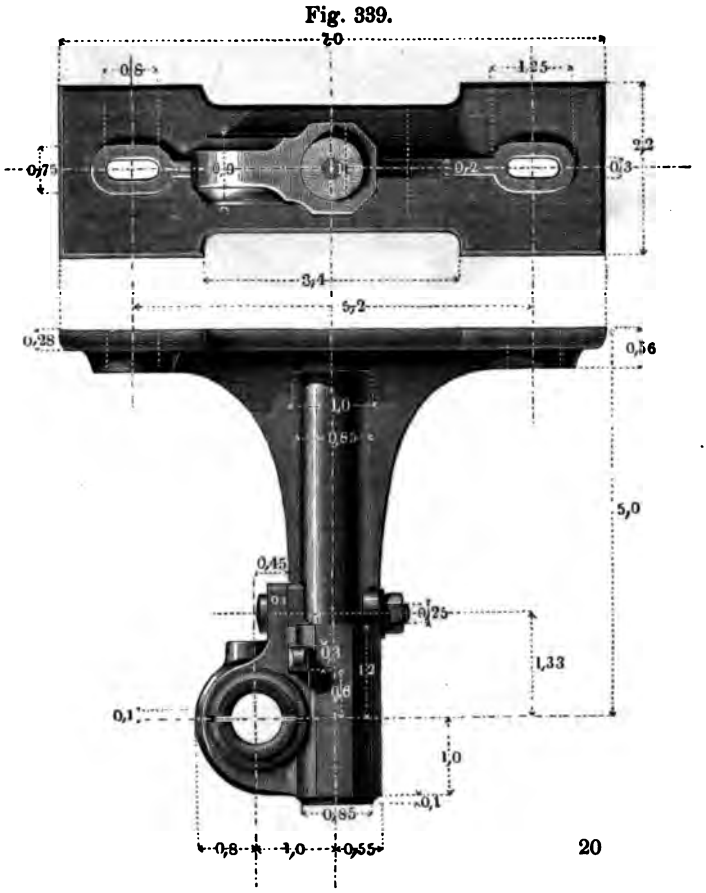
Es trägt die Schale in einem hakenförmigen Untertheil; erstere ist eingerichtet wie bisher; der Deckel wird mit einem Keil angetrieben und durch die darüber liegende Klemmschraube in der gewünschten Stellung festgehalten. Bei den Zapfendurchmessern unter 50^{mm} genügt an jeder Seite der Befestigungsplatte eine Schraube, welche man alsdann $0{,}3\,d_1$ dick nehme; die Schraubendillen auf der Unterseite der Platte, welche hier behufs Materialersparniss ausgehöhlt sind, werden dann entsprechend verändert; man sehe dieserhalb übrigens das folgende Lager. Die Gewichte der vorliegenden Lager siehe in §. 142.

§. 140.

Säulenhänglager.

Hier ist die Hauptanordnung ganz wie bei dem vorigen Lager, der Deckel überdies genau nach demselben Modell wie dort

Fig. 339.



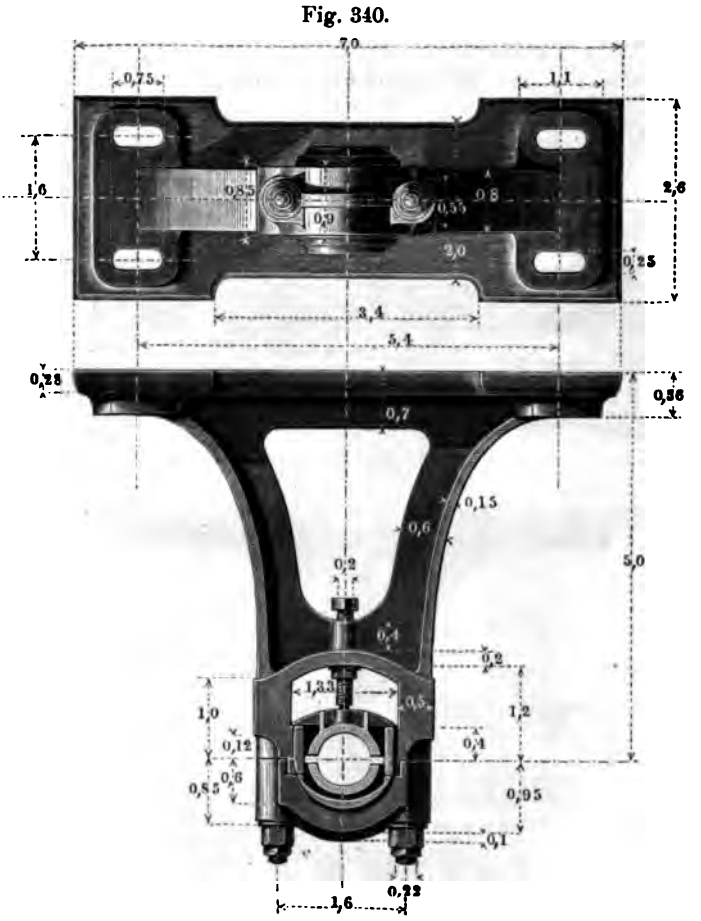
geformt; nur der Lagerkörper, dessen Hauptform dem Lager den Namen gibt, ist anders gestaltet. Die Säule ist hohl und hat innen 0,55 d_1 Durchmesser. Bei grösseren Zapfendicken wende man, wie in Fig. 339 vier Befestigungsschrauben, statt deren zwei an.

§. 141.

Gabelhänglager.

Während bei den beiden vorigen Constructionen die ein- oder auszulegende Welle stets seitwärts bewegt werden muss, braucht dieselbe bei dem Gabelhänglager, Fig. 340, nur senkrecht be-

Fig. 340.



wegt zu werden, indem das Untertheil des Lagers sich ganz wegnehmen lässt; auch ist die Oberschale leicht herauszunehmen und nachzusehen. Die Mittelwand ist $0{,}15\,d_1$ dick zu nehmen.

Die an Holzdecken zu befestigenden Hänglager werden meist nicht unmittelbar an die Deckenbalken, sondern auf zwischengelegte Querhölzer geschraubt; diese dienen gleichzeitig dazu, den Lagern die gewünschten Deckenabstände zu geben. Lässt sich damit die passende Höhe nicht erzielen, so ist selbstverständlich dem Lager eine andere Höhe zu geben. Auch dann können die hier angegebenen Verhältnisszahlen, welche gleichsam dem Normalfalle entsprechen, verwerthet werden, indem sie immerhin als Anhalt dienen können.

Sind die Hänglager an feuersichere, d. i. aus eisernen Trägern mit zwischengespannten Wölbungen construirten Decken zu befestigen, so muss die Kopfplatte entsprechend umgestaltet werden. Eine praktische Befestigung ist die mit Hakenschrauben Fig. 341.

Fig. 341.

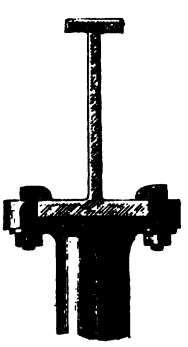
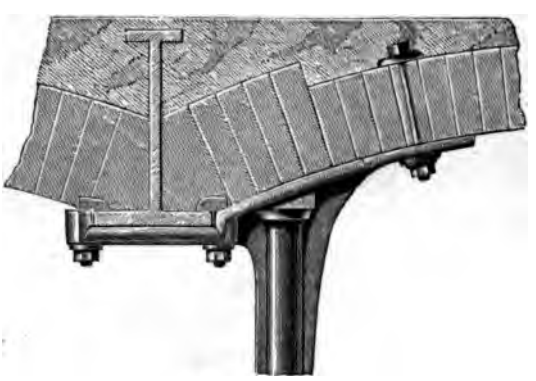


Fig. 342.



Die Schrauben, hier vier an der Zahl (vergl. Fig. 145 §. 62), gehen durch Dillen, welche der Kopfplatte des Lagers seitlich angegossen sind; diese Befestigungsart vermeidet jede Schwächung des Trägers. Die an der Kopfplatte noch angebrachten Randleisten ermöglichen das Einstellen des Lagers durch Keile. Bei der Anordnung in Fig. 342, welche Fairbairn angibt, läuft die Wellenachse parallel dem Träger, während sie vorhin normal dazu lief. Die Befestigung des Lagers an den Träger und das Ge-

wölbe ist zwar etwas umständlich, indem sie die Zugänglichkeit der äusseren Wölbungsfläche voraussetzt, aber auch sehr sicher. Der Träger wird auch hier nur mit Hakenschrauben und Keilung erfasst, nicht aber durch Bohrung geschwächt.

§. 142.

Tabelle über die Gewichte der Rippen-, Säulen- und Gabelhänglager.

d	d_1	Lagerkörper			Lagerdeckel		Deckelschrauben	
		a. Rippenhängl.	b. Säulenhängl.	c. Gabelhängl.	zu a und b	zu c.	zu a u. b 1 St.	zu c. 3 St.
27— 30	45	4,85	4,75	4,54	0,59	0,75	0,15	0,24
33— 37	53	7,94	7,78	7,26	0,89	1,14	0,23	0,38
40— 45	62	12,70	12,45	11,88	1,37	1,80	0,36	0,51
50— 55	73	20,72	20,31	19,39	2,17	2,87	0,57	0,86
60— 65	85	32,71	32,06	30,61	3,37	4,47	0,88	1,24
70— 75	96	47,13	46,19	44,09	4,81	6,40	1,25	1,73
80— 85	108	67,12	65,78	62,80	6,81	9,07	1,82	2,44
90— 95	119	89,76	87,96	83,98	9,08	11,81	2,34	3,24
100—105	131	121,67	119,24	113,84	12,27	16,36	3,56	3,28

B. Stützlager.

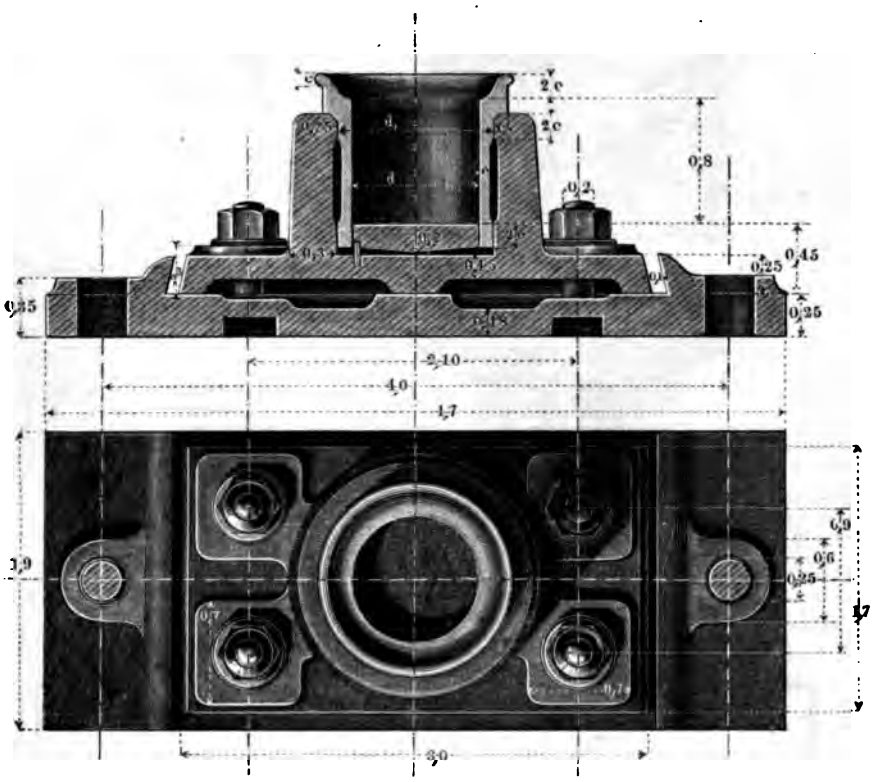
§. 143.

Stehendes Fusslager.

Fig. 343 zeigt ein vielgebräuchliches stehendes Fusslager. Seine Spurplatte ist unten flach zugespitzt, um sich genau der Stellung der Zapfenstirn fügen zu können. Behufs Verstellbarkeit des Lagers auf der Sohlplatte sind in letzterer die Schrauben-

löcher in der Quere länglich, während sie im Lagerfuss in der Längenrichtung des Lagers länglich genommen sind.

Fig. 343.

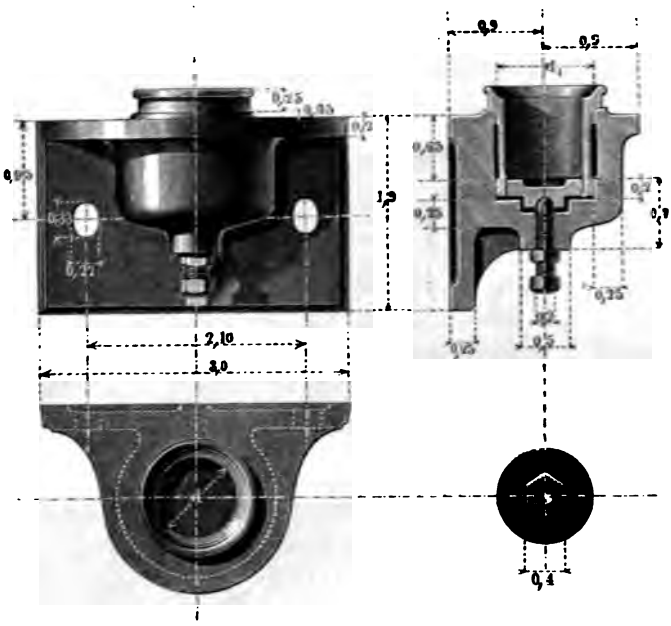


§ 144.

Wandfusslager.

Das folgende Fusslager ist aus dem stehenden abgeleitet. Es wird seitlich angeschraubt; dabei ist seine Wandplatte stets auf einen untergelegten Keil zu stützen, den man $0{,}8\,d_1$ hoch mache, um nach seiner Wegnahme das Lager unter dem Zapfen wegziehen zu können, ohne letzteren aus seiner Lage bringen zu müssen. Die Ausnehmung in der Spurplatte dient sehr gut als Oelkammer; die Abnutzung normal auf die Zapfenstirn kann durch Nachdrehen der Stellschraube bequem ausgeglichen werden.

Fig. 344.



§. 145.

Tabelle über die Gewichte der stehenden und Wandfusslager.

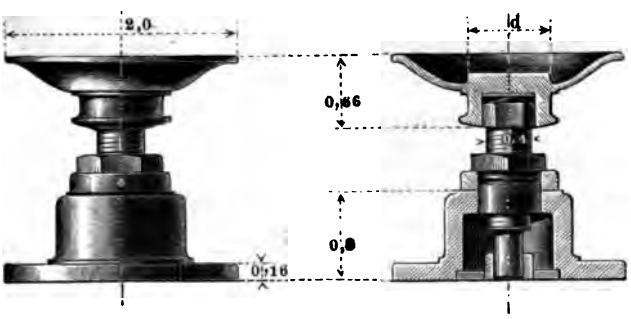
d	d_1	Lagerkörper.		Sohlplatte zu a.	Fussschrauben		Stellschraube zu b.	Schale und Spurplatte.
		a. Stehendes Lager.	b. Wand-Lager.		zu a 4 St.	zu b 2 St.		
27 — 30	45	1,46	1,80	1,37	0,20	0,17	0,06	0,66
33 — 37	53	2,39	2,95	2,24	0,42	0,26	0,14	1,02
40 — 45	62	3,81	4,73	3,58	0,59	0,39	0,20	1,61
50 — 55	73	6,23	7,73	5,85	0,98	0,57	0,32	2,46
60 — 65	85	9,83	11,29	9,22	1,34	0,94	0,45	3,61
70 — 75	96	14,16	17,56	13,29	2,04	1,29	0,67	5,32
80 — 85	108	17,86	22,16	16,77	2,50	1,75	0,80	6,35
90 — 95	119	23,41	29,04	21,97	3,46	2,34	1,15	8,57
100 — 105	131	31,74	39,36	29,79	4,95	3,03	1,65	11,28

§. 146.

Stellbare Spurpfanne.

Man findet manchmal, u. a. bei Ausführungen belgischer Constructeure, das Fusslager einer Welle in zwei Einzel-Constructionen, ein reines Traglager und ein reines Stützlager, aufgelöst, beide auf derselben Grundplatte befestigt. Als Traglager kann das Stehlager oder das Gabellager, jedesmal mit passend gerichteter Schalenfuge, benutzt werden; der andere Lagertheil, recht nahe dem ebengenannten angebracht, ist dann eine blosse Spurpfanne, welche man nun aber sowohl sehr zugänglich, als auch in der Abnützungsrichtung verstellbar anbringen kann. Ein Beispiel dieser auf mancherlei Art gestaltbaren Construction zeigt die folgende Figur.

Fig 345.



Die Spurpfanne besteht aus Bronze. Sie stützt sich mit einer eingelegten stählernen Druckplatte auf einen stumpfen Körner, in welchen die Nachstellschraube endigt, und wird durch die prismatische Form des lose von der Schale umfassten Kopfes der Schraube am Umlaufen gehindert. Eine Penn'sche Sicherung (vergl. Fig. 168, §. 64) verhindert unbeabsichtigte Verstellung der Schraube in dem Untersatz, welcher mit einigen Schrauben auf der Grundplatte befestigt wird. Der Model für die Verhältnisszahlen ist der frühere. Eine Anwendung der stellbaren Spurpfanne ist in §. 151. Das vorliegende kleine Stützlager ist eng

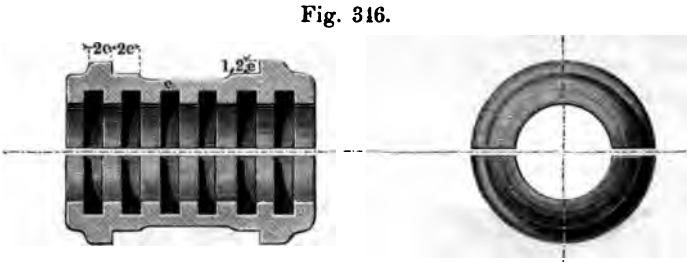
verwandt mit dem eigentlichen Lager der Sellers'schen Construction Fig. 334; es ist wie jenes gelenkig aufgehängt, auf eine Schraube gestützt, in der Höhenrichtung und bei ovalen Schraubenlöchern in der Fussplatte auch in horizontaler Richtung verstellbar, und bietet deshalb ähnliche Bequemlichkeiten wie jenes dar.

§. 147.

Kammlager.

Zur Lagerung der Kammzapfen können die gegebenen Lagerkörper benutzt werden. Man gebe dann nur, Fig. 346, den Schalenrändern etwas stärkere Abmessungen als sonst, und verstärke

Fig. 316.



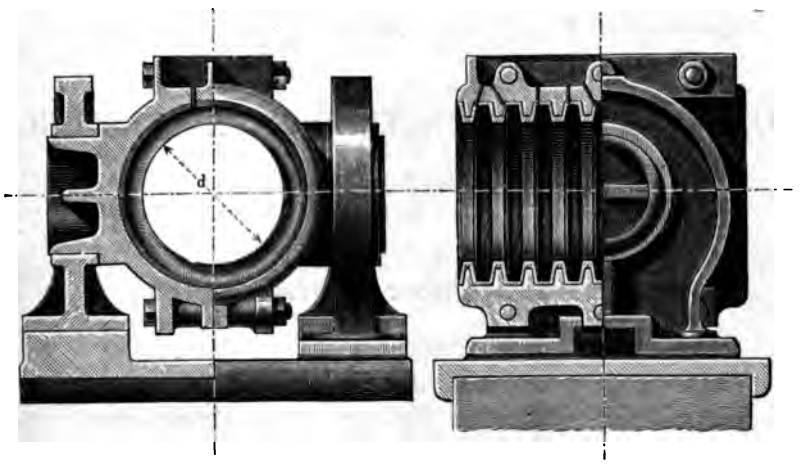
auch den Lagerkörper entsprechend der seitlichen Belastung. — Noch manche andere Arten von Kammlagern kommen bei Turbinen und Schraubenschiffen vor; sie sind Besonderheiten dieser Maschinen und könnten deshalb hier unerörtert bleiben. Die steigende Wichtigkeit des Kammlagers lässt indessen die Mittheilung wenigstens eines Beispieles angemessen erscheinen. Das in folgender Figur dargestellte Lager ist einem grossen Schraubendampfer entnommen.

Der aus congruenten Hälften gebildete Lagerkörper ruht mit zwei Schildzapfen in einem besonderen Untergestelle und erhält dadurch die wegen der Biegsamkeit des Schiffskörpers unentbehrliche Gelenkigkeit*) (vergl. §. 113). Das Material des eigentlichen

*) Es fragt sich, ob nicht ein vollständiges Kreuzgelenk als Lagergestell empfehlenswerth wäre, um die durch das Schlingern entstehende einseitige Belastung der Kammringe und die dadurch bedingte verstärkte Abnützung der Pfannen zu beseitigen.

Lagerfutters ist Weissmetall. Für ausreichende Schmierung muss gesorgt sein, weshalb jeder Ring in jeder Hälfte ein Schmierloch

Fig. 347.



erhält. Auf den Böcken für die Schildzapfen befindet sich gewöhnlich noch ein Gestell für ein Windwerk zum Ausrücken einer nahebei gelegenen Kupplung. Hier ist dasselbe unberücksichtigt gelassen. Häufig erhält das Schraubenschiff zwei solcher Lager, eines dicht hinter der Maschine, ein zweites nahe beim Stern.

§. 148.

Mehrfache Lager.

Bei Wellenverzweigungen ist es oft sehr zweckmässig, mehrere Lager aus einem Stück herzustellen, um denselben eine sichere gegenseitige Lage zu geben. Sehr geeignet zu solchen Vereinigungen (Zwillingen) sind das Stirnseitenlager und das Wandlager, die sich gut aneinander schliessen lassen, sodann auch namentlich das Säulenhänglager sowie auch, obwohl weniger bequem, das Rippenhänglager. (S. Constructionslehre für den Maschinenbau §. 35.)

IX. LAGERVERBINDUNGEN ODER LAGERSTÜHLE.

§. 149.

Allgemeines über die Lagerstühle.

Die Lagerstühle haben den Zweck, einzelne oder mehrere Lager in einer bestimmten Stellung gegen Gebäudetheile oder Maschinengestelle zu erhalten. Sie werden fast nur aus Gusseisen gefertigt, und es soll auch nur auf die Constructionen aus diesem Material hier Rücksicht genommen werden. Einfache Lagerstühle heissen solche, welche nur ein einziges Lager zu tragen haben, im Gegensatz zu den mehrfachen, welche mehrere Lager aufzunehmen bestimmt sind. Für beide sind beim Entwerfen mehr oder weniger genau die folgenden Bedingungen zu beobachten, welche namentlich dadurch hervorgerufen werden, dass in die unmittelbare Nähe der Lagerstühle fast immer die Zahnräder der zu lagernden Wellen gelegt werden.

1. Die Wellen sollen nicht zu fern von den Rädern durch die Lager gefasst werden.

2. Die Richtung des Zapfendruckes darf bei keinem Lager in die Schalenfuge fallen.

3. Wenn es angeht, sollen namentlich bei schwereren und schwer zugänglichen Wellen die Lager so gewählt und angebracht sein, dass man die Lagerschalen herausnehmen kann, ohne die Wellen von ihrem Platze nehmen zu müssen.

4. Der Lagerstuhl soll das Ein- und Auslegen der Wellen mit ihren Zahnrädern möglichst wenig behindern.

5. Die Zahl der Bearbeitungsebenen soll möglichst gering sein; alle Arbeitsflächen sollen womöglich bei einmaligem Aufspannen des Stuhles auf die Hobelmaschine geebnet werden können.

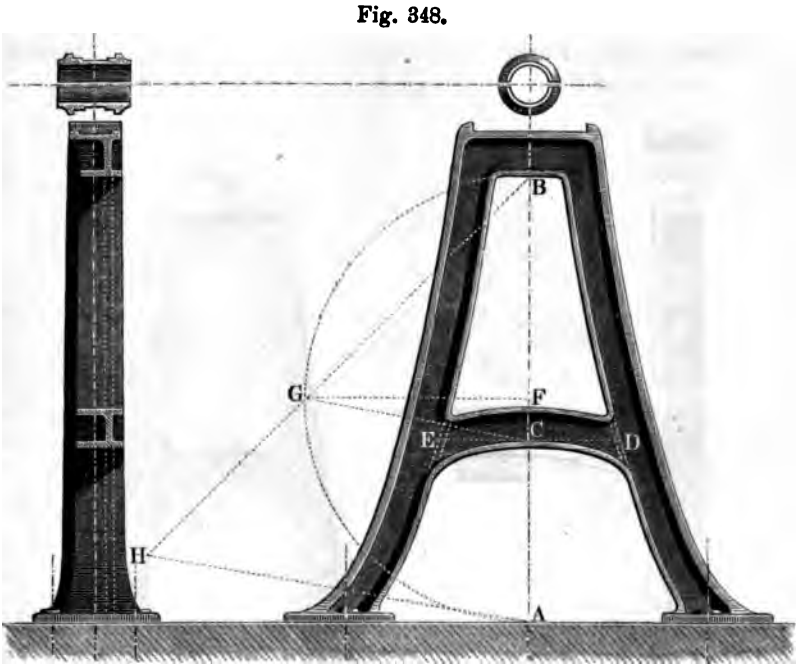
Wie diese Vorschriften befolgt werden können, sollen die nachfolgenden Beispiele zeigen.

§. 150.

Einfache Lagerstühle.

Einen Lagerstuhl für ein Stehlager oder einen Stehlagerstuhl zeigt Fig. 348. Es ist angenommen, dass das angewandte

Fig. 348.

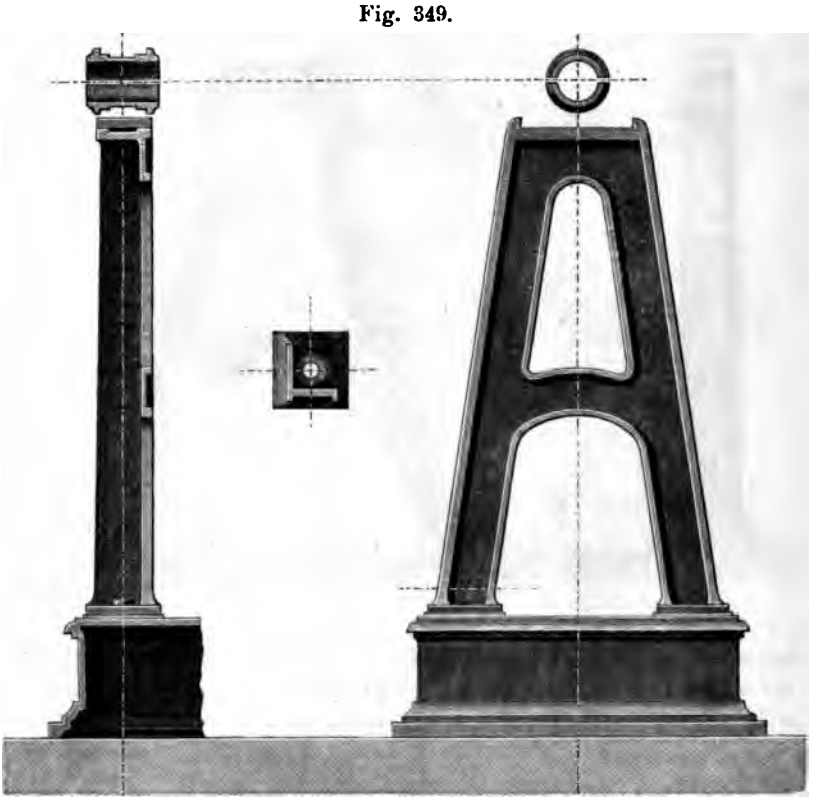


Lager ein Rumpflager (nach §. 125) sei, indem diese Construction verstattet, den Stuhl oben schmal zu halten. Die beiden Streben, welche hauptsächlich den Stuhl bilden, sind zur Erhöhung ihrer rückwirkenden Festigkeit durch einen Quersteg DE verbunden. Die Punkte D und E des Ansatzes desselben an die Streben bekommen stets eine gute Lage, wenn man sie mittelst folgenden Verfahrens aufsucht. Beschreibe über der ganzen Strebenhöhe AB als Durchmesser aus F einen Halbkreis AGB, halbire Bogen

AGB in G; ziehe BG über G hinaus, und mache $GH = AF$; verbinde endlich H mit A, und ziehe $GC = HA$, so ist AC der Abstand des Stegansatzpunktes vom Strebenfuss. — Die Abmessungen der Theile des Stuhles haben sich nach dem Zapfendruck in dem Rumpflager zu richten, und können unter Berücksichtigung der Lagerabmessungen nach dem Gefühl bestimmt werden. Will man den vorliegenden Stuhl gemäss Bedingung 3. des vorigen Paragraphen eingerichtet wissen, so unterlege man das Lager mit einer sogenannten Schieblade, einer Platte, welche seitlich darunter weggezogen werden kann, und der man eine Höhe $0{,}3\,d_1$ gebe, wenn d_1 die Bezugeinheit des Lagers bezeichnet.

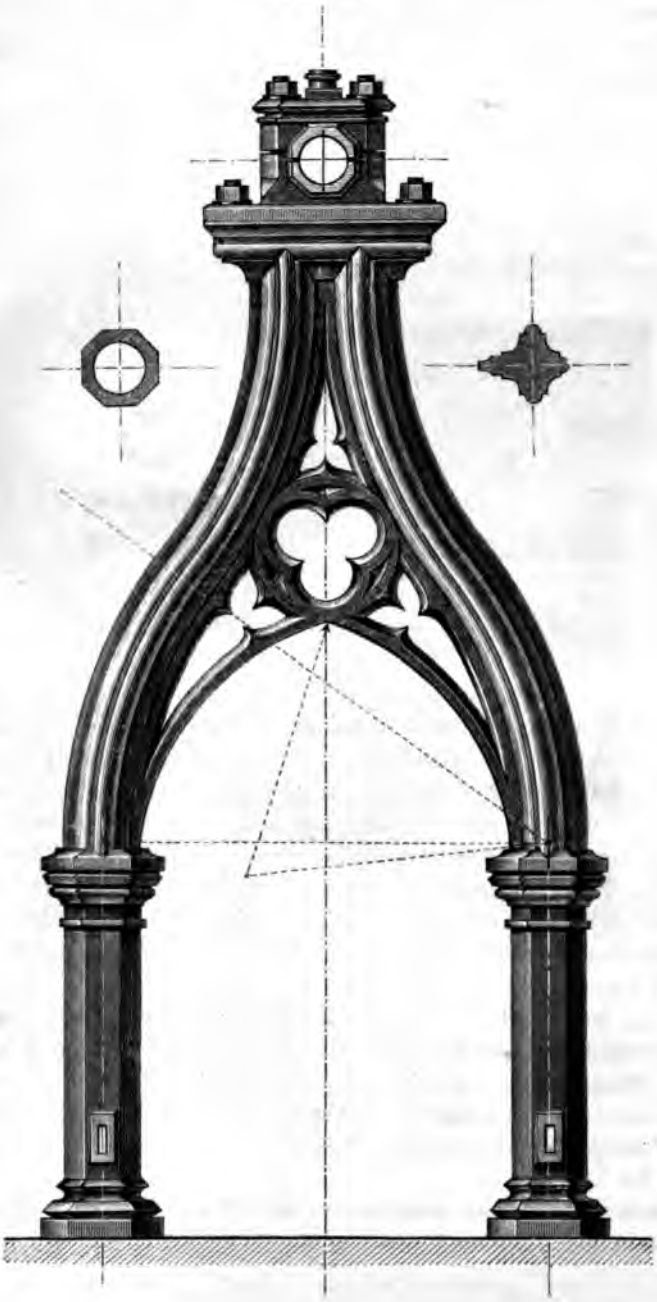
Eine ruhigere Form als der vorstehende Stuhl hat der in Fig. 349.

Fig. 349.



Derselbe eignet sich namentlich für bedeutendere Dimensionen, wo eine grosse Ruhe des Ausdruckes zweckmässig ist. — In gewissen

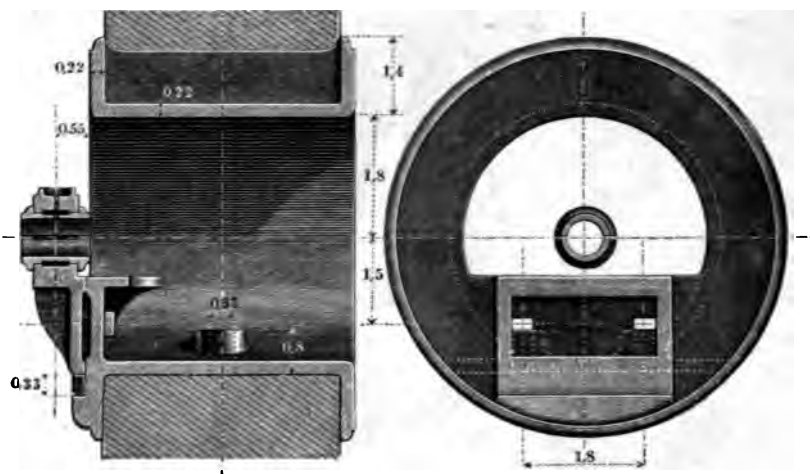
Fig. 350.



Fällen wird verlangt, dass das Maschinengestell rein architektonischen Formgebungen sich anschliesse, um den passendsten Eindruck zu machen; ein Beispiel dieser Art gibt der gothische Lagerstuhl Fig. 350 (a. vor. S.).

Fig. 351 zeigt einen **Mauerlagerstuhl**. Derselbe reicht durch eine Maueröffnung, durch welche die zu lagernde Welle

Fig. 351.



gehen soll, und entspricht in seiner Hauptform einem jener Fenster, welche in der Baukunst **Ochsenaugen** genannt werden. Der Zapfendruck wird durch das angebrachte Stirnlager aufgenommen, welches nach Entfernung des untergelegten Schlüssels weggenommen werden kann, ohne dass man die Welle bewegen müsste. Nicht zu übersehen ist die (punktirte) Platte, welche den durch die Mauer gehenden Cylinder horizontal tangirt. Die eingeschriebenen Verhältnisszahlen beziehen sich auf die Bezugeinheit d_1 des Lagers.

Fig. 352 führt einen **Wandlagerstuhl** vor. Statt des Unterlegeschlüssels von Fig. 351 ist hier ein in die Lagersohle und deren Gegenplatte eingelassener Schlüssel angebracht, welcher leicht seitlich weggezogen werden kann, vergl. §. 144. Eine an der Wandplatte angebrachte Mauerleiste erleichtert die Befestigung des Stuhles.

Einen leichteren Wandlagerstuhl zeigt Fig. 353. Hier ist ein Stehlager angewandt, dessen Wandabstand wegen des für die

Fussschrauben ausgesparten Schlitzes veränderlich ist. Dasselbe Modell kann für Lager von verschiedener Grösse benutzt werden.

Fig. 352.

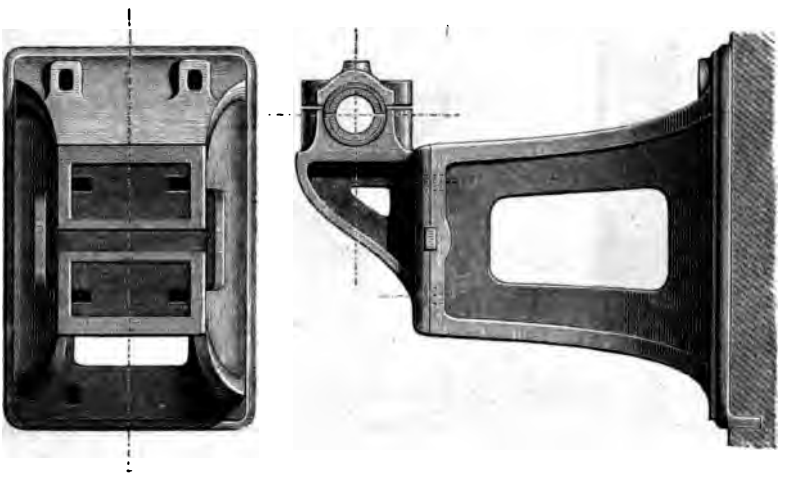
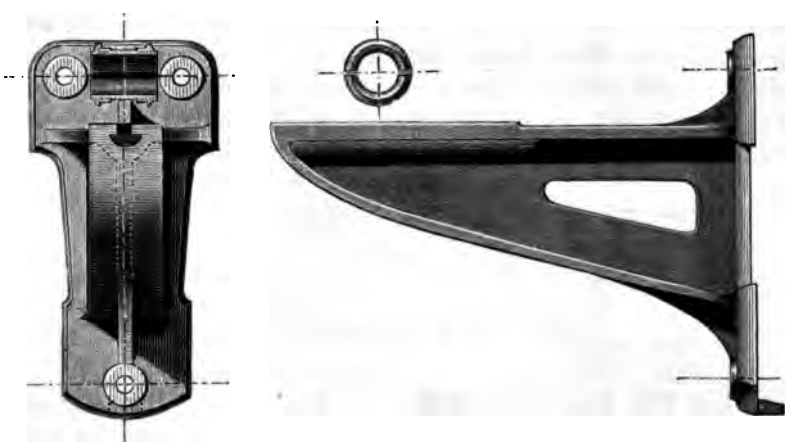


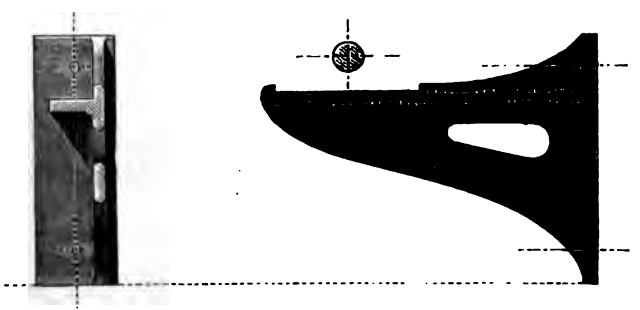
Fig. 353.



Ein kleiner ganz leichter und einfacher Wandstuhl ist in Fig. 354 (a. f. S.) dargestellt. Er ist gleichsam nur ein Wandarm und dient zur Lagerung leichter Vorgelegewellen. Als Wand-

lagerstuhl hat man im strengsten Sinne auch das Sellers'sche Lager Fig. 344 aufzufassen; der Lagerkörper mit seiner Schraube

Fig. 354.



und den drei Muttern ist dann das abgelöste eigentliche Lager; statt der Befestigungsplatte, die man sonst anwendet, ist die Dille mit den Stellschrauben an dem Stuhle angebracht.

Vielfach benutzt man bei der Befestigung der Lagerstühle an Mauern und auf Fundamenten den Cementverguss. Wenn man sich seiner bedienen will, setzt man den Stuhl sorgfältig richtig auf Keile, verstreicht die Fugen zwischen der Befestigungsplatte und dem darunter oder dahinter liegenden Mauerwerk mit Thon, und giesst sie mit dünnflüssigem Cement aus; dieser erhärtet in wenig Tagen genügend, um das Herausschlagen der Keile und das vollständige Festziehen der Schrauben zu gestatten.

§. 151.

Mehrfache Lagerstühle.

Fig. 355, Brückenlagerstuhl. Die Welle AB kommt von unten, z. B. von einer Turbine her, um ihre Bewegung an die horizontale Welle CD abzugeben. Der Zapfendruck ist bei E senkrecht zur Ebene der beiden Wellen gerichtet, während er bei F schief nach unten geht, indem er sich dort aus dem Zahndruck der Räder und dem Gewicht von Rad und Welle zusammensetzt. Diesen Kraftrichtungen entsprechend ist bei E ein Gabelhalslager

(nach §. 131), bei F ein Stirnlager (nach §. 135) mit untergelegtem Schlüssel angewandt.

Fig. 355.

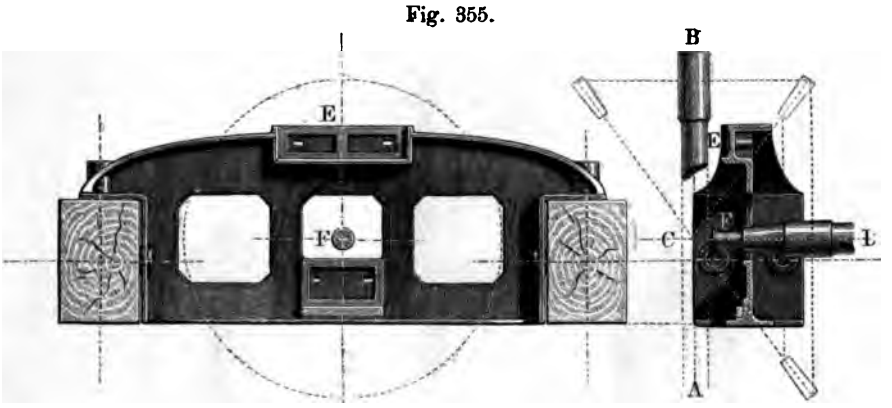
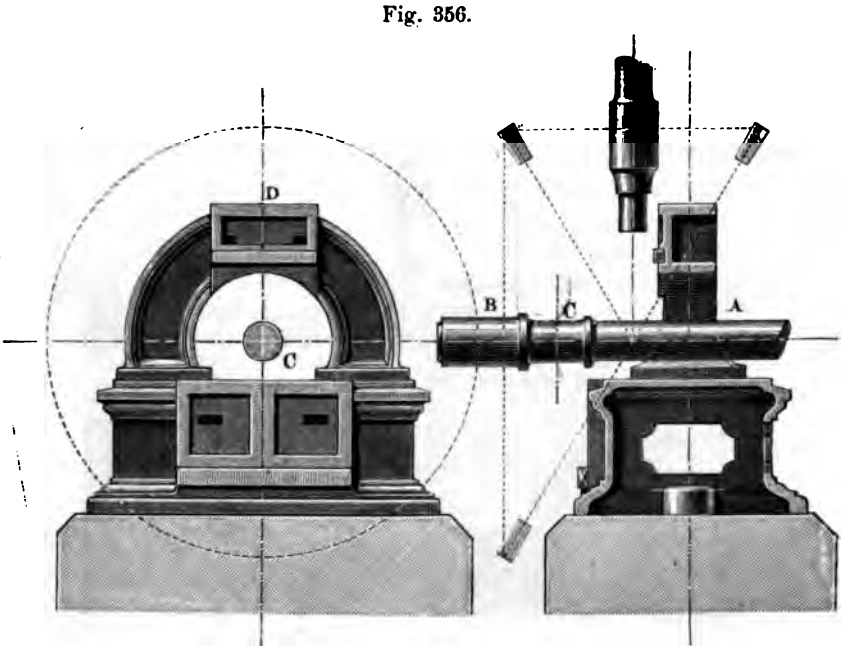


Fig. 356, Fusslagerstuhl. Eine liegende Welle AB, bei C in einem Stirnlager laufend, überträgt ihre Kraft auf die

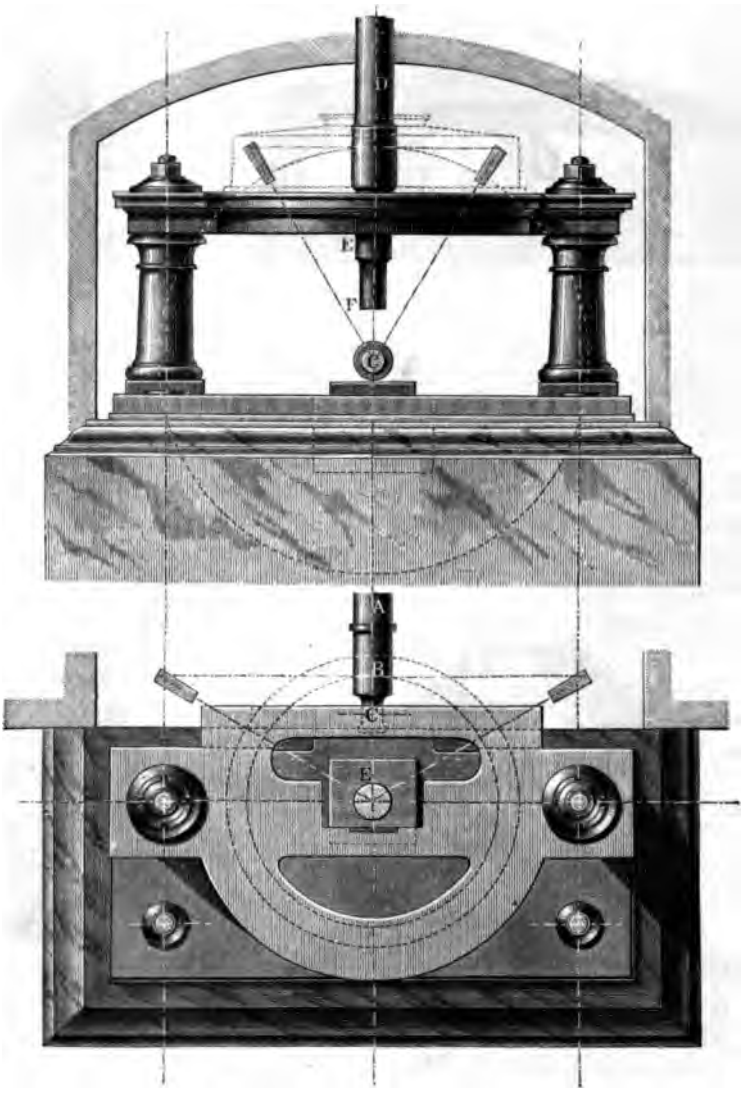
Fig. 356.



stehende Welle D, welche von einem Fusslager (nach §. 144) getragen wird. Letzteres wird ähnlich wie das Wandlager in

Fig. 352 durch einen eingeschobenen Schlüssel in senkrechter Richtung getragen, so dass es nach dessen Wegnahme leicht nach

Fig. 357.



unten gezogen werden kann. Der Bock für das Fusslager ist auf das kastenförmige Untergestell besonders aufgeschraubt. Die

Gründungsanker des Fussgestelles haben ihre Muttern im Inneren des letzteren.

Eine andere Lösung der vorstehenden Aufgabe ist in Fig. 357 gegeben. Die Welle AC für das grosse Zahnrad endigt hier hinter dem Lagerstuhl in einen Stirnzapfen, was die Anwendung eines kleineren Stirnlagers als vorhin bei C gestattet. Freilich ist dabei das Rad nicht so bequem zugänglich, wie bei der ersten Lösung. Die Lagerung des Königsbaumes DEF ist nach den in §. 146 angedeuteten Grundsätzen bewirkt, indem bei E, dem oberen Lagerstuhl-Rahmen angegossen, ein Gabelhalslager angenommen ist, die senkrechte Stützung bei F aber durch eine stellbare Spurpfanne nach Fig. 345 erfolgt. Nach vorn ist der obere Gesimsrahmen kreisförmig ausgebogen, sodass ein runder (gusseiserner) Radschirm oder Raddeckel, welcher die Gefahr bei der Wartung des Getriebes beseitigt, aufgelegt werden kann. Derselbe ist punktirt angedeutet. Vier Grundanker befestigen die untere Platte auf einer Quader-Unterlage, welche auch durch einen mit Cement gemauerten Ziegelsockel ersetzt werden kann. Die beiden rückwärts gelegenen Anker gehen durch die beiden Säulen hindurch und verbinden dadurch zugleich Ober- und Untertheil.

Fig. 358.

Der Grundriss zeigt, wie die cylindrischen Fortsätze der Säulen im Gesimsrahmen festgekeilt sind. In der Sohlplatte sind die Säulenplinthen ebenfalls festgekeilt und mit Eisenkitt eingekittet, zu welchem Ende die Sohlplatte so ausgenommen ist, wie es nebenstehende Figur verdeutlicht. Eine den Säulenplinthen gleiche quadratische Plinthe dient zur Aufnahme der stellbaren Spurpfanne.

Fig. 359 (a. f. S.), Liegender Lagerstuhl für zwei stehende Wellen A und B, welche durch Stirnräder einander ihre Bewegung mittheilen. Die Welle A kann als von einer Turbine*) heraufkommend angesehen werden, während B alsdann einem Königs-

*) In einer Spinnerei bei Chur ist bei einem Tangentialrad ein ähnlicher Lagerstuhl aufgestellt; der Stuhl und die Hälfte des grossen Stirnrades liegen in einer Bogenöffnung der grossen Giebelmauer des Spinnereigebäudes.

baume angehört. Bei *A* ist ein Halslager nach Fig. 336 angebracht, bei *B* ein Fusslager mit untergelegter Schieblade, so dass man nach Abstützung des Rades auf der Welle *B* das Lager bequem wegnehmen und nachsehen kann.

Fig. 359.

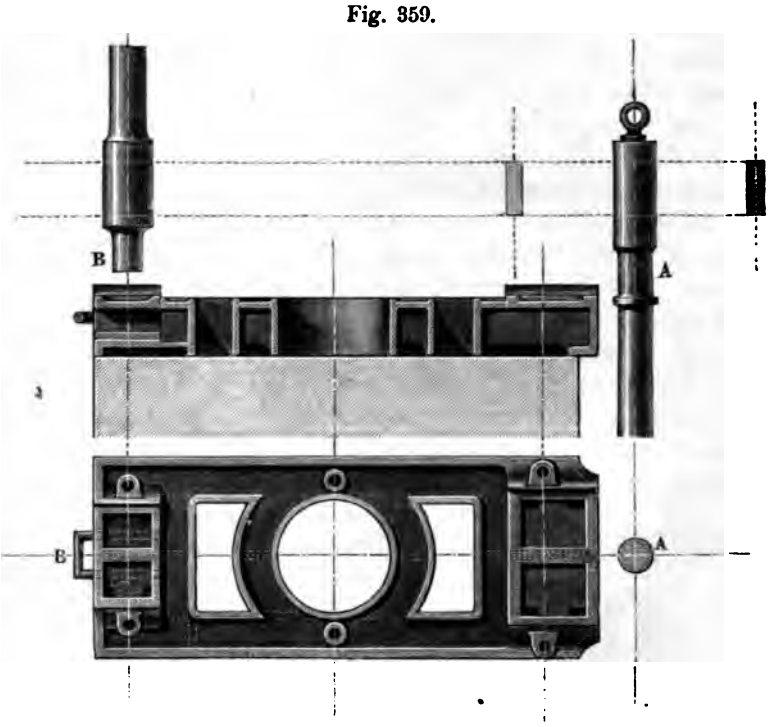
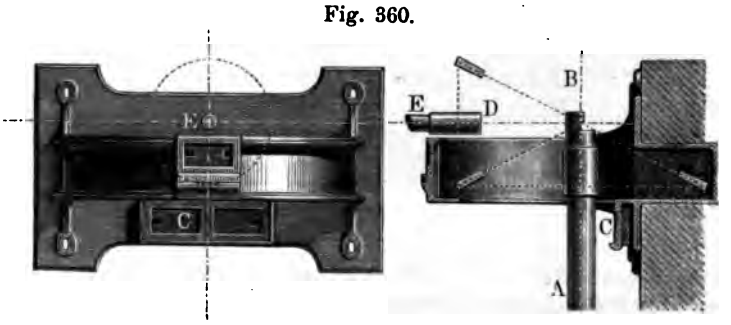


Fig. 360, Wandlagerstuhl für eine stehende Welle *AB*, welche einen Theil ihrer Triebkraft an eine liegende, zur Wand

Fig. 360.

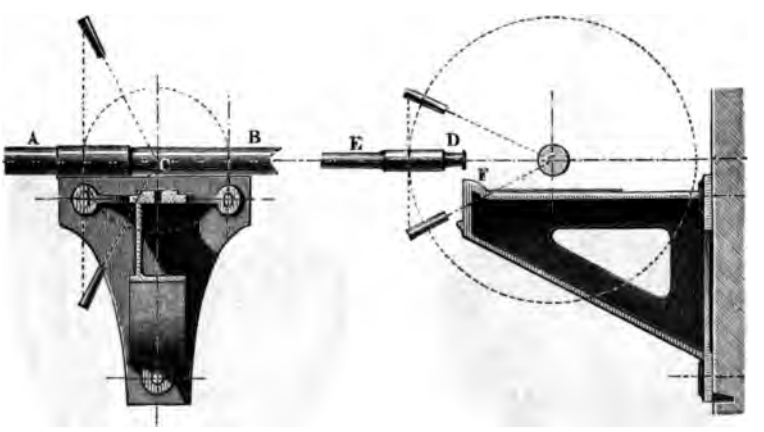


rechtwinklig gelagerte Welle DE abgibt. Bei C wird ein Gabelhalslager, bei E ein Stirnlager angewandt. Das horizontale Kegelrad ist von dem halbkreisförmigen Lagerstuhlrahmen umschlossen, was theilweise auch von dem eingreifenden Rade gilt, so dass die vorliegende Lagerstuhl-Construction auch gleichzeitig als Räderschirm dient.

Das Wegnehmen der stehenden Wellen ist bei dieser Stuhlanlage nicht ganz so bequem, als es sich bei anderer Anordnung erzielen lässt, macht aber immerhin keine bedeutende Schwierigkeiten. In einzelnen Fällen kann es angehen, den Stuhl von unten noch zu schliessen und die stehende Welle mit einer halbsäulenförmig gestalteten, vor Gefahr schützenden Umhüllung zu umgeben.

Eine einer Wand parallel laufende Welle AB, welche an eine Querwelle DE einen Theil ihrer Arbeitstärke abgibt, kann durch einen Stuhl von folgender Construction getragen werden. Für

Fig. 361.



die Hauptwelle ist bei C ein Stehlager angebracht, für die Nebenwelle bei F ein Stirnlager. Der Wandabstand des Lagers bei C ist wieder verstellbar (vergl. Fig. 353). Sind die Zahnräder gleichgross, so eignet sich die Construction, welche Fig. 362 (a. f. S.) im Grundriss zeigt. Hier wird die Achse AB bei C durch ein Stirnlager aufgenommen. Findet die Bewegungsübertragung am Ende der Welle in einer Gebäudeecke statt, so geht die Construction in die Fig. 363 (a. f. S.) angewandte über; die Lager bei

G und *H* fallen dann gleichgross aus. Die Figuren 364 und 365 zeigen die beiden Lagerstühle in kavalierperspectiven Ansichten.

Fig. 362.

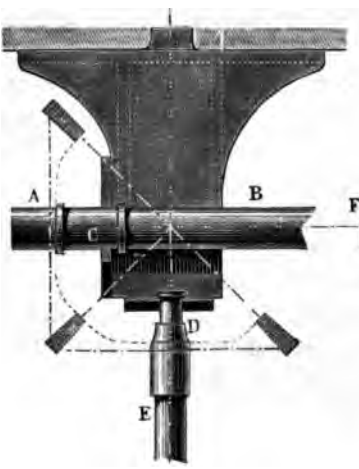


Fig. 363.

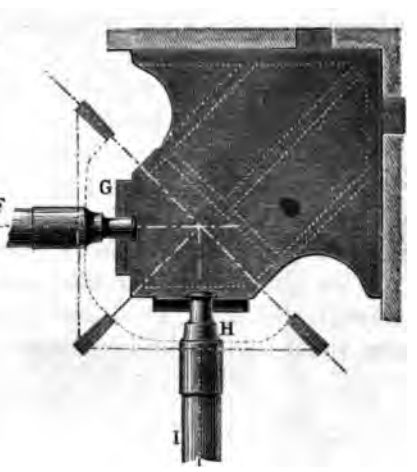


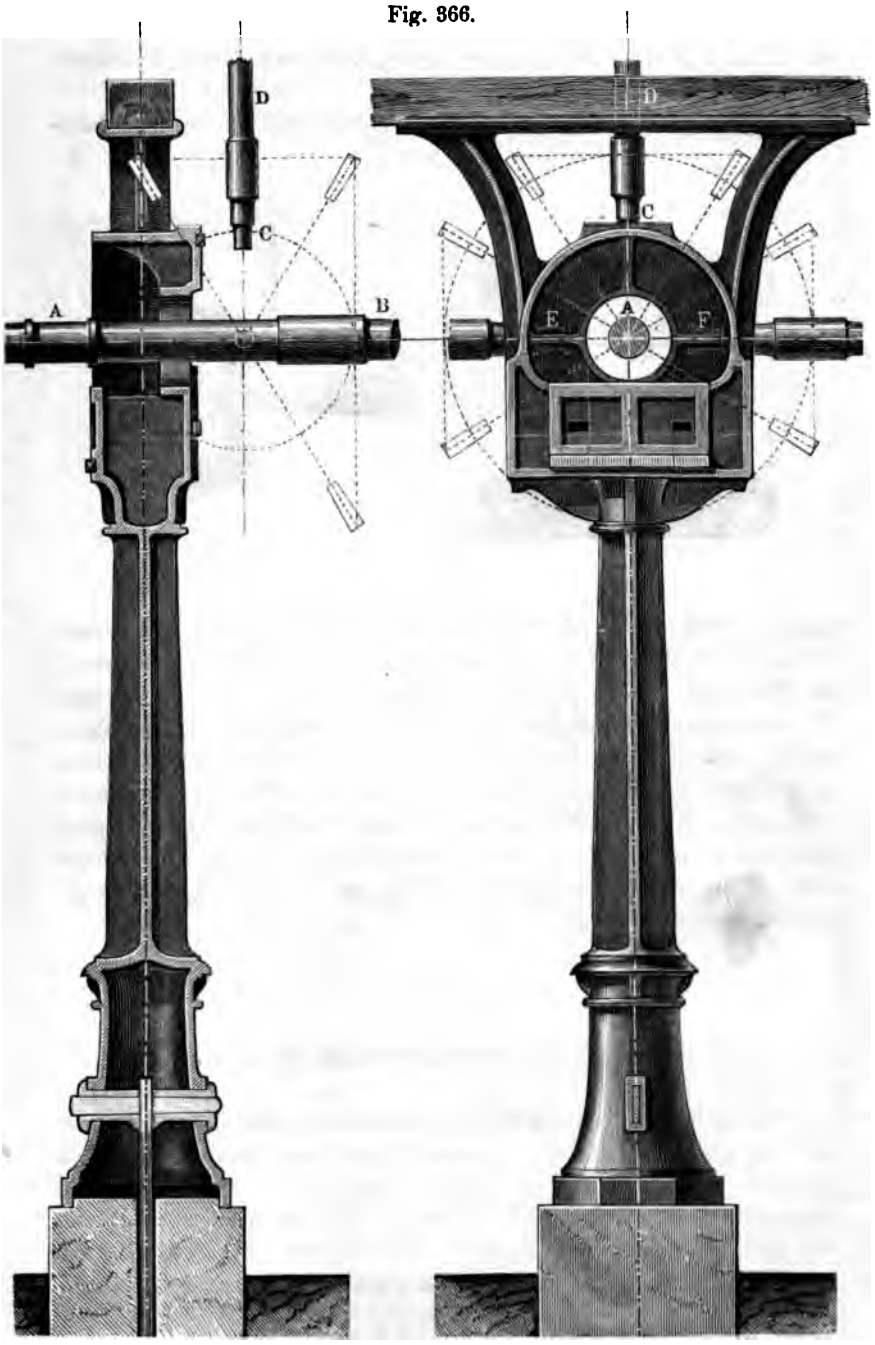
Fig. 364.

Fig. 365.

Manchmal hat man mitten in einem Gebäude in der Nähe der Decke von einer horizontalen Welle aus Querwellen zu treiben*). Einen hierbei brauchbaren Lagerstuhl zeigt Fig. 366. Derselbe fügt sich vermöge der ihn stützenden Säule in die Architektur eines grossen Arbeitsaales leicht hinein, und hat dabei eine ein-

*) Vergl. Armengaud, Vignole des méc. S. 385.

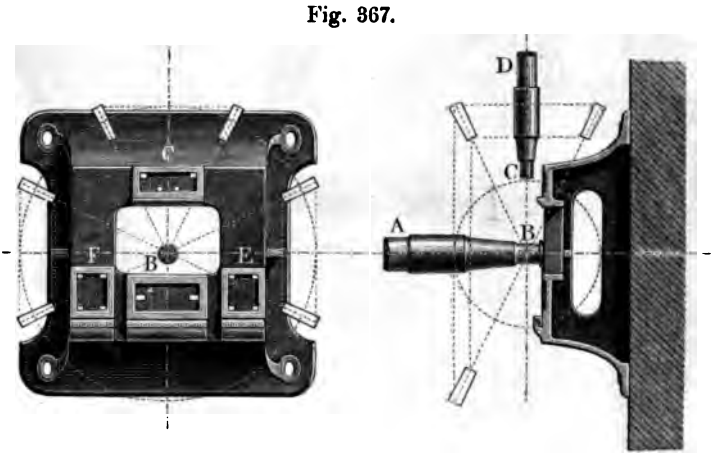
Fig. 366.



fache Lageranordnung; bei A nämlich ein Stirnlager nach §. 135, bei E und F zwei Wandlager nach §. 133, bei C ein Fusslager nach §. 144.

Fig. 367, Wandlagerstuhl für vier Lager. Eine hori-

Fig. 367.



zontale Welle AB treibt die vertikale CD und zwei horizontale E und F mittelst Kegelrädern. Bei B ist ein Stirnlager, bei C ein Fusslager (nach §. 144) angewandt; die Lager bei E und F endlich sind Wandlager (nach §. 133). Alle vier Lagersohlen sind durch passende Wahl der Zapfendurchmesser, welche einen genügenden Spielraum in Fällen wie der vorliegende stets gewähren, in eine und dieselbe Ebene gebracht. Trotz den vielen Lagern gestaltet sich dadurch die vorliegende Construction, welche sämmtliche Bedingungen von §. 149 erfüllt, so einfach, als man wohl nur wünschen kann.

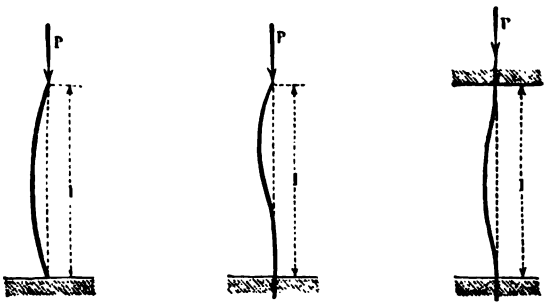
§. 152.

Berechnung der eisernen Säulen.

Vielfach fällt dem Maschinenbauer die Berechnung und Ausführung eiserner Säulen zu, welche fast ganz zu rein baulichen Zwecken dienen, oder doch in nur entferntem Zusammenhang mit Maschinen stehen; häufig jedoch benutzt er sie auch als Gestelltheile von Maschinen, oder wendet sie unmittelbar als Träger von Lagern an. Ihre Construction findet deshalb hier eine passende Stelle.

Man berechnet die eisernen Säulen gewöhnlich auf rückwirkende oder Strebfestigkeit und in gewissen Grenzfällen auf Druckfestigkeit; es herrscht indess hinsichtlich der ersteren Berechnung eine ziemlich grosse Unbestimmtheit, soweit es die Annahme der Belastungsweise, welche der Rechnung zu Grunde zu legen ist, angeht. Von den in der folgenden Figur angedeuteten Beanspruchungsarten, welche den Fällen II, III und IV des §. 16 entsprechen,

Fig. 368.



setzt die erste Gelenkigkeit der Säule an beiden Enden, die zweite solche an nur einem Ende voraus, während bei der dritten beide Enden als fest eingespannt angenommen sind. Die Belastungen, welche den Bruch drohen, sind bei:

a.	*b.*	*c.*
$\pi^2 \frac{JE}{l^2}$	$2\pi^2 \frac{JE}{l^2}$	$4\pi^2 \frac{JE}{l^2}$

wenn die Säulen prismatisch und von der Länge (Höhe) l sind, der Querschnitt das Trägheitsmoment J und das Material den Elasticitätsmodul E besitzt. Wie in §. 16 erwähnt wurde, sprechen Versuche dafür, dass freistehende Säulen sich wie der Stab im Falle *c* verhalten, wenn ihre Enden einfach abgeflacht sind. Wählt man nun die Belastung kleiner als sie dem Falle *a.* entspricht, so ist unter allen Umständen, selbst wenn eine gewisse Gelenkigkeit der Enden dennoch vorausgesetzt wird, Sicherheit vorhanden*). Wir nehmen deshalb für die der Längenachse nach gerichtete zulässige Belastung P:

*) Ba meister Drewitz prüfte gusseiserne Säulen mit der Belastung $\pi^2 \frac{JE}{l^2}$, ohne die leiseste nachtheilige Aenderung an denselben bemerken zu können. Erbkam's Bauzeitung V. S. 534.

$$P = 0{,}4\,\pi^2 \frac{JE}{l^2} = 3{,}94\,\frac{JE}{l^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (117)$$

Ist der Querschnitt ein voller Kreis vom Durchmesser d, so erhält man für Gusseisen, bei welchem $E = 10\,000$:

$$P = 1937\,\frac{d^4}{l^2} \sim 1900\,\frac{d^4}{l^2},\; d = 0{,}15\sqrt{l}\sqrt[4]{P} \quad . \quad . \quad (118)$$

Für Schmiedeisen ist $E = 20\,000$. Dies gibt:

$$P = 3800\,\frac{d^4}{l^2},\; d = 0{,}13\sqrt{l}\sqrt[4]{P} \quad . \quad . \quad . \quad (119)$$

1. Beispiel. Für die Belastung $P = 15000$ hat hiernach eine volle gusseiserne Säule von der Höhe l die Dicke $d = 0{,}15\sqrt{4000}\sqrt[4]{1500} \sim 105^{mm}$ zu erhalten. (Armengaud findet a. a. O. für die vorliegenden Angaben $d = 100^{mm}$. Bei Anwendung von Schmiedeisen käme $d = 91^{mm}$.)

Je geringer die in die Formeln eingeführte Länge l ist, um so kleiner fällt d aus. Der Querschnitt darf aber nicht so klein werden, dass in ihm die Druckspannung statthafte Grenzen überschreitet. Damit die Spannung im Querschnitt nicht über 6^k bei Schmiedeisen wie Gusseisen (deren Drucktragmodel beide $= 15^k$ sind) hinausgehe, darf man in beiden Fällen d nicht kleiner nehmen als:

$$\left.\begin{array}{r} d = 0{,}46\sqrt{P} \\ \text{oder die Belastung nicht grösser als} \\ P = 4{,}71\,d^2 \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (120)^*)$$

Diese Formeln kommen zur Geltung, wenn die obigen Strebfestigkeitsformeln d grösser als $\frac{l}{23}$ bei Gusseisen oder als $\frac{l}{32}$ bei Schmiedeisen liefern würden**).

Nach den Formeln (118) und (120) ist die folgende Tabelle für runde volle gusseiserne Säulen berechnet. Sie gibt die Belastungen in Kil., welche den in Eingang und Kopf angegebenen Säulendicken und -Höhen entsprechen.

---

*) Hierbei herrscht dieselbe Tragsicherheit wie bei (118) und (119) mit Beziehung auf den Fall *a.* indem dort der Coëfficient 0,4 eingeführt wurde, hier aber die Spannung $= 0{,}4$ des Tragmoduls gesetzt worden ist.

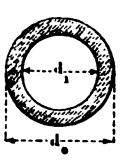
**) Genauer $\frac{1}{22{,}67}$ und $\frac{1}{32{,}06}$. Das Grenzverhältniss fällt hier anders aus, als §. 16 für verschiedene Fälle angibt, weil dort andere Voraussetzungen gelten, nämlich 1) die Beanspruchungsweise genau bekannt ist oder als bekannt angesehen wird, und 2) alsdann gleiche Sicherheit gegen den Bruch durch Zerknickung und Druck als gefordert angenommen ist.

d	$= 2000$	3000	4000	5000	6000	7000
30	392	174	98	62	43	32
35	726	322	182	116	81	59
40	1240	530	310	198	138	102
45	1986	883	496	318	220	162
50	3027	1350	760	487	338	248
60	6278	2802	1576	1009	701	514
70	11674	5170	2906	1861	1294	942
80	19850	8791	4960	3174	2209	1618
90	31782	14125	7944	5022	3531	2607
100	*74120	21488	12110	7750	5403	3962
120	*67853	44642	25111	16071	11161	8222
140	*92355	81100	46521	29774	20718	15190
160	*120627	*120627	79364	50793	35328	25955
180	*152669	*152669	127176	81361	49215	41536
200	*188480	*188480	*188480	124006	86235	63180

Die mit einem Sternchen bezeichneten Zahlen in den Spalten 2, 3 und 4 sind aus der Formel (120) berechnet. Diese schränkt dort die zulässige Belastung merklich ein. So ergäbe z. B. die Berechnung nach (118) für $d = 180$ und $l = 2000$ die zulässige Belastung $P = \frac{1900 . 180^4}{2000^2} = 498636^k$, während nach (120) sich nur etwas über $^1/_3$ dieses Werthes ergibt. Jenes P würde auch im Querschnitt eine Spannung weit über den Tragmodul hinaus, nämlich von nahe 20^k hervorrufen.

Hohle Säulen. Die gusseisernen Säulen werden gewöhnlich hohl hergestellt. Ihre Abmessungen ermitteln sich leicht durch Querschnittverwandlung aus denen der vollen gleichwerthigen Säule. Ist der lichte Durchmesser des Querschnittes d_1, der äussere d_0, der der vollen Säule d, so ist zu nehmen:

Fig. 369.



$$\frac{d_0}{d} = \frac{1}{\sqrt[4]{1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^4}} \quad . \quad . \quad . \quad (121).$$

Das Höhlungsverhältniss $\frac{d_1}{d_0}$ wird häufig $= 0{,}7$ bis $0{,}8$ gefunden. Man erhält für:

$\frac{d_1}{d_0} =$	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
$\frac{d_0}{d} =$	1,016	1,035	1,07	1,10	1,14	1,20	1.31	1,52

Die Grenze der Anwendung der Strebfestigkeitsformel fällt nicht ganz, obwohl nahe mit der obigen zusammen. Man sehe zu, dass d_0 nicht kleiner wird als:

$$d_0 = \frac{0{,}46\sqrt{P}}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2}}$$

oder die Belastung nicht grösser als

$$P = 4{,}71\, d_0^2 \left[1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2\right] \qquad \ldots\ldots (122)$$

Man hat bei

$\frac{d_1}{d_0} =$	0,5	0,6	0,7	0,75	0,8	0,85	0,9	0,95
$1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2 =$	0,75	0,64	0,51	0,44	0,36	0,28	0,19	0,10
$\frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{d_1}{d_0}\right)^2}} =$	1,15	1,25	1,40	1,51	1,67	1,89	2,29	320.

2. Beispiel. Obige Säule von 15 000^k Belastung, welche 105^{mm} dick ausfiel, erhält bei einem Höhlungsverhältniss 0,8 die Dicke $d_0 = 1{,}14 \cdot 105 = 119{,}7 \sim 120^{mm}$, und die Lichtweite $d_1 = 0{,}8 \cdot 120 = 96^{mm}$, d. i. eine Wanddicke von 12^{mm}. Für die Spannung $\mathfrak{S} = 6^k$ im Querschnitt dürfte sie nach (122) die Belastung $P = 4{,}71 \cdot 120^2 \cdot 0{,}36 \sim 24\,480^k$ tragen. Somit wären die gefundenen Werthe brauchbar, wenn man die geringe Wanddicke als gut im Guss ausführbar ansehen will. Wählt man $\frac{d_1}{d_0} = 0{,}7$, so kommen die auch wegen (122) brauchbaren Werthe $d_0 = 112^{mm}$ und $d_1 = 79^{mm}$, entsprechend der Wanddicke 32,5^{mm}, welche auch als gut herstellbar angesehen werden darf.

Manchmal ist man in der Lage, für eine hohle Säule den äusseren Durchmesser d_0 wählen zu können, alsdann bestimmt sich beim Material Gusseisen die Lichtweite d_1 aus folgendem Ausdruck:

$$d_1 = d_0 \sqrt[4]{1 - 0{,}000\,516 \frac{P l^2}{d_0^4}}$$

und die Belastung

$$P = 1900 \frac{d_0^4 - d_1^4}{l^2} \quad \ldots\ldots \quad (123)$$

wobei P = dem Unterschied der Tragkräfte zweier voller Säulen von den Dicken d_0 und d_1 ist.

Dabei ist aber wieder, damit die Druckspannung nicht 6^k übersteige, darauf zu achten, dass P nicht grösser werde als:

$$P = 4{,}71\ (d_0^2 - d_1^2)$$

und d_1 nicht grösser als:

$$d_1 = d_0 \sqrt{1 - 0{,}2122 \frac{P}{d_0^2}} \quad \ldots\ldots \quad (124)$$

abgesehen davon, dass auf gute Ausführbarkeit der Gusswand gesehen werden muss.

3. Beispiel. In einem Berliner Kasernengebäude waren hohle Säulen von nahe 16 900^k Tragkraft bei 3600^{mm} Höhe anzubringen. Man gab ihnen die Dicke $d_0 = 157^{mm}$. Dann hätten sie nach (123) die Lichtweite

$$d_1 = 157 \sqrt[4]{1 - \frac{0{,}000\,516 . 3600^2 . 16900}{157^4}} = 157 . 0{,}9499 \backsim 149^{mm}$$

zu erhalten. Nach (124) darf man höchstens nehmen:

$$d_1 = 157 \sqrt{1 - \frac{0{,}2122 . 16\,900}{157^2}}$$

$$= 0{,}9244 . 157 \backsim 145^{mm}.$$

Dies würde immer erst eine Wanddicke von 6^{mm} liefern. Machen wir daher diese jetzt nach empirischer Wahl = 15^{mm}, so kommt $d_1 = 127^{mm}$. Man hat genommen $d_1 = 124^{mm}$.

4. Beispiel. Eine gusseiserne Säule von 4700^{mm} Höhe und 235^{mm} äusserer Dicke hat zu tragen 125 000^k und wurde mit der Höhlungsweite $d_1 = 170^{mm}$ ausgeführt. Wir erhielten nach (123) für die Belastung bei Berechnung auf Strebfestigkeit:

$$d_1 = 235 \sqrt[4]{1 - \frac{0{,}000\,516 . 125\,000 . 4700}{235^4}}$$

$$= 235 . 0{,}8543 \backsim 201^{mm},$$

nach (124) aber nur

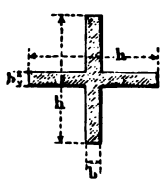
$$d_1 = 235 \sqrt{1 - \frac{0{,}2122 . 125\,000}{235^2}}$$

$$= 235 . 0{,}721 \backsim 169^{mm},$$

d. i. fast genau wie die Ausführung.

Man sieht aus diesen Beispielen, dass man sorgfältig alle Umstände zu erwägen hat, um Fehler zu vermeiden, und ein begründetes Urtheil über den einzelnen Fall zu gewinnen.

Fig. 370.



Flügelsäulen. Der kreuzförmige Querschnitt, welcher bei den Achsen grosse Dienste leistete, eignet sich auch für Säulen. Man kann die Rippenhöhe und -Dicke h und b wieder einfach durch Querschnittverwandlung aus

der Dicke d der gleichwerthigen vollen Rundsäule herleiten, indem man macht:

$$\frac{b}{d} = \frac{3\,\pi}{16}\left(\frac{d}{h}\right)^3 = 0{,}59\left(\frac{d}{h}\right)^3 \quad \ldots\ldots (125)$$

woraus mit genügender Annäherung b bei gewähltem Profil (h) bestimmter ist. Bezüglich der Druckfestigkeit achte man darauf, dass die Querschnittabmessungen nicht kleiner ausfallen als:

$$\left.\begin{aligned} bh &= \frac{P}{12} \\ \text{oder die Belastung nicht grösser als:}\quad P &= 12\,bh \end{aligned}\right\} \ldots\ldots\ldots (126)$$

5. Beispiel. Um die Säule aus dem 1. Beispiel in eine Flügelsäule zu verwandeln, wählen wir $h = 1{,}5\,d = 1{,}5 \cdot 105 \backsim 158^{mm}$. Dann wird nach (125) $b = \frac{105 \cdot 0{,}59 \cdot 8}{27} \backsim 18^{mm}$. Dabei dürfte wegen der Druckfestigkeit ($\mathfrak{S} = 6$) die Belastung betragen: $P = 12 \cdot 18 \cdot 158 = 34120^{k}$, wonach die Annahmen völlig zulässig sind.

Für unmittelbare Berechnung von b und h hat man für Gusseisen:

$$\left.\begin{aligned} b &= \frac{30}{10000\,\pi^2}\,\frac{Pl^2}{h^3} = 0{,}0003\,\frac{Pl^2}{h^3} \\ \text{und daraus}\quad P &= 3300\,\frac{bh^3}{l^2} \end{aligned}\right\} \quad \ldots (127)$$

soll aber wieder wegen der Druckfestigkeit nicht über die in (126) gegebenen Grössen gehen.

*6. Beispiel. In dem der Zuckerfabrik in Waghäusel zugehörigen neuen Raffineriegebäude (erbaut 1859 bis 1860), dessen Decken durchweg von Flügelsäulen getragen sind, erfahren die Säulen im Kellergeschosse der Angabe nach 2400 Centner oder 120 000^{k} Belastung. Sie haben 2^{m} Höhe und sind in den Flügeln 50 auf 360^{mm} stark. Diesen Abmessungen entspräche nach (127) eine Tragkraft von $3300 \cdot \frac{50 \cdot 360^3}{2000^2} \backsim 1\,890\,000^{k}$, nach (125) aber bei der Druckspannung $\mathfrak{S} = 6^{k}$ nur $P = 12 \cdot 50 \cdot 360 = 216\,000^{k}$, was aber immer noch sehr weit die gegebene Belastung übersteigt. Die Pfosten sind also reichlich stark; sie erfahren eine Druckspannung von $\frac{120\,000}{2 \cdot 50 \cdot 360} = 3\frac{1}{3}^{k}$. Die 4800 Ctr. betragende Probebelastung brachte erst die Spannung $6\frac{2}{3}^{k}$ hervor *).*

*) Das Gebäude ist auch wegen der eigenthümlichen Construction seiner feuerfesten Decken bemerkenswerth. Dieselben sind in sechs Stockwerken mit Kreuzgewölben, und in den beiden obersten mit den gebräuchlichen Kappengewölben eingedeckt, und werden von nahe 500 Flügelsäulen getragen. Der ganze Innenbau ist dabei lose zwischen die nur mit Querankern angehängten Mauern gestellt. S. Förster's Bauz. 1861. S. 93.

Gekuppelte Säulen. Oftmals kommt es in Frage, ob es bei sehr bedeutender Belastung zweckmässig hinsichtlich der Materialersparniss sei, statt einer Säule deren zwei oder mehr aufzustellen. Wendet man m Säulen statt der einen an, so findet sich unter der Voraussetzung, dass auf Strebfestigkeit berechnet werden muss, bei Annahme geometrisch ähnlicher Querschnitte für das Verhältniss der Körperinhalte V^1 und V:

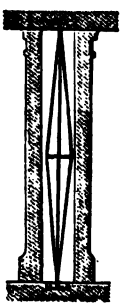
$$V^1 = \sqrt{m}\, V \quad \ldots \ldots \ldots \quad (128)$$

d. h. die gekuppelten Säulen brauchen $\sqrt{m}$ mal so viel Material als die einzelne Säule. Es ist also hinsichtlich des Materialverbrauchs für Säulen günstig, wenige stark belastete Säulen zum Tragen einer gegebenen Last zu verwenden.

7. Beispiel. Auch aus der obigen Tabelle lässt sich dies entnehmen. Wählt man z. B. zum Tragen von 1294^k bei 6^m Säulenhöhe eine volle runde Säule, so hat diese nach Zeile 8 die Dicke 70^{mm} zu erhalten, während bei 4 Säulen von je 50^{mm} Dicke die Gesammtlast = 4.338 = 1352^k, also nahe ebenso gross wird. Die Querschnitte verhalten sich aber wie 4.50^2:70^2, d. i. wie 100:49 oder sehr nahe wie $\sqrt{4}$:1.

Verminderung der Säulenhöhe wirkt bedeutend auf den Materialverbrauch ein, da sich nach (118) die Querschnitte gleichbelasteter ähnlicher Säulen, wenn sie auf Strebfestigkeit zu berechnen sind, direkt wie die Höhen (l) verhalten. Dieser Umstand vermag die Auflösung einer Säule in mehrere gelegentlich zu rechtfertigen, wenn nämlich eine Höhenverminderung damit verknüpft werden kann. So z. B. sind nach Obigem die dreistäbigen Eisenkerne nach Fig. 371, welche manche Architekten in Ziegelpfeilern anbringen*), noch immerhin vortheilhafter als einfache Stäbe, indem hier das Volumverhältniss $= \frac{\sqrt{m}}{2}$, d. i. $\frac{\sqrt{3}}{2} = 0{,}866$ ausfällt.

Fig. 371.



Endlich ist noch zu bemerken, dass die Säulen, welche man in Maschinengestellen angewandt findet, meistens weit stärker ausgeführt sind, als die obige Berechnung sie liefert. Dies erklärt sich daraus, dass solche Säulen oft auch noch biegenden und Zugkräften ausgesetzt sind, auch vielfach Erschütterungen auszuhalten haben, sodass die grössere Materialverwendung in der Regel

*) Pfeiler des Vestibüls im Theater zu Karlsruhe.

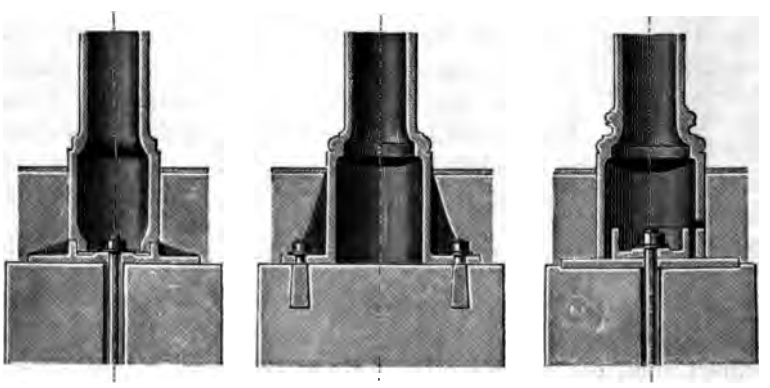
gerechtfertigt ist*). Namentlich ist zu beachten, dass gusseiserne Säulen, die auf Zug beansprucht werden, wie die Gestellsäulen stehender Dampfmaschinen, zum mindesten mit dem Doppelten des aus (120), (122), (124) und (126) erhaltenen Querschnittes auszuführen sind. Bei Gebäuden findet man manchmal auch die Sicherheit grösser gewählt, als unsere Rechnung that, wie das Beispiel 6. zeigte; manchmal jedoch auch wird die Tragkraft in noch höherem Maasse ausgenutzt, als wir annahmen.

§. 153.

Formgebung der eisernen Säulen.

Die Säulen, welche als Maschinengestelltheile dienen, werden entweder mit bekannten Mitteln auf eisernen Grundplatten befestigt, oder sie werden, wie die als Gebäudetheile wirkenden Säulen auf Mauerwerk oder Quader gestellt. Ganz schwer belastete Gebäudesäulen werden manchmal mit einfacher Unterlegung einer Bleiplatte ohne weitere Befestigung auf einen Sockelstein gesetzt. Hat man aber ihre Stellung mehr zu sichern, so wird eine Verankerung mit dem Sockel hergestellt. Die folgenden Figuren zeigen drei Arten solcher Befestigungen. Die Sohlfläche

Fig. 372. Fig. 373. Fig. 374.



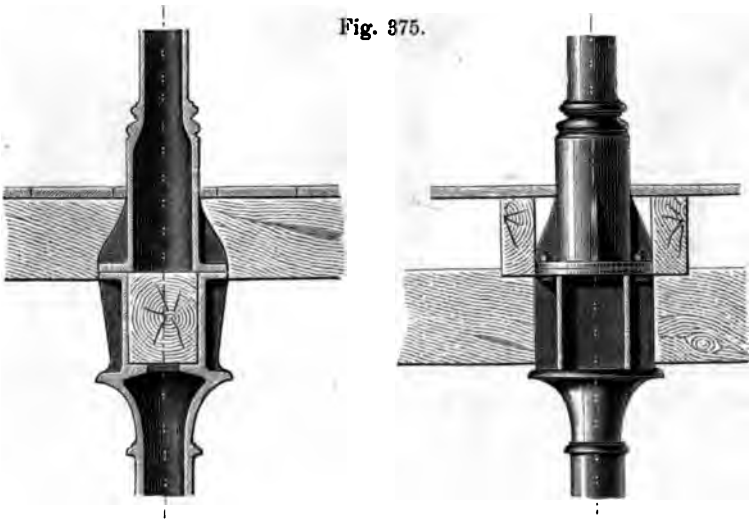
*) So bei Mühlen, wo die das Mühlengebiet tragenden Säulen eine 5- bis 6mal grössere Sicherheit gewähren, als wir oben anführten, und wo man wegen der Vibrationen doch die Abmessungen nicht gern verkleinert.

der Säule liegt in allen drei Fällen unterhalb des Estrichs. Bei dem ersten ist eine besondere Sohlplatte mittelst eines Grundankers mit einem Ziegelsockel verbunden, beim zweiten eine der Säule angegossene Fussflantsche mit Steinschrauben an den Quadersockel befestigt. Die dritte Construktion (Borsig) wird so gebraucht, dass der mit dem Grundanker auf die glatte und geebnete Sohlplatte befestigte Cylinder, welcher in dem hohlen Säulenfuss einen gewissen Spielraum hat, nach genauer Einstellung der Säule mit Blei umgossen wird. Es ist zu dem Ende im Säulenfuss ein Eingussloch ausgespart.

Der über dem Estrich vorstehende Theil des Säulenfusses wird mehr oder weniger nach den Stilformen der Baukunst gestaltet. In Fig. 372 ist nur eine einfache runde Platte zwischen Plinthe und Säulenschaft eingeschaltet; bei Fig. 373 ausser dieser ein runder Wulst. In Fig. 374 ist die sogenannte attische Basis mit zwei Wulsten und der Einziehung (Trochilus) zwischen demselben nebst den trennenden Plättchen benutzt.

Das Kapitäl der Säulen wird in constructiver Beziehung je nach der herzustellenden Verbindung in vielfach abgeänderter Form ausgeführt. Fig. 375 zeigt in Durchschnitt und Seitenansicht die Verbindung eines Säulenkopfes mit einem Holzgebälk

Fig. 375.



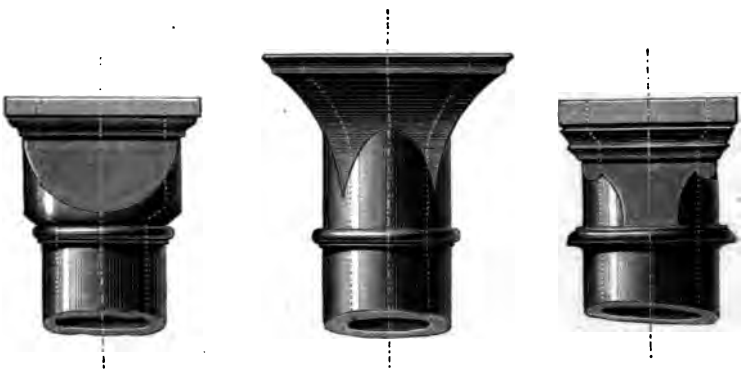
und dem Fusse der im nächsten Stockwerk anhebenden Säule. Ein Kasten über dem Kapitäl nimmt den Unterzug auf, der häu-

fig gerade in dem Kasten seine Stossfuge hat. Bei Anwendung eiserner Unterzüge wird der Kasten entsprechend schmäler. Die nächstfolgende Säule setzt sich mit einer Flantschenverbindung auf den Kasten auf*).

Die Kapitälformen werden in stilistischer Beziehung mit vieler Mannigfaltigkeit behandelt, und bieten auch dazu viel Gelegenheit, die von manchen weniger benutzt wird, als sie verdient. Die Baukunst liefert hier eine reiche Fülle von Vorbildern, welche bei richtiger Auswahl auch mit sehr einfachen Mitteln Schönes hervorzubringen gestatten.

Für die unteren Stockwerke grosser Fabrikgebäude und für schwerbelastete Eisensäulen überhaupt eignet sich gut das einfache Würfelkapitäl, welches in romanischen Bauten eine so vielfache Verwendung findet. Fig. 376 stellt ein solches dar**). Ebenfalls für schwerbelastete aber schlankere Säulen geeignet ist das normannische Kapitäl, Fig. 377. Etwas leichter und belebter ist das gewissen gothischen Kapitälen***) unter Vereinfachung nachgebildete in Fig. 378. In allen drei Fällen ist die Modellirung

Fig. 376. Fig. 377. Fig. 378.



und Gussherstellung einfach. Am meisten in Maschinenbauten verbreitet ist das in Fig. 379 dargestellte zwischen der römisch-

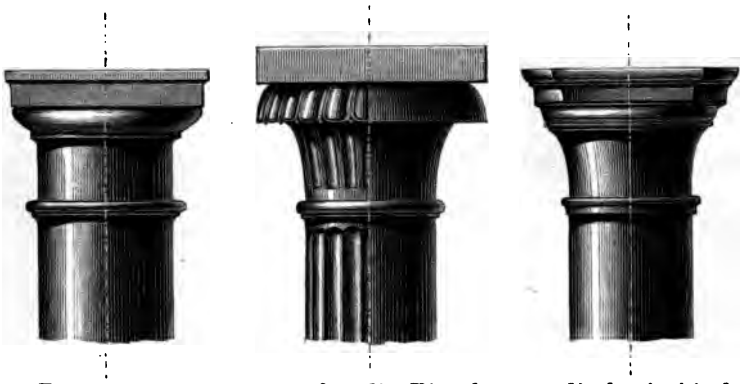
*) Andere verwandte Construktionen und Zubehör findet man in Brandt's Eisenconstruktionen. Berlin 1865.

**) Angewandt unter anderen in den Werkstätten des österr. Lloyd in Triest, auch im kk. Arsenal zu Wien, beidemal vielleicht bei zu schlanken Verhältnissen der Säulen.

***) Unter anderen im Tower in London.

dorischen und toskanischen Ordnung liegende Kapitäl mit einem Echinus unter einer quadratischen Deckplatte (Abakus) und dem den Schaft vom Kapitäl scheidenden Rundstab (Astragal). Durch Streckung und Kürzung des Abstandes des letzteren vom Echinus kann man der Schlankheit oder Gedrücktheit der Säule leicht Rechnung tragen. Die strengen Formen des griechisch-dorischen Stiles passen nicht für Eisensäulen, weshalb man sie, die so vollkommen den Steinstil an sich tragen, auch selten in Maschinenbauten findet, und mit Recht vermeidet.

Fig. 379. Fig. 380. Fig. 381.



Besser passen dagegen für die Eisenbauten die korinthischen Säulen von der einfachen und graziösen Gestalt, welche in Fig. 80 wiedergegeben ist. Das Kapitäl ist durch einen Kranz von (21) Blättern, unten ausgekehlt, oben gewölbt, gebildet, und durch einen Astragal vom Schafte getrennt. Lässt man das Ornament weg, wie in der rechten Hälfte der Figur geschehen ist, so erhält man eine ebenso wirksame als einfache Kapitälform (vergl. Fig. 357). Selbst mit der Kannelirung lässt sich das Kapitäl wenigstens für einzelne Fälle rechtfertigen, wenn man bedenkt, dass in Deutschland die Kannelirung des Säulenschaftes sogar beliebt ist, wenigstens nicht gescheut wird. Das geriefte Kapitäl ist leicht ausführbar, wenn man es als Kapsel, welche bei dem Anfang der Riefen über dem Astragal beginnt, für sich giesst, und über den Kern der Säule stülpt. Fig. 381 zeigt ein den Renaissance-Formen sich annäherndes Kapitäl mit achteckigem Abakus, für leichte schlanke Säulen wohl geeignet.

Der Anschluss an Gebälke, eiserne wie hölzerne, bedingt manchmal die Einschiebung einer länglichen Platte zwischen Säule

und Gebälk, die bei aller Einfachheit doch stilgerecht behandelt werden kann. Fig. 382 zeigt die Anwendung einer solchen Zwischenlage auf das Würfelkapitäl, also in der Bestimmung für schwere

Fig. 382.

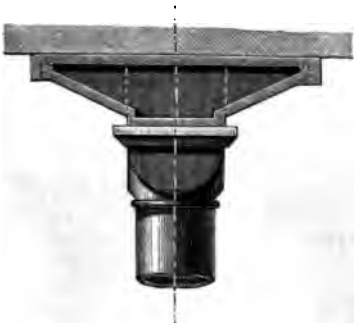


Fig. 383.

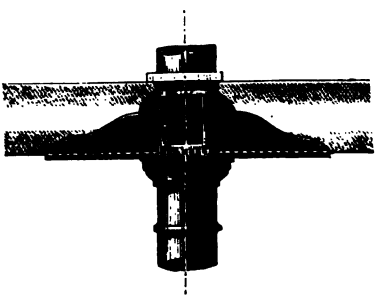
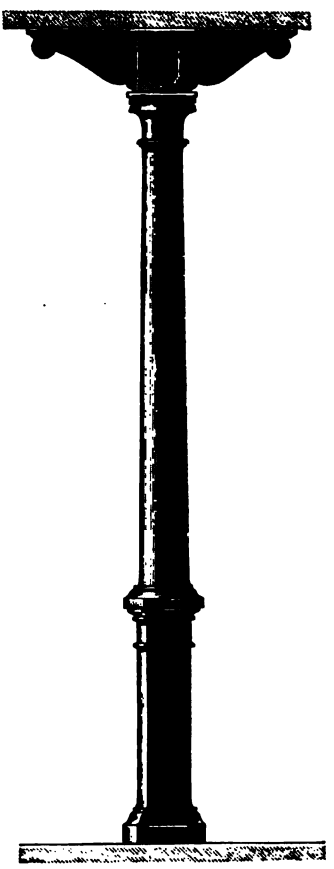


Fig. 384.



massige Construktionen. Fig. 383 stellt ein leichteres Kapitäl dar, bei welchem das Oberstück behufs Aufnahme eines Balkens kastenförmig erweitert ist; Fig. 384 eine noch schlankere und leichtere Construktion. Diese Figur zeigt zugleich die Anwendung eines hohen Stylobates oder Sockels für die in sehr schlanken Verhältnissen auszuführenden Säulen. Dieser Sockel wird, wie hier, manchmal achteckig im Querschnitt gebildet, was sich der gothi-

schen Stilbildung nähert. Vielfach aber findet man auch diese Sockel rund. Der Säulenschaft wird der Uebung der Architektur gemäss nach oben verjüngt ausgeführt. Verjüngung auf 0,8 bis 0,7 der unteren Dicke, welche bis zu etwa $^1/_3$ der Höhe beibehalten wird, liefert angenehme Verhältnisse *).

Die schon oben besprochenen Flügelsäulen sind in industriel-

Fig. 385.

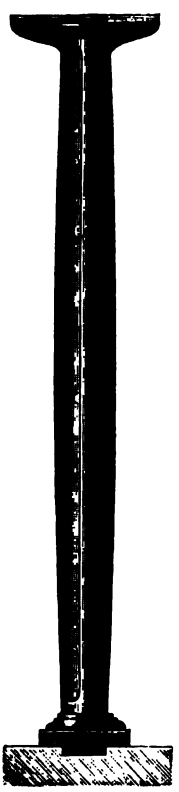


Fig. 386.

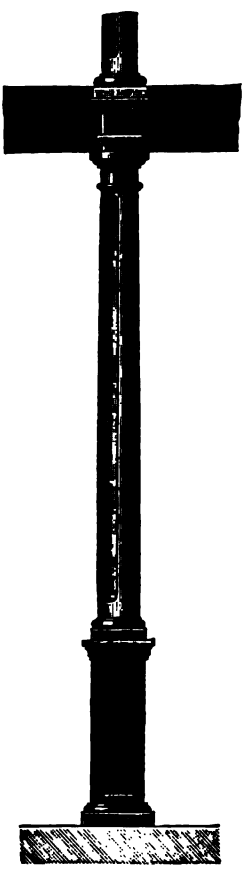
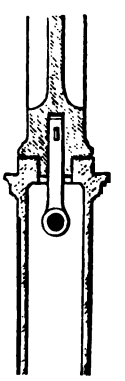


Fig. 387.



*) Die in einer grossen rheinischen Maschinenfabrik ausgeführte Verjüngung der Säulen nach unten (Tischfuss) zeigt wohl, dass die Praxis oft weit weniger spröde gegen das Stilisiren ist, als sie vorgibt, kann aber wohl nur den Anspruch auf Originalität, nicht auf Stilrichtigkeit machen.

len Gebäuden nicht ganz selten angewandt. Man führt für sie im Vergleich zu den hohlen Säulen an, dass sie nicht wie diese durch Excentrischwerden des Gusskernes mangelhaft werden können, oder wenigstens, dass ähnliche Gussfehler an ihnen nicht verborgen bleiben können. Die Figuren 385 bis 387 (a. v. S.) stellen solche Flügelsäulen dar. Fig. 385 eine solche aus den Kellern der Bahn von St. Germain. Hier ist der Schaft von unten bis oben geflügelt und daselbst leicht in Fuss und Kapitäl übergeführt; zugleich eine Säulenschwellung genau in die Mitte verlegt. Weit eleganter sind die Flügelsäulen, welche Rolland in der Tabacksmanufaktur in Strassburg anwendete, siehe Fig. 386. Hier ist in einem Stockwerk der Flügelsäule ein vierkantiger Sockel untergestellt, im folgenden Stockwerk fehlt dagegen dieser Sockel. Die Verbindung zwischen Sockel und Säule unter, wie die zwischen Kapitäl, Gebälk und der nächsten Säule oben zeigt Fig. 387. Man sieht hier, dass die Flügelsäule auch in angenehm wirkender und zugleich solider Form verwendet werden kann.

Die gegebenen wenigen Beispiele mögen genügen, auf dem anziehenden und soviel Mannigfaltigkeit gewährenden Gebiete der Formgebung der Säulen wenigstens einen Anhalt für diejenigen zu geben, welche Werth auf die Schönheit der Maschinenbauten legen.

X. RIEMENSCHEIBEN ODER ROLLEN.

§. 154.

Eintheilung der Räder.

Die Räder, welche in den Maschinen zur Bewegungsübertragung gebraucht werden, um Drehungen zu übertragen, zerfallen in zwei Hauptklassen:

1. Reibungsräder; 2. Zahnräder,

je nachdem die Kraftübertragung nämlich bewirkt werden soll: entweder durch die Reibung an den glatten Umfängen der alsdann durchgängig als Drehungskörper gestalteten Räder, oder durch das Ineinandergreifen von Zähnen und Zahnlücken an den Radumfängen.

Jede der beiden Hauptklassen zerfällt wieder in zwei Unterabtheilungen:

a. direktwirkende; b. indirektwirkende Räder,

je nachdem nämlich die Kraftübertragung von einem Rade entweder unmittelbar auf das andere, oder unter Vermittelung eines Zugkraftorganes (Seil, Band, Kette) geschehen soll. Demnach kann man folgende vier Gattungen von Rädern zur Drehungsübertragung unterscheiden:

I. Direktwirkende Reibungsräder, auch Reibungsräder oder Reibräder schlechthin genannt;

II. Indirektwirkende Reibungsräder, Riemscheiben, Rollen, Seilräder;

III. Direktwirkende Zahnräder, schlechthin Zahn- oder Kammräder genannt;

IV. Indirektwirkende Zahnräder, Kettenzahnräder oder Kettenräder kurzweg genannt.

Weitaus am meisten angewandt sind die zweite und dritte Gattung, weshalb auch diese im Folgenden mit Vorzug behandelt werden.

§. 155.

Cylindrische und konische Reibräder.

Die cylindrischen Reibungsräder, Fig. 388 (a. f. S.), müssen behufs Ueberwindung eines Umfangwiderstandes P mit einem Drucke Q radial zusammengepresst werden, welcher bei dem Reibungscoëfficienten f am Radumfange ist:

$$Q = \frac{P}{f} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (129)$$

Der Coëfficient f hat dabei folgende Werthe:

für Eisen auf Eisen	0,10 bis 0,30
für Holz auf Eisen	0,10 bis 0,60
für Holz auf Holz	0,40 bis 0,60.

Die kleineren Zahlen sind zu benutzen, wenn auf Fettigkeit und grosse Glätte der Reibflächen zu rechnen ist, was der gewöhnliche Fall ist.

Von der Kraft P geht ein nicht unbeträchtlicher Antheil (3 bis 10 Procent), welcher mit den Zapfendicken zunimmt, auf die schädlichen Widerstände der getriebenen Welle. Die grossartigste Anwendung der cylindrischen, oder doch wie solche wirkenden Reibräder findet bei den Lokomotiven statt; die Entwicklung des Eisenbahnwesens beruht geradezu auf dem schlichten Reibrädermechanismus. Andere Anwendungen finden bei einzelnen Aufzügen, bei Holzbearbeitungsmaschinen an den Speisevorrichtungen, bei Spinnereiapparaten u. s. w. in mannigfachen Formen und sehr zahlreich statt.

Die Abmessungen der Reibräder richten sich einestheils nach dem statthaften Maximum des Flächendruckes an den Radumfängen *), anderentheils nach der Beanspruchung des Radkranzes und der Arme durch die Kraft Q. Kranz und Arme müssen bei gleicher

Fig. 388.

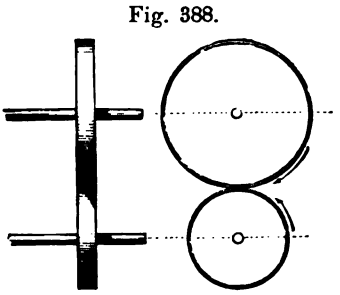
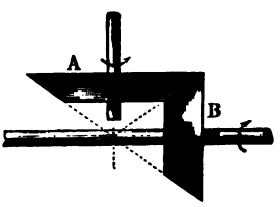


Fig. 389.



Umfangskraft P und übrigens gleichen Abmessungen in den Querschnittmaassen etwas stärker genommen werden, als bei den Riemscheiben (s. §. 166).

Bei den konischen Reibrädern, Fig. 389, ist der Druck Q (mit genügender Genauigkeit) als in der Mitte der Kranzbreite, normal zur Kegelfläche gerichtet anzunehmen. Die Zahl der Anwendungen konischer Reibräder ist gering **).

*) Die Radumfänge platten sich an der Druckstelle ab. Nach Krauss' Versuchen hatte ein mit 5500^k belastetes Eisenbahnwagenrad mit Gussstahlreif 264^{mm2} Auflagefläche auf der (eisernen) Schiene, ein mit 3750^k belastetes 156^{mm2} (Schweiz. polyt. Zeitschrift 1866, S. 65).

**) Die Anwendung von Reibungsrädern in Form von Plankegeln im Triebwerk von Appreturmaschinen siehe Verhandlungen des Vereins für Gewerbfleiss in Preussen 1866. S. 39.

§. 156.

Keilräder.

Die Keilräder sind Reibräder, deren Kranzprofile keilförmig ineinandergreifen. Sie wurden in Italien durch Minotto, in England durch Robertson besonders ausgebildet, woher sie häufig nach diesen Namen benannt werden; vorzugsweise werden sie als Stirnräder (für parallele Achsen) gebraucht. Die Kranzquerschnitte für ein einfaches Keilräderpaar zeigt Fig. 390. Der Radialdruck Q fällt hier weit kleiner aus, als bei den cylindrischen Reibrädern, nämlich bei einem Keilwinkel θ:

$$Q = P\left(\frac{\sin\frac{\theta}{2}}{f}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (130)$$

Ein Nachtheil, und zwar Ursache starker Reibungen ist der Umstand, dass nur in einem cylindrischen Schnitte durch jeden Kranz die berührenden Kreise auf einander nur wälzen; der Fehler

Fig. 390.

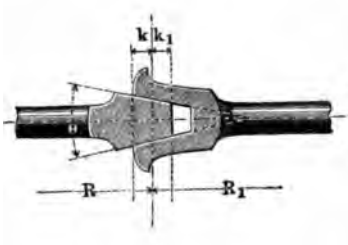
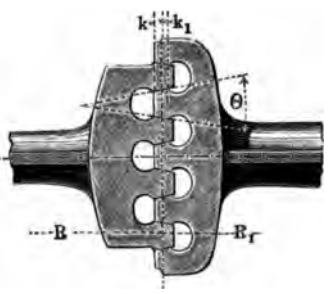


Fig. 391.



wird aber um so kleiner, je kleiner die Kopflängen k und k_1 der Keile im Verhältniss zu den Radien R und R_1 sind. Um unter gleichem Flächendrucke $\frac{k}{R}$ und $\frac{k_1}{R_1}$ möglichst klein ausführen zu können, macht man die Keilräder mehrfach, siehe Fig. 391. Der Winkel θ wird vielfach 30°, bei Robertson noch kleiner gewählt. Starke Erwärmung und Abnutzung sind bei grossen Umfangsgeschwindigkeiten unvermeidlich. Minotto hat mit besonderer Vorliebe auch die konischen Keilräder praktisch zu machen getrachtet; er

gibt ihnen nur eine Rinne und richtet diese zum Nachstellen ein, so dass das eingreifende Keilprofil genau an derselben Stelle zum Eingriff gebraucht werden kann. Robertson macht die Rinnen wie bei den Stirnrädern fest, d. h. unverstellbar. Auch auf die Lokomotive hat man den Keilrädertrieb angewandt, und damit im Modell steile Rampen überwunden. Die Abnutzung tritt aber hier zu störend in den Weg. In Amerika benutzt man die Keilräder mit Erfolg seit Jahren bei Fördermaschinen für Gruben; vorzugsweise sind dieselben wohl für Uebersetzungen ins Langsame zu empfehlen. Neuerdings hat indessen Gwynne, wie es scheint mit dauerndem Erfolg und ebenso Webers in Berlin die Keilräder zu Uebersetzungen ins Schnelle benutzt, und zwar zum Betrieb von Centrifugalpumpen von 700minutlichen Umdrehungen des Kreisels; sie wenden einspurige Räder mit gewölbtem Keilprofil an, bei denen sie die schon von Minotto empfohlene Nachstellbarkeit wieder einführten *).

§. 157.

Regel für die Anordnung der Riemscheiben.

Die Riemscheiben sind indirektwirkende Reibungsräder. Sie werden in mehreren Formen angewandt; hier sollen vorerst die sogenannten cylindrischen Rollen für bandförmige Riemen behandelt werden. Die gegenseitigen Stellungen der Rollenachsen sind viererlei Art:

1. Die Achsen fallen geometrisch zusammen;
2. sie sind parallel;
3. sie schneiden einander;
4. sie gehen an einander vorbei, sind geschränkt.

In diesen verschiedenen Fällen werden die Riemen entweder unmittelbar, oder durch Vermittlung von Leitrollen von der Kraftrolle zur Lastrolle geleitet; immer aber sollen die Scheiben so angeordnet werden, dass der Riemen ohne besondere Riemenführer auf den Rollen bleibt. Die hierauf bezügliche geometrische Anordnung eines Riementriebes heisst dessen Leitung.

*) S. Engineering 1868 (V), S. 502 und S. 593, sowie ebenda 1869, Mai, S. 353.

Dieselbe wird richtig vollzogen, wenn man die Scheiben so anordnet, dass bei jeder Rolle die Mittellinie des auflaufenden Riementrums in die Mittelebene der Rolle fällt.

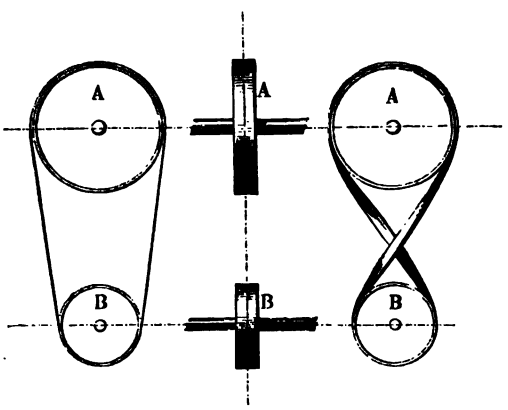
Bei gewölbten Riemscheibenkränzen, s. S. 367, sind kleine Abweichungen von der genauen Leitungsrichtung statthaft; dieselben können bis zu $^1/_2$ bis $^3/_4{}^0$ (tg = 0,8 bis 1,2 Proc.) gehen.

§. 158.

Selbstleitende Riementriebe.

Diejenigen Riementriebe, bei welchen die obige Bedingung ohne Zuhilfenahme von Leitrollen oder anderen Führungen erfüllt wird, heissen selbstleitende Riementriebe. Die einfachsten derselben sind die für parallele Wellen, welche Fig. 392 und Fig. 393 darstellen. Der Riemen in Fig. 392 heisst ein offener, der

Fig. 392. Fig. 393.

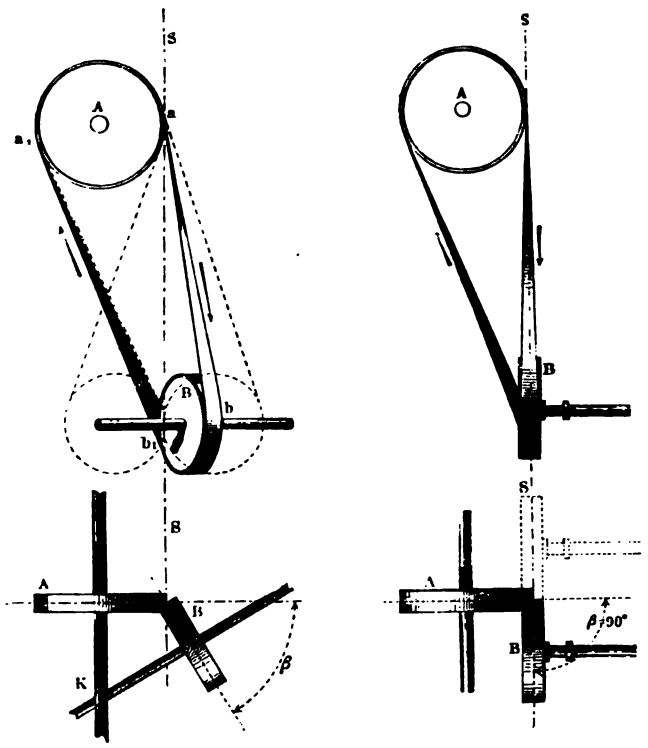


in Fig. 393 ein geschränkter oder gekreuzter. Beide können in beiden Drehrichtungen umlaufen.

Für Rollen mit geometrisch zusammenfallenden Achsen ist kein selbstleitender Riementrieb ausführbar, ebensowenig für Rollen mit schneidenden Achsen. Dagegen ist der selbstleitende Riementrieb für die vierte Achsenstellung ausführbar und vielfach angewandt, Fig. 394 (a f. S.).

Dieser Riementrieb wird selbstleitend, wenn man die Rollen so legt, dass die Durchschnittlinie oder Spur SS der

Fig. 394.



Rollenebenen beide Rollenschnitte an der Ablaufstelle des Riemens berührt. Die Ablaufstellen sind in Fig. 394 a und b_1, der Riemen muss sich in der Richtung der Pfeile bewegen. Will man die andere Drehrichtung durchführen, so müssen die Rollen so auf ihren Achsen verschoben werden, dass die Rollenebenenspur die Rollen an den gegenüberliegenden Punkten a_1 und b berührt. Dies wird erreicht, wenn man die Rollen ebensoweit jenseits der Kreuzungsstelle K der Wellen schiebt, als sie jetzt diesseits liegen. Vorstehender Riementrieb ist der allgemeine Fall der selbstleitenden Riementriebe; er liefert den offenen Riemen, wenn der Winkel β, den die Rollenebenen einschliessen, $= 0$, den gekreuzten oder geschränkten, wenn $\beta = 180^0$ wird. In den Zwischenstellungen findet eine theilweise Riemen-

schränkung statt. Ist $\beta = 90^0$, so ist der Riemen **halbgeschränkt** (sogenannter halber Riemen); ist $\beta = 45^0$, so hat der Riemen Viertelschränkung u. s. f.

Wenn der theilweise geschränkte Riemen verhältnissmässig kurz ist, so wird der Riemen an der Ablaufstelle leicht von der Rolle gezogen. Damit dieses nicht eintrete, ist*) der kleinste zulässige Rollenabstand = dem zweifachen Durchmesser der grösseren Rolle zu setzen, d. i., es soll der Ablenkungswinkel des Riemens nicht über 25° betragen. Soll ferner der Riemen nicht zu sehr angegriffen werden, so hat man**) den Rollenabstand auch nicht unter $10\sqrt{bD}$ zu nehmen, wenn b die Riemenbreite, D den Durchmesser der treibenden Rolle bezeichnet. Das grössere der beiden Ergebnisse ist in jedem besonderen Falle beizubehalten.

§. 159.

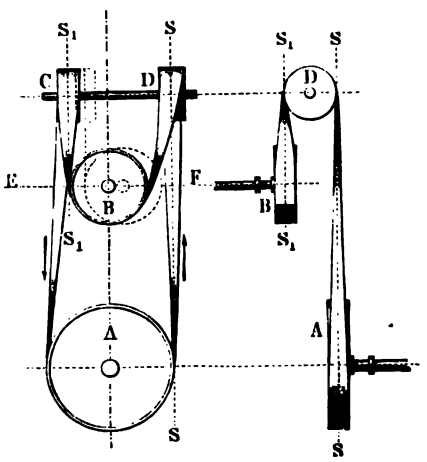
Riementriebe mit Leitrollen.

Regel: Die Riemenleitung bei einem Leitrollentriebe ist richtig, wenn jede Rolle an der Ablaufstelle von der Spur ihrer Ebene mit derjenigen der nächstfolgenden Rolle berührt wird.

Die Figuren 395 und 396 zeigen Riemenleitungen für paral-

Fig. 395.

Fig. 396.



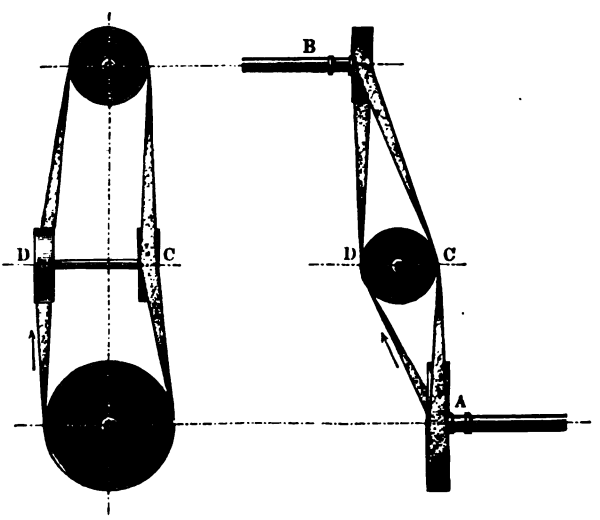
*) Nach Redtenbacher.

**) Siehe Herrn Völker's Aufsatz in der Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure. Bd. IV (1860), S. 115.

lele Wellen. In Fig. 395 sind die Leitrollen in Ebenen gelegt, welche beide Triebrollen berühren, und erhalten den Abstand der Triebrollen-Mittelebenen zu Durchmessern. Die entstehende Riemenleitung gestattet Bewegung in beiden Drehrichtungen. Gewöhnlich wird nur ein Drehungssinn erfordert. Hierfür genügt die einfachere Anordnung in Fig. 396, wo die Achsen der beiden Leitrollen zusammenfallend gemacht sind. *A* und *B* Triebrollen; in den Ablaufpunkten derselben werden an die Rollen berührende parallele Ebenen gelegt und als Mittelebenen der Leitrollen benutzt, die wieder als Durchmesser den Abstand der Rollenebenen erhalten; die Rollen *C* und *D* haben entgegengesetzte Drehrichtungen.

Betrachtet man *B* als Leitrolle, in welchem Falle man sie auch lose auf die Achse von *A* stecken kann, so können *C* und *D* als Triebrollen dienen. Können die Leitrollen zwischen die Achsen *A* und *B* gelegt werden, wie Fig. 397 angibt, so erhal-

Fig. 397.

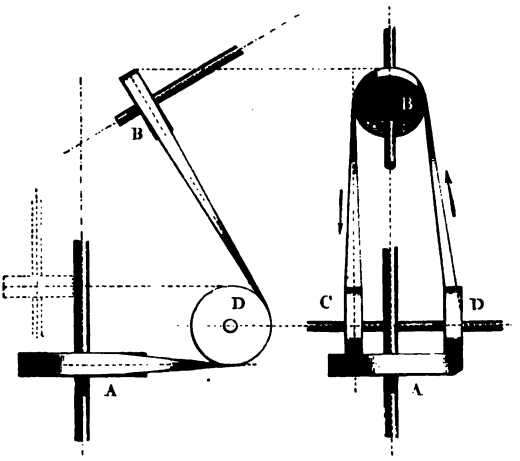


ten sie gleichen Drehungssinn, und können deshalb auf gemeinschaftlicher Achse befestigt werden. Es ist nur Drehung in einem Sinne statthaft. Die Rollen *C* und *D* können auch in eine einzige, dann aber schief zu stellende Rolle vereinigt werden.

Fig. 398, Winkelriementrieb oder Riemenleitung für

Achsen, welche einander schneiden. Sie lässt sich aus der Anordnung in Fig. 396 durch Verlegung der Achse *B* ab-

Fig. 398.



leiten, und entspricht wie sie der Drehung in nur einer Richtung. Soll der Drehungssinn umgekehrt werden, so können die Leitrollen und deren gemeinschaftliche Achse erhalten bleiben; nur sind die Leitrollen auf letzterer entsprechend zu verschieben. Hierbei ist nicht zu vergessen, dass die Leitrollen in entgegengesetztem Sinn umlaufen, also nicht beide fest auf der sie tragenden Achse sein dürfen.

Aus der Anordnung Fig. 397 leitet sich für Achsen, welche einen sehr spitzen Winkel einschliessen, die Riemenleitung Fig. 399 (a. f. S.), bei welcher die Leitrollen *C* und *D* wieder gleichsinnig laufen. Noch einfacher gestaltet sich und für noch weniger spitzen Achsenwinkel (bis zu 25°) die Anordnung Fig. 400.

Fig. 401, Halbgeschränkter Riemen mit Leitrolle. Die Triebrollen sind so gestellt, dass die Halbschränkung von Fig. 394 möglich würde, wenn nicht der Rollenabstand zu klein wäre. Um die Riemenleitung zu bewirken, ist hier zunächst eines der Riemenstücke in die Spur *SS* der Rollenebenen gelegt; sodann sind nach einem beliebig gewählten Punkt *c* der Spur *SS* die Tangenten *ca* und *cb* an die Rollenumfänge gezogen, und darauf berührend an *ac* und *bc*, und in deren Ebene die Leitrolle *C* angebracht. Die Drehung kann in beiden Richtungen erfolgen; jedoch hat die Leitrollenachse eine für die Construktion unbequeme Lage,

welche namentlich die Aufstellung des Riementriebes sehr erschwert, und dadurch diese Anordnung unpraktisch macht.

Fig. 399.

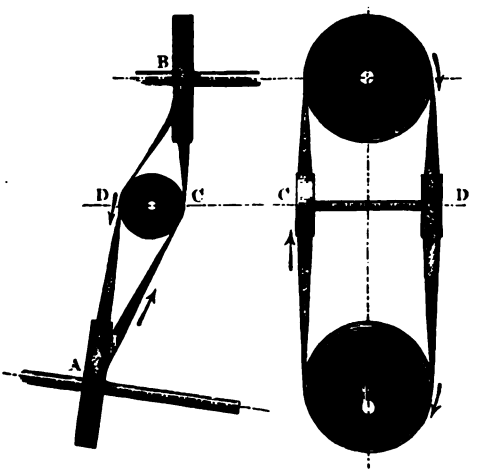


Fig. 400.

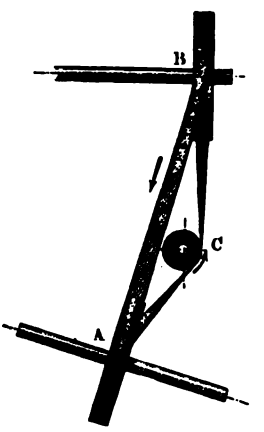


Fig. 401.

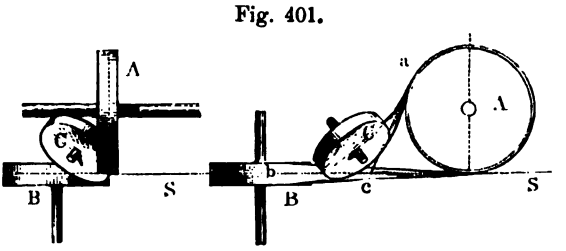


Fig. 402.

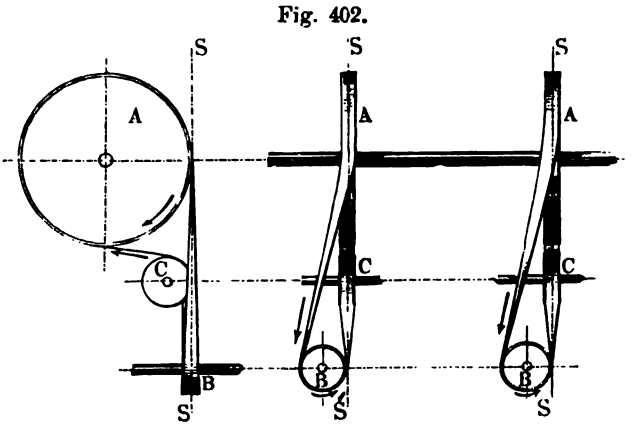
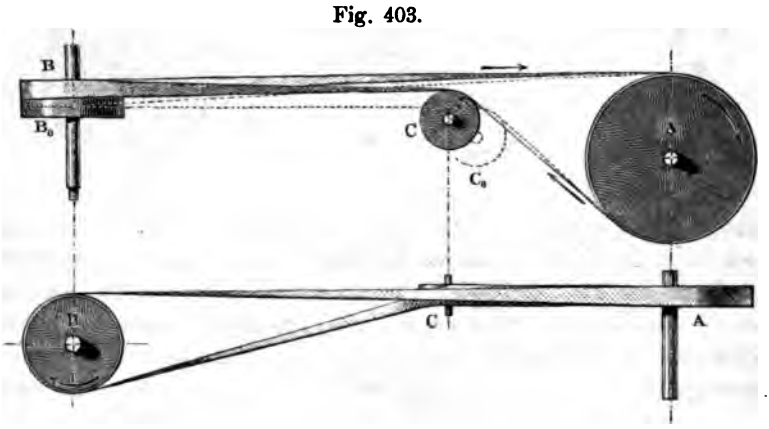


Fig. 402, Andere Anordnung des halbgeschränkten Riementriebes mit Leitrolle. Hier liegen die Triebrollen wieder so, dass die Spur SS ihrer Ebenen sie beide berührt; sodann ist aber die Leitrolle in die Ebene der Triebrolle A gebracht. Das von A ablaufende Riementrum wird nun wie beim geschränkten Riemen schief nach Rolle B hin abgeleitet, das auflaufende Trum dagegen durch die Leitrolle C geführt, welche die Spur S und eine Tangente an A, welche aus einem beliebigen Punkt von S gezogen ist, berührt. Es ist nur die durch die Pfeile angegebene Drehrichtung zulässig. Sehr geeignet ist diese Riemenleitung für den Betrieb reihenweise geordneter stehender Wellen von einer liegenden Welle aus, und passt deshalb bei kleinem Rollenstand für Getreide-, Farbstoff-, Graphitmühlen u. s. w.

Fig. 403, Halber Riemen mit stellbarer Leitrolle. Bei dieser Anordnung, welche einen grösseren Rollenstand, als die

Fig. 403.



vorige voraussetzt, kann durch Verstellen der Leitrolle C in die (punktirte) Stellung C_0 der Riemen von der festen Rolle B auf eine Leerrolle B_0 geführt, die Leitrolle also zur Auskehrung des Riementriebes benutzt werden. Die Lage C_0 ist so zu wählen, dass, wenn sie stattfindet, der Riemen ungefähr ebensostark, oder ein wenig schwächer gespannt ist, als bei der Hauptlage.

Allgemeiner Fall für geschränkte Achsen. Können die Rollen nicht so gelegt werden, dass die Spur ihrer Ebenen beide Rollen berührt, so müssen zwei Leitrollen angewandt werden. Den allgemeinen Fall dieser Anordnung, welcher überhaupt

als allgemeiner Fall der Leitrollentriebe anzusehen ist, zeigt Fig. 404, eine Anwendung desselben auf den Fall, dass die Spur SS durch die Mitte der zweiten Rollenebene geht, Fig. 405, wobei

Fig. 404.

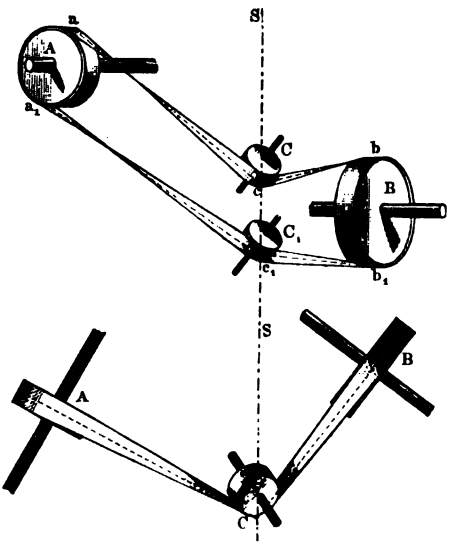
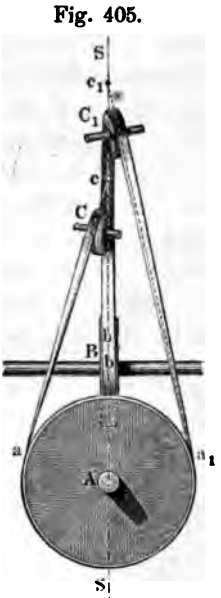


Fig. 405.



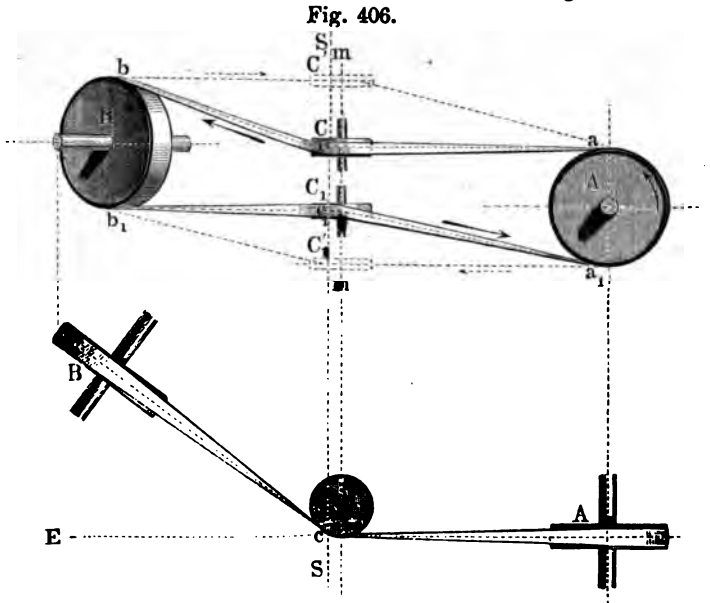
man sich die Achse von B in einer zu A parallelen Ebene zu denken hat. Man suche zuerst die Spur SS der Rollenebenen auf, wähle in ihr zwei beliebige Punkte c und c_1 und ziehe von denselben aus die Tangenten ca und cb, $c_1 a_1$ und $c_1 b_1$ an die Rollenschnitte, so hat man in den Ebenen cab und $c_1 a_1 b_1$ die Ebenen zweier richtig wirkenden Leitrollen C und C_1, welche so zu legen sind, dass sie die zugehörigen Rollentangenten berühren. Der Riementrieb kann nach beiden Richtungen umlaufen.

Eine Vereinfachung der Riemenleitung Fig. 404 erzielt man, indem man die Leitrollen auf eine und dieselbe geometrische Achse mm bringt, welche man parallel den beiden Triebrollen legt, Fig. 406. SS Spur der Rollenebenen, ac und $b_1 c_1$ Normalebenen auf dieselbe, in welche die Leitrollen C und C_1 gelegt werden, berührend die Geraden ac und $b_1 c_1$. Eine schiefe Ablenkung geschieht nur bei den Leitrollen. Die Pfeile geben die zulässige Drehrichtung an; soll dieselbe den entgegengesetzten Sinn haben, so sind die punktirt angegebenen Leitrollen C' und C'_1 anzuordnen.

Es verdient, namentlich mit Rücksicht auf Uebungsaufgaben,

bemerkt zu werden, dass der Riemen statt von c nach a und von c_1 nach a_1 auch von c nach a_1 und von c_1 nach a geleitet werden

Fig. 406.



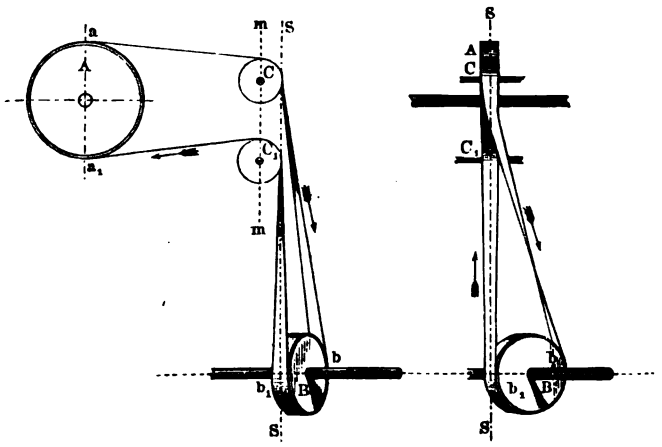
kann, wodurch ebenfalls Drehung in entgegengesetztem Sinne hervorgebracht wird. Auch lassen sich die Leitrollen senkrecht anstatt wagerecht stellen, d. h. so, dass C in die Ebene der Rolle A, C_1 in diejenige von B fällt, wobei aber gebührende Rücksicht auf die Grösse des Ablenkungswinkels zu nehmen ist (§. 158).

Wenn dann ausserdem die Triebrollen noch so gelegt werden können, dass die Spur SS der Rollenebenen die eine der Rollen berührt, so lässt sich bei ausreichendem Abstande der parallelen Ebenen, in welchen die Achsen von A und B liegen, statt der in Fig. 405, die recht praktische Riemenleitung in Fig. 407 (a. f. S.) anwenden, wo die Leitrollenachsen parallel zur Welle A angebracht sind. Die Rollenebene B kann dabei einen beliebigen Winkel mit der Ebene A einschliessen. Ist der Abstand AC gross gegen die Riemenbreite, so ist es statthaft, die Leitrollen neben-, statt übereinander zu legen, Fig. 408; ebenso können bei genügendem Abstande zwischen B und C auf B Fest- und Losscheiben angebracht werden.

Kann wegen Raummangels etwa eine der angegebenen bequemen Anordnungen nicht benutzt werden, so suche man wenig-

stens die Leitrollen in eine der Hauptebenen der Aufstellung zu bringen und unter sich parallel zu machen, wie es z. B. Fig. 409

Fig. 407.



zeigt. Ziehe die Tangente ab, und lege in die zur Zeichnung senkrechte durch ab geführte Ebene die Leitrolle C derart, dass

Fig. 408.

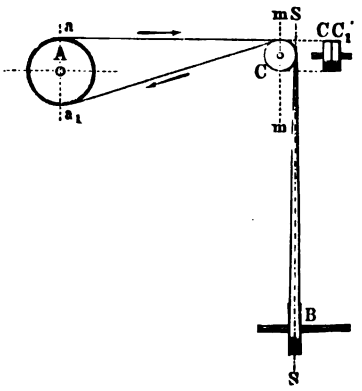
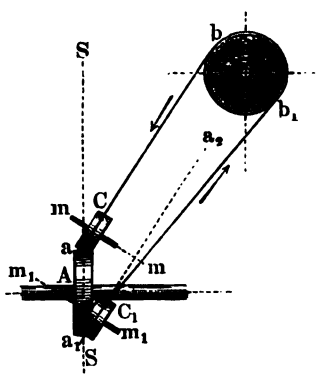


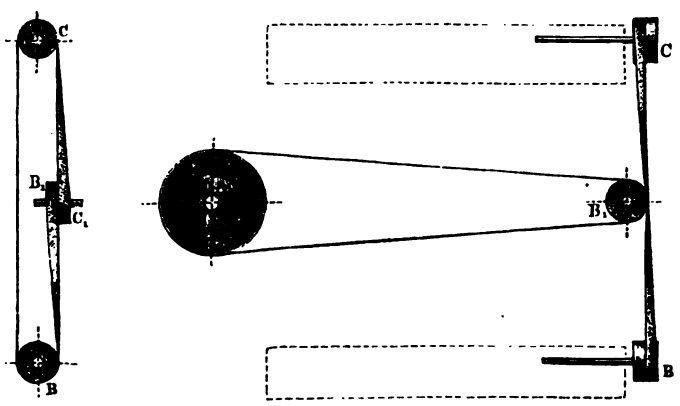
Fig. 409.



sie in a die Spur von A und C berührt; ziehe ferner von a_1 aus die Gerade $a_1 a_2$ parallel zu ab, und lege in die dadurch geführte zu C parallele Ebene die zweite Leitrolle C_1, berührend die Spur von A und C_1 und die Ebene von B, so werden die Achsen mm und $m_1 m_1$ parallel und kommen in eine zur Rolle B parallele Ebene zu liegen.

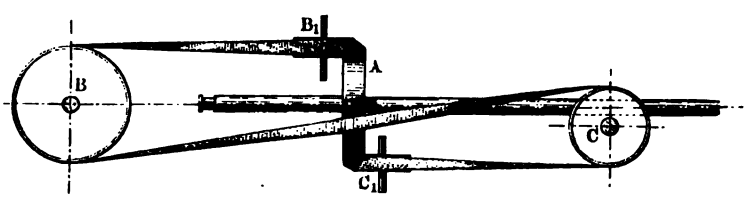
Durch Weiterleitung des Riemens auf eine vierte Rolle lässt sich aus der Anordnung Fig. 408 eine solche machen, bei welcher zwei Triebrollen B und C von einer Kraftrolle A aus getrieben werden. Fig. 410 zeigt eine solche, in Spinnereien jetzt viel gebrauchte

Fig. 410.



Anordnung, wo dann B und C in verschiedenen Stockwerken liegen, auch beide als Fest- und Losscheibe ausgeführt werden, wobei also Gebrauch von der in §. 157 als statthaft angeführten Abweichung von der genauen Zuleitung des Riemens gemacht wird. Verwandt ist die folgende Riemenleitung, Fig. 411, bei welcher

Fig. 411.



von der Welle A aus zwei zu einander parallele Wellen getrieben werden, von denen die eine, B, rechtwinklig schneidend, die andere, C, rechtwinklig geschränkt gegen A liegt *).

Riemenleitungen, bei welchen 3 bis 4 und mehr Rollen von

*) S. Sc. Americain, 1869, Mai. S. 340.

einer Kraftrolle aus getrieben werden, kommen im Spinnmaschinenfache mannigfach vor *).

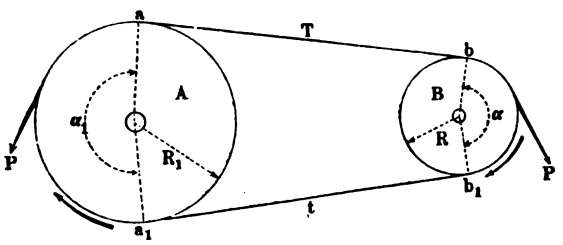
Schliesslich sei noch zu den sämmtlichen Riemenleitungen bemerkt, dass man bei Anwendung solcher Riemenschlösser, welche auf einer Seite über die Riemenoberfläche hervortreten, den Riemen immer so aufzulegen hat, dass stets dieselbe (die Fleisch-) Seite des Riemens die Rolle berührt **).

§. 160.

Der Treibriemen und seine Anspannungen.

Die Treibriemen werden gewöhnlich in Bandform aus Kuhleder, neuerdings auch aus Kautschuk gefertigt und in einer Breite von 50 bis 300^{mm} angewandt; für grosse Kräfte benutzt man doppelte und dreifache Riemen, für kleine Kräfte und sehr rasche Bewegungen häufig runde Treibschnüre aus Hanf, Baumwolle oder Leder.

Fig. 412.



Soll die Rolle B, Fig. 412, die mit einem Umfangswiderstande P belastete Rolle A umtreiben, so müssen die Riemenanspannungen T und t im führenden und geführten Riementrum wenigstens so gross sein, dass:

$$\frac{t}{P} = \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}, \quad \frac{T}{P} = \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1} = 1 + \frac{t}{P} \quad . \; . \; (131)$$

Hierfür ist annähernd und einfacher zu setzen:

$$\frac{t}{P} = \frac{1}{f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}}, \quad \frac{T}{P} = 1 + \frac{1}{f\alpha + \frac{f^2\alpha^2}{2}} \; . \; . \; . \; (132)$$

wobei bezeichnet:

*) Siehe z. B. Armengaud's Publ. ind. Bd. XII, Taf. 34.

**) Vergl. auch Armengaud's Progrès de l'Industrie à l'Expos. universelle, Bd. I, Taf. 30.

e die Grundzahl der natürlichen Logarithmen = 2,718 ...,
f den Reibungscoëfficienten für die Gleitung des Riemens auf der Rolle,
α den in Bogenmaass ausgedrückten Umfassungswinkel der in Betracht gezogenen Rolle.

In (131) und (132) ist indessen keine Rücksicht auf Riemensteifigkeit und Achsenreibung genommen; diese mit in Betracht gezogen, ergibt sich

$$\left.\begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{e^{f\alpha}(1-u)-(1+u)} \\ \frac{T}{P} &= \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha}(1-u)-(1+u)} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (133)$$

oder angenähert wie oben:

$$\left.\begin{aligned} \frac{t}{P} &= \frac{1}{\left(1+f\alpha+\frac{f^2\alpha^2}{2}\right)(1-u)-(1+u)} \\ \frac{T}{P} &= \left(1+f\alpha+\frac{f^2\alpha^2}{2}\right)\frac{t}{P} \end{aligned}\right\} \quad (134)$$

wofern:

$$u = \frac{s\,\delta^2}{R} + \frac{f_1\,d}{2R} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (135)$$

Hierin bezeichnet für die Rolle, an welcher α genommen wird:

R den Rollenhalbmesser,
b die Riemenbreite,
δ die Riemendicke,
d die Wellzapfendicke,
s den Steifigkeitscoëfficienten des Riemens,
f_1 den Reibungscoëfficienten der Wellzapfen.

Im Durchschnitt ist bei dem einfachen bandförmigen Riemen, der vorerst hier betrachtet wird, $\delta = 4{,}5^{mm}$, $\frac{d}{R}$ etwa $= 0{,}25$, $s = 0{,}009$, $f_1 = 0{,}08$ zu setzen. Mit diesen Werthen ergibt sich zunächst für mittlere Riemscheiben

$$1 + u = 1{,}02, \quad 1 - u = 0{,}98.$$

Der Coëfficient für die Reibung des Riemens auf der Rolle ist ferner nach Morin für:

Gewöhnliche fette Riemen auf dergleichen Scheiben 0,28
Stark gefettete Riemen auf dergleichen Scheiben . . 0,12

Die Coëfficienten für Kautschuk sind wahrscheinlich wenig

von den vorstehenden verschieden, und zwar wie es scheint etwas grösser, d. i. günstiger.

Der Umspannungswinkel α geht bis zu etwa 0,8 π herab, möchte aber in gewöhnlichen Fällen etwa 0,95 π betragen. Nimmt man nun an, dass f in der Regel $= 0{,}28$ sei, in Folge der Einfettung der Riemen aber auf 0,24 herabsinke, so sind die Werthe von T und t zwischen denjenigen, welche sich bei $f\alpha = 0{,}24 . 0{,}8\,\pi$ und $f\alpha = 0{,}28 . 0{,}95\,\pi$ finden, zu suchen.

Der erstere Werth liefert aus (134)

$$\frac{t}{P} = 1{,}37, \quad \frac{T}{P} = 2.44, \quad \frac{T+t}{P} = 3{,}81. \quad \frac{t}{T} = 0{,}561 \quad . \quad (136)$$

während der andere Werth liefert:

$$\frac{t}{P} = 0{,}89, \quad \frac{T}{P} = 1{,}95, \quad \frac{T+t}{P} = 2{,}84, \quad \frac{t}{T} = 0{,}456 \quad . \quad (137)$$

Bemerkung. In Folge der Verschiedenheit der Anspannungen T und t sind die Umfangsgeschwindigkeiten v und v_1 der Rollen in den Kreisen von den Halbmessern $R + \frac{\delta}{2}$ und $R_1 + \frac{\delta}{2}$ nicht gleich gross, sondern es findet ein durch unvermeidliches Gleiten des Riemens hervorgebrachter Geschwindigkeitsverlust — der Gleitungsverlust oder Schlipf — statt, welcher sich aus folgender Formel berechnen lässt:

$$\frac{v_1 - v}{v} = \frac{1 - \frac{t}{T}}{1 + \frac{E}{\mathfrak{S}_1}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (138)$$

wobei noch E den Elasticitätsmodul des Riemens, $\mathfrak{S}_1$ die Spannung im führenden Riementrum bezeichnet. Im Mittel beträgt derselbe*) nahe $1/2$ Procent. Der hierbei gleichzeitig stattfindende Arbeitsverlust geht auf Erwärmung und Abreibung des Riemens und der Rollen.

§. 161.

Berechnung des einfachen bandförmigen Riemens.

Man kann in dem führenden Riementrum gut die Spannung

*) Bei $E = 15 - 20^k$, s. Tabelle §. 2, einem Mittelwerthe, welchen Hirn auf Anregung des Verfassers durch sorgfältige Versuche an gebrauchten aber wohl erhaltenen Riemen bestimmt hat. Aeltere Versuche von Bevan geben allerdings E nur ungefähr halb so gross, und führen dann zu einem Gleitungsverlust, der weit stärker als oben mitgetheilt ist.

$\mathfrak{S}_1 = \frac{1}{200}\sqrt[4]{b^3}$ pro mm^2 gestatten; für die grösseren Riemenbreiten wird ausserdem meist dickeres Leder gewählt, als für die kleineren, und zwar erhält man gute Uebereinstimmung mit der Praxis, wenn man setzt: $\delta = 1{,}5\sqrt[4]{b}$. Hieraus ergibt sich, wenn noch $p = \mathfrak{S}_1 \delta$ die pro mm Breite entstehende Anspannung bezeichnet, für:

$b =$	50	100	150	200	250	300mm
$\delta =$	3,97	4,74	5,25	5,64	5,97	6,24mm
$\mathfrak{S}_1 =$	0,09	0,16	0,21	0,27	0,31	0,36k
$p =$	0,36	0,76	1,10	1,52	1,85	2,25k.

Unter diesen Annahmen erhält man für die Riemenbreite:

1. wenn an der Riemscheibe ein Umfangswiderstand P wirkt:

$$b = 18\sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (139)$$

2. wenn N Pferdestärken bei n minutlichen Umdrehungen übertragen werden sollen:

$$b = 15250\sqrt{\frac{N}{Rn}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (140)$$

3. oder wenn die Uebertragung bei v^m Riemengeschwindigkeit stattfinden soll:

$$b = 156\sqrt{\frac{N}{v}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (141)$$

4. bei einem statischen Momente (PR) als Widerstand:

$$b = 6{,}87\sqrt[3]{\frac{b}{R}(PR)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (142)$$

5. oder auch:

$$b = 615\sqrt[3]{\frac{b}{R}\frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (143)$$

Die übertragbare Kraft ist beim Riementrieb begrenzt. Ein einfacher Lederriemen von der Maximalbreite 200mm kann nach (139) als Maximum die Kraft $P = \frac{1}{18^2}200^2 = 123{,}5^k$ übertragen, wobei übrigens seine Anspannung T nach Formel (136) $= 2{,}44 \cdot 123{,}5 = 301{,}3^k$ ist. Das zulässige Maximum der Riemen-, d. i. Rollenumfangsgeschwindigkeit, zu 32^m setzend, erhält man für denselben Riemen das Maximum der übertragbaren Arbeitstärke in Pferden aus (141): $N_{max} = \frac{1}{156^2}200^2 \cdot 32 = 52{,}6$ Pferdestärken.

Selten wird indessen die Riemengeschwindigkeit bis zu 32^m getrieben. Bei dem Doppelriemen [vergl. Formel (145)] steigen auch P_{max} und N_{max} auf ungefähr das Doppelte.

§. 162.

Tabelle über die Breite des einfachen Riemens.

Nebenstehende Tabelle ist nach den obigen Formeln berechnet, wobei wegen der kleinen Werthe von $\frac{N}{Rn}$ und $\frac{b}{R}\frac{N}{n}$ statt ihrer $1000\,\frac{N}{Rn}$ und $1000\,\frac{b}{R}\frac{N}{n}$ eingeführt sind.

1. Beispiel. Ein Riementrieb ist bestimmt, 2 Pferdestärken von einer 60mal in der Minute umlaufenden Welle auf eine doppelt so schnell laufende zu übertragen; Riemenbreite und Rollenhalbmesser werden gesucht. Hier ist $\frac{N}{n} = \frac{1}{30}$, $\frac{R}{R_1} = 2$. *Wählt man* $\frac{b}{R} = 0{,}23$, *so kommt:* $1000 \cdot \frac{b}{R}\frac{N}{n} = \frac{1000 \cdot 0{,}23}{30} = 7{,}66\ldots$, *und mithin laut Spalte 5 Zeile 13: b etwas über* 120^{mm}, *bei welcher Zahl man stehen bleiben kann. An der anderen Scheibe rechnend hat man* $\frac{N}{n_1} = \frac{1}{60}$, $R_1 = \frac{R}{2}$, *also* $\frac{b}{R_1} = 2 \cdot 0{,}23$ *gibt* $1000\,\frac{b}{R_1}\frac{N}{n_1} = 7{,}66$ *wie vorhin. — Man hat nun noch* $R = \frac{1}{0{,}23} \cdot 120 = 522^{mm}$, $R_1 = 261^{mm}$, *wofür wir 520 und* 260^{mm} *nehmen würden.*

2. Beispiel. Ein Seilaufzug von 200^k *Zuglast, welche durch ein* 15^{mm} *dickes Seil gehoben werden soll, habe eine Seiltrommel von* 90^{mm} *Halbmesser (gemessen bis zur Seilmitte), und soll durch eine auf der Trommelwelle sitzende Riemscheibe von* 1^m *Durchmesser, der eine gleichgrosse gegenübersteht, getrieben werden; gesucht: die Riemenbreite. Hier ist der auf den Riemscheibenumfang zurückgeführte Widerstand* $P = \frac{90 \cdot 200}{500} = 36^k$, *und demnach gemäss Spalte 2 Zeile 12 die Riemenbreite zu nehmen:* $b = 110^{mm}$.

3. Beispiel. Eine Pumpe von 40^k *Kolbenwiderstand soll durch eine Kurbel von* 300^{mm} *Armlänge getrieben werden; die Kurbelwelle werde von einer zweiten,* $\frac{7}{4}$ *mal so schnell laufenden Welle mittelst Riemen getrieben; gesucht: die Scheiben und der Riemen. Hier ist* $\frac{R_1}{R} = 1{,}75$; *wir wählen* $\frac{b}{R} = \frac{1}{4}$, *dies gibt* $\frac{b}{R_1}(PR) = 0{,}25 \cdot 40 \cdot 300 = 3000$, *also nach Spalte 4*

Riemenbreite b.	P	$1000\,\frac{N}{Rn}$	$\frac{b}{R}(PR)$	$1000\,\frac{b}{R}\,\frac{N}{n}$
50	7,72	0,011	385	0,538
55	9,34	0,013	512	0,715
60	11,11	0,015	665	0,929
65	13,04	0,018	846	1,181
70	15,12	0,021	1056	1,475
75	17,36	0,024	1299	1,814
80	19,75	0,027	1576	2,202
85	22,30	0,031	1890	2,641
90	25,00	0,035	2245	3,135
95	27,85	0,039	2641	3,687
100	30,86	0,043	3080	4,300
110	37,34	0,052	4099	5,732
120	44,44	0,062	5322	7,430
130	52,15	0,073	6767	9,446
140	60,49	0,084	8452	11,799
150	69,44	0,097	10395	14,513
160	79,00	0,110	12616	17,613
170	89,19	0,124	15132	21,126
180	102,29	0,139	17963	25,078
190	110,75	0,155	21126	29,487
200	122,72	0,172	24640	34,392
210	135,30	0,190	28524	39,813
220	148,49	0,208	32796	45,776
230	162,30	0,227	37474	52,306
240	176,72	0,248	42578	59,429
250	191,75	0,269	48125	67,172
260	207,40	0,291	54134	75,559
270	223,66	0,313	60624	84,620
280	240,53	0,337	67612	94,372
290	258,02	0,362	75118	104,848

Zeile 11: $b = 100^{mm}$, und somit $P_1 = 4 \cdot 100 = 400^{mm}$, $R = \frac{4}{7} \cdot 400 \sim 230^{mm}$.

4. Beispiel. Gäbe man der grösseren Scheibe aus Beispiel 1. von vornherein 600 mm Halbmesser, so wäre $\frac{1000\,N}{Rn} = \frac{1000}{600 \cdot 30} = 0{,}055$. Hierfür ist dann nach Spalte 3 Zeile 12 b etwas über 110^{mm} zu nehmen.

Fällt eine Riemenbreite über 300^{mm} hinaus, so kann die Uebertragung auf zwei Riemen von der halben herauskommenden Breite vertheilt, oder auch ein Doppelriemen angewandt werden (s. den folgenden Paragraphen).

§. 163.

Doppelriemen. Treibschnüre.

Nimmt man die Dicke des Doppelriemens zweimal so gross an, als die des gleichbreiten einfachen, was wegen der Bearbeitung der Lederflächen, wenn diese gekittet werden, nur annähernd richtig ist, so ist die übertragbare Kraft doppelt so gross als oben zu setzen. Man hat daher bei der Breite b_2 des Doppelriemens

$$\left.\begin{aligned} P &= 2\,\frac{b_2^2}{18^2} = \frac{b_2^2}{162} \\ b_2 &= 12{,}7\sqrt{P} = 0{,}7\,b \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (144)$$

d. h. man berechne die Breite für den einfachen Riemen und gebe alsdann dem Doppelriemen das 0,7fache des Resultats zur Breite. Es ist zu empfehlen, R nicht zu klein zu nehmen, da die Steifigkeit des Doppelriemens weit grösser ist als die des einfachen.

Die Treibschnüre werden fast immer nach dem Gefühl angenommen; ist die zu übertragende Umfangskraft P bekannt, so gebe man der Treibschnur eine nicht unter $4\sqrt{P}$ betragende Dicke. — Einzelne Fabrikanten haben dem runden Treibriemen eine grössere Aufmerksamkeit geschenkt, als gewöhnlich geschieht. Combe in Belfast setzt mittelst runder Lederseile das gesammte weit über 60 Pferdestärken beanspruchende Triebwerk seiner grossen Maschinenbauanstalt in Bewegung, wodurch er alle stehenden Wellbäume und konischen Räder daselbst überflüssig machte. Auch anderweitig hat er, wie es scheint, völlig bewährte

Anwendungen von seinen Triebseilen gemacht. Diese nimmt er nicht dicker als 25mm und legt ihrer 2, 3, 4 bis 6 nebeneinander je nach der zu übertragenden Kraft. Die Scheiben haben keilförmig profilirte Rinnen für die Seile (vergl. Fig. 416); sie sind indirekt wirkende Keilräder.

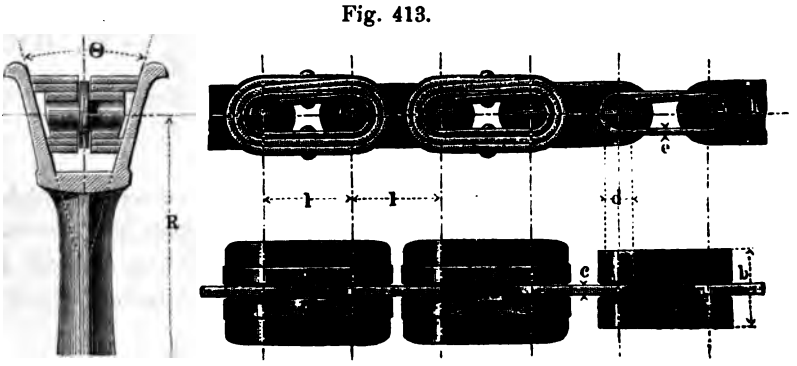
§. 164.

Keilkette.

Man hat in den letzten Jahren viele Versuche gemacht, den glatten Lederriemen durch andere Zugkraftorgane zu ersetzen. Der Rouiller'sche Kettenriemen (Lederkette) war eines dieser Ersatzmittel*); so sehr gut sich derselbe anfangs zu bewähren schien, so hat sie sich doch auf Dauer nicht als brauchbar erwiesen; nicht besser ist es mit den gewebten Riemen mit Drahteinlage (Godin) gegangen. Auch der mit Guttapertja belegte Lederriemen hat dem gewöhnlichen Lederriemen nicht wesentliche Concurrenz halten können. Nur der Gummiriemen mit Leinwand- oder Baumwoll-Einlage scheint, namentlich für grössere Kräfte, dem Lederriemen ebenbürtig zu sein.

Einen für einzelne Zwecke passenden Ersatz des bandförmigen Riemens, für grosse Umfangskräfte, u. a. für den Betrieb landwirthschaftlicher Maschinen nicht übel geeignet, ist die (Clissold'sche) Keilkette, Fig. 413, eine eiserne Gelenkkette, bei

Fig. 413.



welcher je ein ums andere Glied mit einer keilförmig zugeschnittenen Lederbewickelung versehen ist, die in den trapezisch pro-

*) Siehe zweite Auflage dieses Werkes.

filirten Rollenumfang passt. Angström wendet statt der Lederkeile Holzkeile mit Eisengarnitur an*). Hinsichtlich der Berechnung der Anspannungen tritt hier die Reibung der Kettenzapfen an die Stelle der in §. 160 in Betracht gezogenen Riemensteifigkeit, so dass die Formeln unter (133) und (134) benutzt werden können, wenn man $\frac{f\alpha}{\sin\theta}$ für $f\alpha$ beim Keilwinkel setzt.

Bei $f = 0{,}24$, $\alpha = 0{,}8\,\pi$, $\theta = 30^0$ ergibt sich:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{t}{P} = 0{,}20, \quad \frac{T}{P} = 1{,}23, \quad \frac{T+t}{P} = 1{,}43, \quad \frac{t}{T} = 0{,}163 \\ \text{und bei } f = 0{,}28,\ \alpha = 0{,}95\,\pi,\ \theta = 30^0\text{:} \\ \frac{t}{P} = 0{,}12, \quad \frac{T}{P} = 1{,}15, \quad \frac{T+t}{P} = 1{,}27, \quad \frac{t}{T} = 0{,}105 \end{array}\right\} \quad . \quad (145)$$

welche Werthe bedeutend günstiger als die für den Bandriemen, Formel (136) und (137), sind, und bei dem grossen laufenden Gewicht der Keilkette eine manchmal ganz schlaff erscheinende Auflegung derselben gestatten. Unter Zugrundelegung der Werthe aus (145) ergibt sich (vergl. §. 79) für die Kettenzapfendicke:

$$\left.\begin{array}{l} d = 0{,}54\,\sqrt{P} = 457\,\sqrt{\frac{N}{n\,R}} \\ \text{oder auch:} \\ d = 0{,}46\,\sqrt[3]{\frac{R}{l}\,(P\,R)} = 41{,}11\,\sqrt[3]{\frac{l}{R}\,\frac{N}{n}} \end{array}\right\} \quad . \quad . \quad (146)$$

wobei zu machen ist:

$$\frac{l}{d} = 3, \quad \frac{b}{d} = 2^3/_4, \quad \frac{c}{d} = {}^1/_3, \quad \frac{e}{d} = {}^1/_5, \quad \frac{h}{d} = 2^1/_6 \quad (147)$$

und es sehr zweckmässig ist, bei der kleineren Rolle

$$\frac{R}{l} \geqq 5$$

zu nehmen. In der Praxis geht man mit d, wie es scheint, nicht gern unter 8^{mm}, auch wenn geringere Abmessungen ausreichend wären; hierfür berechnet sich die übertragbare Umfangskraft P zu nahe 220^k, was einem etwa 270^{mm} breiten einfachen Riemen entspräche.

Beispiel. Gegeben $N = 20$, $n = 50$, $n_1 = 100$; der Keilkettentrieb ist zu berechnen. Wir wählen den Halbmesser (der kleineren Scheibe)

*) Siehe Zeitschr. d. V. deutsch. Ing. 1868, S. 706.

$R_1 = 51$, und haben dann nach (145): $d = 41{,}11 \sqrt[3]{\frac{1}{5}\,\frac{20}{100}} = \frac{41{,}11}{\sqrt[3]{25}} = \frac{41{,}11}{2{,}924}$ $= 14{,}06 \sim 14^{mm}$. Dies gibt nach (146) $l = 3 \,.\, 14 = 42^{mm}$, $b = 2^3/_4 \,.\, 14 \sim 38^{mm}$, $c \sim 5^{mm}$, $e \sim 3^{mm}$, $h = 2^1/_6 \,.\, 14 \sim 30^{mm}$, $R_1 = 5l$ $= 210^{mm}$, $R = 420^{mm}$.

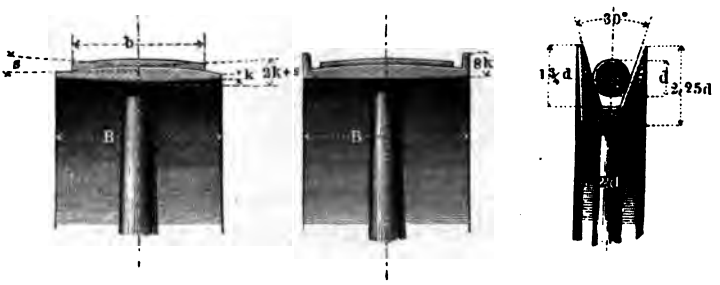
Der Keilkettentrieb ist sowohl theoretisch als nach des Erfinders Angabe und Gedankengange der indirekte Keilrädertrieb (vergl. §. 156); eine andere Form desselben (ebenfalls von Clissold versucht), bei welcher statt der Kette ein im Querschnitt trapezischer dicker Riemen benutzt wurde, ist wegen dessen geringer Dauerhaftigkeit aufgegeben worden; als eine unvollkommene Form des indirekten Keilradtriebes ist übrigens der Schnurtrieb mit Keilrinne (vergl. Fig. 416) zu betrachten*).

§. 165.

Der Kranz oder die Felge der Riemenscheibe.

Bei flachen Riemen erhält die Rollenfelge eine sanfte Wölbung, Fig. 414 und Fig. 415, welche den Riemen stets nach der Kranz-

Fig. 414. Fig. 415. Fig. 416.



mitte hinführt. Man nehme die Wölbungshöhe $s = {}^1/_{20}$ der Riemenbreite, oder mit anderen Worten so, dass auf jede 20^{mm} Riemenbreite 1^{mm} Wölbungshöhe kommt. Die Felgenbreite B wird,

*) Versuche des Maschinenfabrikanten Wedding in Berlin zeigten, dass bei einer Rinne mit 60^0 Keilwinkel (siehe Fig. 416) die Kraft zum Gleitenmachen doppelt so gross ausfällt, als bei hohlkehliger, die Schnur berührender Rinne, eine einfache Bestätigung der obigen Angabe, da $\frac{1}{\sin 30^0} = 2$ ist.

wenn die Scheibe freisteht, etwas $> b$, bis zu $^5/_4$ der Riemenbreite genommen; wenn sie neben anderen für denselben Riemen bestimmten Rollen steht, aber nur wenig $> b$. Die Randdicke k der Felge fällt gut aus bei $k = 2 + \frac{B}{100}$. Schnell laufende und stark stossende Riemscheiben erhalten hier und da Seitenränder, Fig. 415, die Schnurscheiben eine trapezische eingedrehte Rinne, Fig. 416.

Beispiel. Eine einzelne Rolle für einen 120mm breiten Riemen erhält nach dem Obigen eine Kranzbreite $B = {}^5/_4 . 120 = 150^{mm}$, *am Rande eine Kranzdicke* $= 2 + 1{,}5 = 3{,}5^{mm}$; *die Wölbung wird* $\frac{120}{20} = 6^{mm}$ *hoch, der Kranz in der Mitte also* $2 . 3{,}5 + 6 = 13^{mm}$ *dick.*

Die in neuerer Zeit vielfach in Anwendung gekommene Belederung der Riemscheiben bewirkt eine merkbare Erhöhung der Adhäsion, d. i. des Reibungscoëfficienten für die Gleitung des Riemens auf der Scheibe. Bei ganz neuem Lederbesatz fand der Verfasser das Verhältniss $\frac{T}{t}$ [vergl. Formel (136)] zu 6 bis 7; nach einigem Gebrauche fiel dasselbe aber auf 4 bis 5; α war dabei stets $= \pi$. Das Verhältniss $\frac{T}{t} = 4$ entspricht einem Reibungscoëfficienten von $\backsim$ 0,44, und einem Verhältniss $\frac{T}{P} =$ nahe 1,48, was sehr günstig ist, und allenfalls eine Verringerung der Riemenbreite gestatten würde. Bemerkt sei indessen, dass gebrauchte, mit einer aus eingetrocknetem Schmiermittel bestehende Harzschicht bedeckte Scheiben auch $\frac{T}{t} = 3{,}5$ bis 4, sogar 5 zeigten. Jedenfalls stellt sich das Beledern hiernach als zweckmässig heraus; nur ist besondere Sorgfalt in Beziehung auf die Befestigung des Lederringes auf der Scheibe zu empfehlen.

§. 166.

Die Arme oder Speichen der Riemscheibe.

Man gibt den Riemscheibenspeichen in der Regel ovale Querschnitte, deren Breite sich an jeder Stelle zur Höhe (letztere in der Rollenebene gemessen) wie 1 : 2 verhält. Das Querprofil verzeichnet man einfach mittelst zweier Kreisbogen, deren Mittelpunkte

um die Querschnitthöhe h' auseinanderstehen, Fig. 417, und rundet die entstehende linsenförmige Figur an den Spitzen bis auf h' ab. Die Speichenachse wird gerade, Fig. 418, oder einfach gebogen, Fig. 419, oder zweifach (Sförmig) gebogen gemacht. Die einfach gebogenen Speichen erhalten eine gute Krümmung, wenn man, Fig. 419, vom Armradius OA aus den Bogen $AE = 2/3$ der Speichentheilung EF aufträgt, und E zum Speichenendpunkt macht, wobei der Krümmungsmittelpunkt C der Speichenachse auf dem zu OA senkrechten Speichenradius OA_1 liegt. C wird gefunden, indem man $OD = DE$ und DC senkrecht zu OE macht.

Fig. 417.

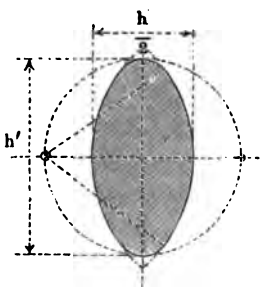


Fig. 418.

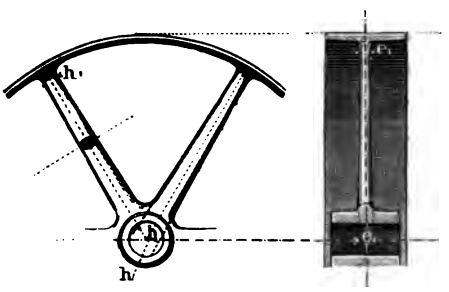
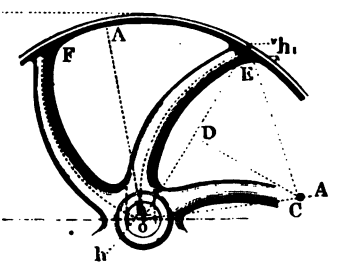


Fig. 419.



Eine gute Speichenvertheilung wird erhalten, wenn die Speichenzahl $\mathfrak{A}$ genommen wird:

$$\mathfrak{A} = \frac{1}{2}\left(5 + \frac{R}{b}\right) \quad \ldots\ldots\ldots \quad (148)$$

Dies liefert folgende Zahlenreihe:

$\frac{R}{b} =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
$\mathfrak{A} =$	3		4		5		6		7		8		9

Ferner erhält man gute Abmessungen für die Speiche, wenn man deren Höhe h in der Rollenmitte nach folgender Formel nimmt:

$$h = 6 + \frac{b}{4} + \frac{1}{10}\frac{R}{\mathfrak{A}} \quad \ldots\ldots \quad (149)$$

und die Höhe h_1 am Radkranz $= {}^2/_3\ h$ macht. Diese Formel nähert eine strengere an, bei welcher vorausgesetzt wurde, dass die Arme (in der Nabenmitte) mit 2^k Spannung beansprucht werden sollen. Dies trifft bei Anwendung von Formel (149) für die schwereren Riemenscheiben zu, während die leichteren (mit Rücksicht auf die Gussherstellung) etwas sicherer der Rechnung nach genommen sind. Es ist angenommen, dass die Scheibe genügend stark für einen Doppelriemen zu sein habe, auch die Wahl der Armzahl noch völlig freigestellt.

1. Beispiel. Eine Scheibe von 2764mm Durchmesser und 228mm Riemenbreite erhält 6 Arme von 90mm Höhe in der Nabe. Sie erhielte nach (148) die Armzahl $\mathfrak{A} = 6$ *und die Armhöhe* $h = 6 + \frac{228}{4} + \frac{1}{10}\frac{1367}{6} = 6 + 57 + 23 = 86^{mm}$.

2. Beispiel. Bei $R = 860^{mm}$ *und* $b = 144^{mm}$ *erhalten wir* $\mathfrak{A} = 4$, $h = 6 + \frac{144}{4} + \frac{1}{10}\frac{360}{4} = 6 + 36 + 9 = 51^{mm}$, *bei der Anwendung von 6 Armen aber* $h = 6 + 36 + 6 = 48^{mm}$, *was mit einer vorliegenden Ausführung übereinstimmt.*

Verzeichnung der Speichenprofile. a. Gerade Speichen, Fig. 420. Ziehe den Durchmesser EOC, mache $ab = cC = Cd = {}^2/_3 h$ und ziehe die Geraden ac und bd, so liefern diese links und rechts von OE die Speichenbegrenzungen, welche an Kranz und Nabe weich überzuführen sind. b. Einfach gebogene Speichen, Fig. 421. C sei gefunden, wie oben angegeben wurde, so ziehe man die Gerade

Fig. 420.

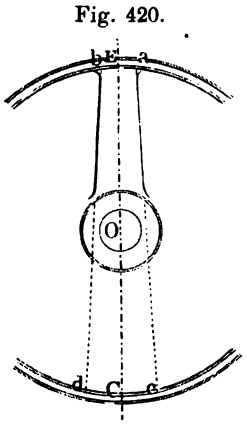
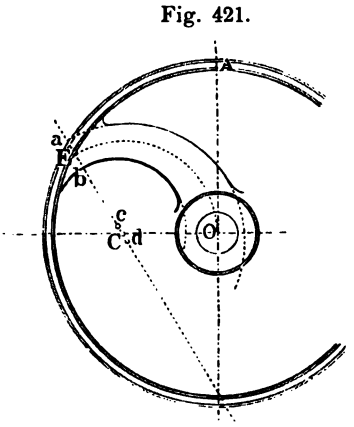


Fig. 421.



ad, mache $aE = Eb = \frac{h}{3}$, und $Cc = Cd = \frac{h}{6}$, so ist c der Mit-

telpunkt und cb der Halbmesser für die innere Speichenbegrenzung, während d der Mittelpunkt und da der Halbmesser für die äussere Begrenzung der Speiche ist.

§. 167.

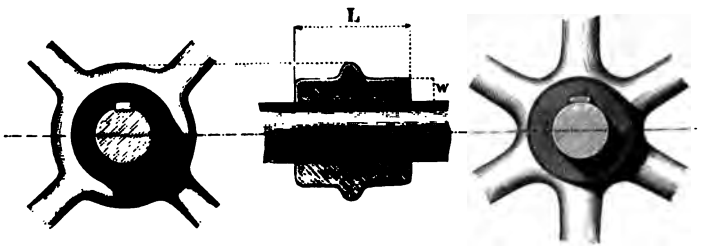
Die Nabe der Riemscheibe.

Die Rollen-Nabe wird cylindrisch und mit weicher Ineinanderführung der Speichenansätze ausgeführt. Man nehme für die Nabenwanddicke bei der Wellendicke d:

$$w = 10 + \frac{d}{6} + \frac{R}{50} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (150)$$

und die Nabenlänge L nicht unter $2{,}5\,w$; doch wird dieses Maass häufig der Bequemlichkeit halber bis auf B erhöht; dieses ist namentlich zweckmässig, wenn die Rolle als Losscheibe gebraucht wird.

Fig. 422.



1. Beispiel. Die Rolle in dem Beispiel des vorigen Paragraphen hat eine 60mm dicke Welle. Sie bekommt daher nach (150) eine Nabe von $10 + \frac{60}{6} + \frac{360}{50} = 10 + 10 + 7 = 27$*mm Wanddicke und 2,5 . 27* $\sim$ *67mm Länge.*

Die Naben der Losscheiben dürfen auf geringere Wanddicke abgedreht werden; häufig gibt man ihnen eine Ausbüchsung aus Bronze oder Weissmetall. Die Befestigungskeile sind bei den Riemscheiben das, was wir früher Torsionskeile nannten, s. §. 90, und sind für leichtere Scheiben als Hohlkeile, für stärker beanspruchte als flach aufgelegte, für die stärksten als Versenkkeile auszuführen, wobei wieder die Keilbreite

die Keildicke:

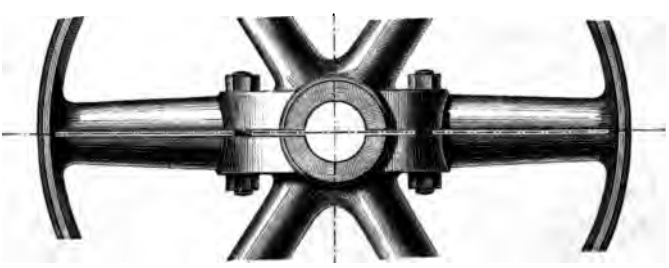
$$\left.\begin{aligned} s &= 4 + \frac{d}{5} \\ s_1 &= 4 + \frac{d}{10} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (151)$$

und der Anzug $= {}^1/_{100}$ bis ${}^1/_{200}$ genommen werden kann.

2. Beispiel. Obige Scheibe erhält nach (151) einen Keil von der Dicke $s = 4 + \frac{60}{5} = 16^{mm}$, *und der Dicke* $s_1 = 4 + \frac{60}{10} = 10^{mm}$.

Vielfach führt man in neuerer Zeit die Riemscheiben, namentlich die für kleinere Kraftabgaben, **gehälftet aus**, vergl. Fig. 423, um sie leicht auf die Wellen setzen zu können.

Fig. 423.



Man kann bei solchen häufig den Befestigungskeil ganz entbehren, indem man die Nabe mit den Verbindungsschrauben genügend fest auf die Welle klemmen kann. Die Scheibenhälften werden am Kranz verbunden gegossen und nach dem Ab- und Ausdrehen erst auseinander gesprengt, nachdem man die Sprengfuge durch kleine Bohrungen vorbereitet hat. Lässt man die Nabe beim Ausdrehen eine Spur enger als die Wellendicke angibt, so gelingt das Festklemmen leicht. Die Armhälften an der Trennungsfuge werden jede beinahe so stark construirt wie ein ganzer Arm *).

*) Ueber die sogenannte Keilnabe für Riemscheiben, eine Nabe mit dreitheiligem, als Keilstück dienenden konischem Einsatz siehe Constr.-Lehre f. d. Maschinenbau S. 590.

§. 168.

Tabelle über die Gewichte der Riemscheiben.

Die Gewichte der Rollen lassen sich nur annähernd allgemein vorausberechnen, da die Nabenhöhlung von der Welle abhängt, auch die Freiheit in der Wahl gerader oder gebogener Speichen kleine Unterschiede bei sonst gleichgrossen Rollen hervorruft. Im Durchschnitt wird das Gewicht G einer nach den obigen Regeln entworfenen Riemscheibe gut ausgedrückt durch die Formel:

$$G = \left[4{,}73\,\frac{R}{b} + 0{,}44\left(\frac{R}{b}\right)^2 + 0{,}09\left(\frac{R}{b}\right)^3\right] b^3 \quad . \quad . \quad (152)$$

wobei R und b in Decimetern einzusetzen sind. Nach dieser Formel ist die folgende Tabelle berechnet.

$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$	$\frac{R}{b}$	$\frac{G}{b^3}$
1	5,26	2,5	15,98	5,0	45,00	8,25	119,51
1,1	5,86	2,6	16,85	5,2	49,15	8,70	129,47
1,2	6,47	2,7	17,75	5,4	52,54	8,75	135,37
1,3	7,09	2,8	18,67	5,6	56,09	9,00	143,82
1,4	7,73	2,9	19,61	5,8	59,80	9,25	152,63
1,5	8,39	3,0	20,58	6,0	63,66	9,50	161,82
1,6	9,06	3,2	22,59	6,2	97,69	9,75	171,36
1,7	9,75	3,4	24,71	6,4	71,88	10,00	181,30
1,8	10,46	3,6	26,92	6,6	76,26	10,25	191,63
1,9	11,19	3,8	29,27	6,8	80,81	10,50	202,63
2,0	12,66	4,0	31,72	7,0	85,54	11,0	225,06
2,1	12,71	4,2	34,30	7,25	91,72	11,5	249,46
2,2	13,49	4,4	37,00	7,50	98,19	12,0	275,64
2,3	14,30	4,6	39,83	7,75	104,98	12,5	298,93
2,4	15,13	4,8	42,79	8,00	112,08	13,0	333,58

Beispiel. Für die grössere Rolle aus Beispiel 1, §. 162 fand sich $\frac{R}{b} = \frac{520}{120} = 4{,}33$, *und* $b = 120^{mm} = 1{,}2$ *Decimeter. Nach Spalte 4,*

Zeile 12 bis 13 wird daher das ungefähre Gewicht der Riemscheibe $G = \frac{34{,}30 + 37{,}00}{2} \cdot 1{,}2^3 = 1{,}728 \cdot 35{,}56 = 61{,}45^k$. *Die kleinere Rolle erhielt 260mm Durchmesser; mithin ist für dieselbe* $\frac{R}{b} = \frac{260}{120} = 2{,}17$, *und ihr Gewicht nach Spalte 2, Zeile 12 bis 13:*

$$G = \frac{12{,}71 + 13{,}49}{2} \cdot 1{,}2^3 = 13{,}1 \cdot 1{,}728 = 22{,}64^k.$$

XIII. DER DRAHTSEILTRIEB.

§. 169.

Anordnung des Drahtseiltriebes.

Der Drahtseiltrieb, erfunden gegen 1850 von den Brüdern Hirn*), bezweckt die Fortleitung von Triebkräften auf grosse Entfernungen, die bis zu 1000m und darüber gehen können, ohne dass erhebliche Kraftverluste stattfinden. Er beruht der Hauptsache nach auf denselben Grundsätzen, wie der Riementrieb, indem er nichts anderes ist als ein, meist schnelllaufender Rollentrieb, bei welchem statt des Riemens ein schlaff auf den Rollen hängendes, sich durch sein eigenes Gewicht spannendes Drahtseil angewandt wird.

Die beiden Hauptrollen eines einfachen Seiltriebes erhalten durchgängig parallele Achsen, sowie eine gemeinschaftliche Mittelebene, so dass Selbstleitung des Seiles entsteht. Gewöhnlich liegen ausserdem die Rollenachsen des einfachen Seiltriebes auch noch in einer wagerechten Ebene, wobei der Seiltrieb ein horizontaler heisst; ist die Ebene der Achsen geneigt gegen die Bodenfläche, so wird der Seiltrieb ein schiefer genannt; senkrechte Seiltriebe sind wenig gebräuchlich. Ein Seiltrieb, bei welchem die getriebene Rolle die übertragene Kraft behufs der Fortleitung wieder an eine treibende abgibt, heisst ein zusammengesetzter Seiltrieb. Bei dem einfachen Seiltrieb werden die Triebrollen in der Regel von gleicher Grösse gemacht.

---

*) Und zuerst angewandt für 42 Pferdestärken bei 60minutlichen Umdrehungen der Rollen und 85m Abstand derselben.

Damit das Treibseil bei nicht ausreichender Höhe über dem Boden diesen nicht streife, müssen demselben bei den grösseren Rollenabständen Tragrollen untergestellt werden, welche bei ganz kleinem Rollenstand auch als Spannrollen dienen können. Die Schiefstellung der Tragrollen ermöglicht auch die Seil-Leitung für winklig und geschränkt stehende Triebrollen-Achsen, ohne dass indessen hiervon bis jetzt viel Gebrauch gemacht worden wäre. Für bedeutende Ablenkungen ist auch die Einschaltung liegender Leitrollen zwischen nahbenachbarte stehende, oder aber die Anwendung eines zusammengesetzten Seiltriebes mit eingeschalteten Winkelrädern besser geeignet.

Als untere Grenze für den Triebrollenstand möchte die Grösse von 15 bis 20 Meter anzusehen sein; die Abstände der etwaigen Tragrollen richten sich nach der Lage des Seiles über dem Boden und der Zugänglichkeit des letzteren.

§. 170.

Das Treibseil und seine Anspannungen.

Die gewöhnlichen Treibseile sind 36drähtige runde Eisendrahtseile, aus 6 Litzen von je 6 Drähten bestehend, welche um eine Hanfseele herumgelegt sind, und selbst jede eine dünne Hanfseele enthalten, Fig. 424. Will man das Seil verstärken, so kann

Fig. 424.

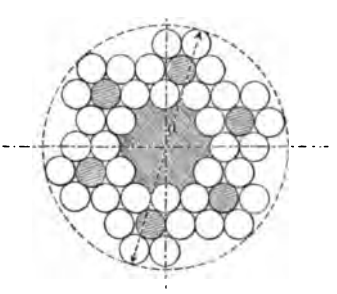
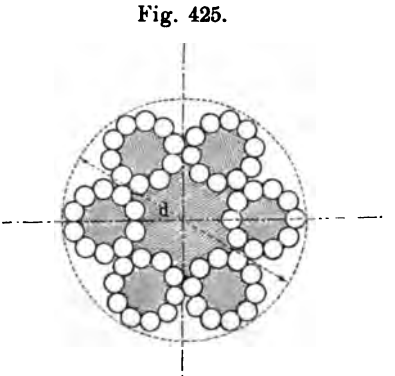


Fig. 425.



man, wie es scheint ohne Nachtheil, statt der mittleren Hanflitze auch noch eine 6drähtige Seillitze anbringen. Ja Einzelne wollen

auch die Hanfseelen der einzelnen Litzen noch durch Drähte ersetzt wissen, indem sie dadurch das beim Zerreiben der Hanfeinlage entstehende Schlaffwerden des Seiles verhüten wollen. Entschieden ist noch nicht über die Zulässigkeit dieser Einrichtung, welche das Seil unelastischer macht; doch steht so viel fest, dass man zu jenen Hanfseelen das beste, nicht wie früher Gewohnheit war, das schlechteste Material nehmen soll. Die Drähte drängen sich so eng als möglich zusammen, so zwar, dass das fertige Seil fast ganz genau die 8fache *) Drahtdicke zum Durchmesser erhält.

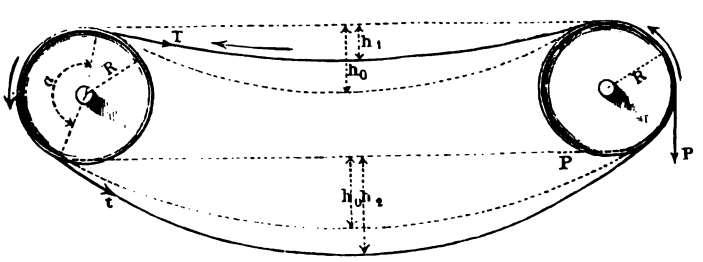
Für noch grössere Drahtzahlen werden ebenfalls vorzugsweise 6litzige Seile angewandt (so dass also die Gesammtzahl durch 6 aufgehen muss) und dabei in den einzelnen Litzen die Drähte um eine Hanfseele herum geordnet; die Litzen selbst liegen dann wieder um eine Hanfseele herum. Man bedient sich ausser den obigen Drahtzahlen der Zahlen 48, 54, 60, 66, 72 u. s. w.; doch ist man keineswegs an die Sechslitzigkeit des Seiles gebunden. Ein 60drähtiges Seil stellt Fig. 425 (a. vor. S.) im Durchschnitt dar; man erkennt daran die Construktion deutlich. Bei derselben hat man für den äusseren Seildurchmesser d bei der Drahtdicke δ:

wenn die Drahtzahl $i =$ 36 48 54 60 66 72

$$\frac{d}{\delta} = 8{,}00 \quad 10{,}25 \quad 11{,}33 \quad 12{,}80 \quad 13{,}25 \quad 14{,}20.$$

Hinsichtlich der Anspannungen T und t des führenden und geführten Seiltrumes, Fig. 426, ist die Formel (133) anzuwenden,

Fig. 426.



*) Bei Annahme vollständigen Schlusses der Drähte nicht die 10fache, wie es in der Construktionslehre §. 237 angegeben ist, wo ein lockeres Aufeinanderliegen der Drähte vorausgesetzt wurde. Diese Zifferänderung bringt keine wesentliche Aenderung in den dortigen Angaben hervor, da sich die Angaben für den Rollenhalbmesser doch stets schliesslich auf die Drahtdicke beziehen, für welche dort stets $\frac{d}{10}$ zu nehmen ist.

in welcher zu setzen ist:

$$u = \frac{f_1 D}{2 R},$$

wenn f_1 wieder den Coëfficienten der Zapfenreibung, D den Zapfendurchmesser, R den Rollenhalbmesser bezeichnet. Die Seilsteifigkeit wirkt in u nicht mit, indem sie bei den zu wählenden Verhältnissen so klein ist, dass sie nur ganz unmerklich auftritt. Im Mittel wird $\frac{D}{R} = \frac{1}{16}$; setzt man noch $f_1 = 0{,}1$, so wird:

$$u = 0{,}003.$$

Hiermit bei $f = 0{,}24$ und $\alpha = \pi$ die Gleichung (133) aufgelöst, gibt für die mindestens nothwendigen Anspannungen der Seiltrümer:

$$\frac{t}{P} = 0{,}97,\ \frac{T}{P} = 2{,}02,\ \frac{T+t}{P} = 2{,}99,\ \frac{t}{T} = 0{,}48 \ldots \quad (153)$$

wofür wir nehmen:

$$\frac{t}{P} = 1,\ \frac{T}{P} = 2,\ \frac{T+t}{P} = 3,\ \frac{T}{t} = \frac{1}{2} \ldots \ldots \quad (154)$$

Bemerkung. Der in §. 160 erwähnte Gleitungsverlust beträgt beim einfachen Seiltrieb durchschnittlich noch nicht $\frac{1}{50}$ Procent, ist also vernachlässigbar.

§. 171.

Berechnung der Seildicke und Triebrollengrösse.

Für ein i-drähtiges Eisendraht-Treibseil machen wir nun die durch den Zug T im führenden Seiltrum hervorgerufene Dehnungs-Spannung $\mathfrak{S}_1$ in den Drähten: $\mathfrak{S}_1 < 18^k$, und haben zu nehmen:

1. Wenn an der Seilscheibe ein Umfangswiderstand P wirkt, die Drahtdicke:

$$\delta = 1{,}60 \sqrt{\frac{1}{i}} \sqrt{\frac{P}{\mathfrak{S}_1}} \ldots \ldots \quad (155)$$

2. wenn N Pferdestärken bei v^m Umfangs- oder Seilgeschwindigkeit übertragen werden sollen:

$$\delta = 13{,}86 \sqrt{\frac{1}{i}} \sqrt{\frac{N}{\mathfrak{S}_1 v}} \ldots \ldots \quad (156)$$

wobei v nicht über 30 bis 32^m betragen darf;

3. wenn N Pferdestärken bei n minutlichen Umdrehungen der Rollen übertragen werden sollen:

$$\delta = 1349 \sqrt{\frac{1}{i}} \sqrt{\frac{N}{\mathfrak{S}_1 R n}} \quad \ldots\ldots (157)$$

4. wenn noch $s = 18 - \mathfrak{S}_1$ die durch das Biegen des Seiles um die Rollen in den Drähten entstehende Biegungsspannung bezeichnet, und ein statisches Moment (PR) der Drehung der getriebenen Rolle entgegenwirkt:

$$\delta = 0{,}0634 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{\mathfrak{S}_1} (PR)} \quad \ldots (158)$$

5. oder endlich, wenn statt des Momentes (PR) wieder N und n gegeben sind:

$$\delta = 5{,}67 \sqrt[3]{\frac{1}{i}} \sqrt[3]{\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n}} \quad \ldots\ldots (159)$$

Dabei ist sorgfältig darauf zu achten, dass der Rollenhalbmesser R im Verhältniss zur Drahtdicke nicht kleiner gewählt werde, als:

$$\frac{R}{\delta} = \frac{10000}{s} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (160)$$

Diese letzte Formel hat folgende Ergebnisse:

$\mathfrak{S}_1$	s	$\frac{R}{\delta}$	$\mathfrak{S}_1$	s	$\frac{R}{d}$
0,5	17,5	571	9	9	1111
1	17	588	10	8	1250
2	16	625	11	7	1429
3	15	667	12	6	1667
4	14	714	13	5	2000
5	13	769	14	4	2500
6	12	833	15	3	3333
7	11	909	16	2	5000
8	10	1000	17	1	10000

Den im Zahlenwerth kleinsten Rollenhalbmesser bei constanter Summe $\mathfrak{S}_1 + s$ erzielt man, wenn man $\frac{s}{\mathfrak{S}_1} = 2$ nimmt. Dies ent-

spricht unseren Werthen $\mathfrak{S}_1 = 6$, $s = 12$, $\frac{R}{\delta} = 833$; in der Nähe dieser Werthe fällt die numerische Grösse von R wenig verschieden von ihrem Minimum aus. R grösser als nöthig zu nehmen (vielleicht wegen vorhandenen Modelles) ist unschädlich.

§. 172.

Tabelle über die Drahtdicke der Triebseile.

Die erstere der beiden folgenden Tabellen ist nach Formel (155) bis (157), die andere nach (158) und (159) berechnet; um unbequeme Zahlen zu vermeiden, wurde aus (147) $1000 \frac{N}{\mathfrak{S}_1 Rn}$ anstatt $\frac{N}{\mathfrak{S}_1 Rn}$ entwickelt.

Drahtdicke δ bei der Drahtzahl					$\frac{P}{\mathfrak{S}_1}$	$\frac{N}{\mathfrak{S}_1 v}$	$\frac{1000 N}{\mathfrak{S}_1 Rn}$
$i = 36$	$i = 42$	$i = 48$	$i = 60$	$i = 72$			
0,5	0,46	0,43	0,39	0,35	3,52	0,047	0,005
0,6	0,55	0,52	0,46	0,42	5,06	0,068	0,007
0,7	0,65	0,61	0,54	0,49	6,89	0,092	0,010
0,8	0,74	0,69	0,62	0,57	9,00	0,121	0,013
0,9	0,83	0,78	0,70	0,64	11,39	0,153	0,016
1,0	0,92	0,87	0,77	0,71	14,06	0,188	0,020
1,2	1,11	1,04	0,93	0,85	20,25	0,279	0,028
1,4	1,29	1,21	1,08	0,99	27,56	0,369	0,039
1,6	1,48	1,39	1,24	1,13	36,00	0,482	0,051
1,8	1,66	1,56	1,39	1,27	45,56	0,610	0,064
2,0	1,85	1,73	1,55	1,41	56,25	0,753	0,079
2,2	2,03	1,91	1,70	1,26	86,06	0,912	0,096
2,4	2,22	2,08	1,86	1,70	81,00	1,085	0,114
2,6	2,40	2,25	2,01	1,84	95,06	1,273	0,134
2,8	2,59	2,42	2,17	1,98	10,25	1,477	0,155
3,0	2,77	2,60	2,32	2,12	126,56	1,700	0,178

Drahtdicken unter 0,5^{mm} und viel über 2^{mm} werden in Treibseilen nicht gerne benutzt. Die zweite bis fünfte Spalte in dieser wie in der folgenden Tabelle geben die Drahtdicken bis auf Hundertelmillimeter an, eine Folge der Umrechnung der betreffenden Werthe aus denen der ersten Spalte; es versteht sich von selbst, dass für praktische Ausführungen jene Zahlen auf alle Fälle abzurunden sind. Die Qualität des zu Triebseilen zu benutzenden Eisendrahtes muss sehr sorgfältig gewählt werden, um den Seilen eine grosse Dauer zu verschaffen. Am besten eignet sich Draht aus schwedischem Eisen, indem derselbe eine besonders grosse Zähigkeit bei übrigens recht grosser Festigkeit besitzt. Seilfabrikanten haben namentlich darauf zu sehen, dass die einzelnen Drahtadern recht lang sind, damit möglichst wenig Stossfugen in den Drähten anzubringen sind. Stahldraht ist nicht so zweckmässig als Eisendraht zu Triebseilen befunden worden.

Drahtdicke δ bei der Drahtzahl					$\frac{s}{\mathfrak{S}_1}(PR)$	$\frac{s}{\mathfrak{S}_1}\frac{N}{n}$
$i = 36$	$i = 42$	$i = 48$	$i = 60$	$i = 72$		
0,5	0,47	0,45	0,42	0,40	17 658	0,025
0,6	0,57	0,55	0,51	0,48	30 513	0,043
0,7	0,66	0,64	0,59	0,56	48 454	0,068
0,8	0,76	0,73	0,67	0,63	72 328	0,101
0,9	0,85	0,82	0,76	0,71	102 982	0,144
1,0	0,95	0,91	0,84	0,79	141 265	0,197
1,2	1,14	1,09	1,01	0,95	244 106	0,341
1,4	1,33	1,27	1,18	1,11	387 631	0,542
1,6	1,52	1,45	1,35	1,27	578 621	0,894
1,8	1,71	1,64	1,52	1,43	823 857	1,152
2,0	1,91	1,82	1,69	1,59	1130 120	1,580
2,2	2,09	2,00	1,86	1,75	1504 190	2,103
2,4	2,28	2,18	2,02	1,90	1952 847	2,730
2,6	2,47	2,36	2,19	2,06	2482 874	3,471
2,8	2,66	2,54	2,36	2,22	3101 049	4,335
3,0	2,85	2,73	2,53	2,38	3814 155	5,332

Bemerkung (vergl. §. 162). In Formel (155) bis (157) ist der Rollenhalbmesser R als bekannt vorausgesetzt; die von jenen

Formeln gelieferten Werthe von δ sind aus diesem Grunde nur dann brauchbar, wenn das sich schliesslich ergebende Verhältniss von $\frac{R}{\delta}$ nicht solche Werthe für die Spannung s liefert, welche zu $\mathfrak{S}_1$ hinzugefügt, 18^k übersteigen. In diesem Falle ist die Rechnung mit einem grösseren Werthe von R zu wiederholen. (Siehe übrigens §. 174.) — Um Gebrauch von den gegebenen Formeln und der vorstehenden Tabelle zu machen, hat man zunächst bei gegebenen Kräften die Spannung $\mathfrak{S}_1$ zu wählen. Dieses geschieht unter Berücksichtigung dessen, was im folgenden Paragraphen gesagt ist, und möge in den nachstehenden Beispielen als abgemacht betrachtet werden.

1. Beispiel. Man will mittelst 3^m hoher Seilscheiben 250^k Umfangskraft übertragen; wie dick sind die Drähte eines 36drähtigen Seiles zu nehmen? Macht man $\mathfrak{S}_1 = 7^k$, so ist $\frac{P}{\mathfrak{S}_1} = \frac{250}{7} = 35{,}56$, was nach Sp. 6, Z. 9 der ersten Tab. eine Drahtdicke von $1{,}6^{mm}$ erheischt. Dies gibt $\frac{R}{\delta} = \frac{1500}{16} \backsim 937$; nach der aus (160) berechneten Tabelle soll aber bei $\mathfrak{S}_1 = 7$, und $s = 11 : \frac{R}{\delta} \leqq 909$ sein; unsere Annahme ist mithin brauchbar. Hätte man aber $R = 1200^{mm}$ gewählt, so würde man erhalten haben: $\frac{R}{\delta} = \frac{1200}{1{,}6} \backsim 750$, was zu wenig ist, und die Annahme als unstatthaft erweist.

2. Beispiel. Es seien 300 Pferdestärken mit einem Seiltrieb zu übertragen. — Um ein nicht zu dickes Seil zu erhalten, wählen wir die Seilgeschwindigkeit $v = 25^m$; ferner werde $\mathfrak{S}_1 = 8$, also $s = 10$ gewählt. Dann kommt $\frac{N}{\mathfrak{S}_1 v} = \frac{300}{8 \,.\, 25} = 1{,}5$. Die erste Tabelle zeigt in Spalte 7, Zeile 15 den Werth 1,477. Demnach bekäme das sechsunddreissiger Seil $2{,}8^{mm}$ Drahtdicke, das sechsziger $2{,}17^{mm} \backsim 2{,}2^{mm}$ Drahtdicke, was annehmbar erscheint. Es wird nun nach §. 171 zu nehmen sein (wegen $s = 10$) $R = 1000 \,.\, 2{,}2 = 2200^{mm}$, und da $v = \frac{2 R \pi \,.\, n}{60 \,.\, 1000}$, $n = \frac{60 \,.\, 1000 \,.\, 25}{2 \,.\, 2200 \,.\, \pi} = 108{,}4 \backsim 108$.

3. Beispiel. Wieviel Pferdestärken vermag ein 36drähtiges Seil von 2^{mm} Drahtdicke auf 3^m hohen Rollen bei 90 minutlichen Umdrehungen der Rollen zu übertragen? Hier ist $\frac{R}{\delta} = \frac{1500}{2} = 750$, was nach (160) $s = \frac{10000}{750} = 13{,}33^k$, und somit $\mathfrak{S}_1 = 4{,}67^k$ entspricht. Dies liefert, da nach Sp. 8 Z. 11 der ersten Tab. für $\delta = 2^{mm}$ $\frac{1000}{\mathfrak{S}_1 R} \frac{N}{n} = 0{,}079$ ist,

$N = \frac{0{,}079 . n . \mathfrak{S}_1 . R}{1000} = \frac{0{,}079 . 90 . 4{,}67 . 1500}{1000} = 49{,}8$ *Pferdestärken. Scheiben von 2,5m Durchmesser würden ergeben haben* $\frac{R}{\delta} = \frac{1250}{2} = 625$, *oder* $s = 16^k$, $\mathfrak{S}_1 = 2^k$; *mithin* $N = \frac{0{,}079 . 90 . 2 . 1250}{1000} = 17{,}78$ *Pferdestärken.*

4. Beispiel. An der getriebenen Welle eines Seiltriebes soll ein Widerstand von 50k an einem Hebelarme von 1000mm fortwährend überwunden werden; welche Drahtdicke erhält ein 36drähtiges Seil bei dem kleinsten zulässigen Rollenhalbmesser? — Wegen des letzteren Umstandes ist nach §. 171 zu wählen $s = 12^k$, $\mathfrak{S}_1 = 6^k$, *sodass* $\frac{s}{\mathfrak{S}_1} PR = 2.50.1000 = 100000$ *wird. Dies liefert nach Spalte 6 Zeile 5 der zweiten Tabelle die Drahtdicke* $\delta = 0{,}9^{mm}$, *sodann nach Tabelle §. 171* $R = 833 . 0{,}9 \backsim 750^{mm}$.

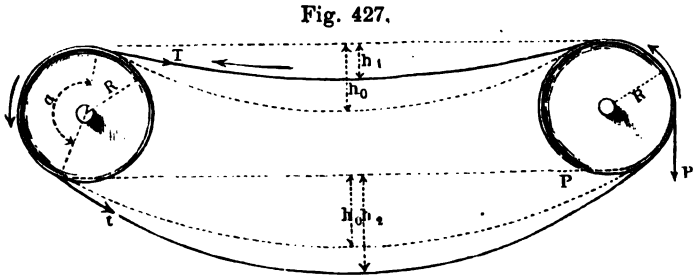
5. Beispiel. Ein Seiltrieb mit 24drähtigem Seile soll 30 Pferdestärken bei 100 minutlichen Umdrehungen übertragen, und sei $\mathfrak{S}_1 = 6^k$ *gewählt, dann wird nach dem obigen* $s = 18 - 6 = 12^k$ *und* $\frac{s}{\mathfrak{S}_1} \frac{N}{n} = \frac{2 . 30}{100} = 0{,}6$ *und daher nach Sp. 7, Z. 8 und 9 der zweiten Tab. die Drahtdicke* $\delta =$ *nahe* $1{,}4^{mm}$. *Für den Rollenhalbmesser hat man dabei nach (160)* $R = 1{,}4 . 833 = 1166^{mm}$, *wofür wir* 1200^{mm} *nehmen würden.*

§. 173.

Die Einsenkungen der Treibseile beim horizontalen Seiltrieb. Tabelle über dieselben.

Damit das Treibseil in seinen beiden Trümern die richtigen Anspannungen T und t erhalte (nicht zu kleine, weil sonst das Seil

Fig. 427.



gleitet, nicht zu grosse, damit es nicht überspannt wird), muss die Einsenkung, welche man den beiden Seiltrümern im Ruhestand verleiht, von einer bestimmten Grösse sein; auch muss man

die Einsenkungen des in Bewegung befindlichen Seiles kennen, um den von dem Seiltrieb beanspruchten Raum ermessen zu können. Die Seilsenkung hängt von der in den Drähten beabsichtigten Dehnungsspannung ab.

Ist A der Rollenstand eines horizontalen Seiltriebes in Meter gemessen,

h die ebenfalls in Meter gemessene Einsenkung des Seiles (und zwar beim führenden Trum h_1, beim geführten h_2, beim ruhenden Seil h_0),

$\mathfrak{S}$ die in demselben hervorgerufene Dehnungsspannung auf den Quadratmillimeter (beim führenden Seiltrum $\mathfrak{S}_1$, beim geführten $\mathfrak{S}_2$, beim ruhenden Seil $\mathfrak{S}_0$),

so ist für das Eisendrahtseil, wenn es eine beliebige Drahtzahl hat:

$$\frac{h}{A} = 0{,}3535\left(160\,\frac{\mathfrak{S}}{A} - \sqrt{\left(160\,\frac{\mathfrak{S}}{A}\right)^2 - 1}\right) \quad . \quad (161)$$

und:

$$\frac{\mathfrak{S}}{A} = 0{,}00877\left(\frac{h}{A} + \frac{A}{8\,h}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (162)$$

Aus dieser Formel ist die auf umstehender Seite folgende Tabelle berechnet. Für erste und vorläufige Annäherungsrechnungen ist mit ziemlicher Annäherung auch:

$$\frac{h}{A} = \frac{1}{912}\,\frac{A}{\mathfrak{S}} \sim \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (163)$$

Man benutzt die umstehende Tabelle, indem man gemäss den in der Aufgabe gegebenen Grössen den Quotienten $\frac{A}{\mathfrak{S}}$ aus dem Rollenstand und der im Seil herschenden Dehnungsspannung bildet, den nächstliegenden Tabellenwerth aufsucht, und mittelst des zugehörigen Werthes von $\frac{h}{A}$ die Senkhöhe h berechnet. Die Spannung $\mathfrak{S}_0$ im ruhenden Seile ist nicht*) das arithmetische Mittel aus $\mathfrak{S}_1$ und $\mathfrak{S}_2$, sondern bestimmt sich aus der Länge der beiden Seiltrümer auf etwas verwickelterem Wege. Der Werth, dessen man bedarf, ist die Senkung h_0 der ruhenden Seiltrümer. Sie ist annähernd:

$$h_0 = \sqrt{\frac{h_2^2 + h_1^2}{2}} \sim 0{,}67\,h_2 + 0{,}28\,h_1 \quad . \quad . \quad (164)$$

*) Wie in der früheren Aufl. des Constr. angenommen wurde.

$=$ und $\| t$, $DE =$ und $\| t_1$, $EF =$ und $\| G$, worauf die Verbindungslinie $FA =$ und $\|$ der gesuchten Kraft Q ist.

Die Tragrollen werden gewöhnlich gerade so construirt wie Kraftrollen für dieselbe Seildicke, und erhalten dann bei Befolgung der Regeln in §. 178 und 179 annähernd folgendes Gewicht:

bei der einfachen Rolle:

$$\frac{G}{d^3} = \left[\left(45 + \frac{36{,}4}{d} + \frac{7{,}22}{d^2}\right)\left(\frac{R}{d}\right) + \left(0{,}33 + \frac{0{,}116}{d} + \frac{0{,}0072}{d^2}\right)\left(\frac{R}{d}\right)^2 + \left(0{,}005 + \frac{0{,}0007}{d}\right)\left(\frac{R}{d}\right)^3\right]. \quad (175)$$

bei der Rolle mit zwei Kimmen, Fig. 199:

$$\frac{G}{d^3} = \left[\left(84 + \frac{66{,}4}{d} + \frac{13{,}30}{d^2}\right)\left(\frac{R}{d}\right) + \left(0{,}33 + \frac{0{,}116}{d} + \frac{0{,}0072}{d^2}\right)\left(\frac{R}{d}\right)^2 + \left(0{,}005 + \frac{0{,}0007}{d}\right)\left(\frac{R}{d}\right)^3\right] \quad (176)$$

wobei R und d in Decimetern einzuführen sind.

1. Beispiel. In dem Beispiel 4, §. 172, fand sich ein 36drähtiges Seil von 0,9mm Drahtdicke, also 8 . 0,9 = 7,2mm Durchmesser, bei einem Rollenhalbmesser $R = 750^{mm}$. Dies gibt $\frac{R}{d} = \frac{750}{7{,}2} = 104$. Für eine einkimmige Rolle ergibt sich daher nach (175) das Gewicht $G = 0{,}072^3[(45 + 13{,}89 . 36{,}4 + 13{,}89^2 . 7{,}22)\, 104 + (0{,}33 + 13{,}89 . 0{,}116 + 13{,}89^2 . 0{,}0072)\, 104^2 + (0{,}005 + 13{,}89 . 0{,}0007)\, 104^3]$ *= nahe* 95^k.

2. Beispiel. Für den 300pferdigen Seiltrieb aus dem zweiten Beispiel §. 172 fand sich $\delta = 2{,}25^{mm}$, *also nach §. 170, da das Seil zu 60 Drähten berechnet wurde,* $d = 12{,}8 . 2{,}2 \sim 28^{mm}$, $R = 2200$, $\frac{R}{d}$ *also* $= \frac{2200}{28} = 79$. *Die zweikimmige Zwischenrolle hierfür erhält nach (176) ein Gewicht:* $G = 0{,}28^3[(84 + 3{,}57 . 66{,}4 + 3{,}57^2 . 13{,}30)\, 79 + (0{,}33 + 3{,}57 . 0{,}116 + 3{,}57^2 . 0{,}0072)\, 79^2 + (0{,}005 + 3{,}57 . 0{,}0007)\, 79^3]$ *= nahe* 1050^k.

Für grosse Rollen bei beträchtlicher Seildicke wird, wie das letzte Beispiel zeigt, das Tragrollengewicht schon recht gross; es ist deshalb zu begreifen, dass man durch Anwendung der Spannstangen-Construction (System der „hängenden" Räder) einen leichteren Bau zu erzielen gesucht hat. Eine danach construirte Zwischenrolle ist in Fig. 446 skizzirt; obiges Rad fällt dabei um etwa ein Viertel leichter aus, als wir es fanden. Aus Eisenblech hergestellte Seilrollen sind unter anderem in Schweden, wo der Seiltrieb bereits festen Fuss gefasst hat, mit Vortheil zur Anwendung gekommen*).

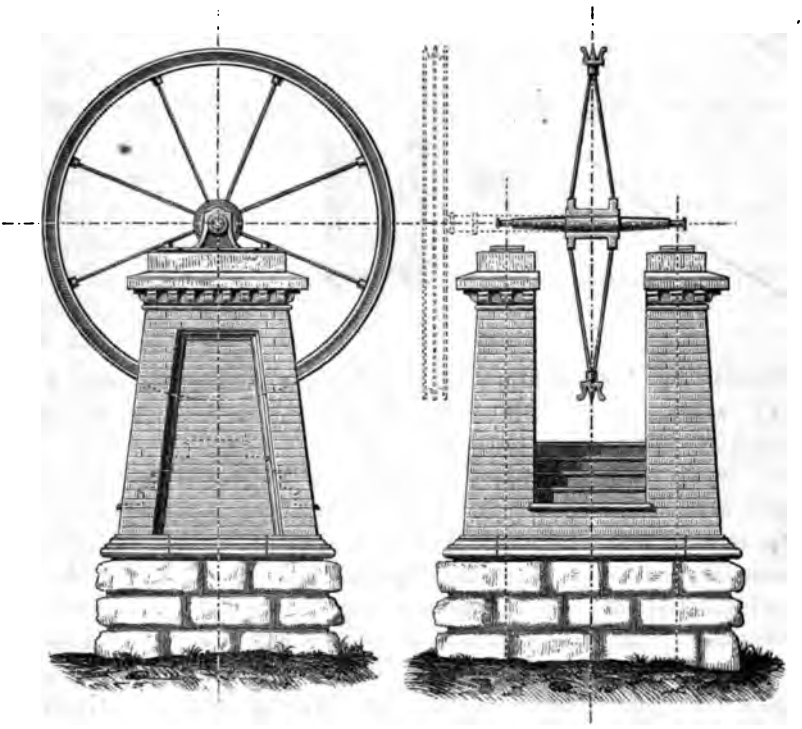
*) Vergl. Zeitschr. d. V. deutscher Ingenieure 1868, S. 591.

§. 183.

Pfeiler für die Tragstationen.

In Fig. 446 ist eine Tragstation für die Tragrolle eines zusammengesetzten Seiltriebes skizzirt. Das Gestelle wird am besten nicht aus Holz, sondern aus Ziegeln oder anderem Mauerwerk her-

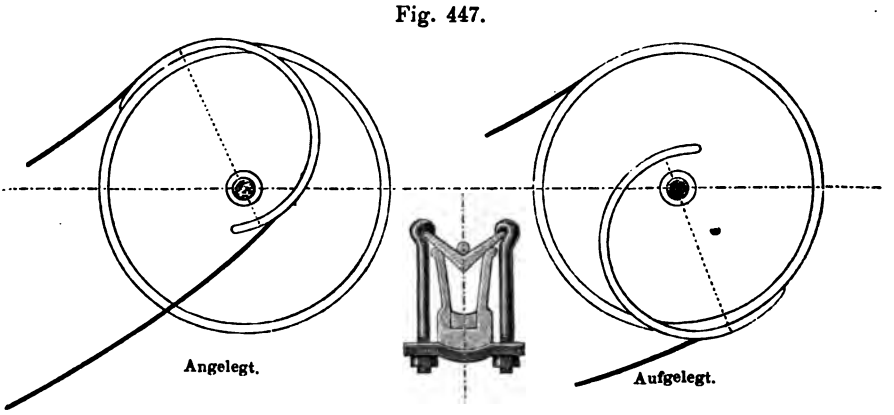
Fig. 446.



gestellt, die Lagerung entweder, wie hier angedeutet, mit niedrigen Bocklagern, oder aber, namentlich wenn der Pfeiler ohnedies schon sehr hoch ausfällt, unter Anwendung eines Bocklagerstuhles nach Fig. 348 bis 350 ausgeführt. Die Sohlplatten der beiden Lager werden mit vier kräftigen Ankern, welche in die Tiefe der Pfeilergründung hinabgreifen, festgeschraubt. Der Achse gebe man eine Länge = dem Rollenhalbmesser R zwischen den Zapfenmitteln. Bei zweirolligen Stationen wird der Pfeiler sehr tief ge-

schlitzt, und die obere Rolle am praktischsten auf einen eisernen Lagerstuhl gelagert. In einzelnen Fällen hat man die Tragrollen auch fliegend laufend angebracht, wie die Punktirung in der Vorderansicht Fig. 446 andeutet. Dies ist namentlich für das Auflegen eines neuen Seiles bequem. Bei der letzteren Operation bedient sich Ingenieur Ziegler sehr geschickt eines improvisirten (aus

Fig. 447.



Winkeleisen hergestellten) Herland'schen Auflegers, siehe Fig. 447, welcher in die Rinne der einen Rolle mit Hakenschrauben befestigt wird.

Wenn in dem ganzen vorstehenden Kapitel stets angenommen wurde, dass die beiden Kraftrollen gleich gross seien, so ist damit nicht ausgesprochen, dass man sich auf dieses Verhältniss einschränken soll. Manchmal möchte man in der That durch wichtige Gründe zur Anwendung von Uebersetzung im Seiltrieb veranlasst sein. Man ermittele in solchen Fällen nur die Seildicke und Rollengrösse bei der kleineren der beiden Kraftrollen, und halte überhaupt durchweg fest, dass eine genügende Grösse der Rolle den wesentlichsten Antheil an der Güte des Seiltriebes hat.

XII. ZAHNRÄDER.

§. 184.

Anordnung der Zahnräder.

Die geometrischen Achsen der Zahnräder kommen in denselben vier Hauptstellungen vor, welche bei den Riemscheiben, §. 157, angeführt wurden; auch erhalten die Räder je nach der Achsenstellung verschiedene Grundformen und Anordnungen.

Die Räder für parallele Achsen erhalten eine cylindrische Grundform (Stirnräder), die für schneidende Achsen eine kegelförmige (Kegelräder, Winkelräder), die für geschränkte Achsen eine cylindrische oder konoidische (hyperboloidische). Die Radzähne erhalten entweder gerade in der Erzeugenden der Grundfigur liegende Achsen, was der am meisten gebräuchliche Fall ist, oder die Zahnachsen werden schraubenförmig gewunden (Schraubenräder), wobei die Grundform des Rades irgend eine der vorhin angegebenen ist. Soll die Uebertragung der Bewegung ohne Aenderung des Bewegungsgesetzes stattfinden, so werden die Grundformen der Räder Drehungskörper zu ihren geometrischen Achsen, und diese einfachen Räderarten sind es, welche hier behandelt werden sollen.

A. Die Verzahnung der Stirnräder.

§. 185.

Allgemeines über Material und Form der Zähne der Stirnräder.

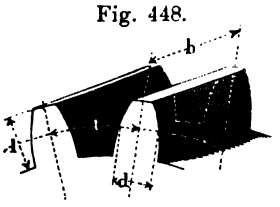
Bei den Stirnrädern können die Zahnformen so gewählt werden, dass Räder von gleicher Theilung stets richtig miteinander arbeiten. Räder von diesen Zahnform-Eigenschaften heissen Satzräder, diejenigen hingegen, welchen die genannte Eigenschaft fehlt, Einzelräder.

In jedem Räderpaar heissen zwei den verschiedenen Rädern angehörige, aus den Radmittelpunkten beschriebene Kreise, welche in jedem Augenblick gleiche Umfangsgeschwindigkeit haben, Verhältnisskreise. Die berührenden Verhältnisskreise eines cylindrischen Stirnräderpaares heissen dessen Theilkreise. Auf ihnen wird die Zahntheilung, d. i. die Entfernung der Mittelebenen zweier benachbarten Zähne abgetragen. Die Zahnachse liegt bei den geradzähnigen Stirnrädern, von welchen hier vorerst nur die Rede sein soll, im Theilkreiscylinder.

Die Stirnradzähne werden prismatisch geformt; dabei heissen die Grundflächen der Zahnprismen die Endflächen der Zähne, der über den Theilkreiscylinder hervorragende Theil des Zahnes der Zahnkopf, der andere Theil der Zahnfuss, die obere Fläche des Zahnkopfes ist der Zahnscheitel, die untere des Zahnfusses die Sohle oder Wurzel des Zahnes; die Zahnsohlen stehen in der Regel auf dem Radboden auf. Die Flächen, welche die Zahnsohle mit dem Zahnscheitel verbinden, heissen die Zahnflanken; in ihrer Formgebung insbesondere besteht das, was man die Verzahnung der Räder nennt. Der Raum zwischen zwei benachbarten Zähnen heisst die Zahnlücke.

Beim Stirnrad nennt man ferner Zahnlänge, *l* Fig. 448,

Fig. 448.



den Abstand von Zahnsohle und Scheitel, Zahnbreite, *b*, den Abstand der Endflächen des Zahnes, Zahndicke, *d*, die Länge des zwischen die Zahnflanken fallenden Theilkreisbogens, und Lückenweite endlich die Länge des in die Lücke fallenden Bogens des Theilkreises. Indem man die Lückenweite grösser macht als die Zahndicke, und die Kopflänge der Zähne kleiner als die Fusslänge, entstehen die Flanken- und Scheitelspielräume zwischen den Zähnen.

Bei der Anfertigung der Zahnräder muss den Zahnformen besondere Sorgfalt gewidmet werden, wenn der Gang der Räder befriedigend ausfallen soll. Am allerwichtigsten ist hierbei, auf die Genauigkeit der Theilung sein Augenmerk zu richten; Fehler in den Zahnformen sind lange nicht so störend, als Fehler in der Theilung. Die Benutzung der Theilmaschinen resp. Räderschneidemaschinen zur Zahnräderfertigung erhöht daher die Zuverlässigkeit der gelieferten Räder auf jeden Fall. Die Anwendung solcher

Maschinen verbreitet sich bei uns jetzt mehr und mehr, was sehr erfreulich ist. Die Wechselräder der Drehbänke sollte man eigentlich nicht anders, als mit Maschinentheilung anwenden, da die Fehler der bloss gegossenen Räder bei jeder zu schneidenden Schraube sich nachtheilig merkbar machen. Noch schlimmer wirken diese Fehler, wenn man Schraubenräder (siehe unten §. 203) auf solchen Bänken schneiden will. Der sanfte stossfreie Gang, der bei diesen Rädern sonst leicht zu erzielen ist, wird durch die Fehler wieder sehr beeinträchtigt. Bei der Wahl der Zahnform, welche in einer Maschinenbauanstalt durchweg, oder für jede bestimmte Klasse von Rädern einzeln gebraucht werden soll, empfiehlt es sich, alle Umstände sehr genau zu erwägen, ehe man sich entschliesst, da von derselben so vieles abhängt. Im Folgenden sind deshalb Anhalt- und Beurtheilungspunkte mit Sorgfalt zusammengestellt.

§. 186.

Theilkreishalbmesser. Peripheriemaasstab.

Bei einer Theilung t und einer Zähnezahl $\mathfrak{Z}$ eines Rades hat man für den Theilkreishalbmesser R:

$$\frac{R}{t} = \frac{\mathfrak{Z}}{2\pi} = 0{,}15915\,\mathfrak{Z} \quad \ldots\ldots \quad (177)$$

Der Halbmesser, welchen man mittelst dieser Formel erhält, ist wegen der Zahl π stets irrational, so dass bei abgerundeter Grösse der Theilung R immer einen Bruch bei sich führen wird. Zur Erleichterung der bezüglichen Rechnung dient indessen die nach (177) berechnete Tabelle des folgenden Paragraphen. Will man die Irrationalität von R vermeiden, so wähle man die Stufen der Theilungen nicht nach einfachen Bruchtheilen oder Vielfachen der Maasseinheit (Millimeter, Linien etc.), sondern nach einfachen Bruchtheilen oder Vielfachen des πfachen der Maasseinheit, ein Verfahren, welches in vielen Maschinenbauanstalten gebräuchlich ist. Geht t durch π Maasseinheiten einfach auf, so liefert die obige Gleichung:

$$R = \frac{\mathfrak{Z}}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (178)$$

stets einen rationalen Werth für R. Der Quotient $\frac{t}{\pi}$ heisst auch wohl die Stichzahl des Rades.

Hat z. B. ein 24zähniges Rad eine Theilung von $6 \times 3{,}14 \ldots$ Millimeter, so wird nach (177) sein Theilkreishalbmesser $R = \frac{24}{2} . 6 = 72^{mm}$; *hat ein (nach preussischem Maass construirtes) Rad eine Theilung von* $3 \times 3{,}14 \ldots$ *Linien oder die Stichzahl 3 bei 30 Zähnen, so wird sein Theilkreishalbmesser R nach* (178) $= \frac{30}{2} . 3 = 45$ *Linien.*

Für das Auftragen der Theilungen und ihrer Bruchtheile bedient man sich sehr bequem des Peripherie-Maasstabes*). Derselbe wird für Metermaass erhalten, indem man die eine Seite eines (prismatischen, hölzernen oder metallenen) Maasstabes in 314 Millimeter und deren Hälften eintheilt, und auf der gegenüberstehenden Seite diese Länge in 100 Theile und deren Hälften getheilt aufträgt. Gleichnumerirte Längen auf beiden Seiten verhalten sich dann wie $1 : \pi$. Der Maasstab dient auch bequem zur Streckung (Rectification) von Kreisen und deren Bögen.

Im Folgenden werden nun stets beide Methoden berücksichtigt, nämlich die, welche die Theilung nach dem gewöhnlichen Maasssystem und rational, also die Halbmesser irrational ausführt, und die, welche die Theilung rational in Einheiten des Peripheriemaasstabes (Peripheriemillimeter, -Linien u. s. w.), und damit die Halbmesser ebenfalls rational, aber im gewöhnlichen Maasssystem, macht. Die auf nebenstehender Seite folgende Tabelle ist nicht zu verwechseln mit der Donkin'schen **), nach dem Ausdruck $\frac{r}{t} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{180^0}{3}\right)}$, welche den Halbmesser eines Kreises liefert, der ein regelmässiges Vieleck von 3 Seiten von der Länge t umschreibt. Dieser Halbmesser ist namentlich bei kleinem 3 verschieden vom Radius R im obigen und gewöhnlichen Sinne. Die Verwechselung beider hat schon viele fehlerhafte Ausführungen hervorgerufen.

*) Derartige Maasstäbe, welche ich vor Jahren in den Uebungen im Maschinen-Construiren im Zürcher Polytechnikum einführte, haben auf meine Veranlassung sehr schön gefertigt und halten vorräthig die Herren Optiker Ernst (Schifflände) und Ulrich (Münsterplatz) in Zürich; auch sind solche aus der Königl. Eisengiesserei in Berlin zu beziehen. Ein solcher Maasstab von 314^{mm} Länge ist gleichzeitig fast ganz genau ein preussischer Fuss, getheilt in Hundertstel und deren Hälften.

**) Siehe u. a. Salzenberg's Vorträge S. 93.

§. 187.

Tabelle über die Theilkreishalbmesser.

3	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,159	0,318	0,477	0,637	0,798	0,955	1,114	1,273	1,432
10	1,59	1,75	1,91	2,07	2,23	2,39	2,55	2,71	2,86	3,02
20	3,18	3,34	3,50	3,66	3,82	3,98	4,14	4,30	4,46	4,62
30	4,77	4,93	5,09	5,25	5,41	5,57	5,73	5,89	6,05	6,21
40	6,37	6,53	6,68	6,84	7,00	7,16	7,32	7,48	7,64	7,80
50	7,96	8,12	8,28	8,43	8,59	8,75	8,91	9,07	9,23	9,39
60	9,55	9,71	9,87	10,03	10,19	10,34	10,50	10,66	10,82	10,98
70	11,14	11,30	11,46	11,62	11,78	11,94	12,10	12,25	12,41	12,57
80	12,73	12,89	13,05	13,21	13,37	13,53	13,69	13,85	14,01	14,16
90	14,32	14,48	14,64	14,80	14,96	15,12	15,28	15,44	15,60	15,76
100	15,92	16,07	16,23	16,39	16,55	16,71	16,87	17,03	17,19	17,35
110	17,51	17,67	17,82	17,98	18,14	18,30	18,46	18,62	18,78	18,94
120	19,10	19,26	19,42	19,58	19,73	19,89	20,05	20,21	20,37	20,53
130	20,69	20,85	21,01	21,17	21,33	21,49	21,64	21,80	21,96	22,12
140	22,28	22,44	22,60	22,76	22,92	23,08	23,24	23,40	23,55	23,71
150	23,87	24,03	24,19	24,35	24,51	24,67	24,83	24,99	25,15	25,30
160	25,46	25,62	25,78	25,94	26,10	26,26	26,42	26,58	26,74	26,90
170	27,06	27,21	27,37	27,53	27,69	27,85	28,01	28,17	28,33	28,49
180	28,65	28,81	28,97	29,12	29,28	29,44	29,60	29,76	29,92	30,08
190	30,24	30,40	30,56	30,72	30,88	31,03	31,19	31,35	31,51	31,67
200	31,83	31,99	32,15	32,31	32,47	32,63	32,78	32,94	33,10	33,26
210	33,42	33,58	33,74	33,90	34,06	34,22	34,38	34,54	34,69	34,85
220	35,01	35,17	35,33	35,49	35,65	35,81	35,97	36,13	36,29	36,45
230	36,60	36,76	36,92	37,08	37,24	37,40	37,56	37,72	37,88	38,04
240	38,20	38,36	38,51	38,67	38,83	38,99	39,15	39,31	39,47	39,63
250	39,79	39,95	40,11	40,26	40,42	40,58	40,74	40,90	41,06	41,22
260	41,38	41,54	41,70	41,86	42,02	42,17	42,33	42,49	42,65	42,81
270	42,97	43,13	43,29	43,45	43,61	43,77	43,93	44,08	44,24	44,40
280	44,56	44,72	44,88	45,04	45,20	45,36	45,52	45,68	45,84	45,99
290	46,15	46,31	46,47	46,63	46,79	46,95	47,11	47,27	47,43	47,59

Erste Benutzungsart der vorstehenden Tabelle.

Beispiel. Ein Rad soll 63 Zähne und 30mm Theilung erhalten, welchen Halbmesser erhält sein Theilkreis? — Nach Zeile 7 Spalte 5 ist hier $\frac{R}{t} = 10{,}03$, *also* $R = 10{,}03 \,.\, t = 10{,}03 \,.\, 30 = 300{,}9^{mm}$, *abzurunden auf* 301^{mm}. *Wäre die Theilung 30 Linien gewesen, so würde* $R = 301$ *Linien geworden sein.*

Zweite Benutzungsart der Tabelle. Die Tabelle erleichtert auch das Auffinden der Zähnezahl, welche man einem Rad von bekannter (berechneter) Theilung und gegebenem (noch abrundbarem) Theilkreishalbmesser zu geben hat.

Beispiel. Welche Zähnezahl erhält ein Rad von 1000^{mm} *Theilkreishalbmesser bei* 40^{mm} *Theilung? — Es ist hier* $\frac{R}{t} = \frac{1000}{40} = 25$. *Fast genau entspricht diesem Werth die Zahl 24,99 in Spalte 9 Zeile 16, und erhält demnach das Rad* $150 + 7 = 157$ *Zähne. Der Halbmesser wäre streng genommen zu verkleinern auf* $24{,}99 \,.\, 40 = 999{,}6^{mm}$, *was aber einen vernachlässigbaren Unterschied liefert.*

Dritte Benutzungsart der Tabelle. Bei gegebenem Halbmesser und gegebener Zähnezahl die Theilung eines Rades zu suchen.

Beispiel. Gegeben $R = 400$, $\mathfrak{Z} = 54$. *Dem Werthe* $\mathfrak{Z} = 54$ *entspricht nach Spalte 6 Zeile 6 der Quotient* $\frac{R}{t} = 8{,}59$. *Man hat demnach hier zu nehmen:* $t = \frac{R}{8{,}59} = \frac{400}{8{,}59} = 46{,}56^{mm}$.

Bei der Verzeichnung der Theilung ist es am besten, den Kreis von dem auf die obige Weise sorgfältig ermittelten Halbmesser R recht genau aufzutragen und ihn dann in $\mathfrak{Z}$ gleiche Theile zu theilen.

§. 188.

Allgemeine Verzahnung.

In einem Stirnräderpaare liegen zusammenarbeitende Zahnumrisse in einem Lothschnitt zu den Radachsen, und geschieht deshalb die Verzeichnung und Auftragung der Zahnformen in einem solchen Schnitte (Endfläche). Die sogenannte allgemeine Verzahnung lehrt, wie bei gegebenem Zahnprofil des einen Ra-

des dasjenige für das eingreifende Rad unter der Voraussetzung gleichförmiger Bewegungsübertragung zu bestimmen ist.

I. Erstes Verfahren des Verfassers Fig. 449. Das Zahnprofil $a\,S\,b\,c$ und der Theilkreis T des Rades O und der Theilkreis T_1 des Rades O_1 gegeben; gesucht wird die Zahncurve $a_1\,S\ldots$ des Rades O_1. Lege die gegebene Curve so, dass ihr Theilkreispunkt S in die Centrale $O\,O_1$ fällt, so ist S gleichzeitig ein Punkt des gesuchten Zahnprofils. Um einen zweiten Punkt a_1 zu finden, der mit a zusammentreffen soll, ziehe $a\,1$ normal zur gegebenen Curve in a, mache $\overset{\frown}{S\,1'} = \overset{\frown}{S\,1}$, sodann die Strecke $\overline{1\,s_1} =$ der Strecke $\overline{S\,1'}$, und $\overline{S\,s_1} = \overline{1'\,1}$, schlage sodann aus S einen Kreisbogen mit $\overline{s_1\,a}$ und aus $1'$ einen solchen mit $\overline{1\,a}$, so ist der Schnittpunkt a_1 der gesuchte Curvenpunkt. Solche Profilpunkte, welche wie c so gelegen sind, dass ihre Normale den zugehörigen Theilkreis nicht trifft, sind für den gegebenen Theilkreis nicht benutzbar; um sie dazu zu machen, müsste man die Theilkreise T und T_1 verlegen (hier vergrössern). Die gefundene Curve kann Spitzen, Schleifen, überhaupt unausführbare Formen erhalten, ohne deshalb geometrisch unrichtig zu werden.

Fig. 449.

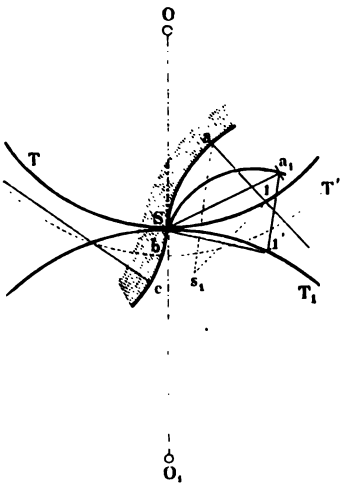
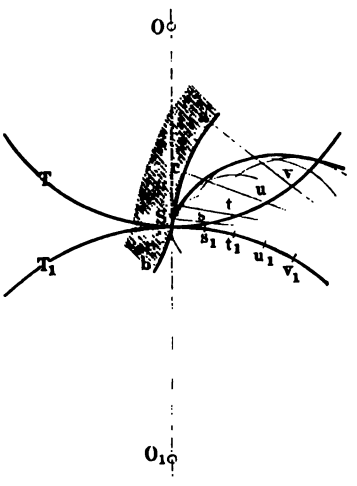


Fig. 450.



II. Abgekürztes Verfahren (Poncelet), Fig. 450. Man suche auf dem Theilkreis T_1 die Punkte $s_1, t_1, u_1, v_1 \ldots$ auf, welche mit den Punkten $s, t, u, v \ldots$ des gegebenen Kreises T zusammentreffen, beschreibe aus s_1, t_1, u_1 u. s. w. mit den Längen

der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben eine stetige Curve, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \ldots$ sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrungsarten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \ldots$ die Länge der Normalen va, $uc \ldots$ rückwärts auf ($s_1 a_2 \ldots$, Fig. 449), so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad $O_1 T_1$.

III. Zweites Verfahren des Verfassers. Fig. 451. Das Zahnprofil $a b c S d e$ und der zugehörige Theilkreis T sowie der Theilkreis T_1 gegeben. Man ziehe die Normalen $a1$, $b2$, $c3$ u. s. w., beschreibe aus O durch a, b, c u. s. w. Kreise, mache dann $SI = a1$, $SII = b2$, $SIII = c3$ u. s. w., und ziehe die Curve I, II, III, S, IV, V u. s. w., so gibt diese, welche den Namen Eingrifflinie führt, zunächst den geometrischen Ort der Zahnberührungen, und zwar greift der Punkt a ein, wenn er in I liegt, b in II, c in III u. s. w. Darauf beschreibe man aus O_1 Kreise durch die Punkte I, II, III u. s. w., mache auf T_1 $\widehat{S1'} = \widehat{S1}$, $\widehat{S2'} = \widehat{S2}$, $\widehat{S3'} = \widehat{S3}$ u. s. f., und ferner $1' a_1 = 1a$, $2' b_1 = 2b$, $3' c_1 = 3c$ u. s. f., so ist die Curve $a_1 b_1 c_1 \ldots$, welche die gefundenen Punkte $a_1, b_1, c_1 \ldots$ stetig verbindet, das gesuchte Zahnprofil. Dieses Verfahren ist

Fig. 451.

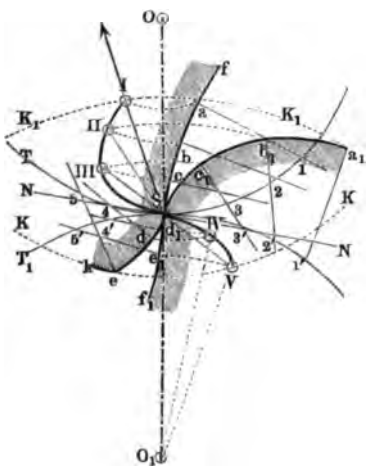
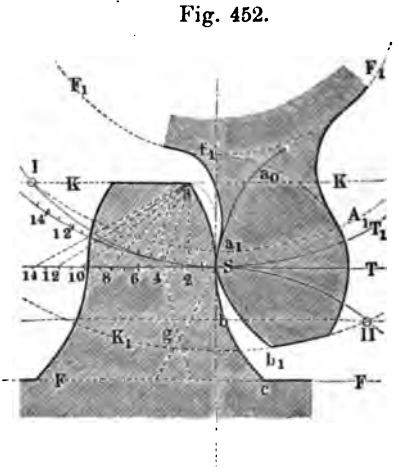


Fig. 452.



ebenso genau und dabei leichter als Nro. I, und liefert ausserdem die Eingrifflinie (s. d. folg. Paragraphen).

IV. Theoretisches Profil des Zahnfussansatzes. Fig. 452. Manchmal muss man, um den Zahnfuss genügend stark zu

erhalten, dessen Ansatz an den Radboden soweit als thunlich in die Lücke hineinbiegen: dieses sein Ansatzprofil darf aber nicht in die Bahn der Spitze des Gegenzahnes hineinschneiden. Letztere Bahn, welche der Kürze halber die Kopfbahn des betreffenden Rades heisse, wird auf folgende Weise gefunden. aSb Zahncurve des Rades T, a_1Sb_1 die des Rades T_1, a_1a_0 Verlängerung des Fussprofiles des letzteren Zahnes, I SII Eingrifflinie, durch die Kopfkreise K und K_1 begrenzt. Trage nun von S aus die beziehlich gleichen Theilkreisstücke $S1, 12, 23 \ldots$, $S1', 1'2', 2'3' \ldots$ auf T und T_1 in der Richtung der zu profilirenden Zahnlücke auf, fasse nacheinander Sa, $1a$, $2a$, $3a \ldots$ in den Zirkel und beschreibe mit den erhaltenen Zirkelöffnungen aus $1'$, $2'$, $3' \ldots$ Kreise, so hüllen diese die Kopfbahn $aa_1g \ldots$, das sogenannte theoretische Profil des Zahnfusses, ein, an welches tangirend das wirkliche Profil a_1f_1 des Zahnfusses so angelegt wird, dass es in den Fusskreis F_1 übergeht. Das genannte theoretische Profil ist eine verlängerte oder verkürzte cyklische Curve (s. §. 191), hier wo T eine gerade Linie ist (Zahnstange), eine verkürzte Evolvente (s. übrigens §. 196).

§. 189.

Ueber den Zahneingriff.

Das dritte der obigen Verfahren hat neben dem gesuchten Zahnprofil die Eingrifflinie zusammenarbeitender Räder bestimmen gelehrt; an dieselbe knüpfen sich folgende für die Verzahnungstheorie wichtige Sätze.

Die Eingrifflinie hat den Theilkreispunkt des Zahnprofils mit diesem gemein, und schneidet dasselbe rechtwinklig, so dass also die Tangente NN der Eingrifflinie in S normal zum Zahnprofil steht. Jedem Eingriffpunkt entspricht eine Zahnberührung, und demnach ein Berührungspunkt auf jedem der Theilkreise, so dem Eingriffpunkte II der Punkt 2 auf T, $2'$ auf T_1; es heisse der Theilkreisbogen zwischen dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie und dem einen Eingriffpunkte entsprechenden Berührungspunkte der Theilkreise der Wälzungsbogen zu dem betreffenden Eingriffpunkte. So ist $\overset{\frown}{S2}$ der Wälzungsbogen auf T zum Punkte II, $\overset{\frown}{S2'}$ der auf T_1 zu demselben Eingriffpunkte.

Die Summe der Wälzungsbogen zu den äussersten Eingriffpunkten ($\overset{\frown}{1S} + \overset{\frown}{S5}$ oder $\overset{\frown}{1'S} + \overset{\frown}{S5'}$) heisst der Eingriffbogen,

der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben eine stetige Curve, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \ldots$ sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrungsarten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \ldots$ die Länge der Normalen va, $uc \ldots$ rückwärts auf ($s_1 a_2 \ldots$, Fig. 449), so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad $O_1 T_1$.

III. Zweites Verfahren des Verfassers. Fig. 451. Das Zahnprofil $a b c S d e$ und der zugehörige Theilkreis T sowie der Theilkreis T_1 gegeben. Man ziehe die Normalen $a1$, $b2$, $c3$ u. s. w., beschreibe aus O durch a, b, c u. s. w. Kreise, mache dann $SI = a1$, $SII = b2$, $SIII = c3$ u. s. w., und ziehe die Curve I, II, III, S, IV, V u. s. w., so gibt diese, welche den Namen Eingrifflinie führt, zunächst den geometrischen Ort der Zahnberührungen, und zwar greift der Punkt a ein, wenn er in I liegt, b in II, c in III u. s. w. Darauf beschreibe man aus O_1 Kreise durch die Punkte I, II, III u. s. w., mache auf T_1 $\overset{\frown}{S1'} = \overset{\frown}{S1}$, $\overset{\frown}{S2'} = \overset{\frown}{S2}$, $\overset{\frown}{S3'} = \overset{\frown}{S3}$ u. s. f., und ferner $1' a_1 = 1a$, $2' b_1 = 2b$, $3' c_1 = 3c$ u. s. f., so ist die Curve $a_1 b_1 c_1 \ldots$, welche die gefundenen Punkte $a_1, b_1, c_1 \ldots$ stetig verbindet, das gesuchte Zahnprofil. Dieses Verfahren ist

Fig. 451.

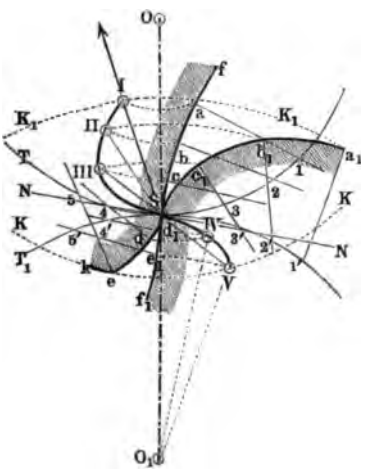
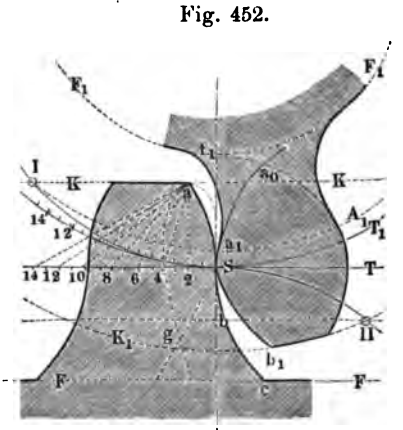


Fig. 452.



ebenso genau und dabei leichter als Nro. I, und liefert ausserdem die Eingrifflinie (s. d. folg. Paragraphen).

IV. **Theoretisches Profil des Zahnfussansatzes.** Fig. 452. Manchmal muss man, um den Zahnfuss genügend stark zu

erhalten, dessen Ansatz an den Radboden soweit als thunlich in die Lücke hineinbiegen: dieses sein Ansatzprofil darf aber nicht in die Bahn der Spitze des Gegenzahnes hineinschneiden. Letztere Bahn, welche der Kürze halber die Kopfbahn des betreffenden Rades heisse, wird auf folgende Weise gefunden. aSb Zahnprofil des Rades T, a_1Sb_1 die des Rades T_1, a_1a_0 Verlängerung des Fussprofiles des letzteren Zahnes, $ISII$ Eingrifflinie, durch die Endpunkte K und K_1 begrenzt. Trage nun von S aus die beziehungsweisen Theilkreisstücke $S1, 12, 23 \ldots$, $S1', 1'2', 2'3' \ldots$ auf T und T_1 in der Richtung der zu profilirenden Zahnlücke auf, trage ferner ander Sa, $1a$, $2a$, $3a \ldots$ in den Zirkel und beschreibe mit den erhaltenen Zirkelöffnungen aus $1', 2', 3' \ldots$ Kreisbogen, so bilden diese die Kopfbahn $aa_1g \ldots$, das sogenannte theoretische Profil des Zahnfusses, an, an welches tangirend das wirkliche Profil des Zahnfusses so angelegt wird, dass es in den Fusskreis f übergeht. Das genannte theoretische Profil ist eine verlängerte oder verkürzte cyklische Curve (s. §. 191), hier wo T eine gerade Linie ist (Zahnstange), eine verkürzte Evolvente (s. übrigens

§. 189.

Ueber den Zahneingriff.

Das dritte der obigen Verfahren hat [illegible] Zahnprofil die Eingrifflinie zusammengehörender [illegible] stimmen gelehrt; an dieselbe knüpfen sich [illegible] zahnungstheorie wichtige Sätze.

Die Eingrifflinie hat den Theilkreispunkt S mit diesem gemein, und schneidet denselben rechtwinklig, [illegible] die Tangente NN der Eingriffslinie [illegible] steht. Jedem Eingriffpunkt [illegible] demnach ein Berührungspunkt auf [illegible] Eingriffpunkte II der Punkt 1 auf T [illegible] kreisbogen zwischen den Theilkreispunkten [illegible] dem einen Eingriffpunkte entsprechenden Bogen, [illegible] Theilkreise der Wälzungsbogen [illegible] punkte. So ist $\overset{\frown}{S2}$ der Wälzungsbogen auf T [illegible] der auf T_1 zu demselben Eingriffpunkte.

Die Summe der Wälzungsbogen [illegible] punkten ($\overset{\frown}{1S} + \overset{\frown}{S3}$ oder $\overset{\frown}{1'} - \overset{\frown}{3'}$ [illegible]

Hat z. B. ein 24zähniges Rad eine Theilung von $6 \times 3{,}14 \ldots$ Millimeter, so wird nach (177) sein Theilkreishalbmesser $R = \frac{24}{2} . 6 = 72^{mm}$; *hat ein (nach preussischem Maass construirtes) Rad eine Theilung von* $3 \times 3{,}14 \ldots$ *Linien oder die Stichzahl 3 bei 30 Zähnen, so wird sein Theilkreishalbmesser R nach (178)* $= \frac{30}{2} . 3 = 45$ *Linien.*

Für das Auftragen der Theilungen und ihrer Bruchtheile bedient man sich sehr bequem des Peripherie-Maasstabes*). Derselbe wird für Metermaass erhalten, indem man die eine Seite eines (prismatischen, hölzernen oder metallenen) Maasstabes in 314 Millimeter und deren Hälften eintheilt, und auf der gegenüberstehenden Seite diese Länge in 100 Theile und deren Hälften getheilt aufträgt. Gleichnumerirte Längen auf beiden Seiten verhalten sich dann wie $1 : \pi$. Der Maasstab dient auch bequem zur Streckung (Rectification) von Kreisen und deren Bögen.

Im Folgenden werden nun stets beide Methoden berücksichtigt, nämlich die, welche die Theilung nach dem gewöhnlichen Maasssystem und rational, also die Halbmesser irrational ausführt, und die, welche die Theilung rational in Einheiten des Peripheriemaasstabes (Peripheriemillimeter, -Linien u. s. w.), und damit die Halbmesser ebenfalls rational, aber im gewöhnlichen Maasssystem, macht. Die auf nebenstehender Seite folgende Tabelle ist nicht zu verwechseln mit der Donkin'schen **), nach dem Ausdruck $\frac{r}{t} = \frac{1}{2 \sin\left(\frac{180^0}{3}\right)}$, welche den Halbmesser eines Kreises liefert, der ein regelmässiges Vieleck von 3 Seiten von der Länge t umschreibt. Dieser Halbmesser ist namentlich bei kleinem 3 verschieden vom Radius R im obigen und gewöhnlichen Sinne. Die Verwechselung beider hat schon viele fehlerhafte Ausführungen hervorgerufen.

*) Derartige Maasstäbe, welche ich vor Jahren in den Uebungen im Maschinen-Construiren im Zürcher Polytechnikum einführte, haben auf meine Veranlassung sehr schön gefertigt und halten vorräthig die Herren Optiker Ernst (Schifflände) und Ulrich (Münsterplatz) in Zürich; auch sind solche aus der Königl. Eisengiesserei in Berlin zu beziehen. Ein solcher Maasstab von 314^{mm} Länge ist gleichzeitig fast ganz genau ein preussischer Fuss, getheilt in Hundertstel und deren Hälften.

**) Siehe u. a. Salzenberg's Vorträge S. 93.

§. 187.

Tabelle über die Theilkreishalbmesser.

Z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0	0	0,159	0,318	0,477	0,637	0,798	0,955	1,114	1,273	1,432
10	1,59	1,75	1,91	2,07	2,23	2,39	2,55	2,71	2,86	3,02
20	3,18	3,34	3,50	3,66	3,82	3,98	4,14	4,30	4,46	4,62
30	4,77	4,93	5,09	5,25	5,41	5,57	5,73	5,89	6,05	6,21
40	6,37	6,53	6,68	6,84	7,00	7,16	7,32	7,48	7,64	7,80
50	7,96	8,12	8,28	8,43	8,59	8,75	8,91	9,07	9,23	9,39
60	9,55	9,71	9,87	10,03	10,19	10,34	10,50	10,66	10,82	10,98
70	11,14	11,30	11,46	11,62	11,78	11,94	12,10	12,25	12,41	12,57
80	12,73	12,89	13,05	13,21	13,37	13,53	13,69	13,85	14,01	14,16
90	14,32	14,48	14,64	14,80	14,96	15,12	15,28	15,44	15,60	15,76
100	15,92	16,07	16,23	16,39	16,55	16,71	16,87	17,03	17,19	17,35
110	17,51	17,67	17,82	17,98	18,14	18,30	18,46	18,62	18,78	18,94
120	19,10	19,26	19,42	19,58	19,73	19,89	20,05	20,21	20,37	20,53
130	20,69	20,85	21,01	21,17	21,33	21,49	21,64	21,80	21,96	22,12
140	22,28	22,44	22,60	22,76	22,92	23,08	23,24	23,40	23,55	23,71
150	23,87	24,03	24,19	24,35	24,51	24,67	24,83	24,99	25,15	25,30
160	25,46	25,62	25,78	25,94	26,10	26,26	26,42	26,58	26,74	26,90
170	27,06	27,21	27,37	27,53	27,69	27,85	28,01	28,17	28,33	28,49
180	28,65	28,81	28,97	29,12	29,28	29,44	29,60	29,76	29,92	30,08
190	30,24	30,40	30,56	30,72	30,88	31,03	31,19	31,35	31,51	31,67
200	31,83	31,99	32,15	32,31	32,47	32,63	32,78	32,94	33,10	33,26
210	33,42	33,58	33,74	33,90	34,06	34,22	34,38	34,54	34,69	34,85
220	35,01	35,17	35,33	35,49	35,65	35,81	35,97	36,13	36,29	36,45
230	36,60	36,76	36,92	37,08	37,24	37,40	37,56	37,72	37,88	38,04
240	38,20	38,36	38,51	38,67	38,83	38,99	39,15	39,31	39,47	39,63
250	39,79	39,95	40,11	40,26	40,42	40,58	40,74	40,90	41,06	41,22
260	41,38	41,54	41,70	41,86	42,02	42,17	42,33	42,49	42,65	42,81
270	42,97	43,13	43,29	43,45	43,61	43,77	43,93	44,08	44,24	44,40
280	44,56	44,72	44,88	45,04	45,20	45,36	45,52	45,68	45,84	45,99
290	46,15	46,31	46,47	46,63	46,79	46,95	47,11	47,27	47,43	47,59

Erste Benutzungsart der vorstehenden Tabelle.

Beispiel. Ein Rad soll 63 Zähne und 30mm Theilung erhalten, welchen Halbmesser erhält sein Theilkreis? — Nach Zeile 7 Spalte 5 ist hier $\frac{R}{t} = 10{,}03$, *also* $R = 10{,}03 \,.\, t = 10{,}03 \,.\, 30 = 300{,}9^{mm}$, *abzurunden auf* 301^{mm}. *Wäre die Theilung 30 Linien gewesen, so würde* $R = 301$ *Linien geworden sein.*

Zweite Benutzungsart der Tabelle. Die Tabelle erleichtert auch das Auffinden der Zähnezahl, welche man einem Rad von bekannter (berechneter) Theilung und gegebenem (noch abrundbarem) Theilkreishalbmesser zu geben hat.

Beispiel. Welche Zähnezahl erhält ein Rad von 1000mm Theilkreishalbmesser bei 40mm Theilung? — Es ist hier $\frac{R}{t} = \frac{1000}{40} = 25$. *Fast genau entspricht diesem Werth die Zahl 24,99 in Spalte 9 Zeile 16, und erhält demnach das Rad 150 + 7 = 157 Zähne. Der Halbmesser wäre streng genommen zu verkleinern auf* $24{,}99 \,.\, 40 = 999{,}6^{mm}$, *was aber einen vernachlässigbaren Unterschied liefert.*

Dritte Benutzungsart der Tabelle. Bei gegebenem Halbmesser und gegebener Zähnezahl die Theilung eines Rades zu suchen.

Beispiel. Gegeben $R = 400$, $\mathfrak{Z} = 54$. *Dem Werthe* $\mathfrak{Z} = 54$ *entspricht nach Spalte 6 Zeile 6 der Quotient* $\frac{R}{t} = 8{,}59$. *Man hat demnach hier zu nehmen:* $t = \frac{R}{8{,}59} = \frac{400}{8{,}59} = 46{,}56^{mm}$.

Bei der Verzeichnung der Theilung ist es am besten, den Kreis von dem auf die obige Weise sorgfältig ermittelten Halbmesser R recht genau aufzutragen und ihn dann in $\mathfrak{Z}$ gleiche Theile zu theilen.

§. 188.

Allgemeine Verzahnung.

In einem Stirnräderpaare liegen zusammenarbeitende Zahnumrisse in einem Lothschnitt zu den Radachsen, und geschieht deshalb die Verzeichnung und Auftragung der Zahnformen in einem solchen Schnitte (Endfläche). Die sogenannte allgemeine Verzahnung lehrt, wie bei gegebenem Zahnprofil des einen Ra-

des dasjenige für das eingreifende Rad unter der Voraussetzung gleichförmiger Bewegungsübertragung zu bestimmen ist.

I. Erstes Verfahren des Verfassers Fig. 449. Das Zahnprofil $a\,S\,b\,c$ und der Theilkreis T des Rades O und der Theilkreis T_1 des Rades O_1 gegeben; gesucht wird die Zahncurve $a_1\,S\ldots$ des Rades O_1. Lege die gegebene Curve so, dass ihr Theilkreispunkt S in die Centrale $O\,O_1$ fällt, so ist S gleichzeitig ein Punkt des gesuchten Zahnprofils. Um einen zweiten Punkt a_1 zu finden, der mit a zusammentreffen soll, ziehe $a\,1$ normal zur gegebenen Curve in a, mache $\overset{\frown}{S\,1'} = \overset{\frown}{S\,1}$, sodann die Strecke $\overline{1\,s_1} =$ der Strecke $\overline{S\,1'}$, und $\overline{S\,s_1} = \overline{1'\,1}$, schlage sodann aus S einen Kreisbogen mit $\overline{s_1\,a}$ und aus $1'$ einen solchen mit $\overline{1\,a}$, so ist der Schnittpunkt a_1 der gesuchte Curvenpunkt. Solche Profilpunkte, welche wie c so gelegen sind, dass ihre Normale den zugehörigen Theilkreis nicht trifft, sind für den gegebenen Theilkreis nicht benutzbar; um sie dazu zu machen, müsste man die Theilkreise T und T_1 verlegen (hier vergrössern). Die gefundene Curve kann Spitzen, Schleifen, überhaupt unausführbare Formen erhalten, ohne deshalb geometrisch unrichtig zu werden.

Fig. 449.

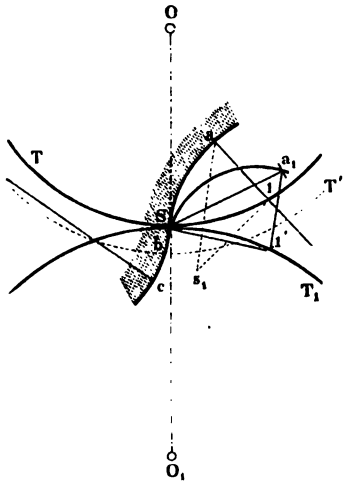
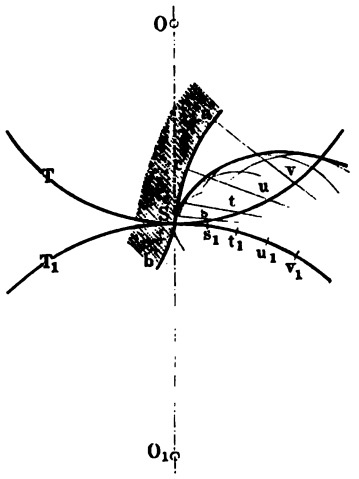


Fig. 450.



II. Abgekürztes Verfahren (Poncelet), Fig. 450. Man suche auf dem Theilkreis T_1 die Punkte $s_1, t_1, u_1, v_1 \ldots$ auf, welche mit den Punkten $s, t, u, v \ldots$ des gegebenen Kreises T zusammentreffen, beschreibe aus s_1, t_1, u_1 u. s. w. mit den Längen

der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben eine stetige Curve, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \ldots$ sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrungsarten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \ldots$ die Länge der Normalen va, $uc \ldots$ rückwärts auf ($s_1 a_2 \ldots$, Fig. 449), so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad $O_1 T_1$.

III. Zweites Verfahren des Verfassers. Fig. 451. Das Zahnprofil $a b c S d e$ und der zugehörige Theilkreis T sowie der Theilkreis T_1 gegeben. Man ziehe die Normalen $a1$, $b2$, $c3$ u. s. w., beschreibe aus O durch a, b, c u. s. w. Kreise, mache dann $SI = a1$, $SII = b2$, $SIII = c3$ u. s. w., und ziehe die Curve I, II, III, S, IV, V u. s. w., so gibt diese, welche den Namen Eingrifflinie führt, zunächst den geometrischen Ort der Zahnberührungen, und zwar greift der Punkt a ein, wenn er in I liegt, b in II, c in III u. s. w. Darauf beschreibe man aus O_1 Kreise durch die Punkte I, II, III u. s. w., mache auf T_1 $\widehat{S1'} = \widehat{S1}$, $\widehat{S2'} = \widehat{S2}$, $\widehat{S3'} = \widehat{S3}$ u. s. f., und ferner $1' a_1 = 1a$, $2' b_1 = 2b$, $3' c_1 = 3c$ u. s. f., so ist die Curve $a_1 b_1 c_1 \ldots$, welche die gefundenen Punkte $a_1, b_1, c_1 \ldots$ stetig verbindet, das gesuchte Zahnprofil. Dieses Verfahren ist

Fig. 451.

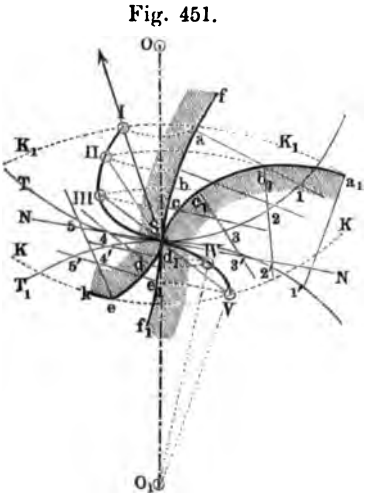
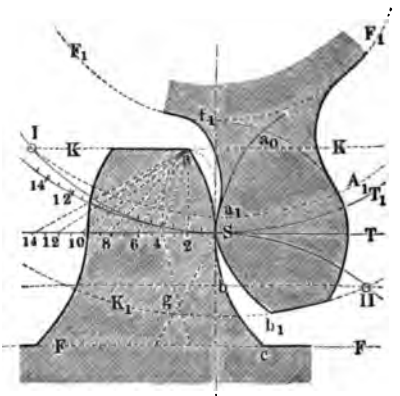


Fig. 452.



ebenso genau und dabei leichter als Nro. I, und liefert ausserdem die Eingrifflinie (s. d. folg. Paragraphen).

IV. Theoretisches Profil des Zahnfussansatzes. Fig. 452. Manchmal muss man, um den Zahnfuss genügend stark zu

erhalten, dessen Ansatz an den Radboden soweit als thunlich in die Lücke hineinbiegen: dieses sein Ansatzprofil darf aber nicht in die Bahn der Spitze des Gegenzahnes hineinschneiden. Letztere Bahn, welche der Kürze halber die Kopfbahn des betreffenden Rades heisse, wird auf folgende Weise gefunden. aSb Zahncurve des Rades T, a_1Sb_1 die des Rades T_1, a_1a_0 Verlängerung des Fussprofiles des letzteren Zahnes, I SII Eingrifflinie, durch die Kopfkreise K und K_1 begrenzt. Trage nun von S aus die beziehlich gleichen Theilkreisstücke $S1, 12, 23 \ldots$, $S1', 1'2', 2'3' \ldots$ auf T und T_1 in der Richtung der zu profilirenden Zahnlücke auf, fasse nacheinander Sa, $1a$, $2a$, $3a \ldots$ in den Zirkel und beschreibe mit den erhaltenen Zirkelöffnungen aus $1'$, $2'$, $3' \ldots$ Kreise, so hüllen diese die Kopfbahn $aa_1g \ldots$, das sogenannte theoretische Profil des Zahnfusses, ein, an welches tangirend das wirkliche Profil a_1f_1 des Zahnfusses so angelegt wird, dass es in den Fusskreis F_1 übergeht. Das genannte theoretische Profil ist eine verlängerte oder verkürzte cyklische Curve (s. §. 191), hier wo T eine gerade Linie ist (Zahnstange), eine verkürzte Evolvente (s. übrigens §. 196).

§. 189.

Ueber den Zahneingriff.

Das dritte der obigen Verfahren hat neben dem gesuchten Zahnprofil die Eingrifflinie zusammenarbeitender Räder bestimmen gelehrt; an dieselbe knüpfen sich folgende für die Verzahnungstheorie wichtige Sätze.

Die Eingrifflinie hat den Theilkreispunkt des Zahnprofils mit diesem gemein, und schneidet dasselbe rechtwinklig, so dass also die Tangente NN der Eingrifflinie in S normal zum Zahnprofil steht. Jedem Eingriffpunkt entspricht eine Zahnberührung, und demnach ein Berührungspunkt auf jedem der Theilkreise, so dem Eingriffpunkte II der Punkt 2 auf T, $2'$ auf T_1; es heisse der Theilkreisbogen zwischen dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie und dem einen Eingriffpunkte entsprechenden Berührungspunkte der Theilkreise der Wälzungsbogen zu dem betreffenden Eingriffpunkte. So ist $\overset{\frown}{S2}$ der Wälzungsbogen auf T zum Punkte II, $\overset{\frown}{S2'}$ der auf T_1 zu demselben Eingriffpunkte.

Die Summe der Wälzungsbogen zu den äussersten Eingriffpunkten ($\overset{\frown}{1S} + \overset{\frown}{S5}$ oder $\overset{\frown}{1'S} + \overset{\frown}{S5'}$) heisst der Eingriffbogen,

der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. [illegible] des und führe berührend an dieselben eine stetige Curve, so [illegible] gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \ldots$ sc[illegible] Eingriff-Abständen gewählt werden. — Trägt man in be[illegible] linie ab. Da arten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \ldots$ die Lär[illegible]en Radboden so-$uc \ldots$ rückwärts auf ($s_1 a_2 \ldots$, Fig. 4[illegible] Zahnkopfes über den Hohlradverzahnung (innere Verza[illegible] werden muss, so sind

III. Zweites Verfahren des [illegible] opfkreise K und K_1, Zahnprofil $a b c S d e$ und der zugeh[illegible] n. kreis T_1 gegeben. Man ziehe d[illegible] ebenen Zahnprofile bei be-schreibe aus O durch a, b, c [illegible] nie, und zu einer gegebenen $SII = b2$, $SIII = c3$ [illegible] nprofil. Dieses letztere ist nur IV, V u. s. w., so gib[illegible] griffline bestimmbar, wenn im voraus führt, zunächst d[illegible] den einzelnen Punkten der Eingrifflinie be-und zwar greift [illegible] dieser Zusammenhang gegeben, so kann das in III u. s. w. [illegible] profil construirt werden. Diese Aufgabe ist es, Punkte I, I[illegible] Verfahren von einem gegebenen Zahnprofil aus-u. s. f., [illegible] den cykloidischen Verzahnungen ist der Wälzungsbogen die C[illegible] der Eingriffstrecke, und deshalb sind diese Verzahnungen st[illegible]ders einfach hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften. bei richtig zusammenarbeitenden Zahnrädern sind die Ein-griffslinien congruent und die Wälzungsbogen zu homologen Ein-griffspunkten gleich lang. Unter Einhaltung dieser Bedingung können beliebig viele Räder zu einem gegebenen hinzuconstruirt werden.

Solche Räder sind unter der weiteren Bedingung Satzräder (s. §. 185), dass die allen gemeinschaftliche Eingrifflinie so geformt ist, dass sie durch den Theilkreis sowohl, als durch den Radius zu ihrem Theilkreispunkt in zwei congruente Stücke zerlegt wird *).

Bei allen Satzränderverzahnungen sind deshalb bei der Zahnstange die Zahnprofilstücke über und unter dem Theilkreise congruent.

Der Strahl, welcher von dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie aus nach irgend einem Eingriffpunkte gezogen wird (z. B. SI in Fig. 451), gibt die Richtung und den Angriffpunkt des Zahn-

*) Mancherlei über die Eingrifflinie und insbesondere die Eingriffdauer findet man in der „Constructionslehre für den Maschinenbau“, §. 178 u. f.

druckes für den betreffenden Eingriffpunkt an. Damit der Achsendruck zwischen den Rädern nicht zu gross ausfalle, soll der Winkel zwischen der Achsendruckrichtung und der Centrale nicht zu klein sein.

§. 190.

Die cyklischen Curven.

Zur Erzielung der Satzräderverzahnungen, oder überhaupt solcher Verzahnungen, deren geometrische Eigenschaften man allgemein bestimmen will, eignen sich am besten die Kreisroller cyklischen Curven*). Wenn ein Kreis auf einem andern ohne Gleitung rollt, so beschreibt jeder Punkt in einem seiner Radien eine solche Curve, welche eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cykloide heisst, je nachdem der beschreibende Punkt auf dem Umfang des rollenden Kreises liegt, oder durch eine Verlängerung oder durch eine Verkürzung des Halbmessers des rollenden Kreises zu erreichen ist.

Der ruhende Kreis ist der Grundkreis der Curve, sein Halbmesser werde hier mit R bezeichnet; der rollende Kreis heisst der Wälzungskreis oder Radkreis und habe den Halbmesser r; der dem beschreibenden Punkt diametral gegenüberliegende Punkt des Radkreises werde der Gegenpunkt des Curvenpunktes genannt. Bezeichnet man nun den Halbmesser desjenigen der beiden Kreise, welcher den anderen mit seiner Innenseite berührt, als negativ, den anderen als positiv, so lassen sich zunächst die fünf Arten der cyklischen Curven, welche sich durch Veränderung von R und r ergeben, wie folgt zusammenstellen.

Grundkreis.	Radkreis.	Entstehende Curve.
$+ R$	$+ r$	Aufradlinie oder Epicykloide.
$\pm \infty$	$+ r$	Radlinie schlechthin oder Cykloide.
$- R$	$+ r$	Inradlinie oder Hypocykloide.
$+ R$	$\pm \infty$	Fadenlinie oder Kreisevolvente.
$+ R$	$- r$	Umradlinie oder Pericykloide.

*) Siehe u. A. Dr. Zehme's elem. u. anal. Behandl. d. versch. Cykloiden, Iserlohn und Elberfeld 1854, und Dr. Weissenborn's cyklische Curven, Eisenach 1856.

seine Länge in Theilungen ausgedrückt die Eingriffdauer des betrachteten Zahneingriffes, welche hiernach leicht graphisch zu bestimmen ist. Dieselbe hängt von der Länge der Eingriffstrecke, d. i. des benutzten Stückes der Eingrifflinie ab. Da nun aber der Zahnfuss wegen des Ansatzes an den Radboden sowohl, als wegen des Durchlassens des Gegenzahnkopfes über den Kopfkreis des Gegenrades hinaus verlängert werden muss, so sind es bei unseren gewöhnlichen Rädern die Kopfkreise K und K_1, welche die Eingriffstrecke (V-I) begrenzen.

Für ein Rad gibt es zu einem gegebenen Zahnprofile bei bekanntem Theilkreis nur eine Eingrifflinie, und zu einer gegebenen Eingrifflinie nur ein richtiges Zahnprofil. Dieses letztere ist nur in dem Falle aus der Eingrifflinie bestimmbar, wenn im voraus die Wälzungsbogen zu den einzelnen Punkten der Eingrifflinie bekannt sind. Ist aber dieser Zusammenhang gegeben, so kann das entsprechende Zahnprofil construirt werden. Diese Aufgabe ist es, welche das obige Verfahren von einem gegebenen Zahnprofil ausgehend löst.

Bei den cykloidischen Verzahnungen ist der Wälzungsbogen gleich der Eingriffstrecke, und deshalb sind diese Verzahnungen besonders einfach hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften.

Bei richtig zusammenarbeitenden Zahnrädern sind die Eingrifflinien congruent und die Wälzungsbogen zu homologen Eingriffpunkten gleich lang. Unter Einhaltung dieser Bedingung können beliebig viele Räder zu einem gegebenen hinzuconstruirt werden.

Solche Räder sind unter der weiteren Bedingung Satzräder (s. §. 185), dass die allen gemeinschaftliche Eingrifflinie so geformt ist, dass sie durch den Theilkreis sowohl, als durch den Radius zu ihrem Theilkreispunkt in zwei congruente Stücke zerlegt wird *).

Bei allen Satzränderverzahnungen sind deshalb bei der Zahnstange die Zahnprofilstücke über und unter dem Theilkreise congruent.

Der Strahl, welcher von dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie aus nach irgend einem Eingriffpunkte gezogen wird (z. B. SI in Fig. 451), gibt die Richtung und den Angriffpunkt des Zahn-

*) Mancherlei über die Eingrifflinie und insbesondere die Eingriffdauer findet man in der „Constructionslehre für den Maschinenbau", §. 178 u. f.

druckes für den betreffenden Eingriffpunkt an. Damit der Achsendruck zwischen den Rädern nicht zu gross ausfalle, soll der Winkel zwischen der Achsendruckrichtung und der Centrale nicht zu klein sein.

§. 190.

Die cyklischen Curven.

Zur Erzielung der Satzräderverzahnungen, oder überhaupt solcher Verzahnungen, deren geometrische Eigenschaften man allgemein vorausbestimmen will, eignen sich am besten die Kreisrollungs- oder cyklischen Curven*). Wenn ein Kreis auf einem anderen ohne Gleitung rollt, so beschreibt jeder Punkt in einem seiner Radien eine solche Curve, welche eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cykloide heisst, je nachdem der beschreibende Punkt auf dem Umfang des rollenden Kreises liegt, oder durch eine Verlängerung oder durch eine Verkürzung des Halbmessers des rollenden Kreises zu erreichen ist.

Der ruhende Kreis ist der Grundkreis der Curve, sein Halbmesser werde hier mit R bezeichnet; der rollende Kreis heisst der Wälzungskreis oder Radkreis und habe den Halbmesser r; der dem beschreibenden Punkt diametral gegenüberliegende Punkt des Radkreises werde der Gegenpunkt des Curvenpunktes genannt. Bezeichnet man nun den Halbmesser desjenigen der beiden Kreise, welcher den anderen mit seiner Innenseite berührt, als negativ, den anderen als positiv, so lassen sich zunächst die fünf Arten der cyklischen Curven, welche sich durch Veränderung von R und r ergeben, wie folgt zusammenstellen.

Grundkreis.	Radkreis.	Entstehende Curve.
$+ R$	$+ r$	Aufradlinie oder Epicykloide.
$\pm \infty$	$+ r$	Radlinie schlechthin oder Cykloide.
$- R$	$+ r$	Inradlinie oder Hypocykloide.
$+ R$	$\pm \infty$	Fadenlinie oder Kreisevolvente.
$+ R$	$- r$	Umradlinie oder Pericykloide.

*) Siehe u. A. Dr. Zehme's elem. u. anal. Behandl. d. versch. Cykloiden, Iserlohn und Elberfeld 1854, und Dr. Weissenborn's cyklische Curven, Eisenach 1856.

Bei allen fünf Arten gelten sodann die beiden folgenden Sätze:

1. Die Normale zu einem Curvenpunkt geht durch den zugehörigen Berührungspunkt der Erzeugungskreise.

2. Der Krümmungsmittelpunkt zu einem Punkt der Curve ist der Durchschnitt der Normalen mit der Geraden, welche den Gegenpunkt mit dem Mittelpunkt des Grundkreises verbindet. Bei den verlängerten und verkürzten Curven liegt der „Gegenpunkt" auf dem verlängerten Radius zum Curvenelement und der durch den Berührungspunkt gezogenen Senkrechten zur Normale.

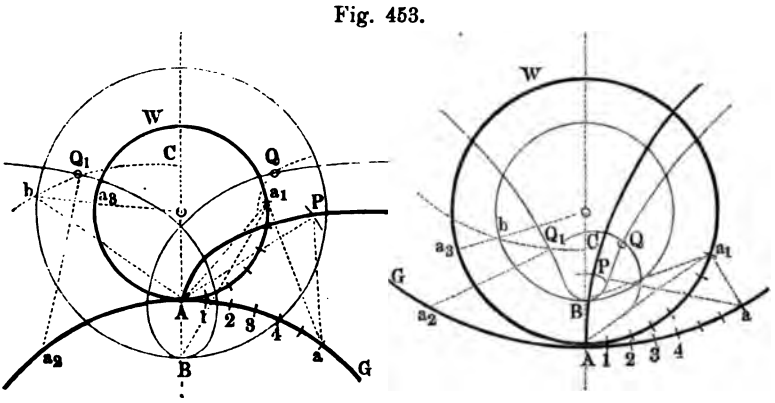
Auf dem ersteren Satze beruht die vorzügliche Anwendbarkeit der cyklischen Curven zur Verzahnung; auf den zweiten lassen sich vortrefflich die Ersetzungen der cykloidischen Zahncurven durch Kreisbögen stützen.

§. 191.

Verzeichnung der cyklischen Curven.

I. Genaues Verfahren. Fig. 453. G Grundkreis, W Radkreis, A Anfangspunkt der Curve. Trage von A aus auf G und W nach derselben Seite kleine gleichlange Bogenstücke auf, und es seien nun a und a_1 zwei zusammengehörige Theilpunkte. Be-

Fig. 453.



schreibe aus A mit dem Abstand aa_1 einen Bogen, und aus a mit der Sehne Aa_1 ebenfalls einen Bogen, so schneidet letzterer den ersteren in einem Punkte P der gesuchten Curve. Dieses Verfah-

ren, welches in Fig. 453 nur für Auf- und Inradlinie angewandt ist, gilt für alle fünf Arten der cyklischen Curven.

II. Abgekürztes Verfahren. Beschreibe aus den Theilpunkten 1, 2, 3, a, . . . mit den zugehörigen, von A aus gemessenen Sehnen des Radkreises Kreisbogen, so berühren diese sämmtlich die gesuchte Curve und können, bei recht kleiner Theilung, $A - 1$, $1 - 2$ . . . zur Verzeichnung derselben dienen.

Für die in B anfangende verlängerte oder verkürzte Curve bestimme zuerst P (wobei es nicht nöthig ist, die gemeine Curve selbst zu verzeichnen), beschreibe dann aus a mit $a_1 B$ einen Bogen, und aus P einen solchen mit AB, so schneiden die beiden Bogen einander in einem Punkte Q der gesuchten Curve.

Oder: Ziehe durch a_3 einen Radius $a_3 b$ im Radkreise, und durch b einen Kreisbogen bC concentrisch mit dem Grundkreise, und mache $a_2 Q_1 = Ab$, so ist Q_1 der Curvenpunkt für die Wälzung auf dem Bogen $A a_2 = A a_3$.

§. 192.

Radlinienverzahnung für Satzräder.

Das Zahnprofil wird bei dieser, streng genommen als doppelte zu bezeichnenden Verzahnung zusammengesetzt aus einem Auf- und einem Inradlinienbogen, beide erzeugt durch einen für jede Theilung constanten Radkreis.

I. Verzahnung eines aussenverzahnten Rades, Fig. 454 (a. f. S). Gegeben die Zähnezahl $\mathfrak{Z}$ und die Theilung t oder die Stichzahl $\frac{t}{\pi}$ des Rades. Dann mache man $OS = R = \frac{\mathfrak{Z} t}{2\pi}$ $= \frac{\mathfrak{Z}}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right)$, und den Halbmesser r_0 der Radkreise $W = 0{,}875\, t$ oder $= 2{,}75\left(\frac{t}{\pi}\right)$; verzeichne den Kopfkreis K um $0{,}3\, t$ von T abstehend, sowie den Fusskreis F um $0{,}4\, t$ von T entfernt, und mache die Zahndicke $= {}^{19}/_{40}\, t$. $\widehat{Sb} = \widehat{ab}$; $\widehat{Sc} = \widehat{ic}$. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T; Si Inradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W in T.

Bei dem eilfzähnigen Rad wird Si gerade und radial. Die Verzahnung kann gut bis zu sieben Zähnen herab benutzt werden; die Inradlinienbogen werden zwar bei $\mathfrak{Z} < 11$ unterkrümmt,

Erste Benutzungsart der vorstehenden Tabelle.

Beispiel. Ein Rad soll 63 Zähne und 30mm Theilung erhalten, welchen Halbmesser erhält sein Theilkreis? — Nach Zeile 7 Spalte 5 ist hier $\frac{R}{t} = 10{,}03$, *also* $R = 10{,}03 \,.\, t = 10{,}03 \,.\, 30 = 300{,}9^{mm}$, *abzurunden auf* 301^{mm}. *Wäre die Theilung 30 Linien gewesen, so würde* $R = 301$ *Linien geworden sein.*

Zweite Benutzungsart der Tabelle. Die Tabelle erleichtert auch das Auffinden der Zähnezahl, welche man einem Rad von bekannter (berechneter) Theilung und gegebenem (noch abrundbarem) Theilkreishalbmesser zu geben hat.

Beispiel. Welche Zähnezahl erhält ein Rad von 1000^{mm} *Theilkreishalbmesser bei* 40^{mm} *Theilung? — Es ist hier* $\frac{R}{t} = \frac{1000}{40} = 25$. *Fast genau entspricht diesem Werth die Zahl 24,99 in Spalte 9 Zeile 16, und erhält demnach das Rad 150 + 7 = 157 Zähne. Der Halbmesser wäre streng genommen zu verkleinern auf* $24{,}99 \,.\, 40 = 999{,}6^{mm}$, *was aber einen vernachlässigbaren Unterschied liefert.*

Dritte Benutzungsart der Tabelle. Bei gegebenem Halbmesser und gegebener Zähnezahl die Theilung eines Rades zu suchen.

Beispiel. Gegeben $R = 400$, $\mathfrak{Z} = 54$. *Dem Werthe* $\mathfrak{Z} = 54$ *entspricht nach Spalte 6 Zeile 6 der Quotient* $\frac{R}{t} = 8{,}59$. *Man hat demnach hier zu nehmen:* $t = \frac{R}{8{,}59} = \frac{400}{8{,}59} = 46{,}56^{mm}$.

Bei der Verzeichnung der Theilung ist es am besten, den Kreis von dem auf die obige Weise sorgfältig ermittelten Halbmesser R recht genau aufzutragen und ihn dann in $\mathfrak{Z}$ gleiche Theile zu theilen.

§. 188.

Allgemeine Verzahnung.

In einem Stirnräderpaare liegen zusammenarbeitende Zahnumrisse in einem Lothschnitt zu den Radachsen, und geschieht deshalb die Verzeichnung und Auftragung der Zahnformen in einem solchen Schnitte (Endfläche). Die sogenannte allgemeine Verzahnung lehrt, wie bei gegebenem Zahnprofil des einen Ra-

des dasjenige für das eingreifende Rad unter der Voraussetzung gleichförmiger Bewegungsübertragung zu bestimmen ist.

I. Erstes Verfahren des Verfassers Fig. 449. Das Zahnprofil $a\,S\,b\,c$ und der Theilkreis T des Rades O und der Theilkreis T_1 des Rades O_1 gegeben; gesucht wird die Zahncurve $a_1\,S\ldots$ des Rades O_1. Lege die gegebene Curve so, dass ihr Theilkreispunkt S in die Centrale $O\,O_1$ fällt, so ist S gleichzeitig ein Punkt des gesuchten Zahnprofils. Um einen zweiten Punkt a_1 zu finden, der mit a zusammentreffen soll, ziehe $a\,1$ normal zur gegebenen Curve in a, mache $\overset{\frown}{S\,1'} = \overset{\frown}{S\,1}$, sodann die Strecke $\overline{1\,s_1} =$ der Strecke $\overline{S\,1'}$, und $\overline{S\,s_1} = \overline{1'\,1}$, schlage sodann aus S einen Kreisbogen mit $\overline{s_1\,a}$ und aus $1'$ einen solchen mit $\overline{1\,a}$, so ist der Schnittpunkt a_1 der gesuchte Curvenpunkt. Solche Profilpunkte, welche wie c so gelegen sind, dass ihre Normale den zugehörigen Theilkreis nicht trifft, sind für den gegebenen Theilkreis nicht benutzbar; um sie dazu zu machen, müsste man die Theilkreise T und T_1 verlegen (hier vergrössern). Die gefundene Curve kann Spitzen, Schleifen, überhaupt unausführbare Formen erhalten, ohne deshalb geometrisch unrichtig zu werden.

Fig. 449.

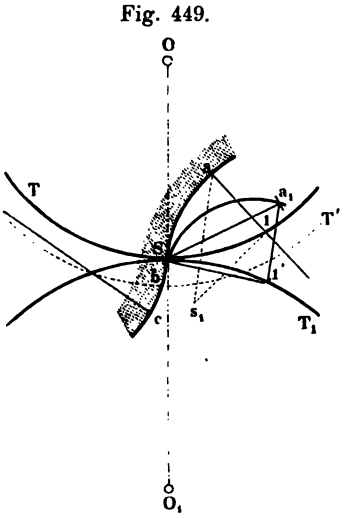
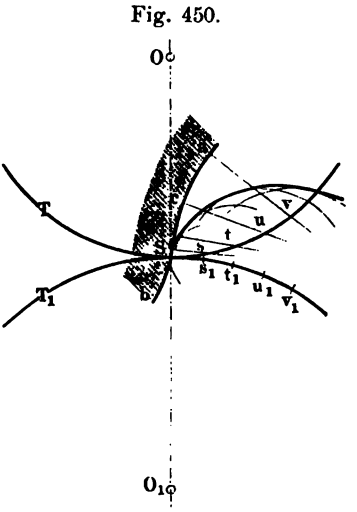


Fig. 450.



II. Abgekürztes Verfahren (Poncelet), Fig. 450. Man suche auf dem Theilkreis T_1 die Punkte $s_1, t_1, u_1, v_1 \ldots$ auf, welche mit den Punkten $s, t, u, v \ldots$ des gegebenen Kreises T zusammentreffen, beschreibe aus s_1, t_1, u_1 u. s. w. mit den Längen

der Normalen zur gegebenen Zahncurve va, uc u. s. w. Bögen, und führe berührend an dieselben eine stetige Curve, so ist diese das gesuchte Zahnprofil. Die Punkte $s, t, u, v \ldots$ sollen in kleinen Abständen gewählt werden. — Trägt man in beiden Verfahrungsarten von den Punkten $s_1, t_1, u_1 \ldots$ die Länge der Normalen va, $uc \ldots$ rückwärts auf ($s_1 a_2 \ldots$, Fig. 449), so erhält man die Hohlradverzahnung (innere Verzahnung) für das Rad $O_1 T_1$.

III. Zweites Verfahren des Verfassers. Fig. 451. Das Zahnprofil $abcSde$ und der zugehörige Theilkreis T sowie der Theilkreis T_1 gegeben. Man ziehe die Normalen $a1$, $b2$, $c3$ u. s. w., beschreibe aus O durch a, b, c u. s. w. Kreise, mache dann $SI = a1$, $SII = b2$, $SIII = c3$ u. s. w., und ziehe die Curve I, II, III, S, IV, V u. s. w., so gibt diese, welche den Namen Eingrifflinie führt, zunächst den geometrischen Ort der Zahnberührungen, und zwar greift der Punkt a ein, wenn er in I liegt, b in II, c in III u. s. w. Darauf beschreibe man aus O_1 Kreise durch die Punkte I, II, III u. s. w., mache auf T_1 $\widehat{S1'} = \widehat{S1}$, $\widehat{S2'} = \widehat{S2}$, $\widehat{S3'} = \widehat{S3}$ u. s. f., und ferner $1'a_1 = 1a$, $2'b_1 = 2b$, $3'c_1 = 3c$ u. s. f., so ist die Curve $a_1 b_1 c_1 \ldots$, welche die gefundenen Punkte $a_1, b_1, c_1 \ldots$ stetig verbindet, das gesuchte Zahnprofil. Dieses Verfahren ist

Fig. 451.

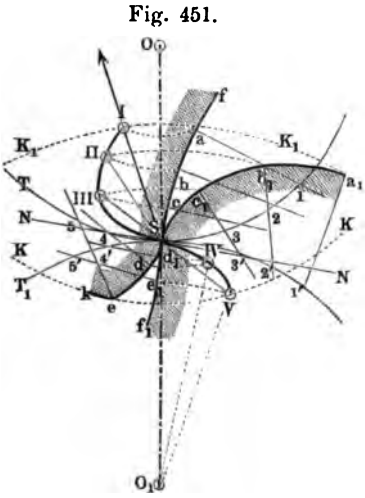
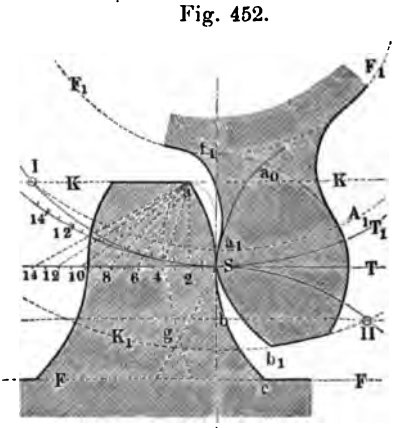


Fig. 452.



ebenso genau und dabei leichter als Nro. I, und liefert ausserdem die Eingrifflinie (s. d. folg. Paragraphen).

IV. Theoretisches Profil des Zahnfussansatzes. Fig. 452. Manchmal muss man, um den Zahnfuss genügend stark zu

erhalten, dessen Ansatz an den Radboden soweit als thunlich in die Lücke hineinbiegen: dieses sein Ansatzprofil darf aber nicht in die Bahn der Spitze des Gegenzahnes hineinschneiden. Letztere Bahn, welche der Kürze halber die Kopfbahn des betreffenden Rades heisse, wird auf folgende Weise gefunden. aSb Zahncurve des Rades T, a_1Sb_1 die des Rades T_1, a_1a_0 Verlängerung des Fussprofiles des letzteren Zahnes, I SII Eingrifflinie, durch die Kopfkreise K und K_1 begrenzt. Trage nun von S aus die beziehlich gleichen Theilkreisstücke $S1, 12, 23 \ldots$, $S1', 1'2', 2'3' \ldots$ auf T und T_1 in der Richtung der zu profilirenden Zahnlücke auf, fasse nacheinander Sa, $1a$, $2a$, $3a \ldots$ in den Zirkel und beschreibe mit den erhaltenen Zirkelöffnungen aus $1'$, $2'$, $3' \ldots$ Kreise, so hüllen diese die Kopfbahn $aa_1g \ldots$, das sogenannte theoretische Profil des Zahnfusses, ein, an welches tangirend das wirkliche Profil a_1f_1 des Zahnfusses so angelegt wird, dass es in den Fusskreis F_1 übergeht. Das genannte theoretische Profil ist eine verlängerte oder verkürzte cyklische Curve (s. §. 191), hier wo T eine gerade Linie ist (Zahnstange), eine verkürzte Evolvente (s. übrigens §. 196).

§. 189.

Ueber den Zahneingriff.

Das dritte der obigen Verfahren hat neben dem gesuchten Zahnprofil die Eingrifflinie zusammenarbeitender Räder bestimmen gelehrt; an dieselbe knüpfen sich folgende für die Verzahnungstheorie wichtige Sätze.

Die Eingrifflinie hat den Theilkreispunkt des Zahnprofils mit diesem gemein, und schneidet dasselbe rechtwinklig, so dass also die Tangente NN der Eingrifflinie in S normal zum Zahnprofil steht. Jedem Eingriffpunkt entspricht eine Zahnberührung, und demnach ein Berührungspunkt auf jedem der Theilkreise, so dem Eingriffpunkte II der Punkt 2 auf T, $2'$ auf T_1; es heisse der Theilkreisbogen zwischen dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie und dem einen Eingriffpunkte entsprechenden Berührungspunkte der Theilkreise der Wälzungsbogen zu dem betreffenden Eingriffpunkte. So ist $\overset{\frown}{S2}$ der Wälzungsbogen auf T zum Punkte II, $\overset{\frown}{S2'}$ der auf T_1 zu demselben Eingriffpunkte.

Die Summe der Wälzungsbogen zu den äussersten Eingriffpunkten ($\overset{\frown}{1S} + \overset{\frown}{S5}$ oder $\overset{\frown}{1'S} + \overset{\frown}{S5'}$) heisst der Eingriffbogen,

seine Länge in Theilungen ausgedrückt die Eingriffdauer des betrachteten Zahneingriffes, welche hiernach leicht graphisch zu bestimmen ist. Dieselbe hängt von der Länge der Eingriffstrecke, d. i. des benutzten Stückes der Eingrifflinie ab. Da nun aber der Zahnfuss wegen des Ansatzes an den Radboden sowohl, als wegen des Durchlassens des Gegenzahnkopfes über den Kopfkreis des Gegenrades hinaus verlängert werden muss, so sind es bei unseren gewöhnlichen Rädern die Kopfkreise K und K_1, welche die Eingriffstrecke (V-I) begrenzen.

Für ein Rad gibt es zu einem gegebenen Zahnprofile bei bekanntem Theilkreis nur eine Eingrifflinie, und zu einer gegebenen Eingrifflinie nur ein richtiges Zahnprofil. Dieses letztere ist nur in dem Falle aus der Eingrifflinie bestimmbar, wenn im voraus die Wälzungsbogen zu den einzelnen Punkten der Eingrifflinie bekannt sind. Ist aber dieser Zusammenhang gegeben, so kann das entsprechende Zahnprofil construirt werden. Diese Aufgabe ist es, welche das obige Verfahren von einem gegebenen Zahnprofil ausgehend löst.

Bei den cykloidischen Verzahnungen ist der Wälzungsbogen gleich der Eingriffstrecke, und deshalb sind diese Verzahnungen besonders einfach hinsichtlich ihrer geometrischen Eigenschaften.

Bei richtig zusammenarbeitenden Zahnrädern sind die Eingrifflinien congruent und die Wälzungsbogen zu homologen Eingriffpunkten gleich lang. Unter Einhaltung dieser Bedingung können beliebig viele Räder zu einem gegebenen hinzuconstruirt werden.

Solche Räder sind unter der weiteren Bedingung Satzräder (s. §. 185), dass die allen gemeinschaftliche Eingrifflinie so geformt ist, dass sie durch den Theilkreis sowohl, als durch den Radius zu ihrem Theilkreispunkt in zwei congruente Stücke zerlegt wird *).

Bei allen Satzränderverzahnungen sind deshalb bei der Zahnstange die Zahnprofilstücke über und unter dem Theilkreise congruent.

Der Strahl, welcher von dem Theilkreispunkte der Eingrifflinie aus nach irgend einem Eingriffpunkte gezogen wird (z. B. SI in Fig. 451), gibt die Richtung und den Angriffpunkt des Zahn-

*) Mancherlei über die Eingrifflinie und insbesondere die Eingriffdauer findet man in der „Constructionslehre für den Maschinenbau", §. 178 u. f.

druckes für den betreffenden Eingriffpunkt an. Damit der Achsendruck zwischen den Rädern nicht zu gross ausfalle, soll der Winkel zwischen der Achsendruckrichtung und der Centrale nicht zu klein sein.

§. 190.

Die cyklischen Curven.

Zur Erzielung der Satzräderverzahnungen, oder überhaupt solcher Verzahnungen, deren geometrische Eigenschaften man allgemein vorausbestimmen will, eignen sich am besten die Kreisrollungs- oder cyklischen Curven*). Wenn ein Kreis auf einem anderen ohne Gleitung rollt, so beschreibt jeder Punkt in einem seiner Radien eine solche Curve, welche eine gemeine, verlängerte oder verkürzte Cykloide heisst, je nachdem der beschreibende Punkt auf dem Umfang des rollenden Kreises liegt, oder durch eine Verlängerung oder durch eine Verkürzung des Halbmessers des rollenden Kreises zu erreichen ist.

Der ruhende Kreis ist der Grundkreis der Curve, sein Halbmesser werde hier mit R bezeichnet; der rollende Kreis heisst der Wälzungskreis oder Radkreis und habe den Halbmesser r; der dem beschreibenden Punkt diametral gegenüberliegende Punkt des Radkreises werde der Gegenpunkt des Curvenpunktes genannt. Bezeichnet man nun den Halbmesser desjenigen der beiden Kreise, welcher den anderen mit seiner Innenseite berührt, als negativ, den anderen als positiv, so lassen sich zunächst die fünf Arten der cyklischen Curven, welche sich durch Veränderung von R und r ergeben, wie folgt zusammenstellen.

Grundkreis.	Radkreis.	Entstehende Curve.
$+ R$	$+ r$	Aufradlinie oder Epicykloide.
$\pm \infty$	$+ r$	Radlinie schlechthin oder Cykloide.
$- R$	$+ r$	Inradlinie oder Hypocykloide.
$+ R$	$\pm \infty$	Fadenlinie oder Kreisevolvente.
$+ R$	$- r$	Umradlinie oder Pericykloide.

*) Siehe u. A. Dr. Zehme's elem. u. anal. Behandl. d. versch. Cykloiden, Iserlohn und Elberfeld 1854, und Dr. Weissenborn's cyklische Curven, Eisenach 1856.

Bei allen fünf Arten gelten sodann die beiden folgenden Sätze:

1. Die Normale zu einem Curvenpunkt geht durch den zugehörigen Berührungspunkt der Erzeugungskreise.

2. Der Krümmungsmittelpunkt zu einem Punkt der Curve ist der Durchschnitt der Normalen mit der Geraden, welche den Gegenpunkt mit dem Mittelpunkt des Grundkreises verbindet. Bei den verlängerten und verkürzten Curven liegt der „Gegenpunkt" auf dem verlängerten Radius zum Curvenelement und der durch den Berührungspunkt gezogenen Senkrechten zur Normale.

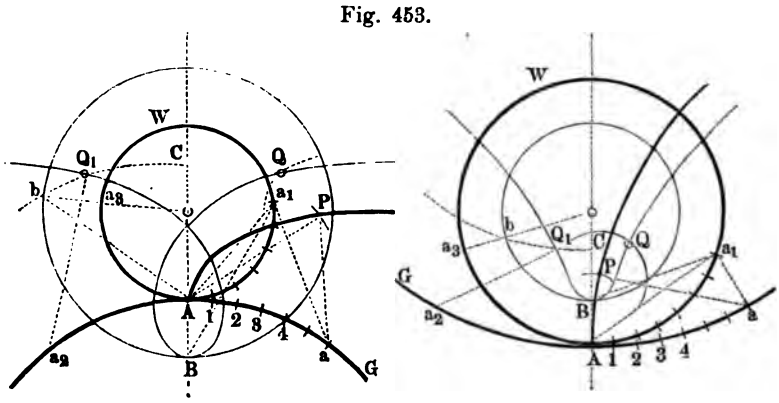
Auf dem ersteren Satze beruht die vorzügliche Anwendbarkeit der cyklischen Curven zur Verzahnung; auf den zweiten lassen sich vortrefflich die Ersetzungen der cykloidischen Zahncurven durch Kreisbögen stützen.

§. 191.

Verzeichnung der cyklischen Curven.

I. Genaues Verfahren. Fig. 453. G Grundkreis, W Radkreis, A Anfangspunkt der Curve. Trage von A aus auf G und W nach derselben Seite kleine gleichlange Bogenstücke auf, und es seien nun a und a_1 zwei zusammengehörige Theilpunkte. Be-

Fig. 453.



schreibe aus A mit dem Abstand aa_1 einen Bogen, und aus a mit der Sehne Aa_1 ebenfalls einen Bogen, so schneidet letzterer den ersteren in einem Punkte P der gesuchten Curve. Dieses Verfah-

ren, welches in Fig. 453 nur für Auf- und Inradlinie angewandt ist, gilt für alle fünf Arten der cyklischen Curven.

II. Abgekürztes Verfahren. Beschreibe aus den Theilpunkten 1, 2, 3, a, . . . mit den zugehörigen, von A aus gemessenen Sehnen des Radkreises Kreisbogen, so berühren diese sämmtlich die gesuchte Curve und können, bei recht kleiner Theilung, $A - 1$, $1 - 2$ . . . zur Verzeichnung derselben dienen.

Für die in B anfangende verlängerte oder verkürzte Curve bestimme zuerst P (wobei es nicht nöthig ist, die gemeine Curve selbst zu verzeichnen), beschreibe dann aus a mit $a_1 B$ einen Bogen, und aus P einen solchen mit AB, so schneiden die beiden Bogen einander in einem Punkte Q der gesuchten Curve.

Oder: Ziehe durch a_3 einen Radius $a_3 b$ im Radkreise, und durch b einen Kreisbogen bC concentrisch mit dem Grundkreise, und mache $a_2 Q_1 = Ab$, so ist Q_1 der Curvenpunkt für die Wälzung auf dem Bogen $A a_2 = A a_3$.

§. 192.

Radlinienverzahnung für Satzräder.

Das Zahnprofil wird bei dieser, streng genommen als doppelte zu bezeichnenden Verzahnung zusammengesetzt aus einem Auf- und einem Inradlinienbogen, beide erzeugt durch einen für jede Theilung constanten Radkreis.

I. Verzahnung eines aussenverzahnten Rades, Fig. 454 (a. f. S). Gegeben die Zähnezahl $\mathfrak{Z}$ und die Theilung t oder die Stichzahl $\frac{t}{\pi}$ des Rades. Dann mache man $OS = R = \frac{\mathfrak{Z} t}{2\pi}$ $= \frac{\mathfrak{Z}}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right)$, und den Halbmesser r_0 der Radkreise $W = 0{,}875\, t$ oder $= 2{,}75\left(\frac{t}{\pi}\right)$; verzeichne den Kopfkreis K um $0{,}3\, t$ von T abstehend, sowie den Fusskreis F um $0{,}4\, t$ von T entfernt, und mache die Zahndicke $= {}^{19}/_{40}\, t$. $\widehat{Sb} = \widehat{ab}$; $\widehat{Sc} = \widehat{ic}$. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T; Si Inradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W in T.

Bei dem eilfzähnigen Rad wird Si gerade und radial. Die Verzahnung kann gut bis zu sieben Zähnen herab benutzt werden; die Inradlinienbogen werden zwar bei $\mathfrak{Z} < 11$ unterkrümmt,

d. i. nach der Zahnmittelebene hin gebogen. Diese Unterkrümmung der Zahnflanken ist aber dadurch unschädlich zu machen, dass man die Zahnfussflanken unter Beachtung des theoretischen Fussprofiles ausrundet (s. §. 155, wo in Fig. 452 als Beispiel das siebenzähnige Rad der vorliegenden Verzahnung im Eingriff mit der Zahnstange gewählt wurde), und ausserdem dem Rade eine Seitenscheibe (s. §. 214, S. 465) gibt. Die oben angegebenen Verhältnisse liefern einen Scheitelspielraum von $^1/_{16}\,t$, einen Flankenspielraum von $^1/_{24}\,t$.

Fig. 454.

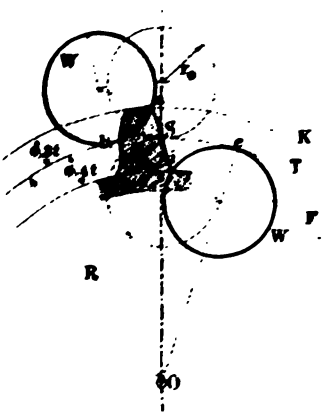
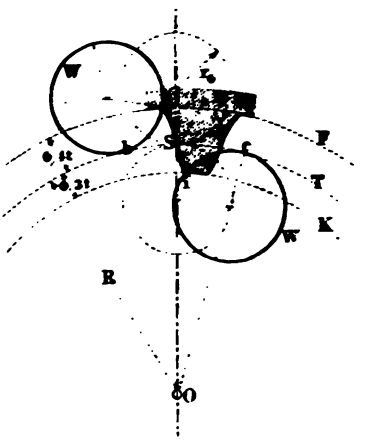


Fig. 455.



II. Verzahnung eines Hohlrades, Fig. 455. Das Hohlrad ist in den Zahnformen, abgesehen von der Rücksicht auf die Spielräume, die genaue Hohlform des gleichgrossen aussenverzahnten Rades. — O Mittelpunkt, R Theilkreishalbmesser, K Kopfkreis, um $0{,}3\,t$ von T nach innen abstehend, F Fusskreis, um $0{,}4\,t$ von T nach aussen abstehend. $r_0 = 0{,}875\,t = 2{,}75\,\frac{t}{\pi}$, Zahndicke $= {}^{19}/_{40}\,t$. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T, Si Inradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W in T.

Bei der Zahnstange ist $R = \infty$. Sa und Si werden dann congruente Bögen der gemeinen Radlinie (vergl. Fig. 452 in §. 188).

Die Eingrifflinie fällt bei der vorliegenden Verzahnung mit den Radkreisen zusammen; der Eingriffbogen ist zudem hier gleich der Eingriffstrecke, nämlich $= \widehat{ba}$ + dem entsprechenden $\widehat{b_1a_1}$ am eingreifenden Rade, wenn beide aussenverzahnt, und + der

Bogenstrecke $\overset{\frown}{ci}$ am Hohlrade, wenn ein solches in das Vollrad eingreift. Die Eingriffdauer ε schwankt zwischen 1,22 und 1,60.

§. 193.

Radlinien-Kreisverzahnung.

Als Ersatzbögen werden zwei Stücke von Krümmungskreisen passend gelegener Elemente der Radlinienbögen benutzt.

Fig. 456.

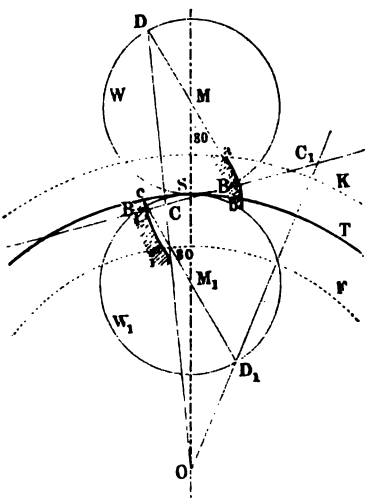


Fig. 456. Verzeichne aus O den Theilkreis T und die Kopf- und Fusskreise K und F in der bekannten Weise, sowie aus den Mittelpunkten M und M_1 die Radkreise W und W_1, die einander und den Theilkreis in S berühren. Ziehe nun die Durchmesser $B\,M\,D$ und $B_1\,M_1\,D_1$ so, dass $\angle\, BMS = \angle\, B_1 M_1 S = 30^0$; verbinde B mit B_1 durch die verlängerte Gerade $C_1\,B\,S\,B_1$, und ziehe durch die Gegenpunkte D und D_1 die Geraden OD und OD_1C_1, so liefern deren Schnitte C und C_1 mit der Geraden $B_1\,C\,S\,C_1$ die gesuchten Krümmungsmittelpunkte zu den Ersatzbögen $a\,B\,b$ und $c\,B_1\,i$. Durch C und C_1 lege nun aus O beschriebene Mittelpunktkreise, und rücke die Bögen $a\,B\,b$ und $c\,B_1\,i$ zum Zahnprofil zusammen.

Durch Rechnung findet man die Krümmungshalbmesser ϱ aus den folgenden Formeln:

$$\frac{\varrho}{t} = 0{,}45\,\frac{23 \pm 11}{3 \pm 11} \text{ und } \frac{\varrho}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = 1{,}42\,\frac{23 \pm 11}{3 \pm 11}\,. \quad (179)$$

Die Pluszeichen liefern die Krümmungshalbmesser CB für die Aufradlinienbögen (ϱ_a), die Minuszeichen die Krümmungs-

halbmesser $C_1 B_1$ für die Inradlinienbögen (ϱ_i). Am Radboden wird der Zahnfuss in bekannter Weise mit einer Abrundung angesetzt.

1. Beispiel. Gegeben $3 = 63$, $t = 30$, *so ist der Krümmungshalbmesser* ϱ_a *für die Ersatzbögen der Aufradlinien:* $\varrho_a = 30 . 0{,}45 . \frac{126 - 11}{63 - 11}$ $= 30 . 0{,}45 . \frac{137}{74} = 0{,}533 . 30 =$ *sehr nahe* 25^{mm}, *und der Krümmungshalbmesser* ϱ_i *für die inneren Bögen:* $\varrho_i = 30 . 0{,}45 . \frac{126 - 11}{63 - 11} = 30 . 0{,}45 . \frac{115}{52}$ $= 30 . 0{,}995 =$ *sehr nahe* 30^{mm}.

2. Beispiel. Gegeben $3 = 11$, $\frac{t}{\pi} = 10$. *Hier wird:* $\varrho_a = 10 . 1{,}42 . \frac{33}{22}$ $= \frac{42{,}6}{2} = 41{,}3$ *Millimeter (nicht etwa Theile des Peripheriemaassstabes). Sodann hat man* $\varrho_i = 10 . 1{,}42 . \frac{11}{0} = \infty$, *d. h. die Fussflanke wird geradlinig und radial.*

3. Beispiel. Gegeben $3 = 7$, $t = 50$. *Hier wird* $\varrho_a = 50 . 0.45 . \frac{14 + 11}{7 + 11}$ $= 50 . 0{,}45 . \frac{25}{18} = 31{,}2$ *oder abgerundet* 31^{mm}. *Für den inneren Bogen erhält man:* $\varrho_a = 50 . 0{,}45 . \frac{14 - 11}{7 - 11} = -\ 50 . 0{,}45 . \frac{3}{4} = -\ 50 . 0{,}3375 =$ *nahe* $-\ 17^{mm}$. *Die Fussflanke wird also unterkrümmt. Sie wird in der in §. 188, Fig. 452 angegebenen Weise in den Radboden übergeführt.*

Bemerkung. Bei den Zähnezahlen unter 15 thut man wohl, statt der Kreisverzahnung die genaue Methode (§. 192) anzuwenden, indem sonst die Vernachlässigungen einen merkbaren Einfluss auf den Gang der ausgeführten Zahnräder üben.

§. 194.

Geradflankenverzahnung.

Die Geradflankenverzahnung ist eine einfache Radlinienverzahnung; sie liefert Einzelräder (s. §. 185 und 189) und ist für Holzeisenräder namentlich bei Winkeltrieben deshalb passend, weil sie die Flanken der Holzzähne als ebene Flächen liefert.

I. Räder mit äusserem Eingriff, Fig. 457. 3 Zähnezahl, R Halbmesser des Holzrades, 3_1 und R_1 Zähnezahl und Halbmesser des Eisenrades, t die Theilung, k und f Kopf- und Fusslänge beim Holzrad, k_1 und f_1 diese Längen beim Eisenrad.

W Radkreis zur Erzeugung der Zahncurven des Rades R_1. Man mache $R = \frac{3\,t}{2\,\pi} = \frac{3}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right)$, den Halbmesser von $W = \frac{R}{2}$, $R_1 = \frac{3_1\,t}{2\,\pi} = \frac{3_1}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right)$, $k = 0{,}1\,t, f = 0{,}6\,t$, $k_1 = 0{,}5\,t$, $f_1 = 0{,}2\,t$, und die Zahndicke bei beiden Rädern $= \frac{19}{40}\,t$. Si gerade und radial, Sa Abrundung vom Halbmesser $\frac{t}{10}$, aSi das Profil des geradflankigen Zahnes. Bogen $\widehat{Sb_1} = \widehat{b_1 a_1}$, Sa_1 Aufradlinienbogen, erzeugt durch Rollen von W auf T_1. Si_1 geradlinige Verlängerung der Curve $a_1 S$, mit einer Ausrundung in den Radboden übergeführt; $i_1 Sa_1$ Profil des krummflankigen Zahnes.

Fig. 457.

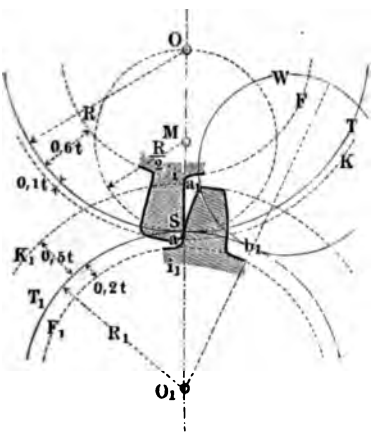
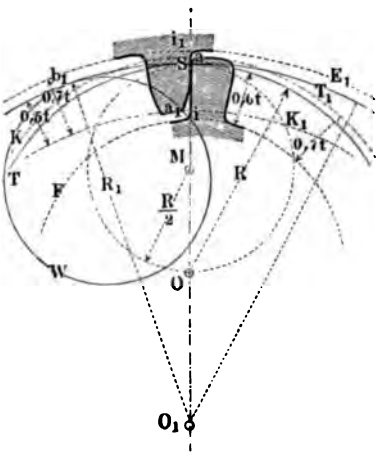


Fig. 458.



II. Räder mit innerem Eingriff, Fig. 458. Das Hohlrad erhält die eisernen krummflankigen Zähne, den Halbmesser R_1, die Zähnezahl 3_1; das andere Rad die Zähnezahl 3, den Halbmesser R. W Radkreis vom Halbmesser $\frac{R}{2}$; die Kopf- und Fusslängen werden genommen wie oben. aSi gerades, oben abgerundetes Profil des Holzrades: $i_1 Sa_1$ Profil des Eisenzahnes, zusammengesetzt aus dem Inradlinienbogen Sa_1 und dem Ansatzstück Si_1. Sa_1 wird erzeugt durch Rollen von W in T_1. — Wollte man dem Hohlrad die geradlinigen Zähne geben, so würden die Zahnprofile des aussenverzahnten Rades nach Umradlinienbögen zu

formen sein, erzeugt durch Wälzen eines Radkreises von dem halben Halbmesser des Hohlrades um den Theilkreis des aussenverzahnten. Die entstehenden Zahnformen werden dabei für die Ausführung weniger bequem als bei der obigen Methode. Will man die Geradflankenverzahnung für Zahnstange und Triebling benutzen, so kann man a) $R_1 = \infty$ annehmen, R endlich lassen, also den Triebling mit den Geradflanken versehen; die Zahnflanken der Zahnstange werden dann gemeine Radlinien; oder man kann b) $R = \infty$, R_1 aber endlich annehmen, wobei die Zahnstange die geraden Flanken, der Triebling Evolventen zu Zahnflanken erhält.

Die Eingrifflinie fällt bei der Geradflankenverzahnung mit dem Radkreis $\left(\frac{R}{2}\right)$ zusammen; der Eingriffbogen wird gleich der Eingriffstrecke, d. i. gleich dem $\overset{\frown}{b_1 a_1}$; die Eingriffdauer ε schwankt zwischen 1,7 und 3,7. Wenn die Profile des krummflankigen Zahnes einander vor Erreichung des normalen Kopfkreises schneiden, so schadet das nicht, wenn dabei $\varepsilon > 1$ bleibt; andernfalls wähle man alsdann grössere Zähnezahlen.

§. 195.

Punktverzahnungen. Gemischte Verzahnungen.

Die Geradflankenverzahnung ist auch vielfach so benutzt worden, dass man deren zwei zusammenfügt, so dass an beiden Rädern die Fussflanken gerade, die Kopfflanken gekrümmt werden. Solche Räder sind aber keine Satzräder, und daher für die gewöhnlichen Ausführungen des Maschinenbaues als unpraktisch zu verwerfen. Nur bei den Uhrmachern mag sich diese Verzahnungsmethode vielleicht halten, weil sie ein bequemes Ausfeilen der Zahnlücken gestattet, und ausserdem kleine Zähnezahlen zulässt.

Steigert man den Durchmesser des Radkreises um einen Bruchtheil über den Halbmesser des umgebenden Theilkreises hinaus, so ergeben sich auch ausführbare Verzahnungen, welche aber nur in ganz vereinzelten Fällen praktisch sind.

Wird der Radkreis einer einfachen Verzahnung so gross gemacht, wie der Theilkreis des einen der beiden Räder, so ergeben sich für den Theilkreis, auf welchem er rollt, als Zahnprofile cyklische Curven, für den anderen, mit ihm gleich grossen Theil-

kreis aber schrumpft das Zahnprofil in einen Punkt zusammen, weshalb man solche Verzahnungen Punktverzahnungen nennen kann. Unter diese fallen die sogenannten Triebstockverzahnungen.

Triebstockverzahnung für äusseren Eingriff. Fig. 459. Um den Punkt, in welchem das Zahnprofil am Rade R übergegangen ist, wird ein Kreis mit $\frac{19}{80}\,t$ beschrieben, welcher das Profil des den Punkt umgebenden und vertretenden Triebstockes ist; das Zahnprofil am Rade R_1 ist eine Parallele (oder Aequidistante) zu einer Aufradlinie Sa, erzeugt durch Wälzen des Kreises T auf T_1, $\widehat{S\,b} = \widehat{a\,b}$; Kreise vom Triebstockhalbmesser aus den Punkten von Sa beschrieben, hüllen das Zahnprofil cd ein; di viertelkreisförmiges Fussprofil. Die Eingrifflinie fällt mit T zusammen; die Eingriffstrecke SI wird durch den Kopfkreis K_1' in I begrenzt, und ist gleich dem Eingriffbogen, muss also $> t$, nicht kleiner als etwa 1,1 t sein. Hiernach richtet sich die Kopflänge k_1' und die daraus folgende k_1.

Triebstockverzahnung für inneren Eingriff. Fig. 460.

Fig. 459.

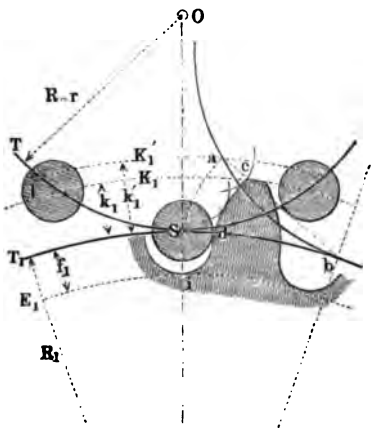
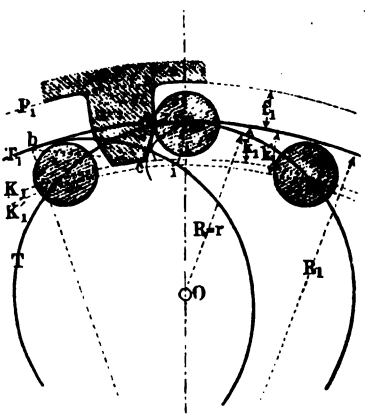


Fig. 460.



Ganz ähnliches Verfahren wie vorhin. Das Zahnprofil cd ist eine Parallele zu der Inradlinie Si, erzeugt durch Wälzen von T in T_1, $\widehat{Sb} = \widehat{ib}$; SI Eingriffstrecke, gleich dem Eingriffbogen, also $\geqq 1{,}1\,t$ zu machen. Das Fussprofil da ist hier radial gemacht, in-

[illegible] Fig. [illegible] ist. — In Fig. 461 [illegible] angewachsen; [illegible] parallel zu der [illegible] Walzen von I [illegible] I [illegible] $=$ [illegible] SI [illegible], gleich dem Eingriffbogen, [illegible] $\geqq$ [illegible] zu machen; [illegible] Fussprofil.

[illegible] Fall der Verzahnung in Fig. 460 stellt Fig. 462 dar; [illegible] $R = \frac{1}{2} R_1$, also $\mathfrak{Z} = \frac{1}{2} \mathfrak{Z}_1$, und hier insbeson-

Fig. 461.

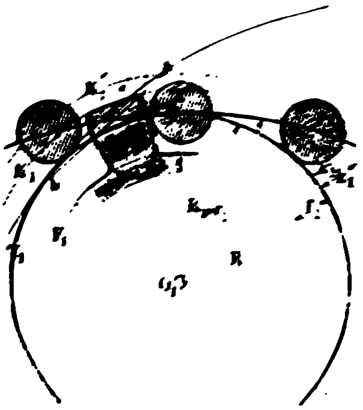
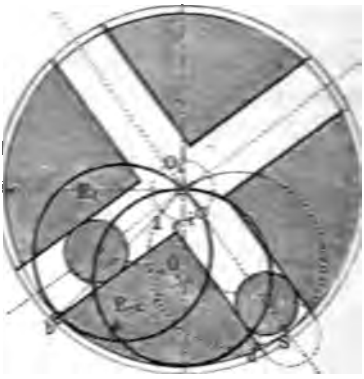


Fig. 462.



dere $\mathfrak{Z} = 2$, also $\mathfrak{Z}_1 = 4$. Das Profil cd ist eine Parallele zu der in eine Gerade übergegangenen Inradlinie Si; $\widehat{Sb} = \widehat{bi}$; SI Eingriffstrecke, gleich dem Eingriffbogen. Dieser fällt hier $< t$ aus; indessen verstattet die Geradflankigkeit der Zähne von R_1, den Flankenspielraum Null zu machen, sodass die Gegenflanke ebenfalls ein Eingriff ist, der Eingriffbogen also als das Doppelte von SI zu betrachten ist. Vorliegender Rädereingriff wird von Vielen für einen besonderen Mechanismus gehalten; übrigens finden sich in den Ausführungen die Triebstöcke als Rollen construirt, die auf freitragenden Zapfen stecken.

Lässt man in Fig. 460 den Radius R_1 unendlich gross werden, so entsteht der Zahnstangenmechanismus, bei welchem die Zahnprofile an der Zahnstange Parallelen zu gemeinen Radlinien werden. Wenn dagegen bei Fig. 461 R unendlich gross gemacht wird, erhält die entstehende Zahnstange eine sehr bequeme Form (Stockleiter), sodass die Construction der ersteren meist vorzu-

ziehen ist; an dem Rade werden die Zahnprofile Parallelen zu Kreisevolventen.

Die Triebstockverzahnungen haben für präcise Ausführungen, welche sich nicht oft wiederholen, den Vortheil, dass man die Triebstöcke so leicht genau herstellen kann (auf der Drehbank); die erwähnten leiterförmigen Zahnstangen, aus Schmiedeisen hergestellt, sind äusserst praktisch, namentlich für Windwerke, welche dem Frost ausgesetzt sind, wie die an Schleusen, Drehbrücken u. s. w.

Fig. 463.

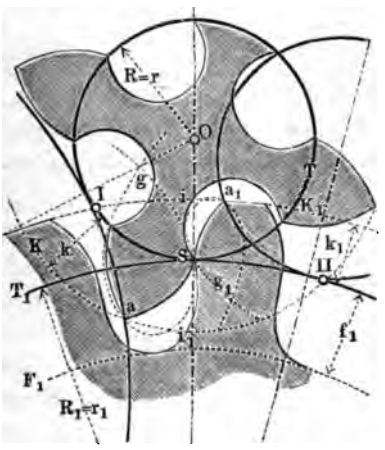
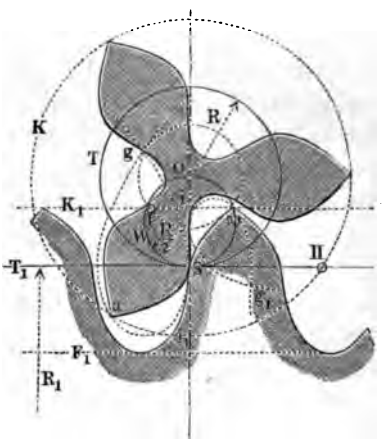


Fig. 464.



Doppelte Punktverzahnung. Fig. 463. Verbindet man zwei Punktverzahnungen miteinander, so erhält man eine Verzahnung, welche ein sehr tiefes Herabgehen der Zähnezahl des einen Rades, also eine starke Uebersetzung bei kleinen Abmessungen der Räder gestattet. Hier sind beide Theilkreise zugleich Radkreise. Sa Aufradlinienbogen, erzeugt durch Wälzen von T_1 auf T, eingreifend auf der Strecke SI mit dem Punkte S des Rades T; Sa_1 Aufradlinienbogen, erzeugt durch Wälzen von T auf T_1, eingreifend auf der Strecke SII mit dem Theilkreispunkte S des Rades T_1. Si Fussprofil, angelehnt an das theoretische Lückenprofil $Sa_1 g_1$ (siehe IV. §. 188), Si_1 Fussprofil des anderen Rades, ebenso an das theoretische Lückenprofil Sag gelehnt. — Unter Voraussetzung der Seitenscheiben ist das kleine Rad gut zu brauchen; Ausführungen ähnlicher Art zeigen die Wagenwinden und verwandte Hebezeuge.

Gemischte Verzahnung. Fig. 464. Für die Anfertigung

der soeben genannten kleinen Trieblinge für Hebezeuge ist es sehr zweckmässig, wenn das Fussprofil nicht gar zu sehr unterschnitten erscheint. Für diesen Zweck eignet sich die Anwendung der Geradflanken beim Zahnfusse des kleinen Rades. Zur Erzielung einer genügenden Eingriffdauer (welche hier bei dem Dreier-Rad mit Zahnstange immer noch 1,15 beträgt) müssen dann freilich auch am eingreifenden Rade die Zahncurven am Zahnkopf bis zu ihrem Durchschnitt geführt werden. Sa Fadenlinienbogen, erzeugt durch Wälzen des (hier geradlinigen) Theilrisses T_1 der Zahnstange auf T, Si geradlinige radiale Fussflanke, erzeugt durch Wälzen des Kreises W vom Halbmesser $\frac{R}{2}$ in T, $Sa_1 g_1$ theoretisches Profil der Lücke des Rades T. Sa greift mit dem Punkte S der Zahnstange auf der Strecke SII. Sa_1 Radlinienbogen, erzeugt durch Wälzen von W auf T_1 greifend auf der Strecke SI mit der Fussflanke Si des Rades T.

§. 196.

Evolventenverzahnung für Satzräder.

Das Zahnprofil wird durch einen Fadenlinien- oder Kreisevolventenbogen gebildet, welcher durch Abwickelung eines Verhältnisskreises erzeugt wird.

Fig. 465.

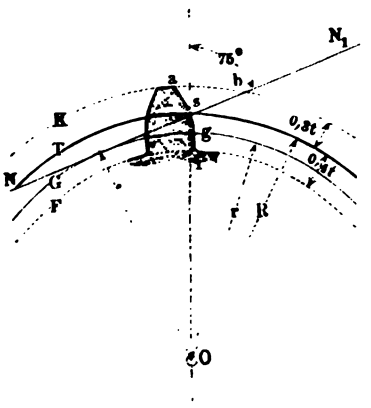
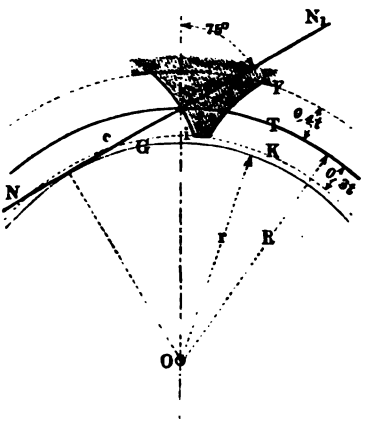


Fig. 466.

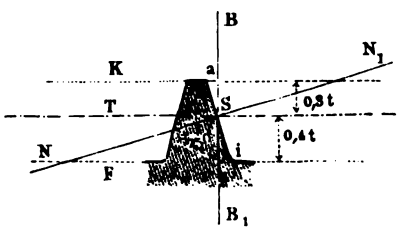


Aeussere und innere Verzahnung. Fig. 465 und 466.

Gegeben die Zähnezahl 3 und die Theilung t, oder die Stichzahl $\frac{t}{\pi}$ des zu verzahnenden Rades. Mache $OS = R = \frac{3t}{2\pi} = \frac{3}{2}\left(\frac{t}{\pi}\right)$ und verzeichne die Kopf- und Fusskreise K und F in den Abständen $f = 0{,}4t$, $k = 0{,}3t$ vom Theilkreis, sowie die Zahndicke mit $^{19}/_{40}\,t$. Ziehe hierauf die Gerade NSN_1 unter 75° gegen OS geneigt, so wird dieselbe den Grundkreis G vom Halbmesser $r = 0{,}966\ R = 0{,}154\,3\,t = 0{,}483\,3\left(\frac{t}{\pi}\right)$ berühren. Wickle nun die NS von S nach a vom Kreise G ab, und von S nach g auf den Kreis G auf, so ist die Bahn aSg des Punktes S der gesuchte Zahnumriss, welcher bei äusserer Verzahnung für die Zähnezahlen unter 55 durch ein radiales Stück gi zu verlängern und mit dem Radboden zu verbinden ist.

Eingrifflinie ist die Gerade NN; die Eingriffstrecke setzt sich aus deren den Zahnköpfen zukommenden Abschnitten Sb und Sb_1, beim Hohlrade Sc, zusammen. Zur Ermittelung der Eingriffdauer ε hat man nur die Theilung t durch Radienziehung auf den Grundkreis r zurückzuführen und mit der so erhaltenen Grundkreistheilung oder Grundtheilung die Eingriffstrecke auszumessen. Bei zwei gleichgrossen Rädern von 14 Zähnen ist ε nur wenig > 1; es schwankt überhaupt zwischen 1 und 2,5.

Fig. 467.

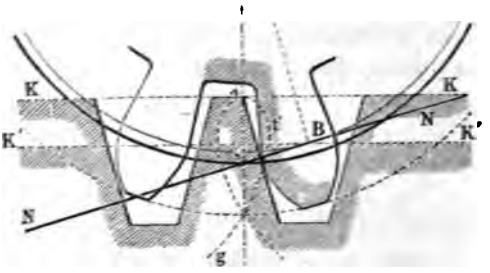


Zahnstange, Fig. 467. aSi gerade, unter 75° gegen den Theilkreis T geneigte Linie als Zahnprofil. Der Winkel von 75° ist durch Zusammenlegen der gebräuchlichen Winkelbrettchen von 45° und 30° leicht zu erhalten.

Bei den wenigzähnigen Rädern liegt der Grundkreis im Zahnprofil nahe dem Theilkreis. Dies führt leicht einen störenden Fehler im Eingriff herbei. Ist nämlich das Stück SB der Geraden NN, welches zwischen Theil- und Grundkreis liegt, kleiner als das vom Zahnkopf des eingreifenden Rades, siehe Fig. 468 (a. f. S.), so schneidet die die Profilspitze a auf ihrer durch die Curve afg angedeuteten Kopfbahn (vergl. Fig. 452) in den Zahnfuss des anderen Rades ein. Sollte dieser Fehler nicht eintreten, so dürfte

die Zahnkopfbegrenzung, zu welcher der Punkt a gehört, nicht über die durch B gehende $K'K'$ hinausgehen*). Bei der vorliegenden

Fig. 468.



Satzräderverzahnung findet dies für Räder, welche in eine Zahnstange eingreifen, nur statt, wenn $\mathfrak{Z} \geqq 28$. Ein anderes Mittel, den falschen Eingriff zu vermeiden, besteht in einer Abrundung der Zahnkante bei a; dieselbe ist in der Praxis mehrfach im Gebrauch, muss indessen unter Umständen ziemlich weit gehen, um den Fehler ganz auszugleichen.

§. 197.

Zahnreibung der Stirnräder.

Die Reibung der Stirnradzähne hängt sehr wesentlich von den Verzahnungscurven ab, und lässt sich aus der Form, Grösse und Lage der Eingrifflinie beurtheilen. Im allgemeinen wächst die Reibung mit der Eingriffdauer ε. Wegen der Lage der Eingrifflinie führt ε in der Formel einen Coefficienten bei sich, welcher $= 1\frac{1}{2}$ ist, wenn, wie durchschnittlich bei unserer Radlinien-

*) Der Widerspruch, dass trotz der geometrischen Richtigkeit der Verzahnung doch der Eingriff falsch werden kann, ist nur scheinbar. Denn unter den gemachten Voraussetzungen hinsichtlich der Zahnkopflängen müsste die Zahnfussflanke an dem kleinen Rade statt von einfach bogenförmiger Gestalt von einer $\vee$förmigen sein, nämlich aus zwei auf dem Grundkreis eine Spitze bildenden Evolventenbogen bestehen, von denen der eine in die Lücke fallen, also unausführbar sein würde. Es handelt sich also hier um einen der Fälle, welche in §. 188 bei I. angedeutet wurden. Auch die Ausführung der in obiger Figur gefundenen Fusscurve geht nicht an, da dieselbe ein Stück der richtigen Curve wegschneidet.

verzahnung, die Eingriffbogen gleichmässig zu beiden Seiten der Centrale vertheilt ist; er ist = 1, wenn, wie bei der Geradflankenverzahnung, die Eingrifflinie ganz auf einer Seite der Centrale liegt; er kann = $^3/_4$ gesetzt werden, wenn, wie bei der Evolventenverzahnung, die Vertheilung der Eingrifflinie die Mitte zwischen den beiden genannten Anordnungen hält. Von den Zähnezahlen hängt die Zahnreibung in starkem Maasse ab, indem sie proportional deren harmonischem Mittel ist, mithin mit wachsenden Zähnezahlen rasch abnimmt.

Beim Reibungscoëfficienten f und den Zähnezahlen 3 und 3_1 hat man für den Arbeitsverlust p_r durch die Zahnreibung:

a) bei der Radlinienverzahnung:

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3_1}\right) \frac{\varepsilon}{2} \quad \ldots \ldots$$

b) bei der Geradflankenverzahnung:

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3_1}\right) \varepsilon \quad \ldots \ldots$$

c) bei der Evolventenverzahnung:

$$p_r = \pi f \left(\frac{1}{3} \pm \frac{1}{3_1}\right) {}^3/_4 \varepsilon \quad \ldots \ldots \qquad (180)$$

Der Coëfficient f selbst ist auch bei gut geschmierten Rädern nicht klein, da der Flächendruck in der Regel hoch ist; meistens passend ist $f = 0{,}15$, bei neuen und trocken gehenden Rädern indessen steigt f auf 0,20 bis 0,25 und höher. Das Minuszeichen in der Formel wird gebraucht, wenn ein Hohlrad (3_1) im Paare vorkommt.

1. Beispiel. Bei einem Paare siebenzähniger Räder mit Radlinienverzahnung ist $\varepsilon = 1{,}225$. Bei $f = 0{,}15$ hat man nach (180 a) für den Verlust durch Zahnreibung: $p_r = \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 2 \,.\, 1{,}225}{2 \,.\, 7} = 0{,}08243 \sim 8^1/_4$ *Procent.*

2. Beispiel. Radlinienverzahnung. $3 = 3_1 = 40$. *Hier ist* $\varepsilon = 1{,}44$, *und kommt:* $p_r = \frac{3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 2 \,.\, 1{,}44}{2 \,.\, 40} = 0{,}016995 \sim 1{,}7$ *Procent.*

3. Beispiel. Radlinienverzahnung. $3 = 7$, $3_1 = -60$ *(Hohlrad). Hier ist* $\varepsilon = 1{,}40$ *und demnach* $p_r = 3{,}14 \,.\, 0{,}15 \,.\, 0{,}7 \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{60}\right) \sim 4{,}2$ *Procent.*

4. Beispiel. Radlinienverzahnung. $3 = 7$, $3_1 = \infty$ *(Zahnstange).*

Hier ist $\varepsilon = 1{,}37$, *und somit* $p_r = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15 \cdot 1{,}37}{2} \left(\frac{1}{7} + 0\right) \sim 4{,}6$ *Procent.*

5. Beispiel. Geradflankenverzahnung. $3 = 3_1 = 40$. *Man findet* $\varepsilon = 1{,}85$, *wonach aus (180 b):* $p_r = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15 \cdot 1{,}85 \cdot 2}{40} \sim 4{,}3$ *Procent, d. i.* $2\frac{1}{2}$ *mal soviel als im 2. Beispiel.*

6. Beispiel. Evolventenverzahnung. $3 = 3_1 = 40$. *Hier ist* $\varepsilon = 1{,}92$. *Dies gibt nach (180 c):* $p_r = \frac{3{,}14 \cdot 0{,}15 \cdot 2 \cdot 0{,}75 \cdot 1{,}92}{40} = 0{,}0339 \sim 3{,}4$ *Procent, d. i. zweimal soviel als im 2. Beispiel.*

Man sieht also, dass von den dreien die Geradflankenverzahnung die grösste, die Radlinienverzahnung die kleinste Reibung hat.

Die Abnützung der Zähne hängt ausser vom Reibungscoëfficienten vom Drucke der Zahnflanken aufeinander und von dem Verhältniss der übereinander hingleitenden Profiltheile ab. Sie ist deshalb bei constantem Zahndrucke nicht ohne weiteres constant, und es ist ein grosser Irrthum, wenn man, wie häufig geschieht, annimmt, dass bei der Evolventenverzahnung die Abnützung die Zahnform nicht ändere. Im Gegentheil findet gerade bei dieser Verzahnung verhältnissmässig die stärkste Formänderung durch die Abnützung statt, indem hier das geriebene Flankenstück innerhalb des Theilkreises gegen das darauf reibende des anderen Zahnkopfes besonders klein ist. Man kann die Richtigkeit des Gesagten in der Praxis vielfach beobachten, wo das kleinere Rad in einem mit Evolventenverzahnung versehenen Paare oft tiefe Kerben dicht unter dem Theilkreis zeigt. Die Radlinienverzahnung ist auch in diesem Punkte die günstigste von den dreien.

Schliesslich sei noch bemerkt, dass man die oben berechneten Reibungsverluste auch geometrisch auffinden kann, und zwar wie folgt. Man bilde die Differenzen der zusammenarbeitenden Profiltheile, dividire dieselben durch die zugehörigen Sehnen der Eingrifflinienbogen, und multiplicire die Summe der erhaltenen Quotienten mit dem Reibungscoëfficienten. Das Resultat ist der Verlust p_r. Die genannte Sehne ist bei der Evolventenverzahnung die Eingriffstrecke selbst. Die Regel liefert p_r auch für die Punktverzahnungen; sie gibt dem Zeichner das Mittel an die Hand, beim Auftragen der Verzahnung deren Reibungsverlust gleichsam mit dem Zirkel abzustechen.

§. 198.

Vor- und Nachtheile der behandelten Verzahnungsmethoden.

Jede von den beiden Satzräderverzahnungen hat ihre Vorzüge und ihre Nachtheile.

Radlinienverzahnung. Sie gewährt den grossen Vortheil, dass man bei ihr für gleichgrosse Räder mit der Zähnezahl bis auf 7 herabgehen kann, während bei der Evolventenverzahnung die kleinsten gleichgrossen Räder 14 Zähne haben müssen, man auch die Zähnezahl bei der Evolventenverzahnung nicht unter 11 nehmen darf. Der Reibungsverlust ist bei dieser Verzahnung verhältnissmässig sehr klein, die Abnützung wenig nachtheilig für die Zahlform. Als ein kleiner Nachtheil ist zu betrachten, dass die Zahnprofile eine S-förmige Krümmung haben, was die Anfertigung erschwert; auch können zusammenarbeitende Räder nicht viel auseinandergerückt werden, ohne den genügend richtigen Eingriff einzubüssen.

Evolventenverzahnung. Vortheile sind: vor allem die einfache Form der Zähne und sodann die Eigenschaft, dass man die Räder auseinanderrücken darf, ohne die Richtigkeit des Eingriffes zu beeinträchtigen. Diesen Vorzügen stellt sich aber der oben besprochene Nachtheil entgegen, vermöge dessen bei kleinen Zähnezahlen der Zahnkopf nach Beendigung des richtigen Eingriffstückes eine solche Bahn gegen den ihn angreifenden Zahn oder genauer gegen dessen radialen Fuss beschreibt, dass er ihm eine unrichtige Geschwindigkeit ertheilt. Der Uebelstand wird ausser durch die oben angegebenen Mittel bei fertigen Rädern gehoben, wenn man die betreffenden Räder auseinanderrückt, und zwar so weit, dass bei beiden Rädern die Zähne wenigstens gleichzeitig aus der Eingrifflinie treten. Somit trägt die Verzahnung das Heilmittel für ihren Fehler zwar in sich selbst; allein für starke Kraftübertragung sind doch, namentlich wo Stösse häufig sind, so gesperrt gehende Räder nicht geeignet, beziehlich die kleinen Zähnezahlen zu vermeiden.

So wird also für die Satzräder die Evolventenverzahnung nur bei grösseren Zähnezahlen (wo etwa das kleinere Rad im Paare

nicht unter 30 Zähne hat) zu empfehlen sein, wo ihre guten Eigenschaften sich dann gut verwerthen lassen, während für Räder mit kleinen, unter Umständen möglichst kleinen Getrieben die Radlinienverzahnung den entschiedenen Vorzug verdient. Da diese ausserdem auch für grosse Zähnezahlen vortrefflich ist und in Bezug auf Reibung und Abnützung sehr günstig steht, so empfiehlt es sich, bei neuen Fabrikanlagen nur sie allein für die Satzräder, insbesondere die Stirnräder, in Anwendung zu bringen. Für Kegelräder, welche in der Regel nicht Satzräder sind, eignet sich indessen der einfachen Form wegen die Evolventenverzahnung auch sehr gut.

Bei der Geradflankenverzahnung, deren einfache Zahnform namentlich für die Kegelräder von hohem Werth ist, wird das am Holzzahn angegriffene Stück in radialer Richtung manchmal ziemlich klein (und zwar um so kleiner, je grösser die Zähnezahl des geradflankigen Rades ist), und leidet deshalb nicht unbedeutend durch die Abnutzung, wenn man nicht sich durch das einfache Mittel vorsieht, den Zähnen eine recht grosse Breite zu geben.

Die Punktverzahnungen und die, welche als gemischte bezeichnet wurden, leisten für besondere Fälle, namentlich bei Hebzeugen und anderen Windwerken, wo als Zahnmaterial Schmiedeisen gebraucht wird, ausgezeichnete Dienste, weshalb die betreffenden Regeln namentlich bei solchen Maschinen ihre Verwendung finden möchten.

B. Verzahnung der Kegelräder.

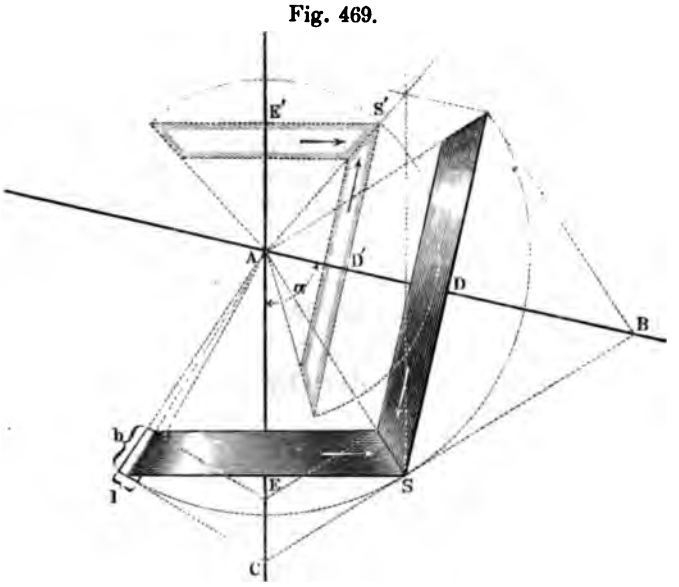
§. 199.

Allgemeines über die Kegelradzähne.

Bei den Kegel- oder Winkelrädern liegen die berührenden Verhältnisskreise zusammenarbeitender Räder in den Grundkegeln, deren Spitzen im Schnittpunkt der geometrischen Achsen der Räder zusammentreffen. Unter den Theilkreisen verstehen wir die an den Grundflächen der Grundkegel liegenden berührenden Verhältnisskreise SD und SE, Fig. 469. Die Zahnlänge wird auf dem Ergänzungskegel des Grundkegels gemessen; SB ist die Kante des Ergänzungskegels zu SD, SC diejenige zu SE, wobei $BC \perp$ zu AS. Die Zahnlänge wird auf SB und SC, die

Zahnbreite auf SA gemessen, die Zahndicke auf dem Theilkreis; die Zähne sind Pyramiden, deren Spitzen in A liegen.

Fig. 469.



Die zusammengehörigen Halbmesser SD und SE der Grundkegel werden gefunden, indem man durch die Berührungslinie SA den Achsenwinkel α so theilt, dass sich die Lothe SD und SE, welche aus einem Punkte S derselben auf die Achsen gefällt werden, verhalten wie die Zähnezahlen oder verkehrt wie die Umlaufzahlen der Räder, sodass also: $\frac{SD}{SE} = \frac{\mathfrak{Z}}{\mathfrak{Z}_1} = \frac{n_1}{n}$. Es sind jedesmal zwei Lösungen möglich, jenachdem man die Theilungslinie SA innerhalb α oder in den Nebenwinkel legt, oder mit anderen Worten, jenachdem man α oder den Nebenwinkel als Achsenwinkel betrachtet. Die beiden Lösungen unterscheiden sich dadurch, dass bei unverändertem Drehungssinn der treibenden Welle die getriebene Welle bei der einen Lösung rechts, bei der anderen links umläuft (Fig. 469). Eine der Lösungen kann ein Hohlrad liefern; dies geschieht, wenn $\frac{n_1}{n} < cos.\,\alpha$.

Wenn Kegelräder Satzräder werden sollen (vergl. §. 185), so müssen sie ausser gleicher Theilung auch noch gleichlange Berührungslinien (AS, Fig. 469) haben. Da diese Bedingung nur selten erfüllt werden kann, so sind Kegelräder von gleicher Theilung

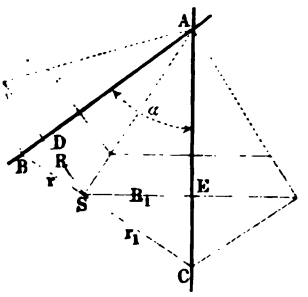
und Verzahnungsart doch meist Einzelräder. In der Praxis findet man übrigens Abweichungen bis zu 5 Procent in der Länge der Berührungslinie noch als statthaft betrachtet. Man nennt solche mit einem kleinen Fehler behaftete zu einem vorhandenen Kegelräderpaar für denselben Achsenwinkel hinzu construirte Räder Bastardräder. Bei einem vorhandenen rechtwinkligen Kegelräderpaar von 80 auf 45 Zähne gestattet also z. B. die Praxis noch, Bastardräder bis zu 80 $(1 \pm 0{,}05)$, d. i. bis zu 84 und 76 Zähnen, mit dem 45zähnigen rechtwinklig arbeiten zu lassen.

§. 200.

Hilfräder der Kegelräder.

Die Kegelräder erhalten brauchbare Zahnformen, wenn man ihre als Stirnräder verzahnten Hilfräder auf die durch die Ergänzungskegel gegebenen Endflächen der Zähne aufwickelt. Hilfräder zweier Kegelräder R und R_1 (Fig. 470) heissen die Stirnräder von derselben Theilung, welche zu Halbmessern r und r_1 die Erzeugenden BS und CS ihrer Ergänzungskegel haben.

Fig. 470.



Bei gegebenem Achsenwinkel α bestimmen sich der Halbmesser r und die Zähnezahl $\mathfrak{z}$ eines Hilfrades aus den bekannten Halbmessern und Zähnezahlen R, R_1, $\mathfrak{Z}$ und $\mathfrak{Z}_1$ der Kegelräder mittelst der Formeln:

$$\left.\begin{aligned} \frac{r}{R} &= \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2 + 2RR_1 \cos.\alpha}}{R_1 + R\cos.\alpha} \\ \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{Z}} &= \frac{\sqrt{\mathfrak{Z}^2 + \mathfrak{Z}_1^2 + 2\,\mathfrak{Z}\mathfrak{Z}_1 \cos.\alpha}}{\mathfrak{Z}_1 + \mathfrak{Z}\cos.\alpha} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (181)$$

Ist der Achsenwinkel ein Rechter, so wird:

$$\frac{r}{R} = \frac{\sqrt{R^2 + R_1^2}}{R_1},\ \frac{\mathfrak{z}}{\mathfrak{Z}} = \frac{\sqrt{\mathfrak{Z}^2 + \mathfrak{Z}_1^2}}{\mathfrak{Z}_1},\ \frac{r}{r_1} = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 \quad . \quad (182)$$

Beispiel. Ein Kegelräderpaar habe die Zähnezahlen 30 und 50 und einen Achsenwinkel $\alpha = 60^0$, so ist cos. $\alpha = 1/2$, und es findet sich für das Hilfrad zu dem 30zähnigen Rade: $\mathfrak{z} = \frac{30 . \sqrt{30^2 + 50^2 + 2 . 30 . 50 . 0{,}5}}{50 + 30 . 0{,}5}$ $= \frac{6 . \sqrt{4900}}{13} = 32{,}3$, *wofür man 32 nehmen könnte. Für das 50zähnige Rad erhält man ferner:* $\mathfrak{z}_1 = \frac{50 . \sqrt{4900}}{30 + 50 . 0{,}5} = \frac{50 . 70}{55} =$ *nahe 64. Mit diesen Zähnezahlen und der gegebenen Theilung sind die Hilfräder zu verzahnen.*

Kleine Zähnezahlen sind für Kegelräder nicht günstig, da bei solchen die Fehler, welche die Methode der Hilfräder immerhin enthält, merklich auftreten. Macht man aber nur von Zähnezahlen über 24 Gebrauch, so erhalten die Hilfräder nie unter 28 Zähnen, und man kann sich dann (siehe §. 196) der Evolventenverzahnung bedienen. Diese ist hier wegen der leichten Abformbarkeit der Zähne vortheilhaft, sodass sie trotz ihren kleinen Mängeln an diesem Platze den Vorzug verdient. Auch wegen der Ausführungsfehler in der Verzahnung, welche hier leicht weit grösser ausfallen als bei den Stirnrädern, empfiehlt es sich, grosse Zähnezahlen anzuwenden.

Die Zahnreibungsverluste der Kegelräder sind sehr annähernd gleich denen ihrer Hilfräder.

§. 201.

Das Planrad.

Die innenverzahnten oder Hohlkegelräder sind nicht praktisch, da ihre Modellirung und Herstellung weit schwieriger ist, als die der gewöhnlichen oder Vollkegelräder. Ein Grenzfall zwischen beiden Arten ist indessen bemerkenswerth. Wenn nämlich das Uebersetzungsverhältniss in einem Winkelräderpaar numerisch $= \cos. \alpha$ ist, so geht bei einer der beiden Lösungen der Grundkegel des einen Rades (SE in Fig. 471 a. f. S.) in eine ebene Scheibe über. Ein Winkelrad mit einem solchen Grundkegel nennen wir ein Planrad. Der Ergänzungskegel desselben geht in einen Cylinder über; der Halbmesser des Hilfrades zum Planrad wird also unendlich gross, d. h. das Rad erhält die Zahnformen der Zahnstange. Diese sind bei der Evolventenverzahnung besonders einfach (§. 196) und machen dadurch das Planrad zu einer unter Umständen empfehlenswerthen Construction.

Für das Uebersetzungsverhältniss hat man, wie gesagt:

$$\frac{R_2}{R_1} = cos.\,\alpha \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (183)$$

woraus z. B. bei $\alpha = 60^0$, $\frac{R_2}{R_1} = {}^1/_2$ folgt. Das Planrad erlaubt also bei festgesetztem Achsenwinkel nur ein bestimmtes Uebersetzungsverhältniss. Dieses lässt sich auch ausdrücken durch den halben Spitzenwinkel γ_2 des Kegelrades R_2, indem man auch hat:

$$\frac{R_2}{R_1} = sin.\,\gamma_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (184)$$

Es verdient beachtet zu werden, dass beide Räder aus einem Winkelräderpaar einzeln mit demselben Planrad arbeiten können. Hat ein solches Paar R_2, R_3 (Fig. 472) die Spitzenwinkel γ_2 und γ_3

Fig. 471.

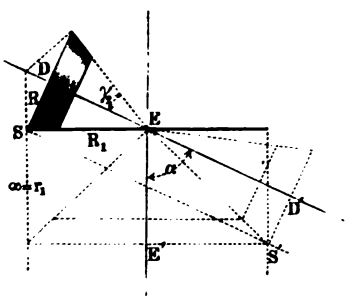
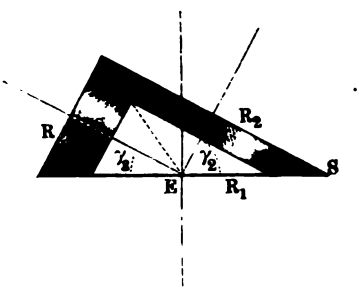


Fig. 472.



und ist ausserdem rechtwinklig, so ist zunächst dessen Uebersetzungszahl:

$$\frac{R_2}{R_3} = tg.\gamma_2 = cotg.\gamma_3,$$

und man hat bei:

$\frac{R_2}{R_3} = tg.\gamma_2 =$	¼	⅓	½	¾	1	4/3	2	3	4
$\gamma_2 =$	14°	18°30	26°40	36°50	45°	53°10	63°20	71°30	76°
$\frac{R_2}{R_1} = sin.\gamma_2 =$	0,242	0,317	0,449	0,60	0,707	0,800	0,894	0,948	0,970.

Je eines der Räder R_2 und R_3 kann strenggenommen mit dem Planrade R_1 nur dann benutzt werden, wenn die Zähnezahlen die genügend angenäherte Verwirklichung des Verhältnisses $sin.\gamma_2$ gestatten. Obgleich hiernach in seiner Anwendung beschränkt, ist doch das Planrad manchmal benutzbar, indem es schiefwinklige Uebertragungen sehr leicht ausführbar macht.

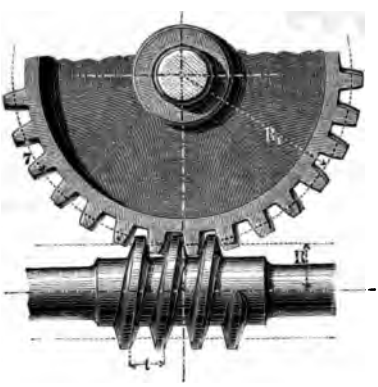
C. Die Schraubenräder.

§. 202.

Die Schraube ohne Ende.

Die unter dem Namen Schraube ohne Ende, Schnecke, Schneckenrad, Wurmrad verstandene Vorrichtung besteht aus einem Stirnrade und einer darin eingreifenden Schraube. Gewöhnlich werden die Achsen beider rechtwinklig geschränkt, Fig. 472. Dann müssen die Zähne des Rades um den Steigungswinkel γ der Schraube schief gegen die Cylinderkante stehen, wobei

Fig. 473.



$$tg.\gamma = \frac{t}{2\pi R} = 0{,}15915\ \frac{t}{R},$$

wenn t die Schraubensteigung, R der Theilcylinderhalbmesser der Schraube (γ lässt sich bequem mit Hilfe des Peripheriemaassstabes auftragen). Ist schiefwinklige Schränkung der Achsen gestattet, so kann man auch ein gewöhnliches Stirnrad benutzen, indem man dann nur die Schraubenachse um γ aus der vorigen Lage herauszudrehen hat. Diese Anordnung, siehe Fig. 474 (a.f.S.), geht sehr gut an, wenn die Befestigungsebene der Lager für die Schraube parallel zu beiden Achsen liegt. Zu beachten hat man übrigens, dass nun die Steigung der Schraube nicht wie oben = der Theilung t des Rades, sondern $= \frac{t}{cos.\gamma}$ zu nehmen ist.

Das Uebersetzungsverhältniss ist bei der Gangzahl 3 und der Umdrehungszahl n der Schraube, der Zähnezahl 3_1 und der Umdrehungszahl n_1 des Rades:

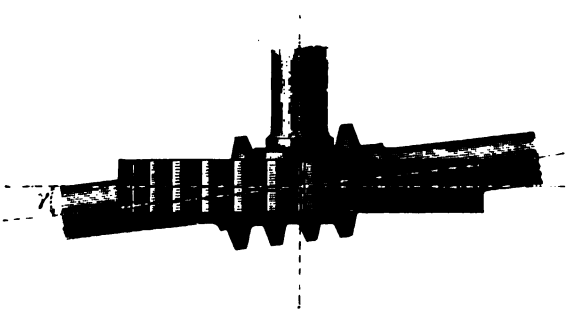
$$\therefore \quad \frac{n_1}{n} = \frac{3}{3_1}.$$

Gewöhnlich ist $3 = 1$ (eingängige Schraube) und alsdann:

$$\frac{n_1}{n} = \frac{1}{3_1}.$$

Die Reibung der Schraube an den Radzähnen ist sehr gross, indem die Gänge an den Zahnflanken entlang gleiten müs-

Fig. 474.



sen. Man hat beim Reibungscoëfficienten f für das Verhältniss zwischen der wirklich aufzuwendenden Kraft P' zu der an demselben Hebelarm der Schraube angreifenden Kraft P, welche bei reibungsfreiem Gange aufzuwenden wäre:

$$\frac{P'}{P} = \frac{1 + f\frac{2\pi R}{t}}{1 - f\frac{t}{2\pi R}}.$$

Bei $f = 0{,}16$ erhält man hieraus nach kleiner Abrundung:

$$\frac{P'}{P} = 1 + \frac{R}{t} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (185)$$

Daraus folgt, dass man zur Verhütung grosser Kraftverluste $\frac{R}{t}$ möglichst klein zu machen hat.

Morin gibt als Regel $R = 3t$, wobei $\frac{P'}{P} = \ldots\ldots 4$

Redtenbacher „ „ $R = 1{,}6t$ „ $\frac{P'}{P} = \ldots\ldots 2{,}6$

Wir nehmen, wo es angeht $R = t$ „ $\frac{P'}{P} = \ldots\ldots 2$

Kleiner lässt sich $\frac{R}{t}$ nicht wohl ausführen. Man sieht, dass selbst dann der Nutzeffekt nur 50 Proc. beträgt. Es ist also nur Uebersetzung von Schraube zu Rad möglich, da die Gleitungsreibung dem Rücktrieb gleich ist. Zu der gefundenen Reibung kommt übrigens noch die gewöhnliche Zahnreibung und die der Zapfen hinzu.

Die Verzahnung zwischen Schnecke und Rad ist die von Zahnstange und Getriebe, aufgetragen in einem Längsschnitt der Schraube (vergl. übrigens §. 204). Die Evolventenverzahnung ist hier wegen der geraden Zahnprofile günstig; 3_1 muss aber > 28 sein (§. 196). Berührung findet geometrisch nur in einem Punkte, physisch in einer kleinen Abplattungsfläche statt; will man eine weitergehende Berührung erzielen, so ist das Rad mit einer Wurmfräse zu schneiden. Zahnräder, bei welchen die Zahnberührung geometrisch in nur einem Punkte stattfindet, nennt man häufig Präcisionsräder gegenüber den Krafträder genannten, deren Zähne einander geometrisch in einer Linie berühren. Der Unterschied, der in diesen Bezeichnungen ausgedrückt ist, wird übrigens nicht scharf innegehalten, wie das vorstehende Beispiel zeigt, indem man die Schraube ohne Ende sowohl für kleine als für grosse Kräfte gebraucht.

§. 203.

Cylindrische Schraubenräder.

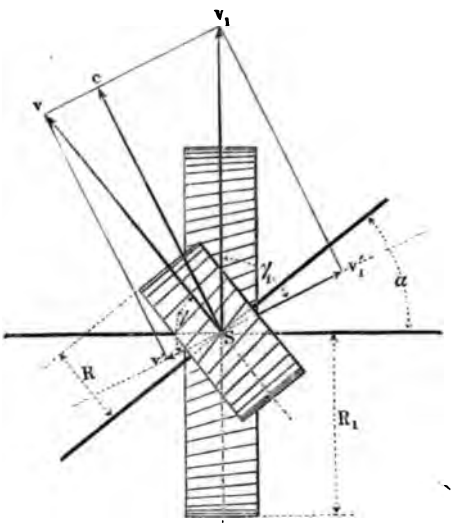
Die cylindrischen Schraubenräder sind der allgemeine Fall des vorigen Getriebes, und haben eigenthümliche Eigenschaften. Die Räder A und B, Fig. 475 (a. f. S.), sind hier beide Linksschrauben. Sie haben solche Steigungswinkel γ und γ_1, dass an der Eingriffstelle die Schraubenlinien der Theilcylinder eine gemeinschaftliche Tangente haben, sodass beim Schränkungswinkel α der Achsen:

$$\gamma + \gamma_1 + \alpha = 180^0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (186)^*)$$

*) Beim Aufzeichnen der Schraubenräder achte man sorgfältig darauf, dass die Winkel γ und γ_1 im gleichen Sinne gezählt werden, also z. B. wie oben von der Mittelebene des Rades aus beidemal nach rechts.

Zerlegt man die Umfangsgeschwindigkeiten v und v_1 in der Richtung jener Tangente und normal zu derselben, so erhält man:

Fig. 475.



$$\frac{v_1}{v} = \frac{sin.\,\gamma}{sin.\,\gamma_1}, \text{ woraus: } \frac{n_1}{n} = \frac{R\,sin.\,\gamma}{R_1\,sin.\,\gamma_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (187)$$

Da ferner die Normaltheilungen $\tau = t\,sin.\,\gamma$ und $\tau_1 = t_1\,sin.\,\gamma_1$ einander gleich sein müssen, so hat man: $t : t_1 = sin.\,\gamma : sin.\,\gamma_1$, und daraus für die Zähnezahlen wie bisher:

$$\frac{3}{3_1} = \frac{n_1}{n}.$$

Hiernach verhalten sich hier nicht die Radhalbmesser selbst, sondern deren Projektionen auf die Normale zur Zahntangente wie die Zähnezahlen, was eine graphische Auffindung der Halbmesser nahe legt.

Vermöge der Geschwindigkeitscomponenten v' und v_1' gleiten die Zahnflanken einander entlang und zwar mit der Geschwindigkeit:

$$c' = v' + v_1' = c\,(cotg.\,\gamma + cotg.\,\gamma_1) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (188)$$

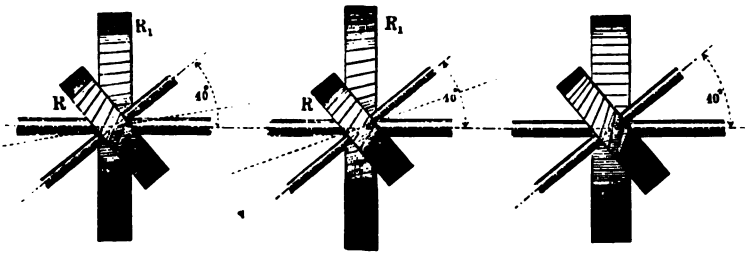
Die Gleitung bewirkt Kraftverlust und Abnutzung. Deshalb sind die Schraubenräder vorzugsweise für kleine Kräfte geeignet.

c' wird am kleinsten, wenn v' und v_1' gleichgross ausfallen, d. i. wenn $\gamma = \gamma_1$. Die Normale c zur Zahnflanke halbirt dann den Winkel zwischen den Radebenen.

Wegen der statthaften Veränderlichkeit der Steigungswinkel herrscht eine grosse Mannigfaltigkeit in den Schraubenräderwerken, wie folgende Beispiele zeigen.

1. Beispiel. Gegeben $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$ *und das Achsenloth* $a = R + R_1$ *nebst dem Achsenwinkel* $\alpha = 40^0$. *Wählt man* $\gamma = 60^0$, *so hat man nach (186)* $\gamma_1 = 180 - 40 - 60 = 80^0$, *siehe Fig. 476, und findet nun nach (187):* $\frac{R}{R_1} = \frac{\sin.\gamma_1}{\sin.\gamma}\frac{n_1}{n} = \frac{\sin.80}{\sin.60}\cdot\frac{1}{2} = \frac{0{,}9848}{0{,}8660}\cdot\frac{1}{2} = 0{,}5686$, *worauf nun* R *und* R_1 *selbst bestimmbar sind. Ist z. B.* $a = 100^{mm}$ *gefordert, so kommt:* $R_1 = \frac{a}{1 + \frac{R}{R_1}} = \frac{100}{1{,}5686} = 63{,}751^{mm}$, $R = 36{,}249^{mm}$, *und bei* $3 = 20$, $3_1 = 40$ *die Normaltheilung* $\tau = t \sin.\gamma = \frac{2\pi R}{3} \sin.\gamma =$

Fig. 476. Fig. 477. Fig. 478.



$\frac{2 . \pi . 36{,}249 . 0{,}866}{20} = 0{,}272 . 36{,}249 = 9{,}862^{mm}$. *Ferner ist die Radtheilung* $t = \frac{\tau}{\sin.\gamma} = \frac{9{,}862}{0{,}866} = 11{,}388^{mm}$, $t_1 = \frac{9{,}862}{0{,}9848} = 10{,}014^{mm}$. *Die Gleitungsgeschwindigkeit* c' *wird nach (188)* $= c\ (cotg.\ 60 + cotg.\ 80) = c\,(0{,}5774 + 0{,}1763) = 0{,}7537\,c$.

2. Beispiel. Um c' *auf sein Minimum zu bringen, machen wir* $\gamma = \gamma_1 = \frac{180 - \alpha}{2} = \frac{180 - 40}{2} = 70^0$, *siehe Fig. 477. Dann kommt:* $\frac{R}{R_1} = \frac{1}{2}$, $R_1 = 66{,}667^{mm}$, $R = 33{,}333^{mm}$, $\tau = \frac{2 . \pi . 33{,}333 . 0{,}9397}{20} = 9{,}840^{mm}$, $t = t_1 = \frac{9{,}840}{0{,}9397} = 10{,}472^{mm}$, *und* $c' = 2 . cotg.\ 70 . c = 2 . 0{,}3640 . c = 0{,}728\,c$. *Man sieht, dass schon der vorige Werth dem Minimum nahe war.*

3. Beispiel. Suchen wir eine andere Erleichterung für die Ausführung, indem wir $\gamma = 90^0$, das eine Rad also zu einem gewöhnlichen Stirnrad machen, siehe Fig. 478 (a. v. S.), so haben wir $\gamma_1 = 180 - 40 - 90 = 50^0$, und erhalten: $\frac{R}{R_1} = \frac{1}{2}\ 0{,}7660 = 0{,}383$; $R_1 = 72{,}307^{mm}$, $R = 27{,}693^{mm}$, $\tau = 11{,}842^{mm}$, $t = \tau$, $t_1 = 15{,}459^{mm}$, endlich $c' = 0{,}8391\ c$.

Ist statt a die Normaltheilung τ gegeben, was bei Benutzung vorhandener Räderfräsen gewöhnlich ist, so wählt man γ und γ_1 und hat dann $R \sin \gamma = \frac{3\tau}{2\pi}$, woraus:

$$R = \frac{3\tau}{2\pi \sin.\gamma},\quad R_1 = \frac{3_1\tau}{2\pi \sin.\gamma_1} \quad \ldots\ (189)$$

Es können auch R und τ gegeben sein; dann ist γ nicht mehr willkürlich; man hat nämlich:

$$\sin.\gamma = \frac{3\tau}{2\pi R} \quad \ldots\ (190)$$

Andere charakteristische Beispiele sind die folgenden.

4. Beispiel. $\alpha = 90^0$, $3 = 3_1$. Die Gleitung soll ein Minimum werden, weshalb wir $\gamma = \gamma_1 = \frac{180 - 90}{2} = 45^0$ machen. Die beiden Räder werden congruent, beide Linksschrauben, oder, wie in Fig. 479,

Fig. 479.

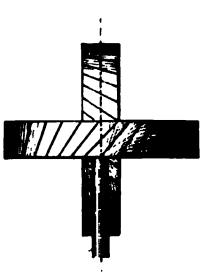


Fig. 480.

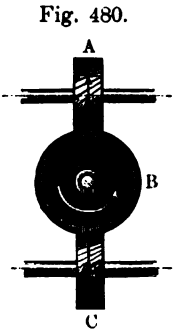
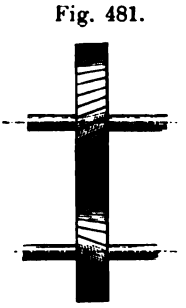


Fig. 481.



beide Rechtsschrauben. Die Gleitungsgeschwindigkeit wird: $c' = 2 . \text{cotg.}\ 45 . c = 2c$.

5. Beispiel. Lässt man, Fig. 480, in das Rad B aus dem rechtwinkligen Schraubenräderpaar AB ein drittes, ebenfalls zu B rechtwinkliges Rad C dem Rade A gegenüber eingreifen; so haben A und C entgegengesetzten Drehungssinn. Das Zwischenrad B ändert also hier wie bei Kegelrädern, den Drehungssinn.

6. Beispiel. Wenn $\alpha = 0$, also die Achsen parallel, so werden die Schraubenräder Stirnräder mit schraubenförmigen Zähnen, Fig. 481.

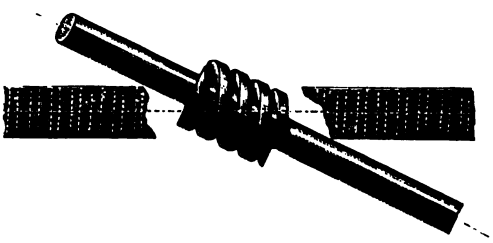
γ und γ_1 ergänzen einander zu 180^0; es ist also immer das eine Rad im Paare eine Linksschraube, das andere eine Rechtsschraube. Die Gleitungsgeschwindigkeit c' wird = Null. — Wenn bei $\alpha = 0$ auch $\gamma = 0$ wird, so gehen die Schraubenräder in Keilräder über.

Geht man zu anderen Grenzfällen der Schraubenräder über, so erhält man noch bemerkenswerthe Formen.

7. Beispiel. $\alpha = 90^0$, $\gamma = 10^0$, γ_1 also $= 80^0$, $R_1 = \infty$, Zahnstange mit Schraube, siehe Fig. 482. Macht man $\gamma_1 = 90$, die Zahnstange also normal, $\gamma = 10^0$, so wird $\alpha = 80^0$. Sellers legt bei seinen Hobelmaschinen die Zähne der Zahnstange um soviel schief, Fig. 483, dass der da-

Fig. 482.

Fig. 483.



bei entstehende Seitendruck die nach der andern Seite wirkende Kraft, welche aus der gleitenden Reibung zwischen den Zahnflanken hervorgeht, gerade aufhebt.

8. Beispiel. $R = R_1 = \infty$, zwei Zahnstangen, welche einander verschieben. Fig. 484. Man hat, wie bisher, $\frac{v_1}{v} = \frac{\sin.\gamma}{\sin.\gamma_1}$. Ist $\alpha = 90^0$ wie in Fig. 485, und (wegen Kleinhaltung der Gleitung) $\gamma = \gamma_1 = 45^0$

Fig. 484.

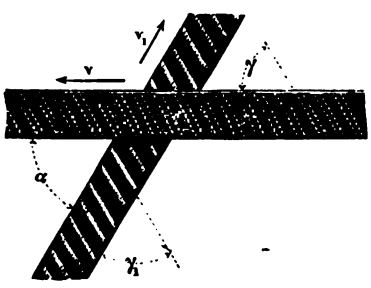
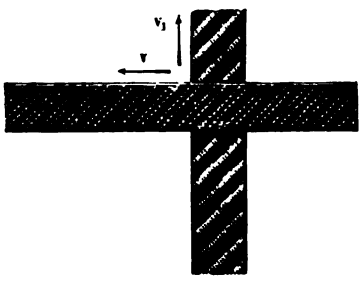


Fig. 485.

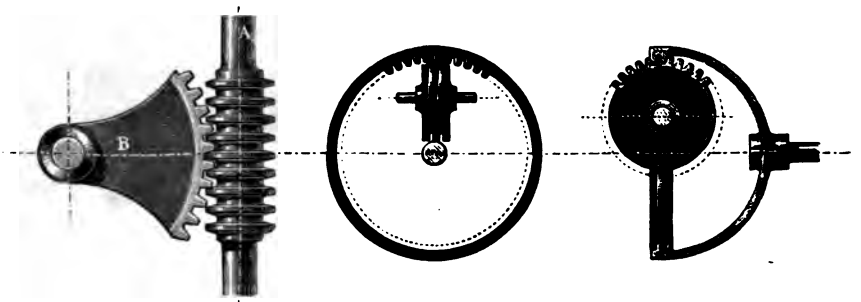


so ist $v = v_1$. Dieser Mechanismus ist vielfach bei den Ziehbänken für Kanonen- und Gewehrläufe, auch bei einzelnen Schraubenschneidmaschinen angewandt.

9. Beispiel. $\alpha = 90^0$, $\gamma_1 = 90^0$, also $\gamma = 0$, beide Halbmesser von endlicher Grösse, siehe Fig. 486, sogenannte Rotationszahnstange, an Regulatoren und dergleichen angewandt. Die Uebersetzung von A auf B ist = Null.

10. Beispiel. Die Schraube ohne Ende ist, wie schon angedeutet, ein besonderer Fall der Schraubenräder. Sie kommt, wenn auch selten, in noch zwei besonderen Formen vor, welche die Schraubenräder überhaupt durchgängig anzunehmen vermögen, nämlich unter Verwendung eines Hohlrades im Paare). In Fig. 487 erscheint das gerad- oder schiefzähnige Stirnrad als Hohlrad **), bei der in Fig. 488 dargestellten*

Fig. 486. Fig. 487. Fig. 488.



*Einrichtung ist die Schraube als Hohlrad, das Stirnrad mit äusserer Verzahnung ausgeführt ***).*

§. 204.

Verzahnung der Schraubenräder und Reibung derselben.

Die Schraubenräder werden meistens mit der Fräse geschnitten. Dies kann auf einer Leitspindelbank geschehen, auf deren

*) Hohlräder werden erhalten, wenn man den Eingriffpunkt auf a ausserhalb der Achsen, statt zwischen dieselben legt.

**) An der Prager astronomischen Uhr angewandt, siehe Verh. des Vereins f. Gewerbfleiss 1868, S. 192.

***) An Stehelin's Bohrwerk angewandt, siehe Armengaud, Publ. industr. Bd. I. Tafel 40.

Sticheltträger man die schräg gesetzte Fräse aufstellt. Es wird ähnlich verfahren wie beim Schraubenschneiden. Die Steigung s der einzuschneidenden Schraubenfurche ist:

$$s = 2\pi R\, tg.\gamma \quad \ldots\ldots\ldots \quad (191)$$

Die zur Verfügung stehenden Wechselräder der Bank sind bei der Wahl der Steigungswinkel γ und γ_1 in Betracht zu ziehen *).

Die Zahnform wähle man entsprechend der Krümmung der Ergänzungsschraube der zu schneidenden Schraube, d. i. der rechtwinklig auf derselben stehenden. Die zu benutzenden Krümmungshalbmesser r und r_1 sind:

$$r = \frac{R}{sin.^2\gamma}, \qquad r_1 = \frac{R_1}{sin^2\gamma_1} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (192)$$

Diese werden als Halbmesser von Hilfrädern mit der Theilung τ benutzt; nach gewählter Verzahnungsform erhält man in der Zahnlücke das Profil der Fräse.

1. Beispiel. Für die Räder aus dem 1. Beispiel des vorigen §. hat man: $r = \frac{36{,}249}{sin.^2 60} = \frac{4}{3}\, 36{,}249 = 48{,}332^{mm}$, $r_1 = \frac{63{,}751}{sin.^2 80} = \frac{63{,}751}{0{,}9848^2} = 65{,}734^{mm}$.

Wie sich r aus Formel (192) arithmographisch auffinden lässt, ist aus §. 29 abzuleiten.

Die Reibungswiderstände der Schraubenräder sind manchmal sehr bedeutend. Wären dieselben = Null, so hätte man für die Umfangskraft P am treibenden Rade bei der widerstehenden Umfangskraft Q am getriebenen Rade:

$$\frac{P}{Q} = \frac{sin.\gamma}{sin.\gamma_1} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (193)$$

Die gewöhnliche Zahnreibung ist die der Hilfräder und lässt sich nach den Angaben in §. 197 berechnen, sie ist aber, so lange α nicht Null, oft viel kleiner, als die aus der Flankengleitung hervorgehende Reibung. Eine Vorstellung von der Grösse der letzteren gibt die oben ermittelte Gleitungsgeschwindigkeit c'. Zur Berechnung des entstehenden Effektverlustes dient die Formel.

$$\frac{P'}{P} = \frac{sin.\gamma_1}{sin.\gamma}\,\frac{sin.(\gamma+\varphi)}{sin.(\gamma_1-\varphi)} \quad \ldots\ldots \quad (194)$$

*) Vortreffliche Dienste bei der Zusammenstellung der Wechselräder leisten die in Deutschland, wie es scheint, kaum bekannten Brocot'schen Tafeln. (Calcul des rouages par approximation, Paris 1862.)

wobei noch φ den Reibungswinkel für den Coëfficienten f bezeichnet, also $tg.\varphi = f$. Bei $f = 0{,}16$ ist $\varphi \sim 9^0$.

2. Beispiel. Für die obigen Räder ist hiernach $\frac{P'}{P} = \frac{sin.80.sin.69}{sin.60.sin.71}$ $= \frac{0{,}9848 \,.\, 0{,}9336}{0{,}8660 \,.\, 0{,}9455} = 1{,}12.$ *(Hierzu gesellt sich die gewöhnliche Zahnreibung mit einigen Procenten.)*

Einen dritten Effektverlust rufen noch die in den Achsenrichtungen wirkenden Seitenkräfte K und K_1 hervor. Man hat für dieselben:

$$\frac{K}{P'} = cotg.\,(\gamma + \varphi), \quad \frac{K_1}{Q} = cotg.\,(\gamma_1 - \varphi) \quad . \quad . \quad (195)$$

3. Beispiel. Für obiges Räderpaar wird $K = P'\,cotg.\,69 = 0{,}3839\,P'$, $K_1 = Q\,cotg.\,71 = 0{,}3443\,Q$, *aus welchen Werthen bei bekannten Abmessungen der Zapfen sich der betreffende Kraftverlust bestimmen lässt.*

Wenn $\alpha =$ Null, d. h. die Achsen parallel, so wird die Flankengleitung Null, die Kraft P' aus (194) $= P$; d. h. die Schraubenräder für parallele Achsen arbeiten ohne Flankengleitung; indessen bleibt die gewöhnliche Zahnreibung, wenn auch in etwas vermindertem Maasse, bestehen, ebenso die Kräfte K und K_1. Die Zahnreibung lässt sich indessen bis auf einen verschwindend kleinen Rest wegschaffen, und zwar dadurch, dass man das Zahnprofil an dem einen Rade auf einen Punkt einschränkt, nämlich seine Zahnflanke als scharfe Kante ausführt. Diese berührt dann die andere, als Fläche ausgeführte Zahnflanke geometrisch nur in einem Punkt des Theilcylinders. Diese von Hooke angegebene Verzahnung kann nur für Präcisionsräder dienen, leistet aber für diese gute Dienste*). Die gewöhnlichen Schraubenräder mit parallelen Achsen nähern sich bei halbwegs gut gewählten Zahnprofilen den reibungsfreien Hooke'schen Rädern an. Auch die Axialkräfte K und K_1 hat man bei denselben beseitigt, indem man die Räder doppelt und symmetrisch ausführte, siehe Fig. 489. In Spinnereimaschinen finden sich solche Doppelräder angewandt. Neuerdings sind

Fig. 489.

*) U. a. für physikalische Apparate von Bréguet, in welchen Umdrehungsgeschwindigkeiten bis über 2000 in der Secunde oder 120 000 in der Minute hervorzubringen waren.

dieselben von Wethli zum Betrieb steiler Eisenbahnrampen vorgeschlagen worden.

§. 205.

Kegelschraubenräder.

Bei den Kegelrädern hat man ebenfalls den annähernd reibungsfreien Gang durch Anwendung schraubenförmig gestellter Zähne herbeizuführen getrachtet. Solche Räder sind die Schraubenräder, welche entstehen, wenn der Achsenabstand a = Null wird, der Winkel α aber angebbar bleibt. Für die Krümmung der Zahnachse ergibt sich am besten die Kegelschraubenlinie von constanter Steigung, deren Projection auf die Kegelbasis eine archimedische Spirale ist. In Spinnereimaschinen finden sich Kegelschraubenräder in Anwendung. Die Ausführungsschwierigkeiten sind auch selbst für blosse Gussmodelle immerhin gross *).

D. Die Hyperbelräder.

§. 206.

Grundkörper der Hyperbelräder.

Die hyperboloidischen oder kurz Hyperbelräder dienen bei geschränkten Achsen, und erhalten Zahnberührung längs einer Linie, weshalb sie zu den Krafträdern gerechnet werden (vergl. S. 439). Ihre Grundkörper sind Rotationshyperboloide, welche einander in einer gemeinschaftlichen Erzeugenden berühren. Die Auffindung derselben kann wie folgt geschehen. Fig. 490 (a. f. S.) ist eine Projection normal zur kürzesten Achsenentfernung oder dem Achsenloth.

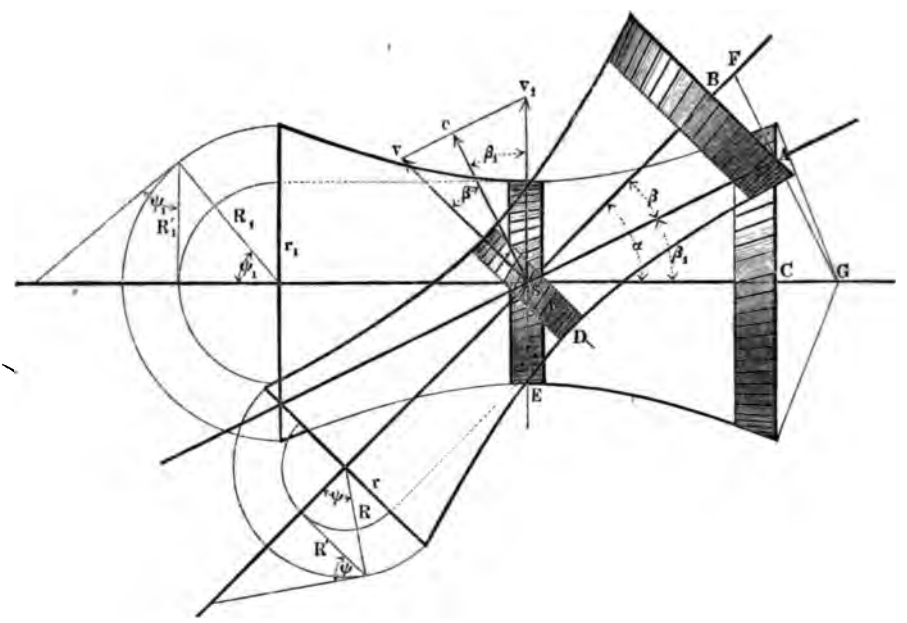
Man theile den Schränkungswinkel α so in zwei Stücke β und β_1, dass die aus irgend einem Punkte A der Theilungslinie SA auf die Achsen gefällten Lothe AB und AC sich verkehrt verhalten, wie die Umdrehungszahlen der Räder. SA ist dann

*) Ueber eine Maschine zum genauen Herstellen der Zähne von Kegelschraubenrädern siehe Génie industriel, Bd. XII. S. 255.

die Berührungskante der Hyperboloide; $\overline{AB} = R'$ und $\overline{AC} = R_1'$ sind Projectionen der Halbmesser zweier in A zusammentreffenden Normalschnitte der Hyperboloide. Man hat

$$\frac{R'}{R_1'} = \frac{sin.\beta}{sin.\beta_1} = \frac{n_1}{n} = \frac{3}{3_1} \quad \ldots\ldots (196)$$

Fig. 490.



Die wirklichen Halbmesser R und R_1 sind noch zu bestimmen, ebenso die Halbmesser $\overline{SD} = r$ und $\overline{SE} = r_1$ der Kehlkreise. Für letztere hat man zunächst:

$$\frac{r}{r_1} = \frac{tg.\beta}{tg.\beta_1} = \frac{\frac{n_1}{n} + cos.\alpha}{\frac{n}{n_1} + cos.\alpha} \quad \ldots\ldots\ldots (197)$$

d. h. r und r_1 müssen sich verhalten, wie die durch die Achsenprojectionen abgeschnittenen Stücke AF und AG einer Senkrechten zur Berührungslinie. Wenn der kürzeste Achsenabstand oder das Achsenloth $= a$, so hat man auch:

$$\frac{r}{a} = \frac{1 + \frac{n}{n_1}\cos.\alpha}{1 + 2\frac{n}{n_1}\cos.\alpha + \left(\frac{n}{n_1}\right)^2}, \quad \frac{r_1}{a} = \frac{1 + \frac{n_1}{n}\cos.\alpha}{1 + 2\frac{n_1}{n}\cos.\alpha + \left(\frac{n_1}{n}\right)^2} \quad (198)$$

Die Halbmesser R und R_1 sind Hypotenusen zu den Katheten R' und r, R_1' und r_1 (siehe linke Seite der Figur) oder:

$$R = \sqrt{R'^2 + r^2}, \quad R_1 = \sqrt{R_1'^2 + r^2} \quad . \quad . \quad . \quad (199)$$

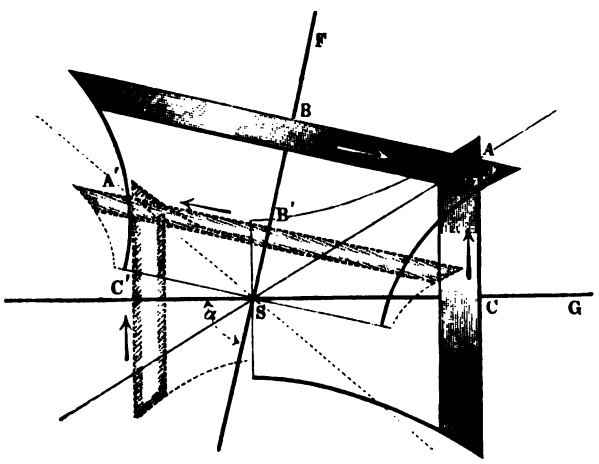
R' und R_1' sind nach dem Obigen bekannt, sobald der Abstand $SA = l$ gewählt ist.

Für die Winkel β und β_1 hat man endlich noch allgemein:

$$tg.\beta = \frac{sin.\alpha}{\frac{n}{n_1} + \cos.\alpha}, \quad tg.\beta_1 = \frac{sin.\alpha}{\frac{n_1}{n} + \cos.\alpha} \quad . \quad . \quad . \quad (200)$$

Es sind jedesmal zwei Lösungen möglich, je nachdem man die Eintheilungslinie SA innerhalb α oder ausserhalb desselben

Fig. 491.



(in den Nebenwinkel) legt*) siehe Fig. 491. Die Lösungen unterscheiden sich durch den Drehungssinn des getriebenen Rades. Auch kann eine der Lösungen ein Hohlrad liefern, eine Construction, welche wie es scheint, noch nie ausgeführt worden ist, übrigens auch kaum einen praktischen Werth haben könnte.

*) Vergleiche die zweifache Lösung der Aufgabe bei den Kegelrädern, S. 433.

Wenn der Schränkungswinkel $\alpha = 90^0$ ist, so wird:

$$\frac{r}{r_1} = tg.^2\beta = \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (201)$$

und

$$\frac{r}{a} = \frac{{n_1}^2}{n^2 + {n_1}^2}, \quad \frac{r_1}{a} = \frac{n^2}{n^2 + {n_1}^2} \quad \ldots \quad (202)$$

Man sieht, dass bei den Hyperbelrädern die Lösungen mehr eingeschränkt sind, als bei den Schraubenrädern, mit denen sie sonst manche Analogie besitzen. Während nämlich dort bei gegebenem Achsenschränkungs-Winkel α der eine der Steigungswinkel noch beliebig gewählt werden durfte, ist hier nur ein Paar von Steigungswinkeln richtig, ein Umstand, welcher manchmal übersehen worden ist. Von den Grundhyperboloiden werden zusammengehörige Zonen als Grundformen der Räder ausgewählt. Bei kleinem Achsenabstand sind die in den Kehlen liegenden Zonen meist nicht zu brauchen, wohl aber weiter abgelegene Abschnitte, die alsdann oft durch Kegelstumpfe genähert werden können. Vorerst einige Beispiele.

1. Beispiel. $\alpha = 40^0$, $\frac{n_1}{n} = \frac{1}{2}$ *(vergl. Beispiel 1 in §. 203)* $a = 100^{mm}$. *Man hat* $\frac{R'}{R_1'} = \frac{1}{2}$; $\frac{r}{r_1} = \frac{0{,}5 + cos.\ 40}{2 + cos.\ 40} = \frac{1{,}266}{2{,}766} = 0{,}4577$. $\frac{a}{r} = \frac{1 + 2\,.\,cos.\ 40}{1 + 2\,.\,2\,.\,cos.\ 40 + 4} = \frac{2{,}532}{8{,}064} = 0{,}31398$, $r = 31{,}398^{mm}$. $r_1 = 100 - 31{,}398 = 68{,}601^{mm}$. *Ferner* $tg.\beta = \frac{sin.\ 40}{2 + cos.\ 40} = \frac{0{,}6428}{2{,}766} = 0{,}232393 =$ *tg.* $13^0\,5'$ *und* $\beta_1 = 40 - \beta^0 = 26^0\,55'$. *Im Abstande* $\overline{SA} = l = 200^{mm}$ *ist* $R' = l\ sin.\ 13^0\,5' = 200\,.\,0{,}226368 = 45{,}27^{mm}$, $R_1' = 200\,.\,sin.\ 26^0\,55' = 200\,.\,0{,}452634 = 90{,}04^{mm}$; *endlich* $R = \sqrt{45{,}27^2 + 31{,}40^2} = 55{,}10^{mm}$ *und* $R_1 = \sqrt{90{,}54^2 + 68{,}60^2} = 113{,}59^{mm}$.

2. Beispiel. $\alpha = 90^0$, $\frac{n_1}{n} = \frac{5}{9}$, *wofür die Zähnezahlen* $\mathfrak{Z} = 36$ *und und* $\mathfrak{Z}_1 = 20$ *passen; a sei* $= 20^{mm}$ *(Bedingungen, wie sie bei Rädern an Spindelbänken vorkommen). Man erhält nach (201)* $\frac{r}{r_1} = \left(\frac{9}{5}\right)^2 = \frac{81}{25}$ $= 3{,}24$, *und aus (202):* $r = a\,.\,\frac{9^2}{5^2 + 9^2} = \frac{20\,.\,81}{106} = 15{,}28^{mm}$, $r_1 = 4{,}72^{mm}$. *Für* β *kommt:* $tg.\beta = \frac{n_1}{n} = 1{,}800$, *d. i. tg.* $60^0\,57'$, *wonach* $\beta_1 = 29^0\,3'$. *Es sei nun gefordert* $R = 49^{mm}$, *dann erhält man aus (199):* $R' = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{49^2 - 15{,}28^2} = 46{,}557^{mm}$, *und demnach* R_1' *aus (196)* $= \frac{5}{9}\,R' = \frac{5\,.\,46{,}577}{9} = 25{,}865^{mm}$; *sodann* $R_1 = \sqrt{25{,}865^2 + 4{,}72^2} = 26{,}292^{mm}$. *Fig. 492 stellt das berechnete Räderpaar in äusserer Ansicht in halber*

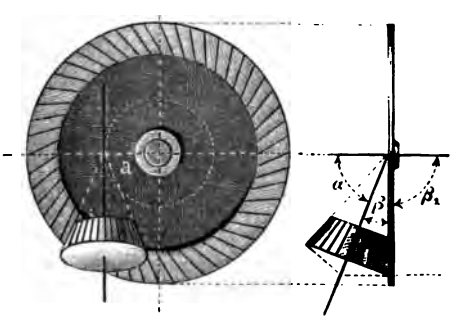
Ausführungsgrösse dar. Die Theilung wird gemäss Tabelle §. 187 am grösseren Rade: $t = \frac{R}{5{,}73} = \frac{49}{5{,}73} = 8{,}55$, *am kleineren Rade* $t_1 = \frac{26{,}29}{3{,}18}$ $= 8{,}27$ mm.

Fig. 492.

3. Beispiel. $\alpha = 90^0$, $\frac{n_1}{n} = 1$ *liefert;* $\beta = 45^0$, $r = r_1$, $R = R_1$: *die Hyperboloide werden congruent (vergl. Beisp. 4. §. 203).*

4. Beispiel. In dem besonderen Falle, wo numerisch $\frac{n_1}{n} = \cos.\alpha$ *und man die Eintheilungslinie, welche* β *bestimmt, in den Nebenwinkel von* α *legt, sodass bei Beachtung des Vorzeichens* $\frac{n_1}{n} = -\cos.\alpha$, *geht der eine Grundkörper in einen Normalkegel, der andere in ein Planhyperboloid, Fig. 493 über. Dieses hyperboloidische Planrad entspricht dem bei den Kegelrädern vorkommenden Planrad, siehe §. 201, und bietet die Bequemlichkeit, mit einem gewöhnlichen Kegelrad zusammen zu arbeiten; viel praktischen Vortheil gewährt es übrigens nicht, da das Planrad ein*

Fig. 493.



Hinderniss für das Durchführen der Welle des Kegelrades darbietet. — Bei $\alpha = 60^0$, $\frac{n_1}{n} = -\frac{1}{2} = -\cos. 60^0$ *erhält man das Planrad. Es wird* $tg.\ \beta = \frac{1}{3}\sqrt{3}, \beta = 30^0$, $tg.\ \beta_1 = \infty$, $\beta_1 = 90^0$. $\frac{R'}{R_1'} = \frac{\sin. 30}{\sin. 90} = \frac{1}{2}$; $r = 0$, $r_1 = a$, $R = R'$, $R_1 = \sqrt{R_1'^2 + a^2} = \sqrt{4R^2 + a^2}$. — *Wäre* $\frac{n_1}{n}$ *negativ und* $<$ $\cos. \alpha$, *so erhielte man ein hyperboloidisches Hohlrad; solche sind nicht gebräuchlich.*

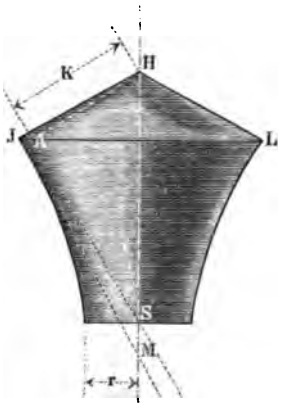
Der Grenzfall der Zahnstange mit Getriebe ist bei den Hyperbelrädern auch möglich. Die Zahnstange erhält dabei schiefe Zähne; das Getriebe gehört der Kehle eines Hyperboloids an. Dasselbe ist aber jedenfalls viel weniger leicht auszuführen, als das gleichwerthige Schraubenrad (vergl. Fig. 483), weshalb in einem Anwendungsfalle letzteres unbedingt den Vorzug verdient.

§. 207.

Verzahnung der Hyperbelräder.

Die Verzeichnung einer ganz genauen Zahnform würde bei bei den Hyperbelrädern sehr grosse Schwierigkeiten bereiten. Man begnügt sich deshalb, wie bei den Kegelrädern, mit Annäherungen. Um unter dieser Voraussetzung die Verzahnung eines Hyperbelrades aufzutragen, verzeichnet man zuerst den Ergänzungskegel der benutzten Hyperboloidzone. Man findet die Spitze H desselben, Fig. 494, durch Errichtung einer Senkrechten AH auf der Erzeugenden SA, welche wie oben der Bildebene parallel gelegt ist, ermittelt sodann das Zahnprofil für die Normaltheilung τ im Kehlkreis, so als ob dasselbe für ein Schraubenrad vom Halbmesser r und dem Steigungswinkel $\gamma = 90 - \beta$ zu bestimmen wäre (s. §. 204) und überträgt das gefundene Zahnprofil vergrössert auf den Kegelmantel HJL und zwar: vergrössert im Verhältniss $t:\tau$ hinsichtlich der Abmessungen parallel zum Theilkreis, und im Verhältniss $K:r$ hinsichtlich der

Fig. 494.



Längenabmessungen, wobei K die Länge der Kante des Ergänzungskegels bezeichnet. An dem inneren Ergänzungskegel ist unter Berücksichtigung der Verkleinerung von t und K das Verfahren zu wiederholen. Man erhält auf diese Weise zwei genügend genaue Profile für jeden Zahn, welcher durch die Verbindungsgeraden der gleichgelegenen Punkte seiner Profile eingehüllt wird.

Soll die benutzte Hyperboloidzone durch einen Kegel angenähert werden, so ist dessen Spitze zu suchen. Man drehe zu dem Ende die Erzeugende SA so weit um die Achse HS, bis A in den Randpunkt J fällt, dann geht die neue Projektion der Erzeugenden durch die Kegelspitze M.

Die Zahnflankengleitung ist bei Hyperbelrädern Ursache grosser Reibung. Letztere ist zu beurtheilen aus der Gleitungsgeschwindigkeit c', welche gleich ist derjenigen der Schraubenräder, welche durch die Kehlräder tangirt werden (siehe §. 204).

E. Berechnung der Theilung und Breite der Radzähne.

§. 208.

Eintheilung der Räder. Zahnquerschnitt.

Die Abmessungen der Zahnräder müssen bei gleichem Zahndruck wegen der Stösse um so grösser genommen werden, je grösser ihre Umfangsgeschwindigkeit ist; auch muss mit letzterer die Zahnbreite zunehmen, wenn die Abnutzung der Zahnflanken eingeschränkt werden soll. Bei langsam gehenden Rädern können indessen diese Einflüsse vernachlässigt werden. Wir theilen deshalb die Räder in zwei Classen ein, nämlich:

1. Kranräder, 2. Triebwerkräder;

und zwar sind Kranräder solche, die bis zu $1/2$ Meter Theilkreisgeschwindigkeit haben, Triebwerkräder die von grösserer Geschwindigkeit.

Bei der Zahntheilung t, der Zahnbreite b, der Zahnlänge l, der Zahnfussdicke h, dem Zahndruck P und der im Zahne eintretenden Biegungsspannung $\mathfrak{S}$ gilt allgemein die Beziehung

$$bt = 6\,\frac{P}{\mathfrak{S}}\left(\frac{l}{t}\right)\left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (203)$$

und für die oben angenommenen Verhältnisse zwischen Zahnlänge und -Dicke die Formel:

$$bt = 16{,}8\,\frac{P}{\mathfrak{S}}\text{*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (204)$$

Dies bedeutet, dass die Festigkeit des Zahnes seinem Querschnitt proportional ist, dass es also für dieselbe gleichgültig ist, welches Verhältniss b und t zu einander haben, ein Umstand, aus welchem sich beim Construiren vielfach Nutzen ziehen lässt.

§. 209.

Theilung und Zahnbreite der Kranräder.

Bezeichnet bei einem gusseisernen Kranrad:
(PR) das statische Moment der angreifenden Kraft,
$\mathfrak{Z}$ die dem Rad bestimmte Zähnezahl,
R seinen vorläufig festgesetzten Theilkreishalbmesser,
t seine Theilung,
so nehme man je nach den gegebenen Grössen:

$$\left.\begin{aligned} t &= 2{,}32\sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}}, \quad \frac{t}{\pi} = 0{,}74\,\sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}} \\ t &= 1{,}4\,\sqrt{\frac{(PR)}{R}}, \quad \frac{t}{\pi} = 0{,}45\,\sqrt{\frac{(PR)}{R}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (205)$$

und gleichzeitig die Zahnbreite b:

$$b = 2t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (206)$$

Hierbei ist für die Spannung $\mathfrak{S}$ der Werth 4,25 eingeführt. Die wirklich eintretende Spannung ist kleiner, da der Zahnfuss im allgemeinen dicker ist als $\frac{t}{2}$, wie oben in (204) eingeführt.

Da der Werth $\frac{(PR)}{R}$ gleich der Umfangskraft P ist, so gilt (205) auch für die Fälle, wo P unmittelbar gegeben ist, wie bei der Zahnstange.

---

*) Wenn die Zahnlänge statt zu $0{,}7\,t$ zu $0{,}75\,t$ angenommen wird, wie es in der „Constructionslehre f. d. Masch.-Bau“ geschah, so wird $bt = 18\,\frac{P}{\mathfrak{S}}$. Trotz diesem Unterschiede dürfen die nachfolgenden Formeln doch unbesorgt auch auf $^3/_4\,t$ lange Zähne angewandt werden.

Hat man mit Hilfe der gegebenen Formeln oder der Tabelle des folgenden Paragraphen die Abmessungen des gusseisernen Zahnes ermittelt, so findet man die des schmiedeisernen Zahnes durch Multiplication der Ergebnisse mit folgenden Coëfficienten:

Man multiplicire:

$$\left.\begin{array}{l}\text{die Ergebnisse von (205) mit: } 0{,}79\\ \text{„ \quad „ \quad „ (205) „ } 0{,}71\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (207)$$

wobei wie vorher $\frac{b}{t} = 2$ zu machen ist; Veränderungen der Zahnbreite ändern die Festigkeit des Zahnes nach (206) nicht, wenn man zugleich t so verändert, dass das Product bt seinen Werth beibehält.

§. 210.

Tabelle über die Theilung der Kranräder.

t	$\frac{(P\,R)}{3}$	$\frac{(P\,R)}{R}$	$\frac{t}{\pi}$	$\frac{(P\,R)}{3}$	$\frac{(P\,R)}{R}$
10	80	51	3	67	44
12	138	73	4	158	79
15	270	115	5	308	123
18	467	165	6	533	178
22	853	247	7	846	242
26	1408	345	8	1263	316
30	2162	459	9	1799	400
35	3433	625	10	2468	494
40	5125	816	11	3285	598
45	7297	1033	12	4264	711
50	10010	1276	14	6772	968
60	17298	1837	16	10108	1264
70	27468	2500	20	19742	1975
80	41002	3265	24	34114	2844
90	58380	4133	28	54172	3872

$$bt = 6\,\frac{P}{\mathfrak{S}}\left(\frac{l}{t}\right)\left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (203)$$

und für die oben angenommenen Verhältnisse zwischen Zahnlänge und -Dicke die Formel:

$$bt = 16{,}8\,\frac{P}{\mathfrak{S}}\text{*)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (204)$$

Dies bedeutet, dass die Festigkeit des Zahnes seinem Querschnitt proportional ist, dass es also für dieselbe gleichgültig ist, welches Verhältniss b und t zu einander haben, ein Umstand, aus welchem sich beim Construiren vielfach Nutzen ziehen lässt.

§. 209.

Theilung und Zahnbreite der Kranräder.

Bezeichnet bei einem gusseisernen Kranrad:
(PR) das statische Moment der angreifenden Kraft,
$\mathfrak{Z}$ die dem Rad bestimmte Zähnezahl,
R seinen vorläufig festgesetzten Theilkreishalbmesser,
t seine Theilung,
so nehme man je nach den gegebenen Grössen:

$$\left.\begin{aligned} t &= 2{,}32\sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}},\quad \frac{t}{\pi} = 0{,}74\sqrt[3]{\frac{(PR)}{\mathfrak{Z}}} \\ t &= 1{,}4\sqrt{\frac{(PR)}{R}},\quad \frac{t}{\pi} = 0{,}45\sqrt{\frac{(PR)}{R}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (205)$$

und gleichzeitig die Zahnbreite b:

$$b = 2t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (206)$$

Hierbei ist für die Spannung $\mathfrak{S}$ der Werth 4,25 eingeführt. Die wirklich eintretende Spannung ist kleiner, da der Zahnfuss im allgemeinen dicker ist als $\frac{t}{2}$, wie oben in (204) eingeführt.

Da der Werth $\frac{(PR)}{R}$ gleich der Umfangskraft P ist, so gilt (205) auch für die Fälle, wo P unmittelbar gegeben ist, wie bei der Zahnstange.

---

*) Wenn die Zahnlänge statt zu $0{,}7\,t$ zu $0{,}75\,t$ angenommen wird, wie es in der „Constructionslehre f. d. Masch.-Bau“ geschah, so wird $bt = 18\,\frac{P}{\mathfrak{S}}$. Trotz diesem Unterschiede dürfen die nachfolgenden Formeln doch unbesorgt auch auf $\frac{3}{4}\,t$ lange Zähne angewandt werden.

Hat man mit Hilfe der gegebenen Formeln oder der Tabelle des folgenden Paragraphen die Abmessungen des gusseisernen Zahnes ermittelt, so findet man die des schmiedeisernen Zahnes durch Multiplication der Ergebnisse mit folgenden Coëfficienten:

Man multiplicire:

$$\left.\begin{array}{l}\text{die Ergebnisse von (205) mit: } 0{,}79\\ \text{„ \quad „ \quad „ (205) \quad „ } 0{,}71\end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (207)$$

wobei wie vorher $\frac{b}{t} = 2$ zu machen ist; Veränderungen der Zahnbreite ändern die Festigkeit des Zahnes nach (206) nicht, wenn man zugleich t so verändert, dass das Product bt seinen Werth beibehält.

§. 210.

Tabelle über die Theilung der Kranräder.

t	$\frac{(P\,R)}{3}$	$\frac{(P\,R)}{R}$	$\frac{t}{\pi}$	$\frac{(P\,R)}{3}$	$\frac{(P\,R)}{R}$
10	80	51	3	67	44
12	138	73	4	158	79
15	270	115	5	308	123
18	467	165	6	533	178
22	853	247	7	846	242
26	1408	345	8	1263	316
30	2162	459	9	1799	400
35	3433	625	10	2468	494
40	5125	816	11	3285	598
45	7297	1033	12	4264	711
50	10010	1276	14	6772	968
60	17298	1837	16	10108	1264
70	27468	2500	20	19742	1975
80	41002	3265	24	34114	2844
90	58380	4133	28	54172	3872

1. Beispiel. Auf eine Handkurbel von 400mm Länge finde ein Druck von 50k statt; welche Theilung und Zahnbreite ist dem die Kraft weiter leitenden 10zähnigen Getriebe zu geben? Hier ist $\frac{PR}{3} = \frac{50 \cdot 400}{10} = 2000$, *und daher nach Spalte 2 Zeile 5 bis 6 zu nehmen t nahe 30mm oder nach Spalte 5 Zeile 7 bis 8,* $\frac{t}{\pi} = 9$ *bis 10, Zahnbreite* $= 2t$.

2. Beispiel. Eine Zahnstange soll 2500k Zug ausüben. Sie erhält dafür nach Spalte 3 Zeile 13 eine Theilung von 70mm, oder nach Spalte 6 Zeile 13 bis 14 eine Theilung $t \sim 22\pi$, *sowie eine doppelt so grosse Zahnbreite. — Soll diese Zahnstange aus Schmiedeisen gemacht werden, so ist nach (207) zu nehmen:* $t = 0{,}71 \cdot 70 \sim 50$mm, *die Zahnbreite* $2 \cdot 50$ *oder* $0{,}71 \cdot 140 = 100$mm.

§. 211.

Theilung und Zahnbreite der Triebwerkräder.

Die Spannung $\mathfrak{S}$, welche bei der statischen Beanspruchung durch P in den Zähnen eintreten würde, wählt man bei den Triebwerkrädern um so kleiner, je grösser die Umfangsgeschwindigkeit v der Räder ist, damit die dynamischen Einflüsse, Stösse und Erschütterungen, ausgeglichen werden. Es empfiehlt sich zu nehmen bei Gusseisen:

$$\mathfrak{S} = \frac{3{,}37}{\sqrt[3]{v}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (208)$$

und für Holz 0,8mal so viel, ohne $\mathfrak{S} = 2$ zu überschreiten. Man erhält hieraus für Gusseisen, bei:

$v =$	0,5	1	2	4	6	8	10	12	14	16m
$\mathfrak{S} =$	4,25	3,37	2,69	2,13	1,86	1,67	1,56	1,47	1,40	1,34k

und für Holz:

$\mathfrak{S} =$	2,00	2,00	2,00	1,70	1,49	1,34	1,25	1,17	1,12	1,07k

Die Geschwindigkeit v in m berechnet sich bei gegebenem n und R (in *mm*) aus der Formel:

$$v = \frac{\pi R n}{30 \cdot 1000} = 0{,}10472 \left(\frac{Rn}{1000}\right) \sim \frac{Rn}{10000} \quad . \quad (209)$$

Ferner findet man die Zahnbreite b mit P wachsend genommen. Tredgold empfahl, den Druck auf 1mm Zahnbreite, d. i. $\frac{P}{b}$ nicht über 7,15k zu nehmen. Doch wurde dies nicht befolgt, da bei gu-

ten Ausführungen $\frac{P}{b}$ höher, sogar bis zu 25 vorkommt. Einleuchtend ist aber, dass wegen Kleinhaltung der Abnützung das Produkt aus $\frac{P}{b}$ und n nicht zu gross werden darf. Man findet $\frac{P}{b}\,n$ bis zu 1200 gehend, doch treten dann auch störende Abnützungen auf. In Räderpaaren, bei welchen Eisen auf Eisen arbeitet, ist es das kleinere Rad im Paare, welches die grösste Abnützung erfährt. Hier ist zu empfehlen,

$$\frac{P\,n}{b} \text{ nicht über } 500$$

gehen zu lassen, wenn thunlich noch weniger zu nehmen; für geringe Kräfte kann man leicht bis zu 200 und sogar gegen 100 herabgehen, ohne auf unbequeme Abmessungen zu kommen. Bei Holz-Eisenrädern kann die Abnützung der Eisenzähne unberücksichtigt bleiben, da die Abnützung sich hier fast ganz auf die Holzzähne wirft. Es ist sehr empfehlenswerth, bei dem Rade mit Holzzähnen ebenfalls den Werth $P\,n : b$ nicht über 500 gehen zu lassen, womöglich aber lieber bei 300 bis 400 zu bleiben. Ganz feste Vorschriften lassen sich hier nicht geben, da Ausführungsschwierigkeiten allerlei Art, ferner die Rücksicht auf vorhandene Modelle u. s. w. mit in Betracht kommen; es muss daher den Construirenden überlassen bleiben, wie weit er sich etwa von den erprobten und empfehlenswerthen Verhältnissen entfernen will.

Für Gruppenräder, d. h. solche, bei denen mehrere Räder mit einem zusammenwirken, ist statt der Umlaufzahl beim Mittelrade die Zahl von dessen Zahnberührungen, d. h. das Produkt aus der Umlaufzahl und der Zahl der Seitenräder einzuführen.

Nachdem auf solche Weise über $\frac{P}{b}$, d. i. über b, Entscheidung getroffen (sei es auch versuchsweise) und $\mathfrak{S}$ gewählt ist, rechne man nach Formel (204):

$$t = \frac{16{,}8\,P}{\mathfrak{S}\,b} = \frac{16{,}8\,.\,716\,200}{\mathfrak{S}\,b\,R}\,\frac{N}{n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (210)$$

die Theilung aus, wobei N wieder die Anzahl der zu übertragenden Pferdestärken bezeichnet.

Die Zähnezahl wähle man bei Triebwerkrädern nicht unter 20, damit die unvermeidlichen Ausführungsfehler nicht zu sehr störend wirken können; man gehe aus demselben Grunde und

wegen der Abnützung mit $\mathfrak{Z}$ um so höher hinauf, je grösser die Umlaufzahlen sind. So zählen die Räder rasch laufender Turbinen selten weniger als 40, oft bis 80 Zähne.

Bei Holz-Eisenrädern ist es günstig für geringe Abnützung, dem treibenden Rade die Holzzähne zu geben, weil an diesen der Eingriffpunkt vom Zahnfuss nach dem Kopfe hinläuft, während er am getriebenen Rade den umgekehrten Weg nimmt.

Ist $\mathfrak{Z}$ im voraus gewählt, so hat man bei probeweisem Einsetzen von b und gewähltem $\mathfrak{S}$:

$$t = 8695 \sqrt{\frac{N}{\mathfrak{S} b \mathfrak{Z} n}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (211)$$

und bei probeweisem Einsetzen von $\frac{b}{t}$ und gewähltem $\mathfrak{S}$:

$$t = 423 \sqrt[3]{\frac{N}{n \mathfrak{S} \mathfrak{Z}} \left(\frac{t}{b}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (212)$$

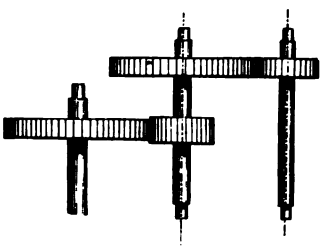
1. Beispiel. Ein 60pferdiges Wasserrad von 8m Durchmesser und 1,3m Umfangsgeschwindigkeit ist mit einem innenverzahnten eisernen Zahnkranze versehen, dessen Theilkreis mit dem inneren Umfang des 400mm breiten Radkranzes ungefähr zusammenfallen und ein eisernes Triebrad von 40 minutlichen Umdrehungen treiben soll. Man hat hier: $n = \frac{30 \,.\, 1{,}3}{\pi \,.\, 4} = 3{,}1$, *also* $\frac{n_1}{n} = \frac{40}{3{,}1}$; *ferner* $v = 1{,}3 \,.\, \frac{4000 - 400}{4000} = 1{,}17^{m}$, *somit* $P = \frac{75 \,.\, 60}{1{,}17} = 3846^{k}$. *Wir haben nun nach dem Obigen* $\mathfrak{S}$ *zwischen 3,37 und 2,69 zu wählen, und nehmen* $\mathfrak{S} = 3{,}2^{k}$. *Ferner wählen wir* $\frac{Pn}{b}$ *beim kleineren Rade versuchsweise* $= 500$, *dann haben wir* $\frac{P}{b} = \frac{500}{n_1} = \frac{500}{40}$ $= 12{,}5$. *Dies gibt zunächst* $b = \frac{P}{12{,}5} = \frac{3846}{12{,}5} = 307{,}7 \backsim 310^{mm}$, *und es folgt nunmehr nach (210):* $t = \frac{16{,}8 \,.\, 3846}{3{,}2 \,.\, 310} = 65{,}1 \backsim 65^{mm}$. *Dies gibt vorläufig* $\mathfrak{Z} = \frac{2 \pi R}{t} = \frac{2 \,.\, 3600 \,.\, \pi}{65} = 347{,}9$. *Machen wir* $\mathfrak{Z} = 348$, *so lässt sich der Zahnkranz in 12 Segmente zu 29 Zähnen zerlegen, was zweckmässige Abmessungen ergibt. Es bliebe demnach* $\mathfrak{Z} = 348$, *dann ist* R *fast genau* $= 3600$. *Sodann hat man noch für das getriebene Rad* $\mathfrak{Z}_1 = \frac{n}{n_1} \mathfrak{Z} = \frac{3{,}1}{40} 348 = 26{,}97 \backsim 27$, *was nach dem Obigen ausreicht. Endlich ist hiernach* $R_1 = \frac{27 \,.\, 65}{2 \pi} = 279{,}3^{mm}$.

2. Beispiel. Eine 100pferdige Turbine mit stehender Welle von 96 minutlichen Umdrehungen soll eine liegende Welle mit 144 Umgängen treiben; das erforderliche Winkelräderpaar ist zu bestimmen. Wir wählen Holz-Eisen-Räder, geben dem treibenden Rade die Holzzähne und nehmen $\mathfrak{Z} = 72$, $\mathfrak{Z}_1 = 48$. *Dann wird nach ungefährer Schätzung* v

zwischen 6 und 7m fallen, wonach wir für ⊜ etwa 1,4t einsetzen können. Nehmen wir nun probeweise b = 240mm an, so erhalten wiv aus (211): $t = 8596 \sqrt{\frac{100}{1{,}4 \,.\, 240 \,.\, 72 \,.\, 96}} \sim 57^{mm}$. *Dies liefert nach Tabelle §. 187* $R = 57 \,.\, 11{,}46 = 653{,}2$, *woraus sich v zu 6,57m berechnet; die Annahme von* ⊜ = 1,4 *ist somit angemessen gewesen. Für P haben wir nun:* $P = \frac{75 \,.\, N}{v} = \frac{7500}{6{,}57} \sim 1140^{k}$, *daraus* $\frac{P}{b} = \frac{1140}{240} = 4{,}75$, *und* $\frac{P}{b} n = 96 \,.\, 4{,}57 = 456$, *was beides annehmbare Werthe sind.*

3. Beispiel. Wenn in einem zusammengesetzten Räderwerke, Fig. 495,

Fig. 495.



die auf einander folgenden Räderpaare gleiche Grösse haben, so verhalten sich die Umfangskräfte verkehrt wie die Umlaufzahlen; um daher in einem solchen Falle $\frac{P}{b} n$, *d. i. die Abnützung bei allen Paaren gleich zu halten, braucht man nur die Radbreiten alle gleich zu machen. Die Rädervorgelege der Spindelstöcke an Drehbänken zeigen die Gebräuchlichkeit dieser Einrichtung.*

Bei Rädern, welche starken Stössen ausgesetzt sind, müssen die Abmessungen grösser gegriffen werden, als die obigen Rechnungen ergeben. So findet man namentlich bei den Mühlen Zahnräder, welche den statischen Pressungen gegenüber ungemein stark gebaut sind. Die Theilung findet sich dort 3 bis 6 mal grösser ausgeführt, als unsere Rechnung ergeben würde; auch $\frac{P}{b} n$ ist sehr klein (100 und weniger) dort zu finden. Aehnliches gilt von den Walzwerkrädern, wo t doppelt und dreimal so gross und grösser gefunden wird, als sich oben ergiebt.

4. Beispiel. Eine Mühlspindel erfordere bei 120 minutlichen Umdrehungen 4 Pferdestärken; es sollen Holz-Eisenräder gewählt, und R $\sim 250^{mm}$ *gemacht werden. Dies gibt nach (209) v* $\sim 3{,}15^{m}$, *woraus* $P = 95^{k}$ *kommt. Wir wollen nun, um kleine Abnutzungen zu erhalten,* $\frac{Pn}{b}$ *recht klein, nämlich = 120 wählen. Dies gibt* $b = \frac{95 \,.\, 120}{120} = 95^{mm}$. *Wählen wir nun nach (208)* ⊜ = 1,85, *so kommt* $t = \frac{16{,}8 \,.\, 95}{1{,}85 \,.\, 95} = 9^{mm}!!$, *während die Praxis, offenbar der dynamischen Einflüsse wegen,* $t = 40 - 50^{mm}$ *und darüber nimmt.*

Statt weiterer Ausrechnungsbeispiele folgt hier eine Zusammenstellung der Angaben werthvoller der Praxis entnommener Zahnräderpaare, welche viel Lehrreiches darbieten.

Nr.	N	n	R	$\mathfrak{Z}$	t	b	v	P	$\mathfrak{S}$	$\frac{P}{b}$	$\frac{Pn}{b}$	Bemerkungen
1	300	$\frac{25}{100}$	$\frac{3724}{939}$	$\frac{230}{58}$	102	356	9,70	2320	1,1	6,52	$\frac{2.163}{622}$	E/E Dampfmaschine
2	270	$\frac{60}{12}$	$\frac{498}{2490}$	$\frac{19}{95}$	158	525	3,13	6500	1,3	12,40	$\frac{744}{149}$	E/E „
3	240	$\frac{13,3}{44}$	$\frac{2790}{843}$	$\frac{208}{68}$	79	406	3,89	4633	2,3	11,60	$\frac{154}{510}$	E/E Triebwerk zu Nr. 8
4	192	$\frac{1,33}{15,14}$	$\frac{10193}{897}$	$\frac{704}{62}$	91	381	1,42	10110	5,1	26,53	$\frac{35}{402}$	E/E Wasserrad
5	192	$\frac{15,14}{50}$	$\frac{2691}{815}$	$\frac{208}{68}$	81	381	4,27	3375	1,6	8,86	$\frac{134}{443}$	E/E Triebwerk z. vor.
6	140	$\frac{30}{55}$	$\frac{1485}{815}$	$\frac{132}{72}$	71	218	4,62	2273	$\frac{3,0}{3,4}$	10,42	$\frac{313}{573}$	E/E Dampfmaschine
7	140	$\frac{30}{54,5}$	$\frac{1690}{905}$	$\frac{138}{76}$	77	330	5,31	1977	2,6	5,99	$\frac{180}{326}$	E/E „
8	120	$\frac{1,51}{13,3}$	$\frac{7391}{838}$	$\frac{560}{80}$	79	381	1,22	7377	4,0	19,36	$\frac{29,2}{257}$	E/E Wasserrad
9	90	$\frac{26}{80}$	$\frac{2170}{705}$	$\frac{228}{74}$	60	150	5,91	1142	2,1	7,61	$\frac{198}{609}$	H/E Dampfmaschine
10	82,5	$\frac{54}{83}$	$\frac{1400}{910}$	$\frac{114}{74}$	78	$\frac{2.120}{300}$	7,92	1563	$\frac{1,3}{1,0}$	6,50	$\frac{351}{2.540}$	H/E Schraubenschiff
11	50	$\frac{4,0}{7,32}$	$\frac{1282}{700}$	$\frac{96}{52}$	83	270	0,53	7075	5,3	26,20	$\frac{105}{192}$	E/E Wasserrad
12	20	$\frac{7,74}{40}$	$\frac{2170}{420}$	$\frac{248}{48}$	55	160	1,67	900	1,7	5,60	$\frac{43}{224}$	E/E Wasserrad

Kegelräder.

Nr.	N	n	R	$\mathfrak{z}$	t	b	v	P	$\mathfrak{S}$	$\frac{P}{b}$	$\frac{Pn}{b}$	Bemerkungen
13	300	$\frac{93}{50}$	$\frac{620}{1160}$	$\frac{50}{93}$	78	330	6,04	3730	$\frac{2,3}{2,6}$	11,23	$\frac{1044}{562}$	*E/E* Turbine
14	300	$\frac{100}{111,8}$	$\frac{755}{679}$	$\frac{55}{49}$	68	254	8,01	2806	2,7	11,04	$\frac{110}{123}$	*E/E* Triebwerk zu Nr. 1
15	240	$\frac{44}{44}$	1067	75	89	457	4,92	3659	1,5	7,70	389	*E/E* Triebwerk zu Nr. 3
16	200	$\frac{41}{80}$	$\frac{1500}{765}$	$\frac{98}{50}$	96	300	6,40	2344	1,4	7,80	$\frac{320}{624}$	*H/E* Turbine
17	130	$\frac{93}{124}$	$\frac{795}{630}$	$\frac{80}{60}$	62	204	7,74	1260	$\frac{1,6}{1,7}$	6,18	$\frac{575}{766}$	*H/E* „
18	100	$\frac{93}{144,7}$	$\frac{595}{380}$	$\frac{70}{45}$	53	160	5,79	1300	$\frac{2,1}{2,7}$	8,14	$\frac{757}{1178}$	*H/E* „
19	50	$\frac{93}{218}$	$\frac{645}{275}$	$\frac{75}{32}$	54	160	6,28	597	$\frac{1,1}{1.3}$	3,70	$\frac{344}{807}$	*H/E* „

Hyperbelräder.

20	16	$\frac{72}{81,6}$	$\frac{548}{483}$	$\frac{68}{60}$	$\frac{50,7}{50,6}$	150	4,13	291	$\frac{0.65}{0,88}$	1,94	$\frac{140}{158}$	*E/H* Triebwerk

§. 212.

Erläuterungen zu den vorstehenden Beispielen.

Es sind, wie man aus der ersten Spalte sieht, vorzugsweise sehr stark beanspruchte Räderpaare ausgewählt, zu denen die Zahlenangaben so gut wie möglich geliefert sind. Das Material der Zähne ist in der letzten Spalte angegeben. *E/E* deutet Eisen auf Eisen, *H/E* Holz auf Eisen, *E/H* Eisen auf Holz; das treibende Rad im Paare steht immer zuerst. Ueberall sind wirkliche Pferdestärken (*PS*), nicht nominelle gemeint. Zu den einzelnen Beispielen noch folgendes.

Nro. 1. Treibendes Rad: verzahnter Ring eines Schwungrades, in zwei gleichgrosse Räder eingreifend, und auf jedes 300 PS, im ganzen also 600 PS übertragend. $\frac{Pn}{b}$ *war deshalb für das Schwungrad mit 2 zu multipliciren, siehe vorletzte Spalte.*

Nro. 2. Der jetzt abgebrochenen Gebläsemaschine der atmosphärischen Eisenbahn von St. Germain entnommen. $\frac{Pn}{b}$ *ist entschieden zu hoch, was sich auch fühlbar gemacht haben müsste, wenn nicht der Betrieb ein häufig unterbrochener gewesen wäre.*

Nro. 3. $\frac{P}{b}$ *ist sehr hoch; wegen der kleinen Umlaufzahlen geht aber dennoch* $\frac{Pn}{b}$ *nicht über statthafte Grenzen hinaus.*

Nro. 4 und 5. Dem mächtigen Wasserrad in Greenock (wohl das grösste heute bestehende) entnommen. Sehr grosser Breitendruck am Zahnkranze; dennoch ist das Räderwerk erwiesenermaassen haltbar, was ohne Zweifel der genügenden Kleinheit von $\frac{Pn}{b}$ *zuzuschreiben ist. Letzterer Werth ist bei Nro. 5 fast gleich dem bei Nro. 4; es müssen also die beiden Paare sehr nahe gleiche Abnützungsstärke haben.*

Nro. 6. Die Zähne des kleinen Rades sind dünner als die des grossen (Schwungradring), was sich in der Spalte für ∈ *bemerkbar macht. Wahrscheinlich hatte das grosse Rad anfänglich Holzzähne.*

Nro. 8. Trotz dem grossen Breitendruck ist $\frac{Pn}{b}$ *genügend klein. Die Spannung in den Zähnen ist, wie auch bei Nro. 4, nicht unbedeutend. Wir würden nach (208) geringere Werthe eingeführt haben.*

Nro. 9. Die Zähne wurden im Gebrauch als zu schmal befunden,

was wohl der hohen Spannung $\mathfrak{S} = 2{,}1$ zuzuschreiben ist; wir würden nach (208) nicht ganz $1{,}5^k$ eingeführt haben.

Nr. 10. Zwei Räder mit Holzkämmen greifen in das kleine Rad auf der Schraubenwelle ein. Ihre Zähne bestehen der Breite nach aus zwei Stücken von 120^{mm} Einzelbreite.

Nr. 11. Sehr grosser Breitendruck. Es wird geklagt über die Abnützung der Zähne; augenscheinlich lassen sich dieselben nur deshalb schwer in guter Ordnung erhalten, weil $\frac{P}{b}$ so gross ist.

Nro. 13. Die Zähne werden als etwas schwach bezeichnet; wiederholt haben Zahnbrüche stattgefunden; die Abnützung soll sehr stark sein; wir sehen auch, dass $\frac{Pn}{b}$ ungewöhnlich gross ist.

Nro. 15. Das Räderpaar (von Fairbairn herrührend) soll im Stande sein, das Doppelte der angegebenen Leistung zu übertragen, nämlich unter Umständen die Kraft von 4 statt von 2 Wasserrädern, jedes zu 120 PS übertragen. Die Spannung in den Zähnen würde dabei auf 3^k steigen, was statthaft ist; $\frac{Pn}{b}$ indessen würde dann für einen dauernden Betrieb etwas hoch ausfallen.

Nro. 18. Der Werth für $\frac{Pn}{b}$ beim Holzrade scheint etwas hoch; beim Eisenrade ist er aussergewöhnlich gross; doch ist zu bedenken, dass bei Holzeisenrädern die Abnützung fast allein das Holzrad trifft.

Nro. 20. Dieses Räderpaar ist dem neuen Triebwerke einer Maschinenfabrik entnommen, welche schon früher Hyperbelräder für Triebwerke mit bestem Erfolge benutzt hatte. Dass das getriebene Rad die Holzzähne hat, ist ungünstig; da dadurch die ohnedies schon beträchtliche Abnützung verstärkt wird (vergl. §. 211 S. 458).

F. Abmessungen des Radkörpers.

§. 213.

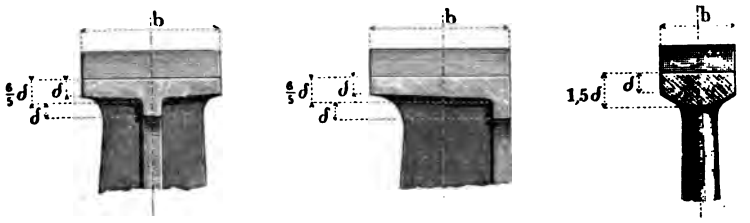
Der Radkranz.

Der Ring, an welchem die Zähne eines Zahnrades sitzen, heisst der Kranz oder die Felge des Rades; unter letzterer Bezeichnung wird insbesondere auch jeder von den Bögen verstanden, aus welchen man den Kranz eines Rades zusammensetzt. Bei den gusseisernen Stirnrädern nehme man die Kranzdicke:

$$\delta = 3 + 0{,}4\,t \quad \ldots \ldots \ldots \quad (213)$$

(Fig. 496 bis 498). Nach der Mitte oder nach der einen Seite zu wird der Kranz auf $^6/_5\,\delta$ verstärkt und durch die Kranzrippe aus-

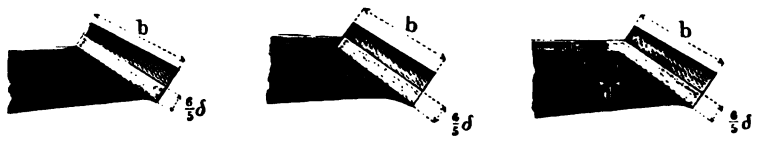
Fig. 496. Fig. 497. Fig. 498.



gesteift, bei kleineren Theilungen auch wohl bogenförmig profilirt, Fig. 498, wozu aber nur Arme von ovalem Querschnitt passen. Eine Theilung von 20^{mm} erfordert nach (213) eine Kranzdicke $\delta = 3 + 8 = 11^{mm}$; bei $t = 10^{mm}$ wird $\delta = 7^{mm}$.

Bei den gusseisernen Kegelrädern, Fig. 499 bis 501, wird

Fig. 499. Fig. 500. Fig. 501.



die Felge aussen $^6/_5\,\delta$ dick gemacht und erhält einen der hier skizzirten Armanschlüsse.

Räder mit Holzzähnen oder Holzkammen bekommen eine höhere und seitlich verstärkte Felge, bei deren Abmessungen namentlich Rücksicht auf die Handarbeit beim Verschirren, d. i. Einsetzen der Kammen, genommen wird; die Verhältnisse für Stirnräder sind aus Fig. 502 bis 504, die für Kegelräder aus

Fig. 502. Fig. 503. Fig. 504.

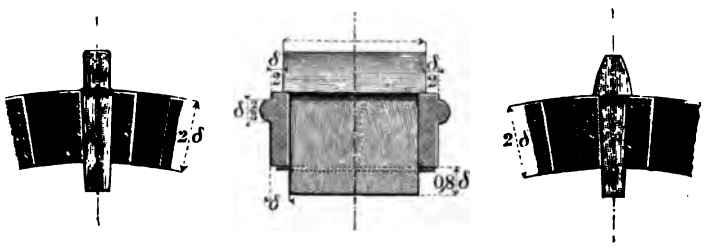
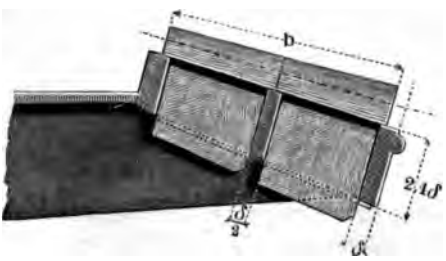


Fig. 505 und 506 ersichtlich. Sehr breite Holzkammen werden aus zwei Stücken gebildet, Fig. 506, deren Stiele durch einen Steg getrennt sind.

Fig. 505.

Fig. 506.



Ganz kleine Stirnräder (Blockräder) erhalten, wenn bei ihnen die Kraftübertragung wesentlich ist, eine oder zwei verstärkende Seitenscheiben, Fig. 507 und 508, welche zweckmässig bis auf

Fig. 507.

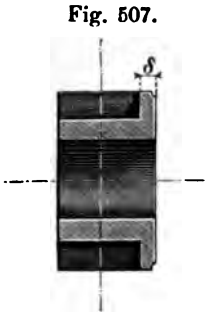


Fig. 508.

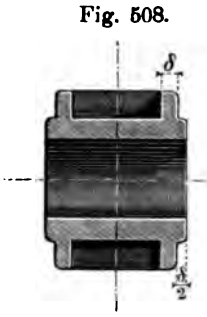
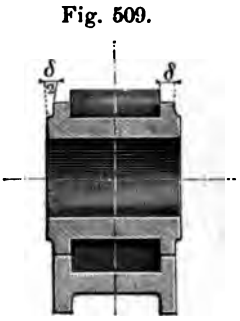


Fig. 509.



die Theilkreishalbmesser abgedreht werden, wenn das Rädchen in eine Zahnstange greift, Fig. 509; diese bekommt dann bearbeitete Seitenleisten, auf welchen die Ränder des Getriebes rollen. Kleine Getriebe, z. B. 7 und 8zähnige, welche in gusseiserne Räder greifen, werden manchmal auch aus Schmiedeisen hergestellt, und bedürfen dann keiner Seitenscheiben.

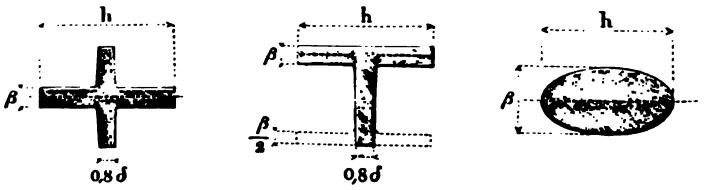
§. 215.

Die Radspeichen. Zahl derselben.

Der Querschnitt der Arme oder Speichen wird, entsprechend den oben angegebenen Kranzformen, nach einer der folgenden Figuren gebildet.

Fig. 510 und 511. Rippenquerschnitte, bei denen Haupt- und Nebenrippe zu unterscheiden sind; die Punktirung in Fig. 511

Fig. 510. Fig. 511. Fig. 512.



zeigt den Armquerschnitt, welcher bei Anwendung der Räderformmaschine oder der Schablonen-Sandformerei am zweckmässigsten ist; Fig. 512 ovaler Querschnitt, welcher an allen Stellen die halbe Höhe zur Breite β hat. Man erzielt gute Verhältnisse für die Räder, wenn man die Anzahl $\mathfrak{A}$ der Speichen nimmt:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{A} &= {}^1\!/_4 \sqrt{3}\,\sqrt[4]{t} \\ \text{oder} \qquad \mathfrak{A} &= {}^1\!/_3 \sqrt{3}\,\sqrt[4]{\frac{t}{\pi}} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (214)$$

Hiernach ist folgende Zahlenreihe berechnet:

$\mathfrak{A}$	= 3	4	5	6	7	8	10	12
$3\sqrt{t}$	= 144	256	400	576	784	1024	1600	2304
$3\sqrt{\frac{t}{\pi}}$	= 81	144	225	324	441	576	900	1296

Beispiel. Ein 50zähniges Rad von 50mm Theilung hat für $3\sqrt{t}$ den Werth $50 . 7 = 350$, was nahe an 400 liegt; das Rad erhält also fünf Speichen. Hätte das Rad 16mm Theilung, so würde man haben: $3\sqrt{t} = 50 . 4 = 200$, was mitten zwischen 256 und 144 liegt, also die Wahl zwischen 3 und 4 Speichen lässt.

Beim Rippenquerschnitt wählt man die Speichenhöhe h in der Radmitte nach dem Gefühl, wobei zu bemerken ist, dass das Verhältniss $h = 2$ bis $2{,}5\ t$ meistens recht gut passt, und ermittelt darauf die constante Rippenstärke β nach folgender Formel:

$$\frac{\beta}{b} = 0{,}07\ \frac{3}{\mathfrak{A}} \left(\frac{t}{h}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (215)$$

Ergibt sich dabei eine für das Aussehen oder die Rücksicht auf das Giessen zu grosse oder zu kleine Rippendicke, so ändere man $\frac{h}{t}$ entsprechend ab, und rechne aufs neue. Die nachfolgende Tabelle erleichtert dieses Verfahren.

Speichenverjüngung wie vorhin. Höhe der Nebenrippe am Kranz etwas kleiner als b, an der Nabe gleich oder etwas grösser als b.

Die Speichenhöhe h in der Radmitte wird bei den Rädern mit ovalem Armquerschnitt $= 2\,t$ genommen, und die Höhe nach aussen bis auf $^2/_3\,2\,t$ verjüngt.

§. 216.

Tabelle über die Abmessungen der Radspeichen.

$\frac{h}{t}$	Werthe von $\frac{\beta}{b}$, wenn								
	$\frac{3}{\mathfrak{A}} = 7$	9	12	16	20	25	30	35	40
1,50	0,20	0,28	0,37	0,50	0,62	0,78	0,93	1,08	1,24
1,75	0,16	0,21	0,27	0,37	0,46	0,57	0,69	0,80	0,91
2,00	0,12	0,16	0,21	0,28	0,35	0,44	0,53	0,61	0,70
2,25	0,10	0,12	0,17	0,22	0,28	0,35	0,41	0,48	0,55
2,50	0,08	0,10	0,13	0,18	0,22	0,28	0,34	0,39	0,45
2,75	0,06	0,08	0,11	0,15	0,18	0,23	0,28	0,32	0,37
3,00	0,05	0,07	0,09	0,12	0,16	0,19	0,23	0,27	0,31

1. Beispiel. Hat das obige 50zähnige Rad von 50mm Theilung eine Zahnbreite von 100mm, und wählt man die Speichenhöhe h in der Radmitte $= 2\,t = 100^{mm}$, *also* $\frac{h}{t} = 2$, *so hat man nach Spalte 6, Zeile 3, zu nehmen:* $\beta = 0{,}35 \,.\, 100 = 35^{mm}$. *Fände man dies nicht bequem und zöge eine kleinere Rippendicke vor, so könnte man z. B.* $h = 2{,}25\,t = 2{,}25 \,.\, 50 = 113^{mm}$ *wählen, und erhielte dann nach Spalte 6, Zeile 4:* $\beta = 0{,}28 \,.\, 100 = 28^{mm}$.

Die Speichenkreuze der Räder mit Holzzähnen und der in sie eingreifenden Eisenräder dürfen bei denselben Arm-Höhenabmessungen, welche man den Rädern für Eisen auf Eisen gibt, die 0,8fache Armdicke erhalten. Will man genauer verfahren, so ermittle man die Maasse der den Holzzähnen gleichwerthigen Eisenzähne, und suche aus deren Theilung, Breite und Zahl die zugehörigen Armdimensionen.

§. 217.

Die Radnabe.

Die Nabe des Zahnrades wird je nach dem gewählten Armquerschnitt nach einer oder nach beiden Seiten schwach konisch geformt, bei grösseren Abmessungen überdies mit viertelelliptischen Stäbchen abgerundet; sie erhält eine Länge $L = {}^5/_4\, b$, bei sehr grossen Halbmessern etwas mehr, und eine Wanddicke $w = 10 + 0{,}4\, h$, wobei h die Armhöhe bezeichnet.

Im Innern ist, sofern die Nabe nicht zum Warmaufziehen bestimmt ist, das Material auszusparen, sodass an den Enden Arbeitsleisten von der Breite ${}^3/_4\, w$ stehen bleiben. Die Keilbahn wird der ganzen Nabenlänge nach, und zwar unter Verlegung des Anzuges in die Nabe, bearbeitet. Aussen auf der Nabe ist bei starken Rädern ein sanft an- und absteigender Wulst über der Keilbahn aufzusetzen, damit das Eintreiben des Keiles die Nabe nicht sprengen könne. Doch kann statt dessen auch die Umlegung von schmiedeisernen Schwindringen an den Nabenrändern, oder wenigstens an einem derselben, empfohlen werden. Diese Ringe, quadratisch von Querschnitt, und etwa $\frac{w}{2}$ stark, verstärken die Nabe ganz wesentlich, und gestatten ein zuversichtliches Eintreiben des Keiles.

§. 218.

Gewichte der Zahnräder.

Das Gewicht G eines nach den vorstehenden Regeln construirten Stirnrades wird annähernd aus folgendem Ausdruck erhalten:

$$G = b t^2 (6{,}25\, \mathfrak{z} + 0{,}04\, \mathfrak{z}^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (216)$$

wobei die obigen Bezeichnungen gelten, b und t aber in Decimetern auszudrücken sind. Folgende Tabelle erleichtert die Benutzung der gegebenen Formel, indem sie die Werthe von $\frac{G}{bt^2}$ für eine Reihe von Zähnezahlen enthält. Die Tabellenwerthe ent-

sprechen derjenigen Zähnezahl, welche gleich der Summe von Spalten- und Zeileneingang ist.

3	0	2	4	6	8
20	141,0	156,9	173,0	189,5	206,4
30	223,5	241,0	258,7	276,8	295,3
40	314,0	333,0	352,4	372,1	392,2
50	412,5	433,2	454,1	475,4	497,1
60	519,0	541,3	563,8	586,7	610,0
70	633,5	657,4	681,5	706,0	730,7
80	756,0	781,5	807,2	833,3	859,8
90	886,5	913,6	940,9	968,6	996,7
100	1025,0	1053,7	1082,6	1111,9	1141,6
120	1326,0	1357,9	1390,0	1422,5	1455,4
140	1659,0	1694,1	1729,4	1765,1	1801,2
160	2024,0	2062,3	2100,8	2139,7	2179,0
180	2421,0	2462,5	2504,2	2546,3	2588,8
200	2850,0	2894,7	2936,9	2984,9	3030,6
320	3311,0	3358,9	3407,0	3455,5	3504,4

Beispiel. Ein gusseisernes, nach obigen Regeln construirtes Zahnrad habe 50 Zähne, 0,5^{dcm} Theilung und 1^{dcm} Zahnbreite; bei ihm ist also $bt^2 = 0{,}25$ *und somit sein Gewicht nach Spalte 2, Zeile 4:* $G = 0{,}25 . 412{,}5 = 103{,}1^k$. *Hätte ein 50zähniges Rad 30^{mm} Theilung und 60^{mm} Breite, so würde sein Gewicht sein:* $G = 0{,}6 . 0{,}3^2 . 412{,}5 = 0{,}054 . 412{,}5 = 22{,}28^k$.

Kegelräder und Holzeisenräder mit leichtem Speichenkreuz (siehe Ende §. 216) werden etwas leichter, als es die Tabelle angibt.

XIII. EINFACHE HEBEL.

§. 219.

Hebelzapfen.

Ein einfacher Hebel wird im Maschinenbau die constructive Ausführung eines Hebelarmes genannt, welcher an dem Drehpunkt-Ende mit einer Achse in Verbindung steht, und an dem schwingenden Ende einen Zapfen trägt. Letzterer unterscheidet sich von dem früher (Kap. IV) behandelten Zapfen dadurch, dass die ihn beanspruchende Kraft in der Regel ihre Richtung nach Vollzug jeder ganzen Schwingung mit der entgegengesetzten vertauscht. Wo dieser Umstand eintritt, gestattet er, zwischen Zapfen und Schale einen grösseren Flächendruck eintreten zu lassen, als man bei den Zapfen von stetiger Kraftrichtung zulassen darf, weil das Wechseln der Bewegungsrichtung auf das Oel eine Wirkung ähnlich der einer Saugpumpe ausübt, die das Oel immer wieder zu den Reibungsflächen hinführt. Dagegen empfiehlt es sich aus derselben Ursache, die in die Berechnung einzuführende Materialspannung etwas kleiner zu nehmen als früher, um dem Einfluss der Stösse, welche die unvermeidlichen Schalenspielräume zur Folge haben, zu begegnen.

Für die Zapfen mit stetiger Kraftrichtung ermittelten sich früher die Zapfendicke d und das Längenverhältniss $\frac{l}{d}$ nach den Formeln:

$$d = \sqrt{\frac{16}{\pi \mathfrak{S}}}\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P},\quad \frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{16}\frac{\mathfrak{S}}{p}},$$

wenn der Zapfen ein Stirnzapfen, und

$$d = \sqrt{\frac{4}{\pi \mathfrak{S}}}\sqrt{\frac{l}{d}}\sqrt{P},\quad \frac{l}{d} = \sqrt{\frac{\pi}{4}\frac{\mathfrak{S}}{p}},$$

wenn der Zapfen ein Gabelzapfen, und P die Belastung, $\mathfrak{S}$ die Maximalspannung im Material, p der Flächendruck zwischen Schale und Zapfen bedeutet. Früher setzten wir für p und $\mathfrak{S}$ bei

Schmiedeisen $^1/_2$ und 6, bei Gussstahl $^5/_8$ und 10. Hier erhalten wir bei den nachstehenden Annahmen die folgenden Werthe:

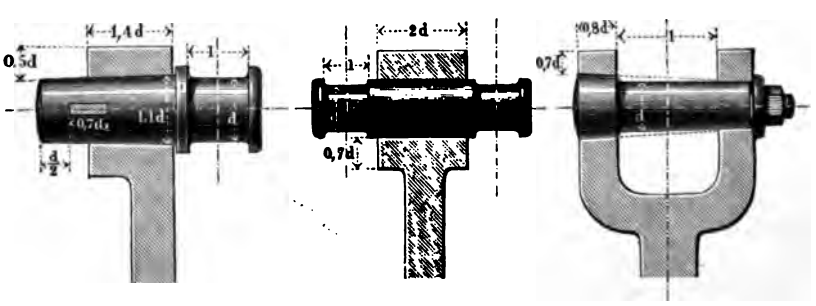
	Stirnzapfen		Gabelzapfen	
	Schmiedeisen	Gussstahl	Schmiedeisen	Gussstahl
p	$= 1$	1,25	1	1,25
$\mathfrak{S}$	$= 5$	8,25	5	8,25
d	$= \sqrt{P}$	$0{,}84\sqrt{P}$	$0{,}7\sqrt{P}$	$0{,}59\sqrt{P}$
l	$= \sqrt{P}$	$0{,}96\sqrt{P}$	$1{,}4\sqrt{P}$	$1{,}34\sqrt{P}$
$\frac{l}{d}$	$= 1$	1,14	2	2,28

. (217)

l ist einmal unmittelbar durch P ausgedrückt, weil man bei den Hebelzapfen vielfach in die Lage kommt, d grösser als die Formel gibt ausführen zu müssen, sei es weil der Zapfen ähnlich einem Halszapfen angebracht ist, sei es wegen constructiver Rücksichten. Immer wird dann, wie §. 82 hervorgehoben wurde, die Länge genügend gross, wenn man sie der des gleichwerthigen Normalzapfens gleich macht. Ist dazu durchaus nicht genug Raum vorhanden, so lasse man p wenigstens nicht über die obigen Werthe hinausgehen, was durch entsprechende Vergrösserung der Zapfendicke erreicht wird. Die Abnutzung wird dann zwar grösser als beim Normalzapfen, der Erhitzung ist aber wenigstens vorgebeugt, gute Oelung immer vorausgesetzt. (Vergl. §. 83.)

Die Formen, in denen der Hebelzapfen gewöhnlich angewandt wird, sind die in den folgenden Figuren angegebenen des Stirnzapfens, des Doppelzapfens und des Gabelzapfens. Sorg-

Fig. 513. Fig. 514. Fig. 515.



fältiges Einpassen des Zapfenstieles oder -Schaftes in die Hülse ist unerlässliche Bedingung für die Haltbarkeit der Construktion.

Die Achsel über dem Conus Fig. 513 darf nicht anliegen, damit sie das Anziehen des Conus nicht behindert; die Figur zeigt den Spielraum der Deutlichkeit wegen in etwas übertriebener Weise. Bei sehr gewählter Formgebung kann der Spielraum auch durch Versenkung des hinteren Zapfenbundes verborgen werden. Beim Doppelzapfen ist bei sorgfältiger Aufstellung der Druck auf jeden einzelnen Zapfen $= \frac{P}{2}$, der letztere also dieser Belastung gegenüber als Stirnzapfen anzusehen. Bei dem Gabelzapfen, Fig. 515, gehören die beiden eingepassten Schafttheile einem und demselben Kegel an.

1. Beispiel. Für $P = 2000^k$ erhält der schmiedeiserne Hebel-Stirnzapfen nach (217) die Dicke $d = \sqrt{2000} \backsim 45^{mm}$, und dieselbe Abmessung als Länge; aus Gussstahl hergestellt, hätte er die Dicke $d = 0{,}84\sqrt{2000} \backsim 38^{mm}$, die Länge $l \backsim 43^{mm}$ zu erhalten. Der schmiedeiserne Gabelzapfen für dieselbe Belastung erhielte die Dicke $d = 0{,}7\sqrt{2000} \backsim 32^{mm}$, die Länge $l = 1{,}4\sqrt{2000} \backsim 64^{mm}$. Bei einer Erweiterung desselben Zapfens auf z. B. 40^{mm} bliebe am besten $l = 64^{mm}$ erhalten; zum wenigsten müsste aber, um $p \leqq 1$ zu erhalten, $l = \frac{2000}{40} = 50^{mm}$ gemacht werden.

Nicht alle Hebel haben übrigens wechselnde Kraftrichtungen, so z. B. die Gegengewichtshebel, die Balanciers der einfachwirkenden Wasserhaltungsmaschinen u. s. w. nicht. Bei diesen gelten für die Stirnzapfen nach wie vor die in §. 79 gegebenen Formeln (vergl. das dritte Beispiel §. 80). Für den Gabelzapfen haben wir in diesem Falle bei Schmiedeisen oben wieder $\mathfrak{S} = 6$ und $p = 1/2$, für Gussstahl 10 und $5/8$ einzuführen, und erhalten für:

Schmiedeisen	Gussstahl
$d = 0{,}8\sqrt{P}$	$d = 0{,}67\sqrt{P}$
$l = 2{,}4\sqrt{P}$	$l = 2{,}37\sqrt{P}$
$\frac{l}{d} = 3$	$\frac{l}{d} = 3{,}54$

. . . . (218)

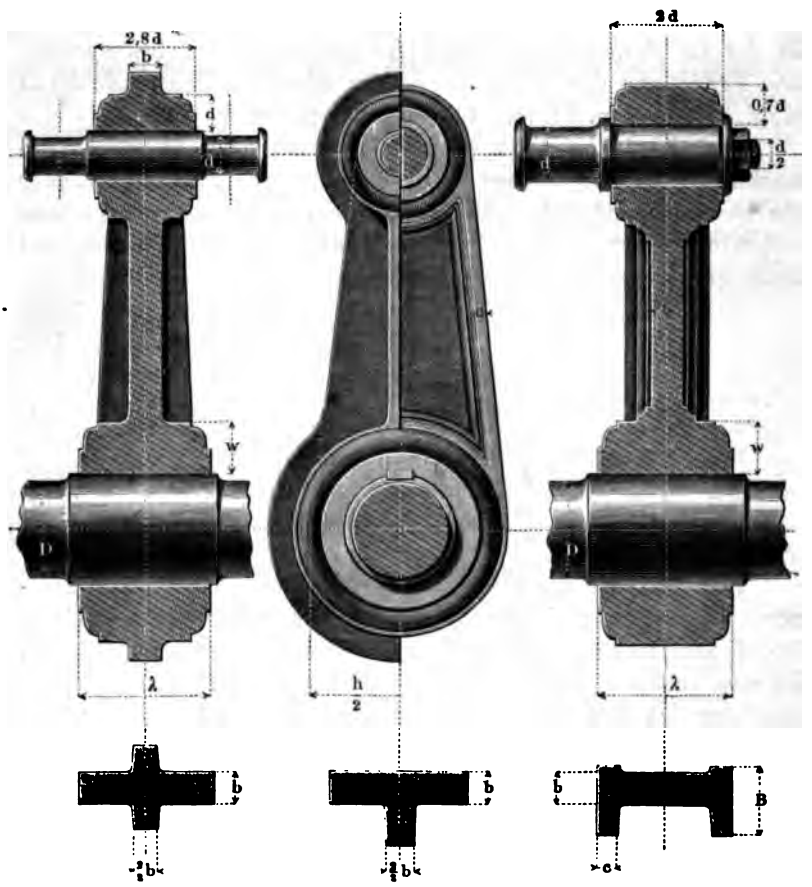
2. Beispiel. Ein schmiedeiserner Gabelzapfen für einen Hebel mit der stets einseitigen Belastung von 2000^k erhielte hiernach die Dicke $d = 0{,}8\sqrt{2000} \backsim 36^{mm}$, die Länge $l \backsim 108^{mm}$; bei Anwendung von Gussstahl käme $d = 30^{mm}$, $l = 106^{mm}$; bei der Erweiterung auf 40^{mm} müsste l mindestens werden $= \frac{2000 \cdot 8}{40 \cdot 5} = 80^{mm}$. Der Stirnzapfen aus Schmiedeisen erhielte nach §. 79 die Dicke $d = 9/8\sqrt{2000} \backsim 50^{mm}$, die Länge $l = 75^{mm}$.

§. 220.

Zapfenverbindung der Hebel.

Die Hebel werden vorzugsweise aus Schmiedeisen oder aus Gusseisen hergestellt. Für die schmiedeiserne Zapfenhülse sind in den obigen Figuren die Verhältnisse angegeben. Die guss-

Fig. 516. Fig. 517. Fig. 518.



eiserne Zapfenhülse erhält für Stirn- und Achszapfen je nach dem zu wählenden Querschnitt des Hebelarmes eine der beiden in den

vorstehenden Figuren angegebenen Formen und die beigeschriebenen Verhältnisse. Eine Hülse für den Gabelzapfen beim gusseisernen Hebel siehe beim Balancier (§. 238). Wird der Gabelzapfen zu einer vollständigen Achse ausgebildet, so gelten die bei den Achsen, Kap. V, gegebenen Regeln.

§. 221.

Die Hebelachse und Nabe des Hebels.

Die Achse, auf welche der einfache Hebel befestigt wird, ist in der Regel auf Biegung und Drehung gleichzeitig beansprucht. Die Ermittlung der Abmessungen für alle wichtigen Fälle ist in Kap. V. und Kap. VI. (§. 111) gelehrt worden.

Die Hebelnabe muss verschieden stark gemacht werden, je nachdem sie die Welle auf Verdrehung zu beanspruchen hat oder sie bloss biegend belastet. Im ersteren Falle nehme man beim schmiedeisernen Hebel mit schmiedeiserner Welle, und beim gusseisernen Hebel mit gusseiserner Welle, wenn

w die Nabenwanddicke, λ die Nabenlänge,

D die nach (98) und (99) für das statische Moment PR des Hebels auf blosse Festigkeit berechnete Wellendicke bezeichnet,

$$\left.\begin{array}{rl} \text{bei } \dfrac{w}{\lambda} = & \dfrac{1}{2} \quad \dfrac{1}{2{,}5} \quad \dfrac{1}{3} \\ \dfrac{w}{D} = & 0{,}45 \quad 0{,}42 \quad 0{,}40 \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (219)$$

Befindet sich der Hebel auf einer Welle, welche einen grösseren Durchmesser als D hat, so bestimme man zuerst den ideellen Wellendurchmesser D, und verfahre mit ihm nach Formel (219). Ebenso verfahre man, wenn die Nabe aus Gusseisen, die Welle aber aus Schmiedeisen besteht, und umgekehrt. Die Formen der gusseisernen Nabe zeigen die obigen Figuren 516 bis 518. Muss von denselben abgewichen werden, so geben ihre als ideell eingeführten Abmessungen einen oft erwünschten Anhalt für die neuen Formen und Abmessungen.

Beispiel. Ist der in Paragraph 219 im 1. Beispiel berechnete Hebel aus Schmiedeisen zu construiren, und hat 600^{mm} Armlänge, so ist sein statisches Moment $PR = 2000.600 = 1200\,000^{k} \times ^{mm}$. Hieraus hat man nach

(98): $D = 0{,}95\sqrt[3]{1\,200\,000} \sim 101^{mm}$, und, wenn man $\frac{w}{\lambda} = \frac{1}{2}$ wählt, nach (219): $w = 0{,}45 \,.\, 101 \sim 45^{mm}$, $h = 2 \,.\, 45 = 90^{mm}$. Dieselben Querschnitt-Abmessungen würde die Nabe erhalten, wenn sie statt auf eine schmiedeiserne auf eine gusseiserne Welle zu setzen wäre.

Die Tragnabe, d. h. die Nabe, welche die Achse nur auf Biegung belastet, kommt nur bei zusammengesetzten Hebeln vor, siehe daher §. 238.

§. 222.

Der Hebelarm mit rechteckigem Querschnitt.

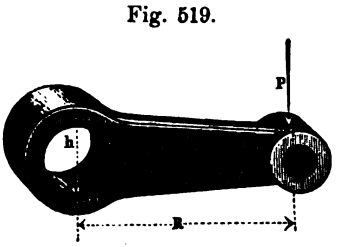
Es werde zunächst der gerade Hebelarm mit einfach rechteckigem Querschnitt unter der Voraussetzung berechnet, dass P in der Mittelebene des Hebelarmes angreife, Fig. 519, und normal zu demselben gerichtet sei. Dann ist, wenn die Armhöhe in der Achsenebene $= h$,

die Armbreite daselbst $= b$,

die Maximalspannung $= \mathfrak{S}$,

$$b = 6\,\frac{P\,R}{\mathfrak{S}\,h^2},$$

Fig. 519.



Die Materialspannung $\mathfrak{S}$ ist für Schmiedeisen $= 6$, für Gusseisen $= 3^t$ zu setzen. Dies gibt:

Schmiedeisen	Gusseisen	
$b = \frac{P\,R}{h^2}$,	$b = 2\,\frac{P\,R}{h^2}$	. . . . . (220)

Diese Formel setzt die Annahme von h voraus, in der That die zweckmässigste Art der Berechnung, weil h die Seitenansicht, das Profil des Hebels bestimmt, für welches das Gefühl am ersten Anhalt gibt.

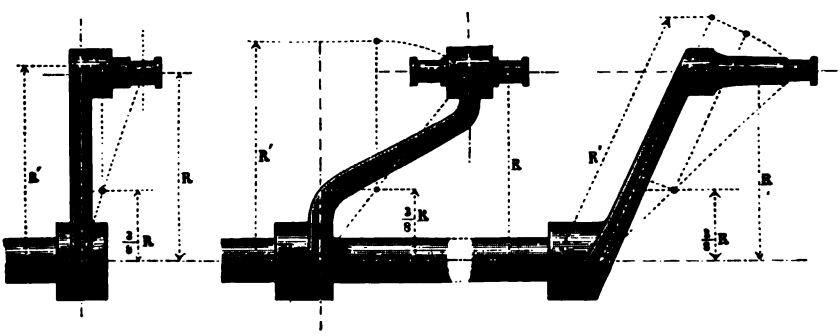
1. Beispiel. $P = 2000^k$, $R = 600^{mm}$, der Arm sei aus Schmiedeisen herzustellen, $h = 180^{mm}$ gewählt. Dann ist nach (220) zu nehmen: $b = \frac{2000\,.\,600}{180^2} \sim 36^{mm}$.

Bei constanter Armbreite b wird die Armhöhe nach dem

Zapfen hin bis auf $\frac{h}{2}$ verjüngt; bei constantem Verhältniss $\frac{b}{h}$ auf $^2/_3\ h$ (siehe die Fälle III. und VII. §. 10).

In sehr vielen Fällen greift die Kraft P aber nicht in der Mittelebene des Armes, sondern ausserhalb dieser Ebene an, und bewirkt dann Biegung und Verdrehung des Armes. Wir ersetzen dann die zusammengesetzte Beanspruchung durch eine ideelle blosse Biegungs-Beanspruchung, deren Moment das Produkt aus P und einem ideellen Arme R' ist, siehe Fig. 520.

Fig. 520.



Man hat für R' wenn die Ebene von P um c von der Mittelebene des Armansatzes absteht (vergl. §. 111) mit genügender Annäherung:

$$\left.\begin{array}{ll} & R' = {}^3/_8\,R + {}^5/_8\,\sqrt{R^2 + c^2} \ldots . \\ \text{oder} & \\ & R' = 0{,}975\,R + 0{,}25\,c \ldots . \\ \text{wenn} & \\ & R > c, \\ \text{und} & R' = 0{,}625\,R + 0{,}6\,c, \ldots . \\ \text{wenn} & R < c. \end{array}\right\} \quad \ldots \quad (221)$$

In Fig. 520 ist angegeben, wie R' graphisch gefunden werden kann, was sehr leicht ist. Bei schief gerichtetem Arm bedarf es nur einer passenden Anordnung der Construktion, um auch hier, wie die dritte Lösung zeigt, rasch zum Ziele zu gelangen.

2. Beispiel. Gesetzt, bei einem Hebel von der Belastung und dem Arme wie in Beispiel 1. betrage c 400mm. Dann ist $R > c$, und nach 221) zu setzen: $R' = 0{,}975 \cdot 600 + 0{,}25 \cdot 400 = 585 + 100 = 685$mm.

b wird nun bei den früheren Voraussetzungen $= \frac{2000 \cdot 685}{180^2}$, *woraus b* $\sim$ *42mm statt 36mm, wie wir oben fanden, folgt.*

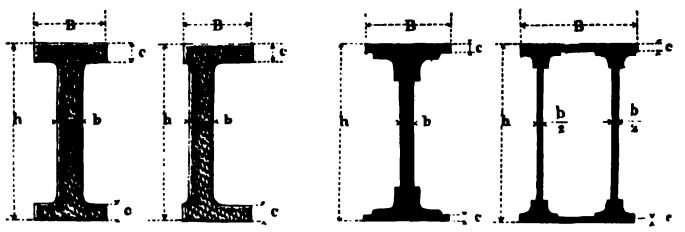
Der gusseiserne Hebel erhält häufig Kreuzquerschnitt, wie Fig. 516 andeutet. Die Nebenrippe kann in diesem Falle vernachlässigt werden.

§. 223.

Zusammengesetzte Hebelarm-Querschnitte.

Die nachstehenden Hebelarmquerschnitte eignen sich für grosse Kräfte sehr gut, indem sie eine günstige Materialvertheilung haben. Ihre Abmessungen lassen sich bequem finden, wenn

Fig. 521. Fig. 522. Fig. 523. Fig. 524.



man zuerst den einfach rechteckigen Querschnitt bestimmt, und diesen darauf in den doppel T-förmigen verwandelt.

Bei den in den Figuren angegebenen Bezeichnungen, und wenn man noch nennt: h_0 die Höhe, b_0 die Breite des Hebelarmes mit rechteckigem Querschnitt, von dem Material des zu construirenden, welcher den gegebenen Kräften (Zapfen) entspricht, kann die Verwandlung wie folgt geschehen.

Man bestimmt unter Annahme des Hebelprofils, d.i. der Armhöhe h_0, welcher h gleich werden soll, die h_0 zukommende Armbreite b_0 des Rechteckquerschnittes für das betreffende Material; sodann mache man:

$$\left.\begin{aligned} \frac{b}{b_0} &= \frac{1}{1+\alpha} \quad \ldots\ldots \\ \text{wobei} \qquad \alpha &= \left(\frac{B}{b} - 1\right)\left[6\,\frac{c}{h} - 12\left(\frac{c}{h}\right)^2\right] \ldots \end{aligned}\right\} \quad . \quad (222)$$

Diese Formel setzt die Wahl von $\frac{B}{b}$ und von $\frac{c}{h}$ voraus, welche immer leicht nach dem Geschmack des Construirenden geschehen kann. In (222) sind die Winkeleisen der Querschnitte Fig. 523 und 524 vernachlässigt, wodurch aber zugleich die Schwächung durch die Nietlöcher ausgeglichen wird. Folgende Tabelle gibt eine Reihe von Werthen für (222), mit Hilfe deren die vorliegende Rechnung bequem vollzogen werden kann. Das Verfahren lässt sich auch sehr gut für die Berechnung anderer Stücke gebrauchen, z. B. für Träger aller Art, gusseiserne Krahnschilde, Blechkrahn-Ausleger u. s. w.

§. 224.

Tabelle zur Umformung der rechteckigen Armquerschnitte.

$\frac{h}{c}$	Werthe von $\frac{1}{1+\alpha}$									
	$\frac{B}{b} = 2{,}5$	3	3,5	4	4,5	5	6	7	8	10
6	0,50	0,43	0,38	0,33	0,30	0,27	0,23	0,20	0,18	0,14
7	0,52	0,45	0,40	0,35	0,32	0,29	0,25	0,21	0,19	0,15
8	0,54	0,47	0,42	0,37	0,34	0,31	0,26	0,23	0,20	0,16
9	0,56	0,49	0,44	0,39	0,36	0,33	0,28	0,24	0,22	0,18
10	0,58	0,51	0,46	0,41	0,37	0,34	0,29	0,26	0,23	0,19
11	0,60	0,53	0,48	0,43	0,39	0,36	0,31	0,27	0,24	0,20
12	0,62	0,55	0,50	0,44	0,41	0,37	0,32	0,29	0,26	0,21
14	0,64	0,58	0,52	0,47	0,44	0,40	0,35	0,31	0,28	0,23
16	0,67	0,60	0,55	0,50	0,47	0,43	0,38	0,34	0,30	0,25
18	0,69	0,63	0,57	0,52	0,49	0,46	0,40	0,36	0,33	0,27
20	0,71	0,65	0,60	0,55	0,52	0,48	0,42	0,38	0,34	0,29
22	0,73	0,67	0,62	0,57	0,53	0,50	0,45	0,40	0,37	0,31
24	0,75	0,68	0,64	0,59	0,56	0,52	0,47	0,42	0,38	0,33
27	0,76	0,71	0,66	0,62	0,58	0,55	0,50	0,45	0,41	0,35
30	0,78	0,73	0,68	0,64	0,61	0,57	0,52	0,47	0,43	0,37
33	0,79	0,75	0,70	0,66	0,63	0,60	0,54	0,50	0,45	0,39
36	0,81	0,76	0,72	0,68	0,65	0,61	0,56	0,52	0,48	0,41
40	0,83	0,78	0,74	0,70	0,67	0,64	0,58	0,54	0,50	0,44
45	0,84	0,80	0,76	0,72	0,69	0,66	0,61	0,57	0,53	0,47
50	0,85	0,81	0,78	0,74	0,71	0,68	0,63	0,59	0,56	0,49

Beispiel. Es sei die Länge R eines zu construirenden einfachen Hebels = 2000mm, die Zapfenbelastung P = 2500k; der Arm soll aus Gusseisen mit doppel-T-förmigem Querschnitt construirt werden, und eine Höhe $h_0 = 320^{mm}$ *erhalten. Nach (220) würde dafür der einfach rechteckige Querschnitt die Breite* $b_0 = \frac{2 \cdot 2500 \cdot 2000}{320^2} \backsim 98^{mm}$ *erhalten. Dies ist so viel, dass wir unbedingt nicht dabei stehen bleiben können, also die Anwendung eines Doppel-T-Querschnittes gerechtfertigt sehen. Es werde nun gemacht* $\frac{c}{h} = \frac{1}{12}$, $\frac{B}{b} = 4$, *so wird nach Spalte 5, Zeile 7:* $\frac{1}{1 + \alpha} = 0{,}44$; *mithin die Rippenbreite* $b = 0{,}44 \cdot b_0 = 0{,}44 \cdot 98 = 43^{mm}$, *die Saumnervenbreite* $B = 4 \cdot 44 = 176^{mm}$, *die Nervendicke* $c = \frac{h}{12} = \frac{320}{12} = 27^{mm}$, *was alles ganz brauchbare Abmessungen sind. Man könnte das Verlangen stellen,* $c = b$ *herauszubringen; hierfür liesse sich eine Formel entwickeln; jedoch kann man auch leicht durch versuchweises Einsetzen verschiedener Werthe von* $\frac{B}{b}$ *und* $\frac{c}{h}$ *das Gewünschte erzielen. Setzt man* $\frac{B}{b} = 5$, $\frac{c}{h} = \frac{1}{10}$, *so ergibt sich nach Spalte 7, Zeile 5:* $\frac{1}{1 + \alpha} = 0{,}34$, *also* $b = 0{,}34 \cdot 98 = 33^{mm}$, *während* $c = \frac{320}{10} = 32^{mm}$ *wird, also schon genügend genau mit b übereinstimmt.*

XIV. KURBELN.

§. 225.

Verschiedene Arten von Kurbeln.

Die Kurbeln sind einfache Hebel, welche so eingerichtet sind, dass sie im Zusammenhang mit ihren Pleuelstangen ganze Kreise und Vielfache derselben durchlaufen können. Sie lassen sich in folgende vier Klassen theilen:

1) Stirnkurbeln,
2) Gegenkurbeln,
3) Wellenkröpfungen oder Kurbelachsen,
4) Excentrische Scheiben.

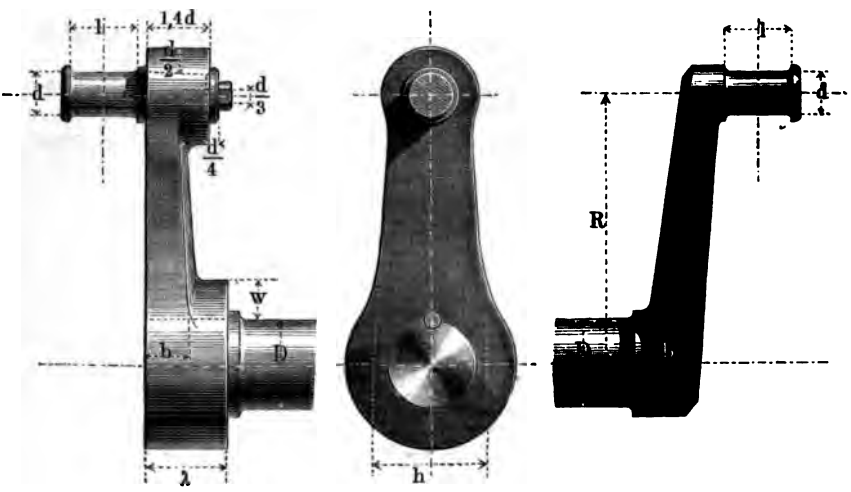
Dieselben sollen hier in Kürze nacheinander behandelt werden.

§. 226.

Die schmiedeiserne Stirnkurbel.

Dieselbe wird ganz nach den Regeln für einfache Hebel mit Stirnzapfen (§. 219 ff.) construirt. Fig. 525 und 526 gebräuchliche Form; der Arm, welcher hier in beiden Abmessungen auf $^2/_3$ verjüngt angenommen ist, hat auf der Rückseite eine Wölbung. Der Zapfenstiel ist eingeschliffen und mittelst einer Kopfschraube gesichert. Fig. 527 zeigt eine aus einem Stück hergestellte (oder

Fig. 525. Fig. 526. Fig. 527.



eintrumige) Kurbel. Hier schreibt die gewählte Bundhöhe an der Welle die Armhöhe h vor. Wegen der Einpassung des Zapfenstieles beachte man das in §. 419 S. 472 Gesagte.

§. 227.

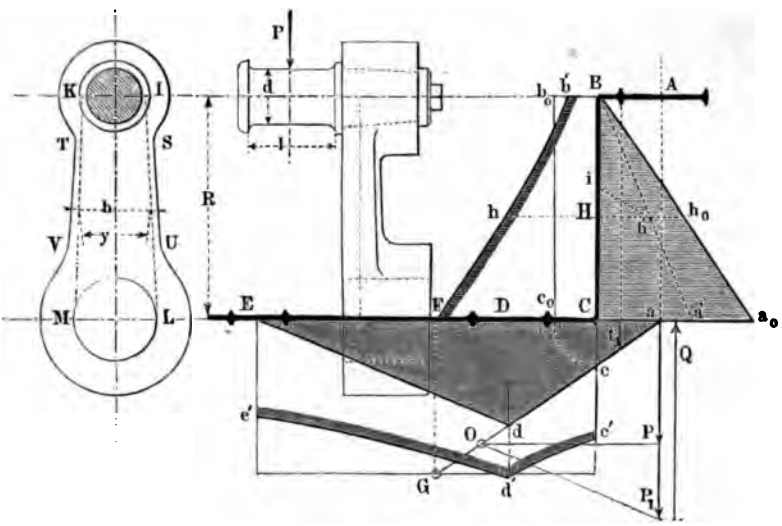
Graphostatische Berechnung der Stirnkurbel.

Die Kurbel ist ein so wichtiger Maschinentheil, dass sie eine sorgfältige Behandlung in hohem Grade verdient, weshalb hier die Anwendung der graphostatischen Methode auf ihre Berechnung

gezeigt werden soll, welche bis zu den verwickelten Beanspruchungen der mehrfachen Achsenkröpfungen ihre Brauchbarkeit bewährt. Für den sich Einübenden ist zu rathen, die nachfolgenden Constructionen nach einander an vollständigen Beispielen durchzumachen, damit er die nicht ganz unerheblichen Schwierigkeiten, welche vor allem Aufmerksamkeit beim Arbeiten erfordern, stufenweise kennen und überwinden lerne. Wir behandeln ausser der Kurbel- (d. i. Hebel-) Achse auch den Arm derselben.

Die Achse der Stirnkurbel. Man berechne zuerst aus dem Drucke P auf den Kurbelzapfen dessen Durchmesser d und Länge l, und trage dann das Schema, d. i. die Folge der neutralen Linien $ABCDE$ der Kurbel auf, wobei die Armachse BC, welche hier zunächst normal zur Achse gewählt ist, schätzungsweise in die

Fig. 528.



richtige Entfernung von A gebracht, ebenso die Lage des Zapfenmittels D vorläufig angenommen wird. Hierauf trage man die Kraft P von a aus normal zu Ea auf, wähle den Pol O des Kräftepolygons, am besten auf einer aus dem Endpunkte von P gezogenen Parallelen zur Achse Ea, ziehe Strahl und Seil adO, Seil dE, und Strahl $OP_1 \parallel dE$, so ist adE Seilpolygon für die Biegung, welche P an der Achse aCE hervorruft, das Stück PP_1 die in E anzubringende Zapfenkraft P_1, und $P_1 a = Q$ die in D nach oben

wirkende Zapfenkraft. Mache ferner $aF =$ dem Kurbelarme R, ziehe $FG \parallel aQ$, so ist FG (vergl. §. 109) das Moment, mit welchem P die Achse auf Drehung beansprucht. Dieses Moment M_d ist mit dem biegenden Momente M_b an jeder Stelle zu einem ideellen biegenden Momente $M_i = {}^3/_8 M_b + {}^5/_8 \sqrt{M_b^2 + M_d^2}$ (siehe §. 45), wie schon in §. 109 gezeigt wurde, zusammenzusetzen, wodurch die Polygoncurve $c'd'e'$ und die Momentenfläche $Cc'd'e'E$ erhalten werden. Aus der letzteren können alsdann mit Zugrundelegung der Zapfendicke d und der Zapfenwurzelordinate t_1 die einzelnen Durchmesser der Achse nach Formel (85) berechnet werden.

Der Arm der Stirnkurbel. Verlängere Ea nach a_0 hin, verlege das Seilpolygon Dad an die Schlusslinie BC, d. h. mache $\angle a_0 BC = \angle Dad$, so ist Ba_0C mit horizontalen Ordinaten die Momentenfläche für die Biegung des Kurbelarmes BC durch P. Mache ferner $Cc_0 = Bb_0 = Cc$, so stellen die Horizontalordinaten des Torsionsrechteckes Bb_0c_0C die Momente dar, mit welchen P den Kurbelarm um die als neutrale Achse angenommene BC verdreht. Dieses Moment wird wieder mit dem biegenden Momente nach der bekannten Formel zu einem ideellen biegenden Momente zusammengesetzt [$\overline{a_0a'} = {}^3/_8 \overline{a_0C}$, ziehe Ba', mache an irgend einem Punkte H das Stück $Hi = {}^5/_8 \overline{Bb_0}$, und mache $\overline{Hh} = \overline{h_0h'} + \overline{h'i}$], wodurch sich die Momentenfläche $Bb'hFC$ für den Kurbelarm ergibt. Aus dieser wird nun, von d und der Wurzelordinate t_1 ausgehend, der Arm zunächst in der conoidischen Form $IKLM$ nach Formel (85) construirt. Darauf wähle man das Profil $STUV$ des Armes von rechteckigem Querschnitt, womit dessen Höhen h an jeder Stelle bestimmt sind, und berechne nun die Breite b für jede Stelle aus dem dort gültigen Durchmesser y des Conoids nach der Formel:

$$\frac{b}{y} = 0{,}6 \left(\frac{y}{h}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (223)$$

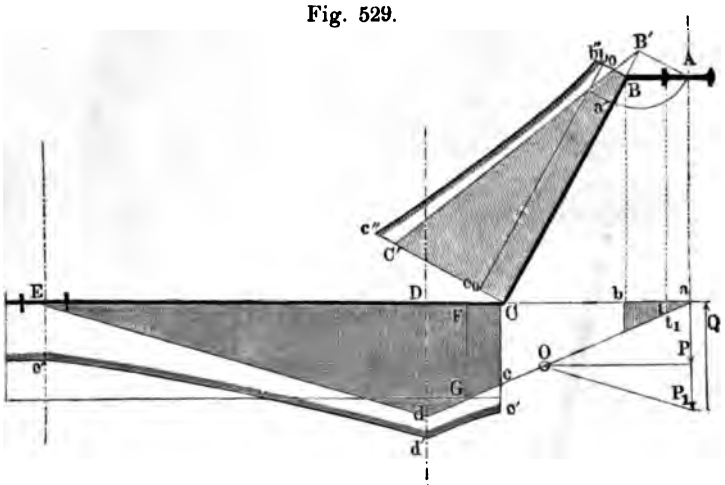
wozu die zweite kleine Zahlentafel am Schlusse des Buches gute Dienste leistet. Ergibt sich schliesslich die Lage der Achse BC als nicht gut gewählt, so wiederhole man, wenn nöthig, das Verfahren mit einer besseren Annahme. Die Entfernung des Punktes E von D ist ohne Einfluss auf die Dimensionen des Armes der Kurbel.

Dieses Verfahren liefert, abgesehen von einigen durchaus statthaften Vernachlässigungen, solche Abmessungen für Kurbelarm und Achse, dass deren Tragsicherheit mit derjenigen des Zapfens vollständig übereinstimmt. Will man mehr oder weniger Sicherheit anwenden, so lege man nur einen ideellen Zapfen von grösserer oder geringerer Sicherheit zu Grunde.

Die Armachse BC wurde oben normal zur Kurbelachse CE angenommen. Ein geringes Schiefstellen, wie es z. B. Fig. 525 voraussetzt, kann vernachlässigt werden; beträgt dasselbe aber mehr, etwa wie es Fig. 527 andeutet, so muss darauf Rücksicht genommen werden. Man verfahre alsdann wie folgt, Fig. 529.

Das Biegungsdiagramm für die Welle der Kurbel wird wie oben entworfen, das unter ab fallende Stück desselben für den

Fig. 529.



Zapfenschenkel AB benutzt, das unter CE fallende mit dem wie vorhin gesuchten Torsionsmoment FG zusammengesetzt, wodurch sich die Momentenfläche $Cc'd'e'E$ wie oben ergibt.

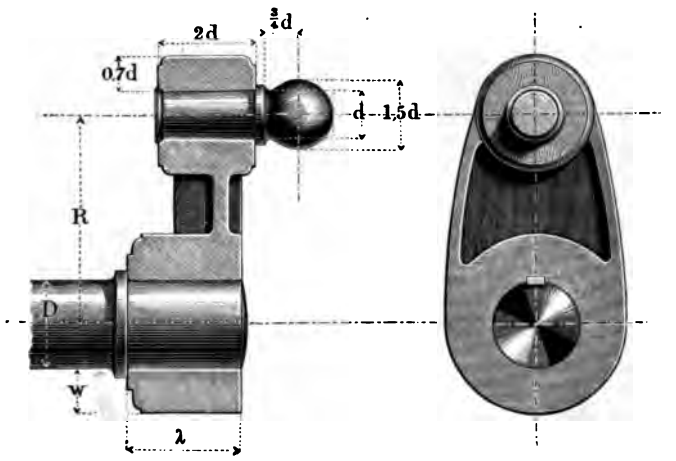
Der Kurbelarm wird wieder auf Biegung und Drehung beansprucht; der Hebelarm ist aber nun $B'C$, wobei AB' normal zur Armachse BC, das Biegungspolygon ein Abschnitt des Dreieckes $CB'C'$, welches bei B' den Winkel daD hat. Die Verdrehung geschieht mit dem Hebelarm AB', ihr Moment ist durch die zu BC normale Ordinate des Dreieckes bei a' dargestellt, wobei $B'a' = B'A$. Die Zusammensetzung der Momente liefert die Momentenfläche $Bb''c''C$, welche wie oben benutzt wird.

§. 228.

Die gusseiserne Stirnkurbel.

Statt der cylindrischen Zapfen gibt man oft den Kurbeln kugelförmige; ein solcher ist bei der gusseisernen Kurbel Fig. 530

Fig. 530.



gewählt. Die Kugel erhält eine passende Dicke, wenn man sie 1,5mal so dick als den gleichbelasteten normalen Stirnzapfen macht. Als Zapfenbefestigung ist hier die (kalte) Vernietung des eingeschliffenen Zapfenstieles angenommen, eine sehr haltbare, neuerdings oft gebrauchte Verbindung. Der I-förmige Armquerschnitt kann mit Hilfe von Tabelle §. 224 bestimmt werden; wählt man indessen wie hier für h den äusseren Nabendurchmesser, so fallen in der Regel die Querschnittabmessungen des Kurbelarmes bei der Rechnung so klein aus, dass sie für die Ausführung im Gusse nicht passen, und man sie auch des guten Aussehens halber durch grössere, nach dem Gefühl gewählte ersetzen muss.

Häufig wird der gusseiserne Kurbelarm auch geradezu als massives die Nabe mit der Zapfenhülse verbindendes Stück von rechteckigem Querschnitt ausgeführt.

Wenn man die graphostatische Methode zur Bestimmung der Momente zu Grunde legt, so sucht man zuerst den vierkantigen

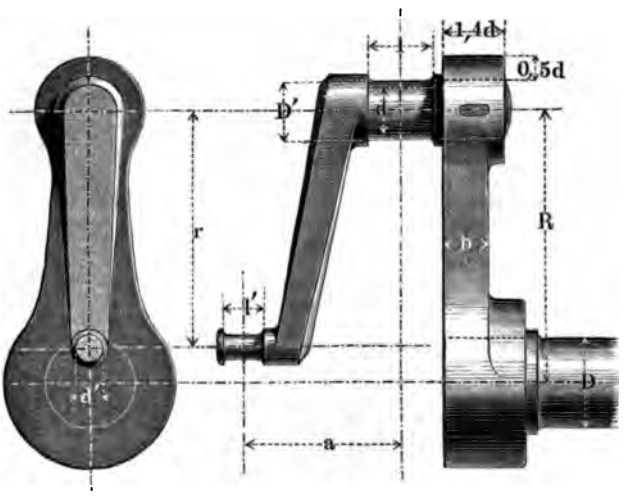
schmiedeisernen Arm, verwandelt ihn durch Verdoppelung der Breite (siehe §. 222) in den für Gusseisen, und diesen in den von I-förmigen Querschnitten nach §. 224.

§. 229.

Die Gegenkurbel.

Eine Gegenkurbel heisst ein von dem Zapfen einer Stirnkurbel ausgehender Krummzapfen, welcher mit jener, der Hauptkurbel, die Drehachse gemeinschaftlich hat. Fig. 531 zeigt eine

Fig. 531.



schmiedeiserne Gegenkurbel, welche ähnlich der Construction in Fig. 527 eintheilig (eintrumig) ausgeführt ist. Gewöhnlich ist wie hier der Gegenarm dem Hauptarm entgegengerichtet, manchmal aber auch anders gestellt. Zapfen und Arm der Gegenkurbel werden wie bei einer gewöhnlichen Stirnkurbel construirt. Dasselbe gilt vom Hauptarme, wenn wie gewöhnlich das Moment des Gegenzapfendruckes unbedeutend ist. Der Hauptzapfen dagegen muss besonders berechnet werden. Er wird gleichzeitig auf Drehung und Biegung beansprucht. Man verfahre nach Formel (221), und hat zu bedenken, dass, wenn die Gegenkurbel von der Hauptkurbel

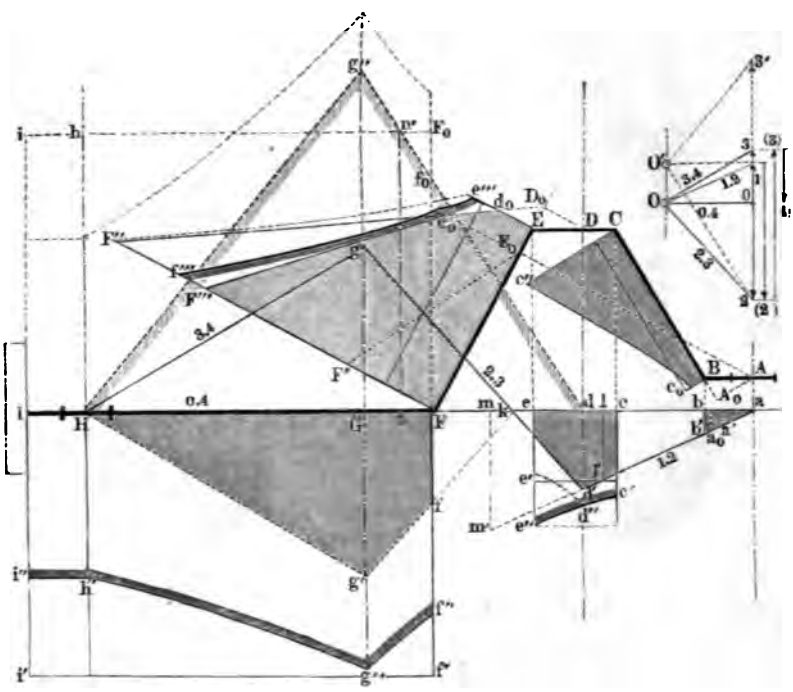
aus getrieben wird, in der Mitte des Hauptzapfens das Moment der Gegenkurbel sein Maximum hat.

§. 230.

Graphostatische Berechnung der Gegenkurbel.

Das graphostatische Diagramm für eine Gegenkurbel mit schiefem Haupt- und Gegenarm ist in Fig. 532 dargestellt. Zuerst

Fig. 532.



wird das Schema $ABCDEFGHI$ angenommen, wobei man sich mit den Längen AB, CE und FG so gut es im voraus geht, nach den Längen der betreffenden Zapfen richtet. Der Druck 1 auf den Gegenzapfen ist hier dem Drucke 2 auf den Hauptzapfen entgegengesetzt angenommen.

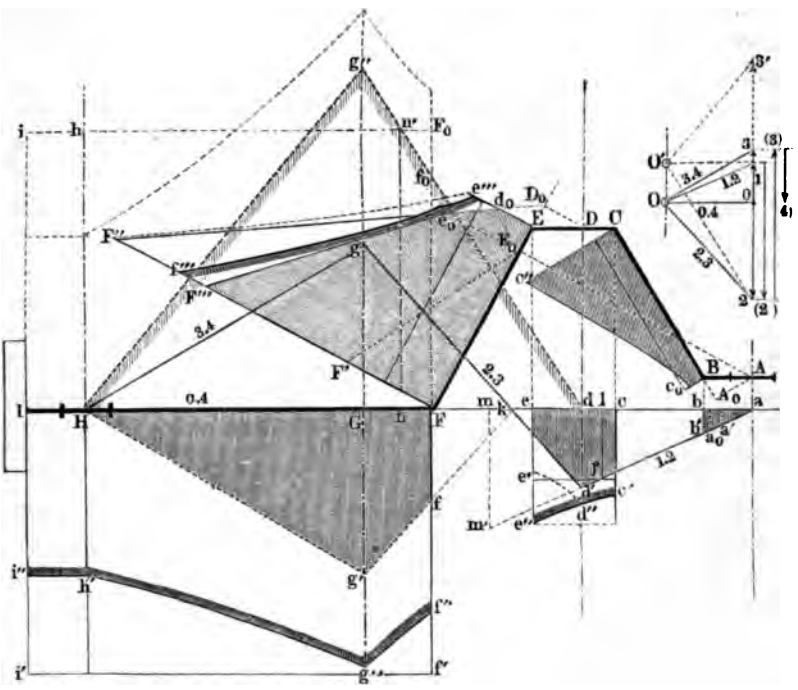
Kräftepolygon. Nach Annahme eines Kräftemaasstabes wird zuerst das Kräftepolygon (rechts) construirt. Strecke 0 bis 1 Druck 1 auf den Gegenzapfen, nach oben gerichtet, O Pol, auf einer durch den 0-Punkt gehenden Horizontalen gewählt, Strecke 1 bis 2 Druck 2 auf den Hauptzapfen, nach unten gerichtet. Ziehe die Strahlen $0O$, $1O$, $2O$, darauf Seil $ad' \parallel 1O$ bis zum Schnitte d' mit der durch D gehenden Kraftrichtung von 2, $d'g \parallel 2O$ bis zum Schnitte g mit der durch G gehenden Richtungslinie der Kraft 3, welche in G nach oben presst, aber noch nicht bekannt ist. Um diese, wie die in H wirkende vierte Kraft zu finden, verbinde g mit H, worauf Ha die Schlusslinie ist, nämlich horizontal ausfällt, weil wir die Schlusslinie $0O$ im Kräftepolygon von Anfang an horizontal wählten. Ziehe alsdann im Kräftepolygon $O3 \parallel Hg$, so ist die Strecke 2 bis 3 die dritte Kraft, in G angreifend, nach oben gerichtet, und 3 bis 0 die vierte, in H angreifende Kraft, welche, wie das Kräftepolygon zeigt, nach unten gerichtet ist. Dabei gibt die Figur $ad'kgH$ das Seilpolygon für das zu construirende System an. Bei k entsteht ein Nullpunkt (vergl. §. 90); in unserer Figur ist der Bequemlichkeit halber das Dreieck kgH nach unten in die Lage $kg'H$ geklappt. Das gefundene Seilpolygon benutzen wir für einen Theil der Construction als Momentenfläche wie folgt.

Schenkel AB. Zur Bestimmung seiner Dimensionen dient nach Berechnung des Zapfens in A aus dem Drucke 1 das Dreieck $ab'b$, beziehlich dessen (vertikale) Ordinaten.

Zapfenstück CDE. Dasselbe wird gemäss der Momentenfläche $cd'e$ gebogen, und ausserdem durch die Kraft 1 am Hebelarm $r = \overline{Cc} - \overline{Bb}$ verdreht. Um das verdrehende Moment zu bestimmen, mache man $al = r$, und ziehe die Ordinate ll', so ist diese das gesuchte Moment, dessen Fläche ein Rechteck über ce wird. Dieses mit dem Trapez $cd'e$ in der bekannten Weise vereinigt, liefert die Momentenfläche $cc'd''e'e$. Da es aber vorkommen kann, dass der Gegenzapfendruck allein wirkt, in welchem Falle das Seil ad' nach m' hin fortgesetzt gültig bleibt, legen wir letzteres Biegungspolygon zu Grunde und erhalten als Begrenzungscurve der resultirenden Momentenfläche die Curve $c'd''e$, aus welcher der Zapfen CDE bestimmt werden kann. Als Minimallänge l desselben wird, wie im vorigen Paragraphen besprochen, die Länge des dem Drucke 2 zukommenden Stirnzapfens gewählt.

Achse *FGHI*. Diese wird gebogen nach dem Polygon *Ffg'H*, und dabei verdreht durch das Moment der Kraft 3 weniger dem der Kraft 1. Um ersteres zu finden, wählen wir im Kräftepolygon einen zweiten Pol *O'* auf einer Horizontalen durch den Anfangspunkt der Kraft 2 unter Beibehaltung des Polabstandes, ziehen 2 *O'* und parallel dazu dg'', machen $dn = \overline{Cc} = R$, und

Fig. 533.



haben dann in der Ordinate nn' das gesuchte verdrehende Moment. Hierauf machen wir die Abscisse der Ordinate bei $a' = \overline{Aa} = R - r$, so ist diese Ordinate das Moment, mit welchem der Druck 1 die Arme rückwärts dreht. Dieselbe von nn' abgezogen, liefert die Höhe Ff' des Torsionsrechteckes $FIi'f'$, welches wir in der bekannten Weise mit der Biegungsfläche zusammensetzen und dadurch die resultirende Momentenfläche $Ff''g''h''i''I$ erhalten. — Kann der Fall eintreten, dass die Kraft 1 Null wird, was z. B. bei Gegenkurbeln für Dampfmaschinen, wo der Gegenzapfen den Dampfschieber treibt, vorgesehen werden muss, so ist als Bie-

gungsfläche $Ff_0g''H$, als Torsionsfläche FF_0iI einzuführen, um zu sehen, ob dabei die resultirende Fläche grössere Ordinaten bekommt, welche alsdann zu benutzen sind. Dies würde z. B. bei den Annahmen in unserer Figur der Fall sein, wie das über FI ohne Buchstabenbeifügung punktirte resultirende Polygon zeigt. Das Stück III wird, unter der Voraussetzung, dass bei I ein Kräftepaar der Torsion widersteht, nur auf Verdrehung beansprucht, weshalb das resultirende Polygon in ein Rechteck übergeht.

Gegenarm BC. Dieser wird durch die Kraft 1 mit dem Arme AA_0, welcher ein Loth auf die Verlängerte CB ist, verdreht (Moment = der Ordinate bei a_0) und mit dem Arme A_0C gebogen (Seilpolygon ein Dreieck über CA_0 mit dem Spitzenwinkel baa_0 bei A_0). Die reducirende Zusammensetzung liefert die Momentenfläche CBc_0c'' (vergl. Fig. 535).

Hauptarm EF. Dieser wird durch die Kraft 2 vorwärts gebogen mit den Momenten in Fläche D_0FF'' (Winkel bei D_0 = $\angle\ edg''$) vorwärts verdreht mit dem Arme DD_0, welcher ein Loth auf die Verlängerte FE ist; ferner wird er rückwärts gebogen durch die Kraft 1, Momentenfläche E_0FF', rückwärts verdreht mit dem Arme AE_0, welcher normal auf FE steht. Die Biegungsmomente von einander abgezogen liefern die Fläche $Ed_0e_0F'''F$, die Drehungsmomente von einander abgezogen das über EF angegebene Rechteck; die Zusammensetzung der beiden Figuren für Drehbiegemomente die Momentenfläche $Ee'''f'''F$. Für den Fall, dass die Kraft 1 Null werden kann, fallen die Abzüge weg, es entsteht dann das in unserer Figur ohne Buchstabenbeifügung punktirte Seilpolygon, welches hier grössere Ordinaten liefert, als das erste, also zu benutzen sein würde.

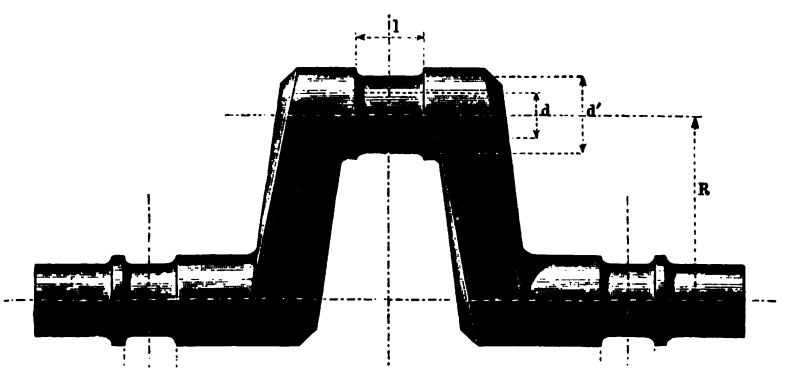
Nach einiger Einübung macht man die vorbeschriebenen Operationen leicht und schnell, namentlich, wenn man die Untersuchung auf die wichtigen Stellen beschränkt, über diese gibt das Beispiel schon im allgemeinen den nöthigen Aufschluss. Die Benutzung des, wie man sieht, sehr lehrreichen Diagrammes, und die Verwandlung der Querschnitte geschieht wie oben besprochen. Sind Haupt- und Gegenarm normal zur Achse gerichtet, so wird die Aufgabe um ein gutes Stück leichter; man sehe hierüber den folgenden Paragraphen.

§. 231.

Die einfache Krummachse oder Wellenkröpfung.

Man unterscheidet einfache und mehrfache Wellenkröpfungen. Eine einfache Kurbel- oder Krummachse zeigt Fig. 534.

Fig. 534.

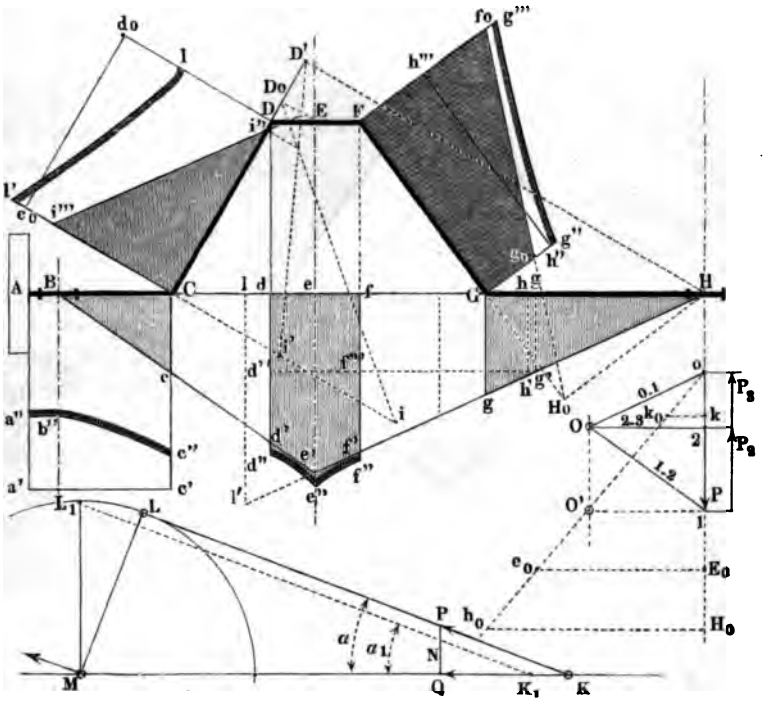


Die Construction solcher Krummachsen ist für rein analytische Behandlung, wenn man nur einigermaassen genau verfahren will, sehr weitläufig, und namentlich im Verhältniss zu dem Rechnungsresultat zu umständlich, während die graphostatische Behandlung der Aufgabe sowohl sehr genau, als auch einfach und übersichtlich ist, weshalb wir diese letztere Behandlung allein hier vornehmen. In Fig. 535 zeigt $ABCDEFGH$ das Schema einer mit schiefen Armen zu construirenden einfachen Krummachse.

Die Kraft P, mit welcher der Kurbelzapfen gepresst wird, ist, wenn der Kolbendruck in der Richtung KM die Grösse Q hat, gleich $\frac{Q}{\cos\alpha}$, wenn α den Winkel der Pleuelstangenrichtung KL mit der Schubrichtung KM bezeichnet. Dieser Druck ist bei constanter Kraft Q ungefähr in seinem Maximum, wenn KL normal zu LM steht, wobei er übrigens sehr wenig verschieden ist von seinem Werthe $\frac{Q}{\cos\alpha_1}$ für die Vertikalstellung ML_1 der Kurbel, so dass man die letztere Stellung zur (graphischen) Aufsuchung von

P ohne weiteres benutzen darf. Die Kraft bei M ist parallel und gleich P; bei K entsteht noch ein Normaldruck $N = Qtg\alpha$, welcher in der Stellung $K_1 L_1 M$ in seinem Maximum ist. Aus diesen Betrachtungen, welche auch für die früher behandelten Kurbeln gelten, geht hervor, dass das Moment, mit welchem der Kurbelarm, und dasjenige, mit welchem die Achse gebogen wird, als gleichzeitig ihr Maximum erreichend, und als durch denselben Druck P

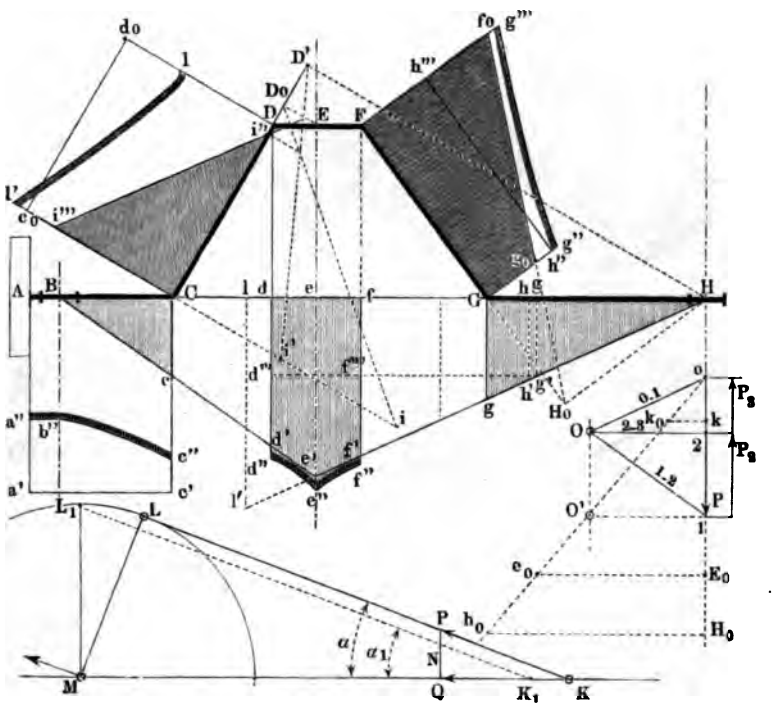
Fig. 535.



hervorgebracht, anzusehen ist. In unserer Aufgabe ist bei E der Kurbelzapfen, bei B und H je ein Lager angenommen, bei A ein Kräftepaar vorausgesetzt, welches der durch die Kraft P mit dem Hebelarme R hervorgebrachten Torsion widersteht. Die hier vorliegende Aufgabe hat hiernach mit der des vorigen Paragraphen grosse Aehnlichkeit; das Stück HG tritt gewissermaassen an die Stelle des dortigen Schenkels des Gegenzapfens, mit dem Unterschiede, dass die Kraft bei H nicht unabhängig variabel ist, sondern von dem Drucke P bei E abhängt.

Kräftepolygon. Um die Schlusslinie des Seilpolygones horizontal zu erhalten, ziehe man das Seil Be' nach einem beliebigen Punkte e' der verlängerten Normale Ee, verbinde e' mit H, trage nach gewähltem Kräftemaasstab die Kraft P von 0 aus abwärts auf, ziehe $0\,O \parallel He'$, $1\,O \parallel Be'$, und $O2$ normal auf P, so ist die Strecke 1 bis 2 die in B nach oben wirkende Kraft P_2, 2 bis 0 die in H nach oben wirkende Kraft P_3, $O2$ die Poldistanz.

Fig. 536.



Achsenschenkel HG. Derselbe wird nur auf Biegung beansprucht durch die Kraft P_3 in H. Das Dreieck HGg ist die Momentenfläche, deren Ordinaten nach Berechnung des Stirnzapfens bei H und P_3 zur Dimensionenbestimmung dienen.

Achsenschenkel BC. Momentenfläche für die Biegung ist das Dreieck BCc. Ausser der Biegung wirkt auf Verdrehung das Moment PR; um es zu finden, mache $O'1$ normal zu P und $= O2$, ferner $E_0 e_0 \parallel O2$ und $= Ee = R$, so ist $0E_0$ das gesuchte Moment, welches nach Cc' und Aa' getragen, und mit BCc in der

bekannten Weise zu einem Drehbiegemoment zusammengesetzt, die Momentenfläche $ABCc''b''a''$ liefert.

Zapfen DEF. Momentenfläche für die Biegung ist die Figur $dff'e'd'$. Auf Verdrehung wirkt die Kraft P_3 in H mit dem Hebelarme $Ee = R$. Mache $Hg = Ee = R$, so ist die Ordinate gg' das gesuchte Moment, welches, nach $f'''d'''$ getragen, und mit dem vorhandenen Biegemoment zu einem Drehbiegemoment vereinigt, die Momentenfläche $dff''e''d''$ ergibt. Die grösste Ordinate ee'' wird zu benutzen sein, wenn der Zapfen cylindrisch gemacht werden soll.

Kurbelarm GF. Er ist auf Biegung beansprucht durch die Kraft P_3, in H_0 angreifend, wofern HH_0 normal zu FG; es ergibt sich die Momentenfläche FGg_0f_0, indem $\angle\, g_0H_0G = \angle\, g'Hg$ gemacht wird. Ferner bewirkt P_3 eine Verdrehung mit dem Hebelarme IH_0; mache $Ih = HI_0$, so ist $hh' = Gh'' = Fh'''$ das verdrehende Moment, welches mit dem bekannten Biegemoment zu einem Drehbiegemoment zusammengesetzt, die Momentenfläche $FGg'g'''$ liefert.

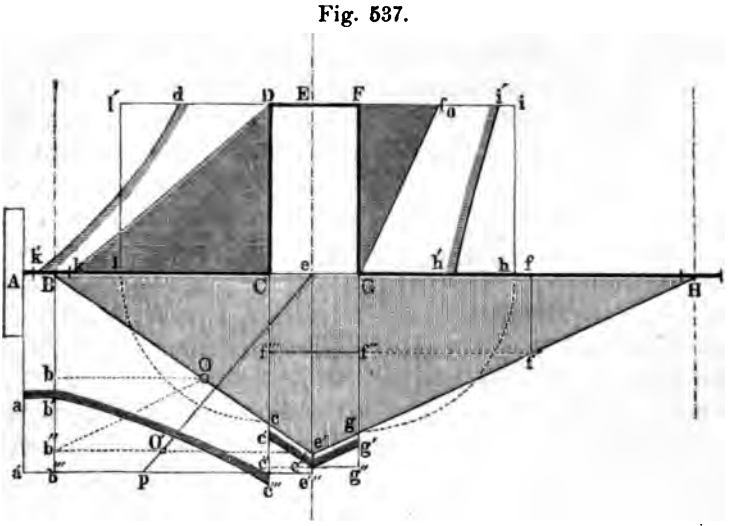
Kurbelarm CD. Ziehe $ED_0 \parallel HD'$ normal zu CD. Es findet (bei der Position KLM der Pleuelstange zur Kurbel) Vorwärtsbiegung durch die Kraft P, in D_0 angreifend, Rückwärtsbiegung durch die Kraft P_3, in D' angreifend, statt; Seilpolygone hierfür sind die Dreiecke D_0Ci (mit $Ci = 0H_0$ im Kräftepolygon, woselbst $H_0h_0 = CD_0$) und $D'Ci'$; von einander abgezogen, ergeben sie die Fläche $Ci''i'''$ für die Biegung des Armes DC. Ferner geschieht eine Vorwärtsverdrehung durch die Kraft P mit dem Arme $ED_0 = kk_0$ im Kräftepolygon, also Moment $0k$, Rückwärtsverdrehung durch die Kraft P_3 mit dem Hebelarme $HD' = Hl$ im Seilpolygon, also Moment ll'. Die Differenz dieser Momente nach $Dd_0 = Cc_0$ auftragend, und das Torsionsrechteck mit dem Biegungsdreieck zusammensetzend, erhält man für die Drehbiegemomente die Fläche $CDII'$, womit nun für alle fünf Stücke des Schemas die Momentenflächen bestimmt sind. Ihre Benutzung zur Dimensionenbestimmung geschieht wie früher.

Die Figur zeigt mit Deutlichkeit die Beanspruchungen, welche die Krummachse an jedem einzelnen Punkte erfährt, und erklärt für viele Fälle praktischer Beobachtung die eigenthümliche Lage der etwaigen Bruchstellen.

Stehen beide Achsen der Krummachse rechtwinklig zur Achse, so wird die Aufsuchung der Momente weit einfacher als

oben. Fig. 537. $ABCDEFGH$ ist wieder das Schema, bei A wieder ein Kräftepaar zur Aufnahme des Drehmomentes PR angenommen.

Fig. 537.



Kräftepolygon. Hier ist die Höhe ee' des wie vorhin gezogenen Dreieckes $Be'H$ als Maass der Kraft P angenommen. $Bb'' = ee'$ gemacht, $b''O \parallel e'H$, Ob normal Bb'' gezogen, worauf $b''b$ die Kraft P_3 bei H, bB die bei B, und Ob die Poldistanz darstellt.

Achsenschenkel HG. Derselbe ist nur auf Biegung beansprucht. HGg Momentenfläche.

Achsenschenkel ABC. Beanspruchung auf Biegung nach der Momentenfläche BCc, solche auf Verdrehung durch das Moment PR. Mache $e'O' \parallel CB$ und gleich der Poldistanz bO, $e'''p \parallel e'O'$ und gleich $Ee = R$, so ist ee''' das gesuchte verdrehende Moment, welches für AC das Torsionsrechteck von der Höhe $Aa' = Bb''' = ee'''$ liefert. Die Zusammensetzung der biegenden und verdrehenden Momente zu Drehbiegemomenten ergibt die Momentenfläche $ABCc'''b'a$.

Zapfen DEF. Beanspruchung auf Biegung nach der Momentenfläche $CGgc$, auf Drehung durch die Kraft P_3 bei H, mit dem Arme $R = CD = Hf$, Moment $ff' = Gf'' = Cf'''$. Durch Bildung der Drehbiegemomente erhält man die Momentenfläche $CGg'e''c'$, welcher bei cylindrischen Zapfen das Rechteck von der Höhe $Gg'' = Cc'' = ee''$ zu substituiren ist.

Kurbelarm FG. Derselbe wird gebogen durch die Kraft P_3, bei G angreifend, Momentenfläche GFf_0, mit dem Spitzenwinkel fHf' bei G; er wird verdreht durch dieselbe Kraft mit dem Hebelarme HG, also dem Momente $Gg = Gh = Fi$. Die Zusammensetzung der biegenden und verdrehenden Momente zu Drehbiegemomenten führt zu der Momentenfläche $FGk'i'$.

Kurbelarm CD. Biegung durch P mit dem schon bekannten Momente $ee''' = Ck$ bei C. Verdrehung mit dem Momente $Cc = Cl = Dl'$. Für die Drehbiegemomente liefert die Zusammensetzung der drehenden und biegenden Momente die Fläche $CDdk'$.

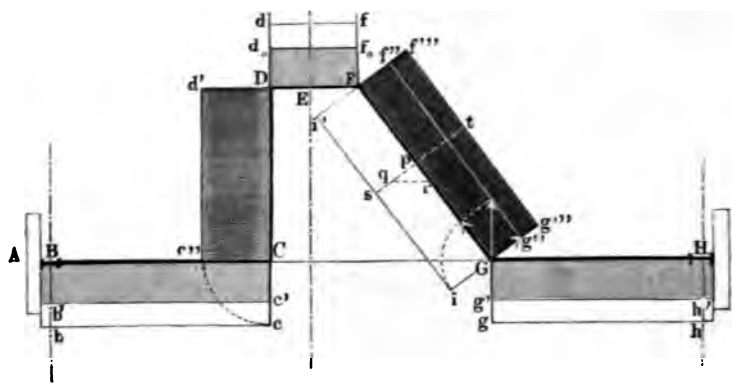
Bei derselben Lage von E gegen B und H wird bei der rechtwinkligen Kröpfung die Beanspruchung der Arme auf Torsion stärker als bei den schiefstehenden Armen, wodurch, wie der messende Vergleich der Diagramme nachweist, grössere Dimensionen für die Arme erforderlich werden. Die Torsion der Arme nähert sich um so mehr der Null, je näher man die Punkte C und G den Zapfen B und H bringt, was also in Hinsicht auf Materialersparniss empfehlenswerth ist. Letztere wird bei Anwendung der schiefen Arme auch dadurch begünstigt, dass die Gesammtlänge FGH oder DCB bei der schiefarmigen Kröpfung kleiner wird, als bei der rechtarmigen.

Manchmal muss eine einfache Krummachse so gebaut werden, dass bald am einen, bald am anderen Ende die Torsion ausgeleitet werden darf. Dann construire man die Momentendiagramme für beide Fälle, lege dieselben auf einander und behalte für jeden Punkt die grösseren der beiden Werthe bei. Gleichheit des Kräftemaasstabes und Polabstandes im Kräftepolygon ist hierbei selbstverständlich. Beispiele für solche Fälle liefern die Mittelstücke der Kurbelachsen für Räderschiffmaschinen mit oscillirenden Dampfcylindern nach Penn's Anordnung, wo die Kurbel des Mittelstückes die Luftpumpe zu treiben hat. Doch ist dabei die Beanspruchung eine andere, als oben vorausgesetzt ist, und zwar kann dieselbe mit Hilfe des folgenden gefunden werden.

Ist, Fig. 538 (a. f. S.), durch die Krummachse von dem Schema $ABCDEFGH$, abgesehen von den bei E angreifenden Kräften, ein Kräftepaar hindurchzuleiten, welches, am Kräfte- und Seilpolygon gemessen, die Momentengrösse $Bb = Cc = Gg = Hh$ besitzt, so entstehen dadurch folgende Beanspruchungen.

Schenkel ABC. Blosse Torsion, welche, in ein Biegemoment verwandelt (s. IV, §. 16, bei $M_b = 0$), mit $Bb' = Cc' = {}^5{}_8\, Bb$ aufzutragen ist.

Fig. 538.



Schenkel GH. Hier gilt dasselbe, wie bei ABC, und wird $Hh' = Gg' = Cc'$.

Zapfen DEF. Auch hier bewirkt das Kräftepaar dasselbe Drehmoment $Dd = Ff = Bb$, wie in den beiden Achsenschenkeln, und ist $Dd_0 = Ff_0 = Bb'$.

Kurbelarm CD. Hier bewirkt das Kräftepaar an jeder Stelle des Armes eine Biegung von der Momentengrösse $Cc'' = Dd' = Cc$, wobei die Biegungsebene normal zur Bildfläche fällt. Es entsteht daher als Momentenfläche ein Rechteck von der Höhe $Bb = Cc$.

Kurbelarm FG. Hier bewirkt das Paar eine Drehung und eine Biegung. Man zerlege das Paar nämlich, wie bei G angegeben, in zwei Paare, eines normal zur Armachse, das andere in die Richtung der Armachse fallend. Ersterem entspricht das Torsionsrechteck $GFf''g''$, letzterem das Biegungsrechteck $FGii'$, welches mit dem Drehungsrechteck zu der Momentenfläche für Drehbiegung $FGg'''f'''$ zusammengesetzt wird, indem man wieder $pq = {}^5{}_8\, Gi$, $pr = {}^5{}_8\, Gg''$, $pt = Gg'' = qs + qr$ macht.

Hierbei sind wir so verfahren, als ob eine Kraft in E nicht wirke. Wenn aber eine solche vorhanden ist, suche man zuerst alle Biegungs- und Drehungsmomente, die an Fig. 538 gesuchten mit eingeschlossen, einzeln auf, addire oder subtrahire je nach ihrer Richtung die Drehmomente für jedes Achsenstück, füge ebenso

für jedes derselben die biegenden Momente zusammen, unter Beachtung aber der Lage der Biegungsebenen (s. §. 44), und vereinige endlich die so gefundenen Drehungs- und Biegungsmomente zu Drehbiegemomenten in der schon so oft erwähnten Weise, welche der Satz IV, §. 16 vorschreibt. — Die damit verbundene Mühe für den Entwerfenden auf dem Zeichenbureau einer Fabrik ist klein gegenüber ihrem Nutzen und gegenüber der Wichtigkeit, so schwierige Schmiedestücke, wie die Krummachsen sind, in Bezug auf ihre Beanspruchung vorher genau beurtheilen zu können.

§. 232.

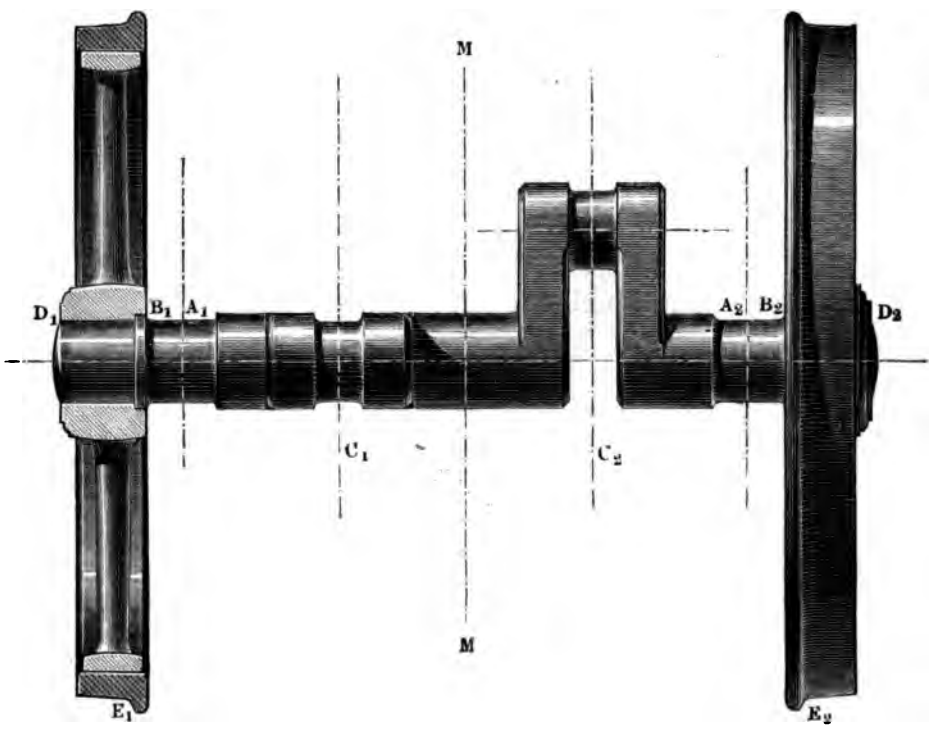
Mehrfache Kurbelachsen. Lokomotivachsen.

Unter den mehrfach gekröpften oder überhaupt mit Kurbeln versehenen Achsen aus Schmiedeisen oder Stahl nehmen die Kurbelachsen der Lokomotiven eine besonders wichtige Stelle ein. Ihre Beanspruchung ist so sehr zusammengesetzt, dass die analytische Behandlung derselben für den praktischen Techniker geradezu unbrauchbar, weil im Verhältniss zum Resultat zu schwerfällig ist. Die nachfolgende graphostatische Behandlung der Aufgabe wird denjenigen, welcher sich an den vorstehenden einfacheren Constructionen geübt hat, mit Sicherheit und Klarheit zum Ziele führen. Als Beispiel ist hier die Achse einer Lokomotive mit innenliegenden Cylindern gewählt und in Fig. 539 (a. f. S.) im Grundriss dargestellt.

Beim Entwurfe des Momentenplanes geht die Grösse der Triebräder mit ein, weshalb diese in die Figur mit aufgenommen sind. C_1, C_2 sind die Cylindermittel, bei A_1 und A_2 die Zapfenlager, $B_1 D_1$ und $B_2 D_2$ die Ränder der Radnaben; die bei C_1 und C_2 liegenden Kurbeln sind rechtwinklig zu einander gestellt. Es finden nun bei der Stellung, welche die Achse in Fig. 539 einnimmt, drei Belastungen der Achse statt: 1. diejenige durch die Pressungen in der Vertikalebene, welche das Lokomotivgewicht und die seitliche Wirkung der Schienen auf die Radflantschen hervorrufen; 2. diejenige durch horizontal wirkende Pressungen seitens des Kolbendruckes auf die Kurbel C_2 und auf die Räder durch den Schienenwiderstand (Adhäsion); 3. diejenige durch die schräge gerichtete Pressung der Pleuelstange auf die Kurbel C_1. Andere

nebensächliche Pressungen, wie die der Steuerungsexcenterstangen u. s. w., vernachlässigen wir, und betrachten zuvörderst die drei Beanspruchungen gesondert.

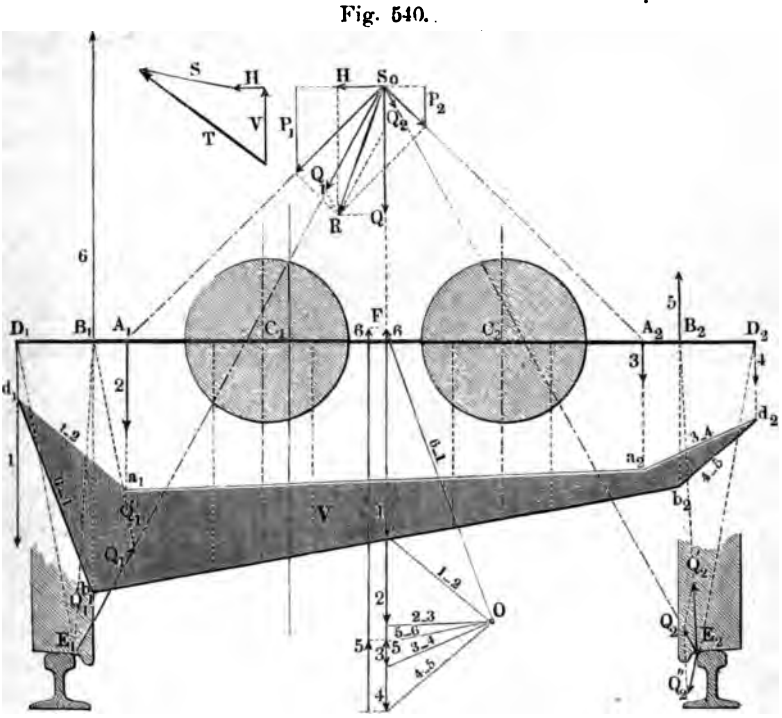
Fig. 539.



Kräfte und Momente in der Vertikalebene. Fig. 540. Auf der Höhe des Schwerpunktes der Lokomotive greift in S_0 der auf die Kurbelachse kommende Antheil Q des Gewichtes der Lokomotive an. Durch das Schlingern und die Centrifugalkraft beim Curvenbefahren tritt hierzu eine Horizontalkraft H, welche bis auf 0,4 Q gehend veranschlagt werden kann. Die Resultirende R der Kräfte Q und H bildet also die Belastung der Achse. Wir zerlegen dieselbe in die Pressungen P_1 und P_2 auf die Zapfen bei A_1 und A_2, und in die Pressungen Q_1 und Q_2 auf die Schienenköpfe E_1 und E_2, welche mit ihrem Gegendrucke die Achse belasten. Die Kräfte Q_1 und Q_2 werden darauf wieder nach den Nabenrändern $B_1 D_1$ und $B_2 D_2$ in je zwei Belastungen zerlegt. Hierdurch erhalten wir, von den gefundenen Kräften nur die nor-

mal zur Achse gerichteten Componenten betrachtend, sechs Vertikalpressungen auf die Achse, nämlich 1, 2, 3 und 4 in D_1, A_1, A_2 und D_2 nach unten wirkend, und 5 und 6 in B_2 und B_1 nach oben

Fig. 540.

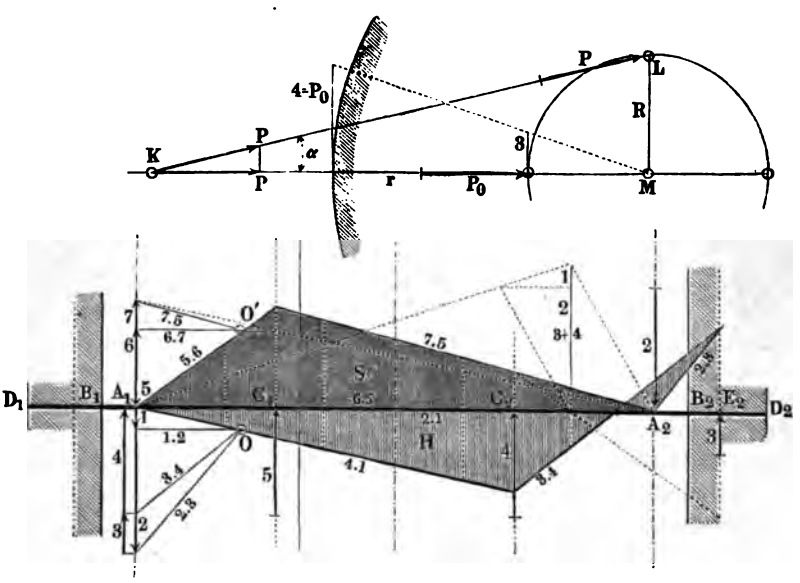


wirkend, welche die Achse auf Biegung beanspruchen. Aus diesen Kräften ist unter Annahme einer beliebig, aber nun für die folgenden Untersuchungen ebenfalls beizubehaltenden Poldistanz von F aus das Kräftepolygon $F \,.\, 4 \,.\, O$ gebildet, und daraus in der bekannten Weise das Seilpolygon oder die Momentenfläche $d_1 a_1 a_2 d_2 b_2 b_1$ gebildet, welche für jeden Punkt der Achse das in der Vertikalebene, also hier der Bildebene biegende Moment in ihrer Ordinate liefert; die ganze Fläche ist mit V bezeichnet.

Kräfte und Momente in der Horizontalebene. Fig. 541 (a. f. S.). Die Kurbelzapfenpressung P wird, wie im vorigen Paragraphen besprochen, bei der Stellung LM der Kurbel etwas grösser als der Kolbendruck P_0, ihr Moment auf Drehung der Achse aber $\frac{P_0}{\cos \alpha} \cdot R \cos \alpha$, d. i. $= P_0 R$, so dass unter der Annahme, dass das

Rad zur Linken auf der Schiene gleite, das andere mit einer dem Moment $P_0 R$ entsprechenden Kraft an der Schiene (am Schienenstoss) hafte, der Gleitungswiderstand 3 in $E_2 = \frac{R}{r} P_0$ ist. Diese Kraft 3 in E_2 angebracht, und ausserdem die durch den Druck $4 = P_0$ hervorgerufenen Widerstände 1 und 2 an den Zapfen aufgesucht und aufgetragen, kann das Kräftepolygon $A_1 2 O$, und daraus das (hell schraffirte) Seilpolygon H für die Horizontalmomente construirt werden. (Die Kräfte 1 und 2 werden gefunden, indem man zunächst die Lage der Mittelkraft der gleichgerichteten Kräfte 3 und 4 sucht, wie die Figur zeigt, dann die Summe $3 + 4$ aufträgt, und sie durch Zerlegung nach A_1 und A_2 in ihre Summanden 1 und 2 theilt.)

Fig. 541.

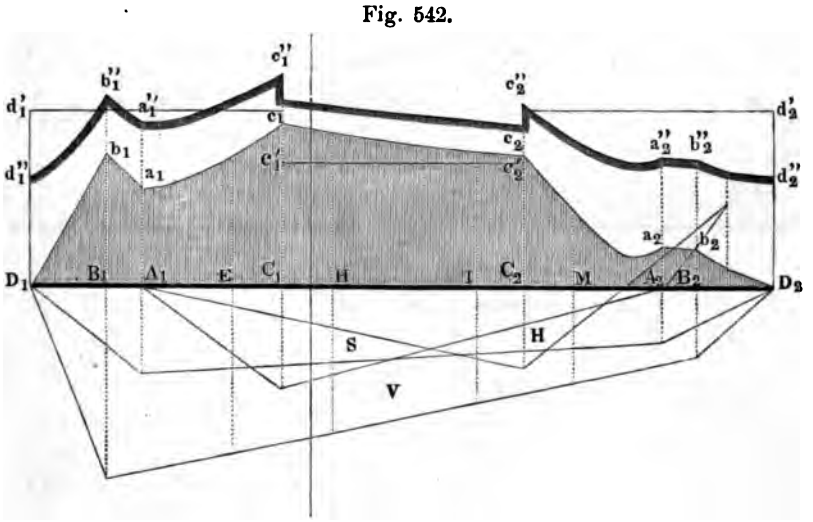


Kräfte und Momente in der schiefen Ebene der Pleuelstange. In C_1 greift die Kraft $Q = 5$ unter der durch $\angle MKL = \alpha$ angegebenen Neigung gegen die Horizontale an. Wir zerlegen sie, wie in der Figur zu sehen, in zwei ihr entgegenwirkende Kräfte 6 und 7 in A_1 und A_2, bilden mit der bisherigen Poldistanz das Kräftepolygon, und daraus das (dunkler schraffirte) Seilpolygon

S, welches nun als Momentenfläche für die Biegungen in der schiefen Ebene der Pleuelstange dient.

Vereinigung der drei gefundenen Seilpolygone für Biegung der Achse. Fig. 542. Da die drei oben gefundenen

Fig. 542.

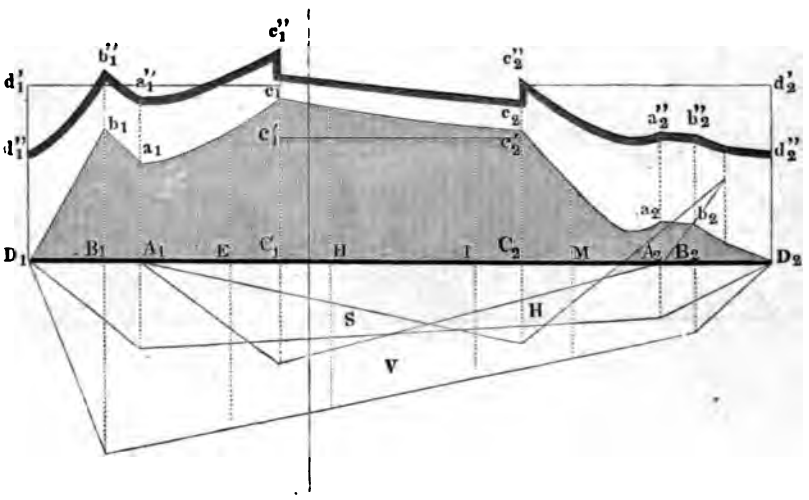


Beanspruchungen auf Biegung gleichzeitig die Achse angreifen, müssen wir dieselben vereinigen. Hierbei kann mit den die Momente vorstellenden Ordinaten gemäss §. 44 gerade so verfahren werden, wie mit Kräften, die zu vereinigen sind. Wir bilden daher, unter sorgfältiger Beachtung der Richtungen für eine enge Aufeinanderfolge von Punkten der Achse die zugehörigen Ordinatenpolygone, deren Schlusslinien das resultirende Moment nach Richtung und Grösse angeben. Eines dieser Ordinatenpolygone ist in Fig. 540 oben links angegeben; es gehört zur Stelle C_1. Die Vertikalordinate V ist vertikal nach oben, die Horizontalordinate H daran anschliessend nach links, die schiefe Ordinate S, wieder anschliessend ebenfalls nach links getragen, worauf die Resultirende T, deren Ordinatenzug entgegengerichtet, in der Verbindungslinie des Anfanges von V mit dem Ende von S gefunden ist. Man erhält, so bei der ganzen Achse verfahrend, die Momentenfläche $D_2 D_1 b_1 a_1 c_1 c_2 a_2 b_2$, welche die Biegungsbeanspruchungen der Achse (abgesehen von denen der Kurbelarme) angibt.

Die Drehungsmomente für die Achse. Bei derjenigen Stellung der Kurbeln, welche wir zu Grunde gelegt haben, kommt

nur von der Kurbel zur Linken ein Drehmoment, und zwar von der Grösse PR in die Achse, welches bis nach D_2 hin geleitet wird.

Fig. 543.



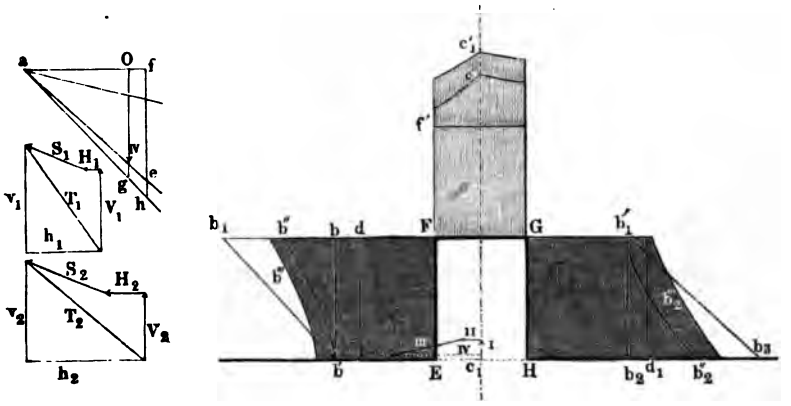
Stehen indessen beide Kurbeln um 45° gegen den Horizont geneigt, so kann in den Endschenkeln $C_1 D_1$ und $C_2 D_2$ das Moment etwa $\sqrt{2} PR \sim 1{,}4\, PR$ werden. Es ist deshalb, obgleich bei einer solchen Kurbelstellung die Biegemomente etwas anders ausfallen, als das letzte Diagramm angibt, dieses Moment in der Grösse $D_1 d_1' = D d_2'$ aufgetragen, während im Schafte $C_1 C_2$ das Moment $C_1 c_1' = C_2 c' = PR$ aufgetragen ist, beide in dem durch den Kräftemaasstab und die Poldistanz der früheren Polygone bestimmten Maasse.

Zusammensetzung der biegenden und drehenden Momente. Die drehenden und biegenden Momente werden nun nach Formel §. 45 zu Drehbiegemomenten zusammengesetzt, und daraus die Momentenfläche $D_2 D_1 d_1'' b_1'' \ldots\ldots d_2''$ erhalten, mit Hilfe deren nun die beiden Achsenschenkel $C_1 D_1$ und $C_2 D_2$, sowie der Schaft $C_1 C_2$ construirt werden können, nachdem man für irgend eines der vorkommenden Momente, z. B. für die Ordinate $B_1 b_1''$ den Durchmesser der Achse gesucht hat. Diejenige Hälfte des Diagramms, welche die grösseren Ordinaten besitzt, wird für beide Achsenhälften benutzt.

Kurbelzapfen bei C_1. Die beiden Kurbeln sind in den Figuren 544 und 546 gesondert aufgetragen, um die daran wirken-

den Momente bequemer darstellen zu können. Auf den Zapfen FG bei C_1 wirken zunächst die Biegungen, welche die aus Fig. 543

Fig. 544.

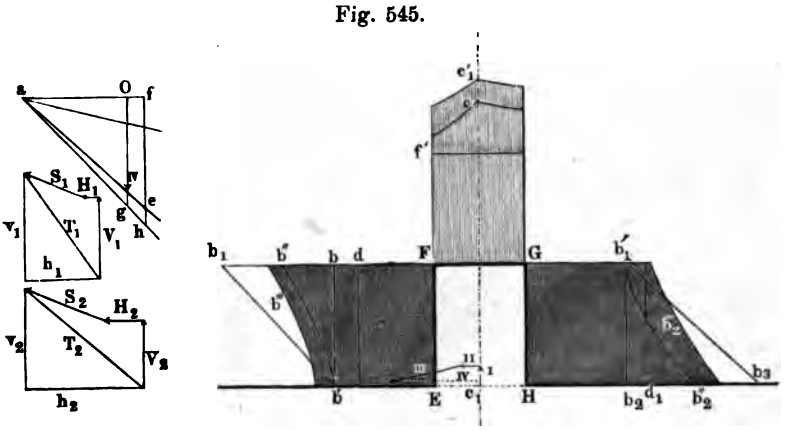


übertragene Momentenfläche FGc_1 angibt; ausserdem aber suchen sämmtliche Kräfte zur Linken, bei E angreifend, den Zapfen zu verdrehen. Wir suchen daher die Resultante dieser genannten Kräfte. Vertikal wirken die Kräfte 1, 2 und 6 aus Fig. 540; ihre algebraische Summe ist die nach oben gerichtete Vertikalkraft I. Horizontal, rückwärts gerichtet, wirkt die Kraft 1 aus Fig. 541, als Nr. II in unsere Figur eingetragen. Schräge nach unten rückwärts presst die Kraft 6 aus Fig. 541, als Nro. III hier eingetragen; die (nicht eingetragene) Schlusslinie von C_1 aus bis ans Ende von III gibt die Mittelkraft, ihre Horizontalcomponente IV bewirkt Verdrehung des Zapfens FG mit dem Hebelarme $EF = R$. Wir machen nun, oben links, $aO =$ der Poldistanz, tragen IV von O aus nach unten, ziehen a IV e, machen $af = R$, so ist der Abschnitt fe des Perpendikels aus f das drehende Moment Ff'. Das Torsionsrechteck mit der Biegungsfläche FGc_1 vereinigt liefert die Momentenfläche FGc_1'.

Kurbelarm EF. Für die Stelle E ist links das Ordinatenpolygon $V_1 H_1 S_1 T_1$ verzeichnet. Die Horizontalcomponente h_1 des resultirenden Momentes T_1 verdreht den Arm EF, $FD = h_1$; die Vertikalcomponente v_1 ruft eine Biegung des Armes in der Bildebene hervor, $Fb = v_1$; ausserdem biegt die Kraft IV, bei E angreifend, den Arm normal zur Bildebene, mit dem Momente $bb_1 = Fd_1$ in F. Die Zusammensetzung der biegenden Momente liefert die Fläche $EFb'b''$, welche, mit dem Torsionsrechteck EFd

zusammengesetzt, die resultirende (Drehbiegemomente angebende) Fläche EFb''' ergibt.

Fig. 545.

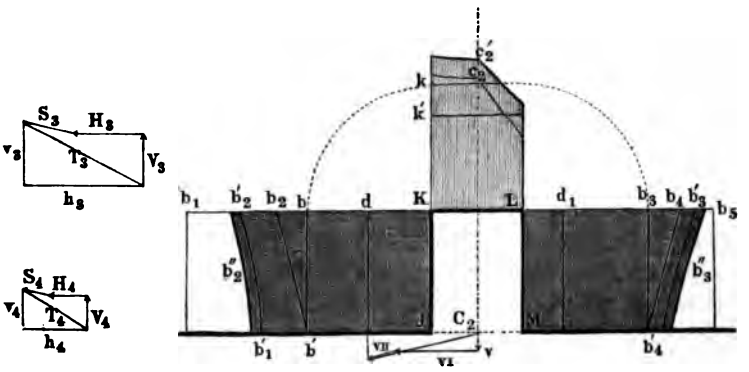


Kurbelarm GH. Das Ordinatenpolygon $V_2 H_2 S_2 T_2$ gilt für die Stelle H. Die Horizontalcomponente h_2 ruft Verdrehung des Armes GH hervor, $Hd_1 = h_2$, die Vertikalcomponente v_2 Biegung in der Bildebene, $Gb_1 = v_2$; ausserdem biegt die in GF angreifende Kraft P den Arm normal zur Bildebene mit dem Momente $PR = fh$ des Seilpolygones links oben, wo $Og = P$, $af = R$ ist. Wir machen also $b_2' b_3 = fh$. Die Vereinigung der beiden biegenden Momente gibt die Fläche $GHb_1' b_2''$, und die Bildung der Drehbiegemomente die Fläche GHb_2'''.

Kurbelzapfen KL. Fig. 546. Dieser Zapfen wird zunächst von den biegenden Momenten, welche zwischen M und J fallen, beansprucht, weshalb die diese Beanspruchung ausdrückende Momentenfläche KLc_2 aus Fig. 543 hierhergetragen ist. Sämmtliche Kräfte, welche zur Rechten von C_2 angreifen, suchen den Zapfen zu verdrehen. Vertikal nach unten wirkt die Resultante aus 3, 4 und 5, Fig. 540, als V hier eingetragen, horizontal rückwärts die Resultante (Differenz) von 2 und 3, Fig. 541, als VI hier eingetragen, schief rückwärts die Kraft 7 aus Fig. 541, hier Nro. VII. Von der Schlusslinie des erhaltenen Kräftepolygons V, VI, VII, wirkt die Vertikalcomponente, bei M angreifend, auf Verdrehung, indem nicht zu vergessen ist, dass die Kurbel JK horizontal liegt. Das Moment dieser Vertikalcomponente hat die Grösse kk'. Auf Verdrehung des Zapfens wirkt aber noch ferner das durch die Achse von links her eingeleitete Kräftepaar (vergl. das bei Fig. 538 be-

sprochene) mit dem schon aus Fig. 543 bekannten Momente, durch $C_1 c_1'$ aus Fig. 543, hier Kk, wovon nun, da das vorhin gefundene

Fig. 546.



Drehmoment kk' in entgegengesetzter Richtung wirkt, kk' abzuziehen ist, sich also schliesslich für den Zapfen KL das Drehmoment Kk' herausstellt, welches, mit dem Biegemomente vereinigt, die Momentenfläche KLc_2' ergibt.

Kurbelarm JK. Auf Drehung beansprucht durch das Moment Kd = der Vertikalcomponente v_3 des Ordinatenpolygones $V_3 H_3 S_3 T_3$. Auf Biegung beansprucht in der Vertikalebene laut dem bei Fig. 538 besprochenen mit dem Momente $Kb = Kk$; ferner in derselben Weise und Richtung durch die Vertikalcomponente der Kräfte V, VI und VII mit dem Momente bb_2 bei K (siehe die Messung dieses Momentes in Fig. 545 links oben), auf Biegung in der Horizontalebene beansprucht durch die Horizontalcomponente h_3 des Ordinatenpolygons, Moment bb_1. Die Zusammensetzung der biegenden Momente liefert die Momentenfläche $JKb_1'b_2'$, und die Vereinigung der darin angegebenen Biegemomente mit den Drehmomenten Kd die Fläche der Drehbiegemomente JKb_2''.

Kurbelarm LM. Drehendes Moment Ld_1 = der Vertikalcomponente v_4 des Ordinatenpolygons für die Stelle M. Biegendes Moment $Lb_3 = Kk$, desgleichen $b_3 b_4$ bei L wegen der Vertikalkraft in M, biegendes Moment $b_3 b_5$ = der Horizontalcomponente h_4 des Ordinatenpolygones. Die Vereinigung der biegenden Momente liefert die Fläche MLb_3', die Zusammensetzung dieser mit dem Drehmoment die resultirende Fläche MLb_3''.

Von den vier Kurbelarmen erfährt JK am Zapfen, GH an der Achse die stärkste Beanspruchung. Man lege daher die Flächen

JKb_2'' und GHb_1''' aufeinander, und benutze jeweilen die grösste Ordinate. Die resultirenden Dimensionen werden darauf nach vereinfachenden Abrundungen für alle vier Arme benutzt. — Wie man sieht, bereitet der Momentenplan für eine solche Achse einige Mühe, und erfordert namentlich grosse Aufmerksamkeit in der Behandlung der einzelnen Fragen; das Resultat ist aber auch insofern äusserst lohnend, als man schliesslich die ganze Achse mit einer Spannung $= \frac{2}{3}$ des Tragmoduls, also 10^k bei Schmiedeisen, 15 bis 16^k bei Gussstahl unbesorgt construiren kann, wie denn solche auch bei Untersuchung guter Ausführungen mittelst unseres Diagrammes sich thatsächlich vorfinden.

Was die Ausführung solcher Momentenpläne auf dem Zeichenbrett angeht, so ist zunächst ein nicht zu kleiner Maasstab empfehlenswerth; doch darf derselbe auch nicht sehr gross gewählt werden, damit das Ziehen von Parallelen nicht zu unbequem wird. Ein Maasstab, bei welchem eine solche Lokomotivachse 300 bis 400^{mm} Länge auf dem Blatte einnimmt, ist ganz zweckmässig. Ferner wähle man die Poldistanz in den Kräftepolygonen etwa in dem Verhältniss, welches in obigen Figuren benutzt wurde; eine kleinere Poldistanz macht die Diagramme höher, eine grössere niedriger; die obigen Verhältnisse liefern sehr übersichtliche Figuren. Die Ausführung kann in scharfen Bleistiftlinien bleiben, wenn man die Diagrammflächen mit blassen und mittelstarken Farbentönen anlegt. Werden diese in erdigen Tönen und nicht grell ausgeführt, so wird das Bild ausserordentlich deutlich. Das letzte resultirende Diagramm wird am besten mit einem kräftigen Tone, z. B. dunkelroth, nur berändert (vergl. Fig. 543 bei $d_1''b_1''$ u. s. w.) und seine äusserste Grenze mit einem ziemlich starken Tuschstrich hervorgehoben. Einige beigefügte Bezeichnungen über die Bedeutung der Farben sind für spätere Wiederbenutzung der Zeichnung zweckmässig. Die constructive Ausführung der Achse wird am besten auf demselben Blatte mit dem Kräfteplan unter Benutzung der vertikalen Mittellinien aufgetragen, so dass über jeden Querschnitt der Achse dessen Momentenordinate zu stehen kommt. Nach einiger Uebung lernt man die unwesentlichen Beanspruchungen von den wesentlichen im voraus unterscheiden, muss sich indessen hüten, wie u. a. die obige Untersuchung der Kurbelarme beweist, voreilig Weglassungen einzelner Kräfte oder Momente zu beschliessen, da man sich sonst folgenschweren Irrthümern hingeben kann.

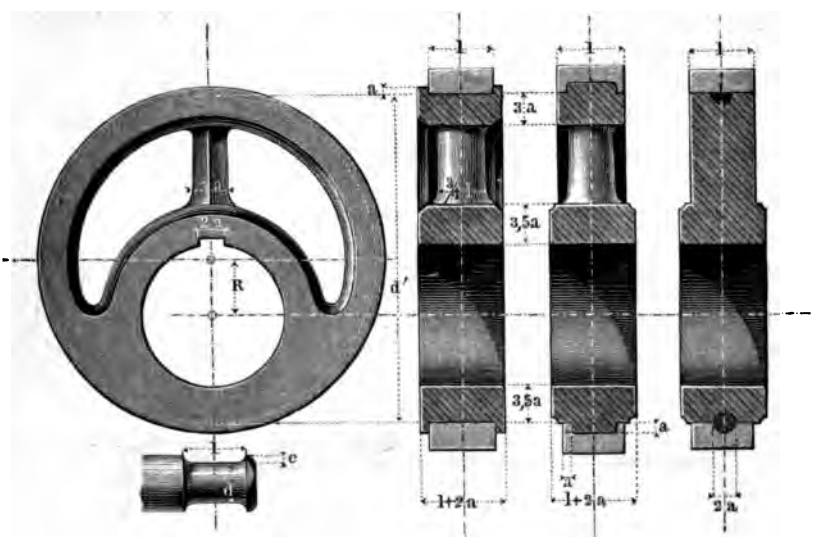
Die Lokomotivachse mit aussenliegenden Kurbeln erheischt eine andere Behandlung als die oben behandelte, doch lassen sich ohne grosse Schwierigkeit die angegebenen Verfahrungsweisen entsprechend umformen, um auch für diese das Diagramm zu erhalten.

§. 233.

Die excentrische Scheibe.

Wird bei einer Kurbel von der Armlänge R und der Wellendicke D die Zapfendicke d' soviel erweitert, dass sie $> D + 2R$

Fig. 547. Fig. 548. Fig. 549. Fig. 550.



wird, so kann die Welle durch den Zapfen gesteckt werden und dieser heisst dann eine excentrische Scheibe. Die einfacheren Constructionen derselben zeigen die folgenden Figuren. Am praktischsten für die gewöhnlichen Verhältnisse ist in Hinsicht auf das Einpassen des Gurtes die Form in Fig. 549, indem bei derselben die beiden Zargen des Ringes eine Art von Oelbehälter bilden, welcher die Scheibe vortrefflich in der Oelung erhält und somit vor Abnutzung schützt.

Die Scheibenbreite oder Zapfenlänge nehme man gleich der Länge l des (beigezeichneten) gleichwerthigen Stirnzapfens, desjenigen also, welcher dem Zapfendruck entspricht; aus der Anlaufhöhe e desselben leitet sich diejenige für die Scheibe ab aus:

$$a = 1{,}5\,e = 5 + {}^{7}/_{100}\,l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (224)$$

auf welche Zahl die noch übrigen Abmessungen grösstentheils bezogen sind.

Bei Wellen mit Kurbelkröpfungen oder anderen vorspringenden festen Theilen können die excentrischen Scheiben oft nicht aufgestreift werden, wenn sie wie oben angegeben construirt sind; man fertigt sie dann aus zwei Theilen, die man durch Schrauben verbindet. (Näheres findet man in der „Constructionslehre für den Maschinenbau".) Soll ein Excentrik besonders wenig über die Welle vorspringen, so legt man seine Befestigungsnabe neben die eigentliche Kurbelscheibe, wobei man ihr die nöthige Wanddicke $3{,}5\,a$ ungehindert geben kann.

§. 234.

Handkurbeln.

Bei den Handkurbeln ist der Stirnzapfen als Handgriff geformt. Die folgenden Figuren zeigen zwei gebräuchliche Handkurbelconstructionen, Fig. 551 zweimännische, Fig. 552 einmännische

Fig. 551.

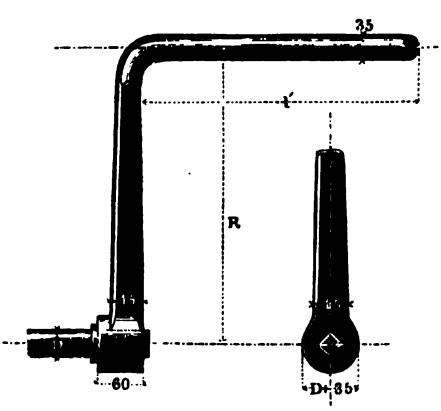
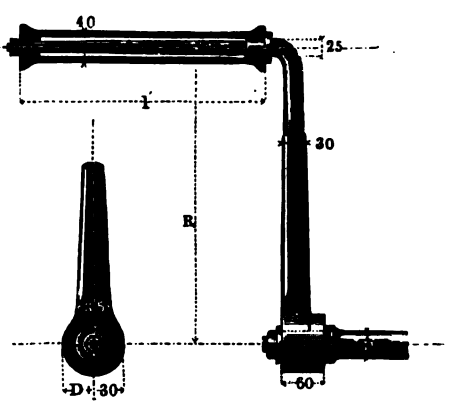


Fig. 552.



Kurbel. Man nehme für die in Buchstaben beigeschriebenen Abmessungen:

	für 2 Mann:	für 1 Mann:
R	= 360 bis 450^{mm}	300 bis 400^{mm}
l'	= 400 „ 480^{mm}	300 „ 330^{mm}
D	= 40 „ 45^{mm}	30 „ 35^{mm}.

Handkurbeln, die an entgegengesetzten Enden einer Welle stehen sollen, werden am besten unter einem Winkel von 120° gegeneinander versetzt.

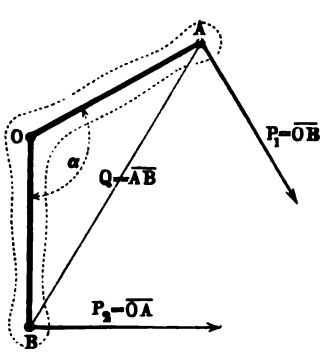
XV. ZUSAMMENGESEZTE HEBEL.

§. 235.

Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel. Achsendruck.

Zwei einfache Hebel mit gemeinschaftlicher Nabe bilden einen zusammengesetzten Hebel. Derselbe heisst (namentlich bei grossen Abmessungen) ein Balancier, wenn die beiden Hebelarme zwei Rechte einschliessen; er heisst ein Winkelhebel und bei grossen Abmessungen Kunstkreuz, wenn ein anderer Winkel von den Armen eingeschlossen wird, und eine Schwinge oder ein Lenker, wenn die beiden Hebelarme zusammenfallen und gleich lang sind.

Fig. 553.



Der Achsendruck Q eines Winkelhebels AOB, Fig. 553, bestimmt sich aus der Formel:

$$Q = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 - 2P_1P_2\cos\alpha} \quad (225)$$

wenn bei A die Kraft P_1, bei B die Kraft Q_1 rechtwinklig zum

Die Scheibenbreite oder Zapfenlänge nehme man gleich der Länge l des (beigezeichneten) gleichwerthigen Stirnzapfens, desjenigen also, welcher dem Zapfendruck entspricht: aus der Anlaufhöhe e desselben leitet sich diejenige für die Scheibe ab aus:

$$a = 1.5\,e = 5 \div 7_{100}\,l \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (224)$$

auf welche Zahl die noch übrigen Abmessungen grösstentheils bezogen sind.

Bei Wellen mit Kurbelkröpfungen oder anderen vorspringenden festen Theilen können die excentrischen Scheiben oft nicht aufgestreift werden, wenn sie wie oben angegeben construirt sind; man fertigt sie dann aus zwei Theilen, die man durch Schrauben verbindet. (Näheres findet man in der „Constructionslehre für den Maschinenbau".) Soll ein Excentrik besonders wenig über die Welle vorspringen, so legt man seine Befestigungsnabe neben die eigentliche Kurbelscheibe, wobei man ihr die nöthige Wanddicke $3.5\,a$ ungehindert geben kann.

§. 234.

Handkurbeln.

Bei den Handkurbeln ist der Stirnzapfen als Handgriff geformt. Die folgenden Figuren zeigen zwei gebräuchliche Handkurbelconstructionen, Fig. 551 zweimännische, Fig. 552 einmännische

Fig. 551.

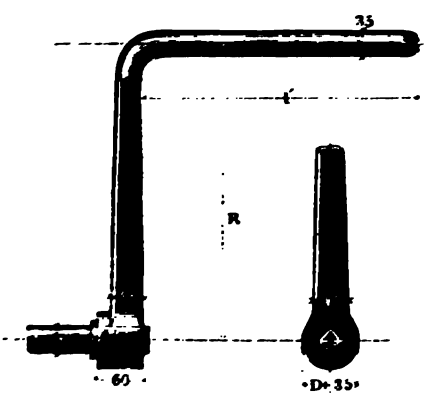
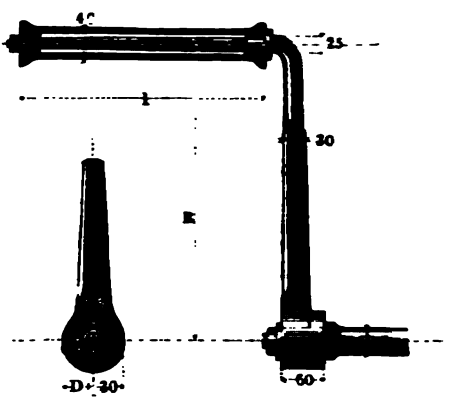


Fig. 552.



Kurbel. Man nehme für die in Buchstaben beigeschriebenen Abmessungen:

	für 2 Mann:	für 1 Mann:
R	= 360 bis 450^{mm}	300 bis 400^{mm}
l'	= 400 „ 480^{mm}	300 „ 330^{mm}
D	= 40 „ 45^{mm}	30 „ 35^{mm}.

Handkurbeln, die an entgegengesetzten Enden einer Welle stehen sollen, werden am besten unter einem Winkel von 120° gegeneinander versetzt.

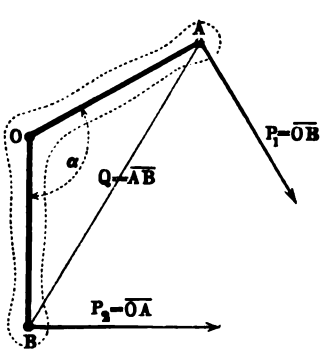
XV. ZUSAMMENGESEZTE HEBEL.

§. 235.

Verschiedene Arten zusammengesetzter Hebel. Achsendruck.

Zwei einfache Hebel mit gemeinschaftlicher Nabe bilden einen zusammengesetzten Hebel. Derselbe heisst (namentlich bei grossen Abmessungen) ein Balancier, wenn die beiden Hebelarme zwei Rechte einschliessen; er heisst ein Winkelhebel und bei grossen Abmessungen Kunstkreuz, wenn ein anderer Winkel von den Armen eingeschlossen wird, und eine Schwinge oder ein Lenker, wenn die beiden Hebelarme zusammenfallen und gleich lang sind.

Fig. 553.



Der Achsendruck Q eines Winkelhebels AOB, Fig. 553, bestimmt sich aus der Formel:

$$Q=\sqrt{P_1^2+P_2^2-2P_1P_2\cos\alpha} \quad (225)$$

wenn bei A die Kraft P_1, bei B die Kraft Q_1 rechtwinklig zum

Arm angreift, und der Armwinkel $= \alpha$ ist. Man kann aber graphisch P_1 durch OB und P_2 durch OA darstellen, und hat dann $Q =$ der dritten Seite AB des Dreieckes AOB. Sind die Kräfte P_1 und P_2 nicht rechtwinklig zu den Armen OA und OB gerichtet, so werden dieselben durch Normalen aus O auf die Kraftrichtungen vertreten.

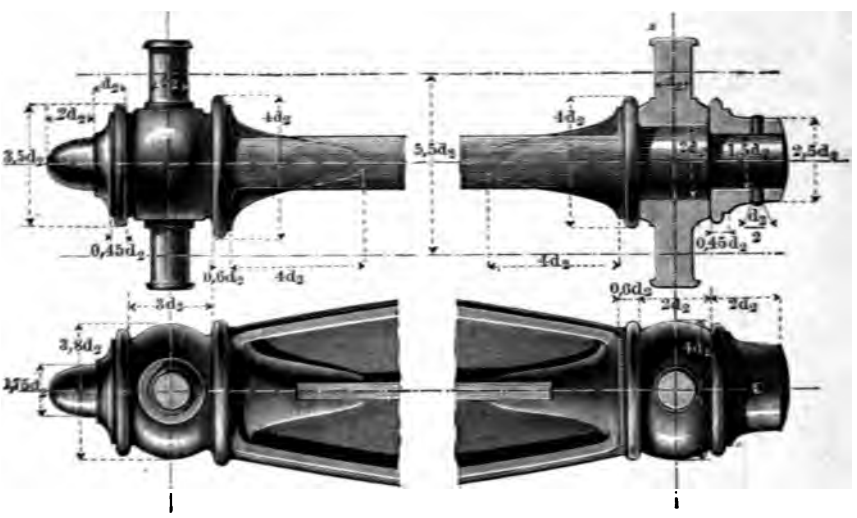
§. 236.

Balancierköpfe.

Die wichtigste Stelle unter den zusammengesetzten Hebeln nimmt namentlich wegen seiner wichtigen Verwendung bei den Dampfmaschinen der Balancier ein. Derselbe wird gewöhnlich aus Gusseisen construirt, und seine Endzapfen dann häufig nach der in Fig. 516 angegebenen Weise ausgeführt, wovon weiter unten, §. 238, ein Beispiel; andere hier benutzte Endzapfenverbindungen zeigen folgende Figuren.

Fig. 554. Verzierter und abgedrehter Doppelzapfenkopf mit fest eingekeiltem Zapfen. Fig. 555, Balancierkopf mit drehbarem Zapfenkreuz aus Schmiedeisen, auf einen abgedreh-

Fig. 554. Fig. 555.



ten Kopfzapfen fest aufgepasst und durch den vorgesteckten Ring gehalten. Das Kreuz muss sehr fest eingepasst werden, damit das fortwährende Hin- und Herbewegen die Verbindung nicht lockert; die Construktion ist als eine kostspielige zu bezeichnen.

Fig. 556. Gabelzapfen; derselbe ist auf den Anlaufvorsprüngen ganz schwach konisch gedreht und eingeschliffen, und

Fig. 556.

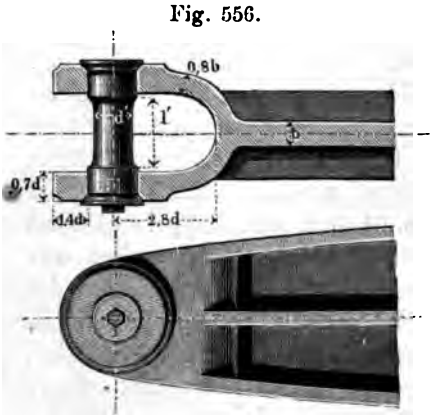
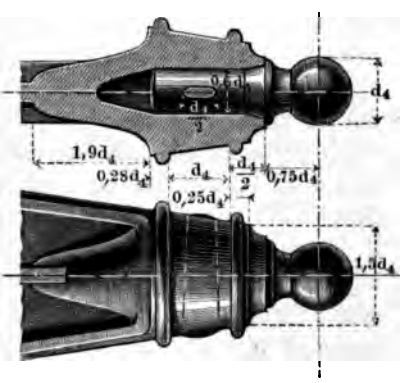


Fig 557.



wird durch die Kopfschraube mit eingelassener Unterlegscheibe festgehalten (vergl. bei den Querhäuptern Kap. XVII). Der Kopf an der anderen Seite erhält einen vorspringenden Zahn zur Verhinderung der Drehung. Leicht kann man dem Zapfen zur Erhöhung der Beweglichkeit auch Kugelform geben.

Fig, 557, Kugelförmiger Kopfzapfen, in das Balancierende mit seinem Stiel eingeschliffen und festgekeilt; er gibt der Pleuelstange eine grosse Beweglichkeit und eine einfache Form, ähnlich wie Fig. 556, wenn dort ein Kugelzapfen angewandt wird.

Die Berechnung der Zapfendicken geschieht wie es in §. 219 angegeben wurde. Man hat daher wohl darauf zu achten, ob der Balancier einfach- oder doppeltwirkend ist (vergl. §. 219). Im ersteren Falle ist von den Formeln (58), (60) und (218) Gebrauch zu machen, im letzteren können die zu geringeren Dicken führenden Formeln (217) zur Anwendung kommen.

Bei ganz grossen Balanciers keilt man die Zapfen auch wohl nach der in Fig. 251 angedeuteten Methode mit 6 oder 8 Keilen in die mit entsprechenden Keilbahnen versehenen Augen; diese Befestigung wird bei sorgfältiger Herstellung sehr solide.

Arm angreift, und der Armwinkel $= \varepsilon$ ist. Man kann aber graphisch P_1 durch OB und P_2 durch OA darstellen, und hat dann $Q =$ der dritten Seite AB des Dreieckes AOB. Sind die Kräfte P_1 und P_2 nicht rechtwinklig zu den Armen OA und OB gerichtet, so werden dieselben durch Normalen aus O auf die Kraftrichtungen verwiesen.

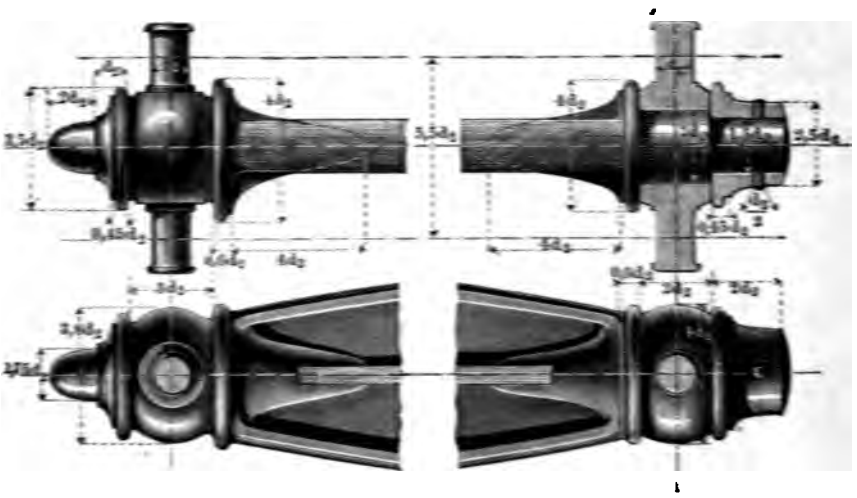
§. 336.

Balancierköpfe.

Die wichtigste Stelle unter den zusammengesetzten Hebeln nimmt namentlich wegen seiner wichtigen Verwendung bei den Dampfmaschinen der Balancier ein. Derselbe wird gewöhnlich aus Gusseisen construirt und seine Endzapfen dann häufig nach der in Fig. 316 angegebenen Weise ausgeführt, wovon weiter unten, §. 265, ein Beispiel; andere hier benutzte Endzapfenverbindungen zeigen folgende Figuren.

Fig. 334. Verzierter und abgedrehter Doppelzapfenkopf mit fest eingekeiltem Zapfen. Fig. 335. Balancierkopf mit drehbarem Zapfenkreuz aus Schmiedeisen, auf einen abgedreh-

Fig. 334. Fig. 335.



ten Kopfzapfen fest aufgepasst und durch den vorgesteckten Ring gehalten. Das Kreuz muss sehr fest eingepasst werden, damit das fortwährende Hin- und Herbewegen die Verbindung nicht lockert; die Construktion ist als eine kostspielige zu bezeichnen.

Fig. 556. Gabelzapfen; derselbe ist auf den Anlaufvorsprüngen ganz schwach konisch gedreht und eingeschliffen, und

Fig. 556.

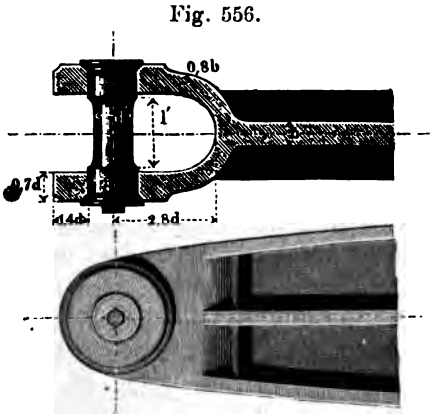
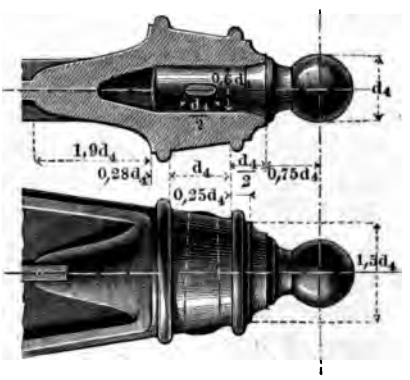


Fig 557.



wird durch die Kopfschraube mit eingelassener Unterlegscheibe festgehalten (vergl. bei den Querhäuptern Kap. XVII). Der Kopf an der anderen Seite erhält einen vorspringenden Zahn zur Verhinderung der Drehung. Leicht kann man dem Zapfen zur Erhöhung der Beweglichkeit auch Kugelform geben.

Fig, 557, Kugelförmiger Kopfzapfen, in das Balancierende mit seinem Stiel eingeschliffen und festgekeilt; er gibt der Pleuelstange eine grosse Beweglichkeit und eine einfache Form, ähnlich wie Fig. 556, wenn dort ein Kugelzapfen angewandt wird.

Die Berechnung der Zapfendicken geschieht wie es in §. 219 angegeben wurde. Man hat daher wohl darauf zu achten, ob der Balancier einfach- oder doppeltwirkend ist (vergl. §. 219). Im ersteren Falle ist von den Formeln (58), (60) und (218) Gebrauch zu machen, im letzteren können die zu geringeren Dicken führenden Formeln (217) zur Anwendung kommen.

Bei ganz grossen Balanciers keilt man die Zapfen auch wohl nach der in Fig. 251 angedeuteten Methode mit 6 oder 8 Keilen in die mit entsprechenden Keilbahnen versehenen Augen; diese Befestigung wird bei sorgfältiger Herstellung sehr solide.

§. 237.

Achse und Nabe des Balanciers.

Die Balancierachse ist als einfache gleichschenklige Achse zu behandeln, siehe Kap. V. Sie wird gewöhnlich aus Schmiedeisen gemacht. Ist der Balancier gleicharmig und überträgt die an einem Ende eingeleitete Kraft ganz auf eine Kurbel, so nehme man die Zapfen seiner Achse = dem Stirnzapfen der Kurbel. Beim ungleicharmigen Balancier, der nur an den Enden Kraft aufnimmt und abgibt, verfahre man nach §. 81, von den Doppelzapfen an den Enden ausgehend. Sind endlich die Kräfte noch anders vertheilt, so benutze man das allgemeine Verfahren, indem man die algebraische Summe der auf den Balancier wirkenden Kräfte bestimmt und deren Maximum als Achsendruck einführt. Sehr bequem ist hier das graphische Verfahren, bei welchem ganz so vorgegangen wird, wie z. B. in den Aufgaben §. 39 ff.

Die Länge der Balancierachse darf behufs Verhinderung von Querschwankungen nicht zu klein im Verhältniss zur Armlänge A sein; sie wird mit guten Ausführungen übereinstimmend, wenn man den Abstand der Zapfenmittel $= 6d + \frac{A}{10}$ nimmt.

Die Nabe erhält die Länge $3{,}5\,d$ und die Wanddicke $0{,}7\,d$, siehe Fig. 558. — Soll die Balancierachse aus Gusseisen gemacht werden, so gebe man ihr die Länge der schmiedeisernen, und verfahre im übrigen nach Kap. V. Die Nabenabmessungen werden aber nach wie vor auf den ideellen schmiedeisernen Zapfen bezogen; allgemein sind deren Abmessungen in §. 221 finden gelehrt worden.

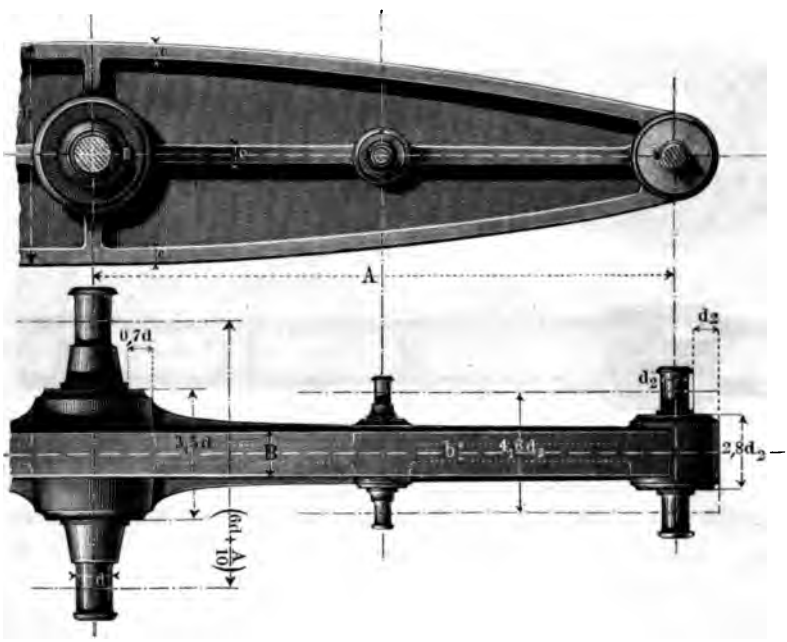
§. 238.

Der Balancierarm.

Einen Balancierarm in gebräuchlicher Form zeigt Fig. 558. Nach festgestellter Endzapfen- und Achsenhülse wird die Höhe h

des Armes an der Nabe angenommen, und darauf nach den §§. 223 und 224 verfahren. Den Zapfenmittelabstand $4{,}6\,d_2$ findet man bis zu $5{,}5\,d_2$ gemacht, je nachdem das gegenüberliegende Zapfenpaar es erfordert.

Fig. 558.



Die Armhöhe h nehme man:

$$h = 4d + \frac{A}{8} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (226)$$

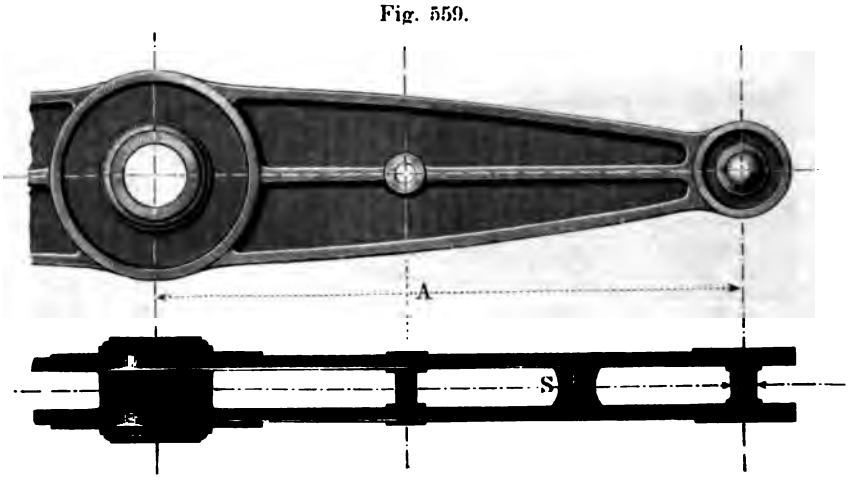
wobei d die Zapfendicke der schmiedeisernen Balancierachse, A die Armlänge bezeichnet. Ist der Balancier ungleicharmig, so wird für A der mittlere Werth aus den beiden Armlängen genommen.

Die Begrenzungscurve des Armes wird nach einer der in §. 101 angegebenen Methoden von dem Scheitel des Balanciers bis zur Ansatzstelle des Zapfenkopfes gezogen. Die Versteifungsrippe in der Mitte des Armes erhält die Dicke c des Saumnerven; ihre Profilirung zeigt Fig. 558.

Eine andere Formgebung des Balancierarms zeigt Fig. 559 (a. f. S.). Der Balancier ist hier zweischildig genommen. Bei der Berechnung eines solchen behandele man jeden der Schilde bei

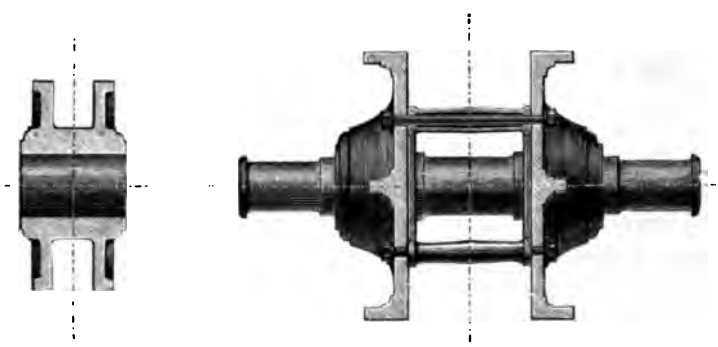
der Dimensionenbestimmung wie einen einzelnen Balancier. Ist wie hier der Gabelzapfen angewandt, so ist die ideelle Doppelzapfendicke d_2' für den einzelnen Schild = dem Durchmesser d_3 des Gabelzapfens.

Fig. 559.



Den Querschnitt zu Fig. 559 zeigt Fig. 560, den eines grossen zweischildigen Balanciers mit ganz getrennten Schilden Fig. 561. Die Schilde sind durch Stehbolzen gegen einander versteift; sie ge-

Fig. 560. Fig. 561.



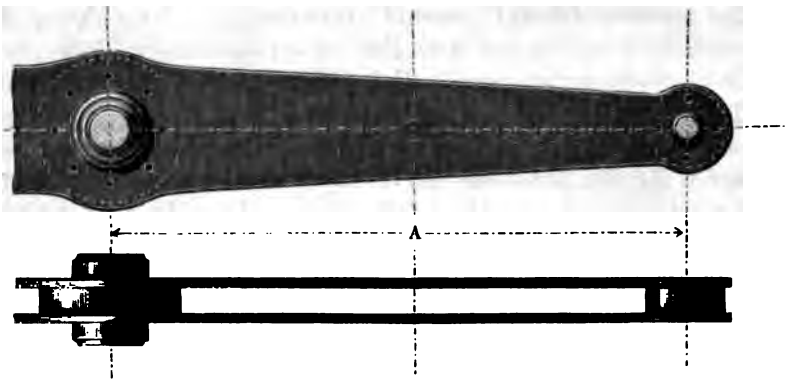
statten, die Parallelogrammtheile an den inneren Seiten der Schilde aufzuhängen. Die Achsen der letzteren sind ebenso wie die Hauptachse solche mit zwei Tragpunkten, siehe §. 92.

§. 239.

Schmiedeiserner Balancier.

Bei nicht sehr grossen Kräften und Armlängen passt für den schmiedeisernen Balancier sehr gut die zweischildige Construction in Fig. 562. Die Armhöhe h des einzelnen Schildes nehme man,

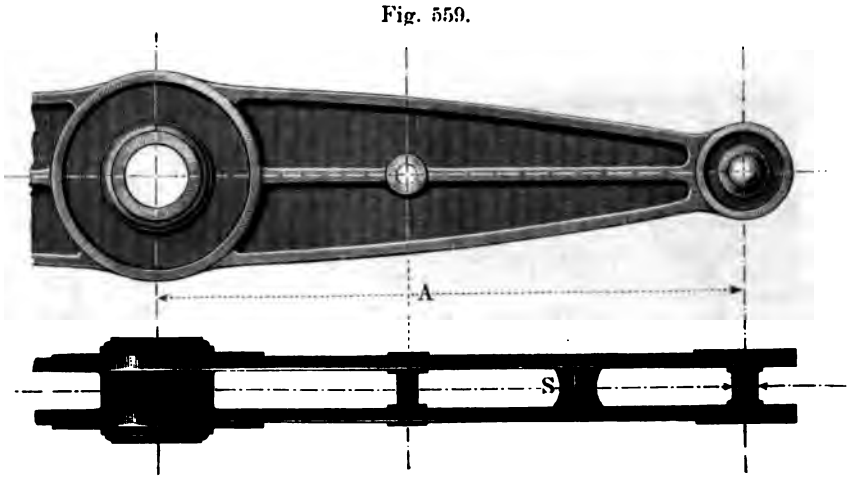
Fig. 562.



indem man wieder jeden Schild für sich berechnet, 0,8mal so gross, als es Formel (226) angibt. Für sehr grosse Abmessungen wählt man statt der obigen Construction eine solche, bei welcher der Querschnitt Fig. 523 oder der in Fig. 524 benutzt wird.

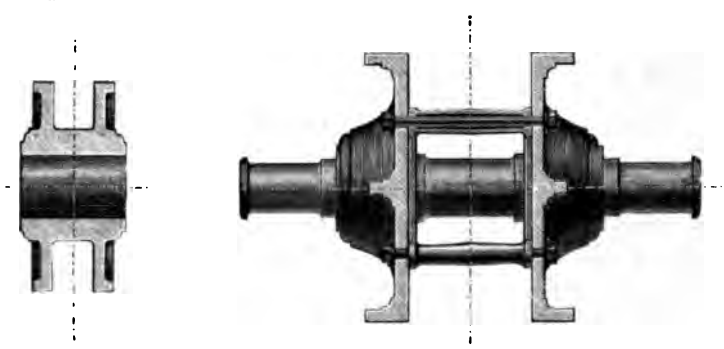
der Dimensionenbestimmung wie einen einzelnen Balancier. Ist wie hier der Gabelzapfen angewandt, so ist die ideelle Doppelzapfendicke d_2' für den einzelnen Schild = dem Durchmesser d_3 des Gabelzapfens.

Fig. 559.



Den Querschnitt zu Fig. 559 zeigt Fig. 560, den eines grossen zweischildigen Balanciers mit ganz getrennten Schilden Fig. 561. Die Schilde sind durch Stehbolzen gegen einander versteift; sie ge-

Fig. 560. Fig. 561.



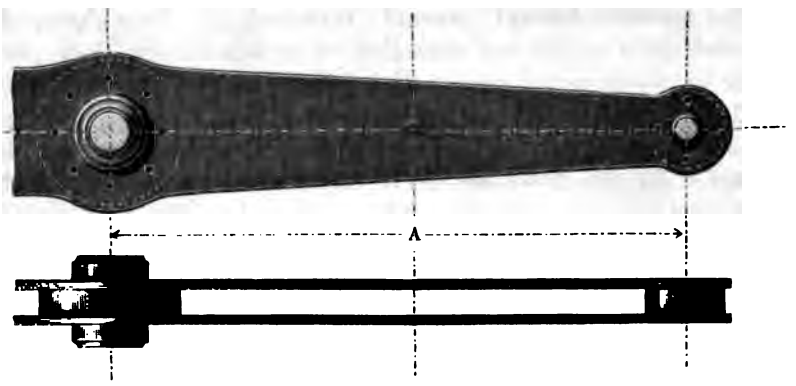
statten, die Parallelogrammtheile an den inneren Seiten der Schilde aufzuhängen. Die Achsen der letzteren sind ebenso wie die Hauptachse solche mit zwei Tragpunkten, siehe §. 92.

§. 239.

Schmiedeiserner Balancier.

Bei nicht sehr grossen Kräften und Armlängen passt für den schmiedeisernen Balancier sehr gut die zweischildige Construction in Fig. 562. Die Armhöhe h des einzelnen Schildes nehme man,

Fig. 562.



indem man wieder jeden Schild für sich berechnet, 0,8mal so gross, als es Formel (226) angibt. Für sehr grosse Abmessungen wählt man statt der obigen Construction eine solche, bei welcher der Querschnitt Fig. 523 oder der in Fig. 524 benutzt wird.

XVI. PLEUELSTANGEN.

§. 240.

Theile der Pleuelstangen.

Die Pleuelstangen, auch Treib- oder Schubstangen, oder kurzweg Pleuel genannt, vermitteln die Einwirkung der Hebelzapfen auf die von denselben zu verschiebenden Theile, welche entweder selbst wieder Hebel sind (Balancier und Kurbel), oder andere meist geradlinig hin- und hergehende Theile (Kolbenstangen, Schlitten, Stempel u. s. w.). Letztere werden dann mit Zapfen für den Anschluss der Pleuelstange versehen. — An der Pleuelstange unterscheiden sich vermöge ihres Zweckes deutlich die Lager oder Köpfe, welche die zu verknüpfenden Zapfen umschliessen, von dem die Köpfe verbindenden und tragenden Pleuelkörper oder -Schaft, weshalb wir diese Theile getrennt behandeln. Es werden ferner die Abmessungen der Köpfe in einer Beziehung zu der Dicke des umschlossenen Zapfens stehen, aber in verschiedener Weise, je nachdem der Zapfen Stirnzapfen, Gabel- oder Halszapfen ist, da in jedem dieser Fälle die Zapfendicke einen andern Bezug zum Zapfendruck hat. Die Schubstangen- oder Pleuelköpfe für diese drei Zapfenarten müssen deshalb getrennt behandelt werden.

§. 241.

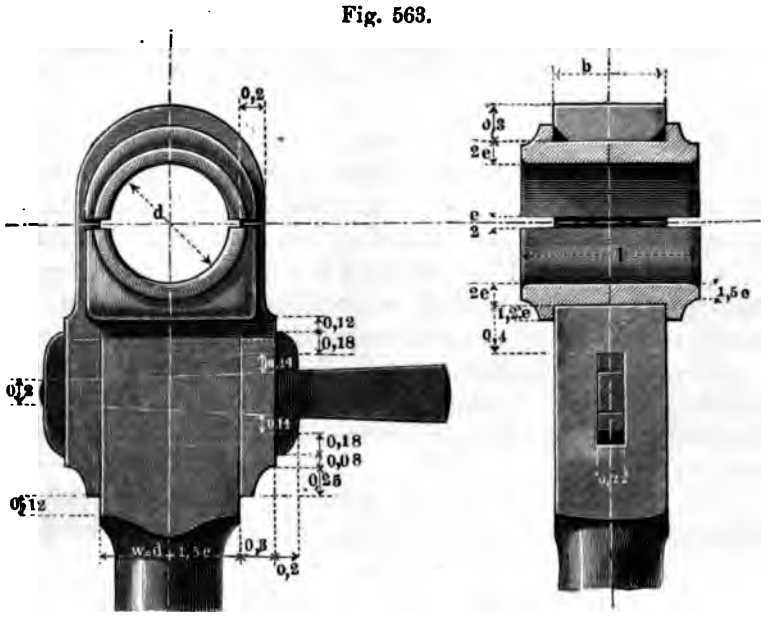
Pleuelköpfe für Stirnzapfen.

Sehr gebräuchlich ist der in Fig. 563 dargestellte schmiedeiserne Pleuelkopf mit Bügel oder Kappe. Die Schalen werden durch den übergeschobenen Bügel zusammengehalten und vermittelst des Treibkeiles nachgestellt, wenn sie sich abgenutzt haben. In der Dimensionengebung sind die Schale und die umgebenden Theile von einander zu trennen, wie bei den Lagern. Die Einheit,

auf welche die Wanddicken, Randbreiten und Vorsprünge der Schale bezogen werden, ist wie dort:

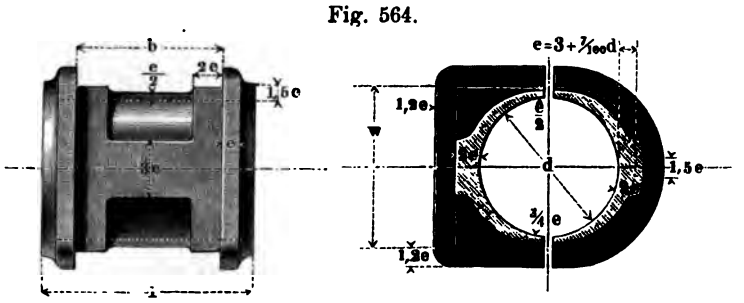
$$e = 3 + {}^{1}/_{100}\, d \quad \ldots\ldots\ldots \quad (227)$$

Fig. 563.



wobei wieder d den Zapfendurchmesser bezeichnet. Fig. 564 zeigt

Fig. 564.



die Schale in zwei Hauptansichten mit ihren Arbeitleisten und anderen Nebenformen.

Die übrigen Abmessungen der Köpfe sind bezogen auf den Modul:

$$d_1 = \sqrt{P} + 5 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (228)$$

Die Breite b kann zu $0{,}8\, d_1$, oder, wenn die Länge des zu la-

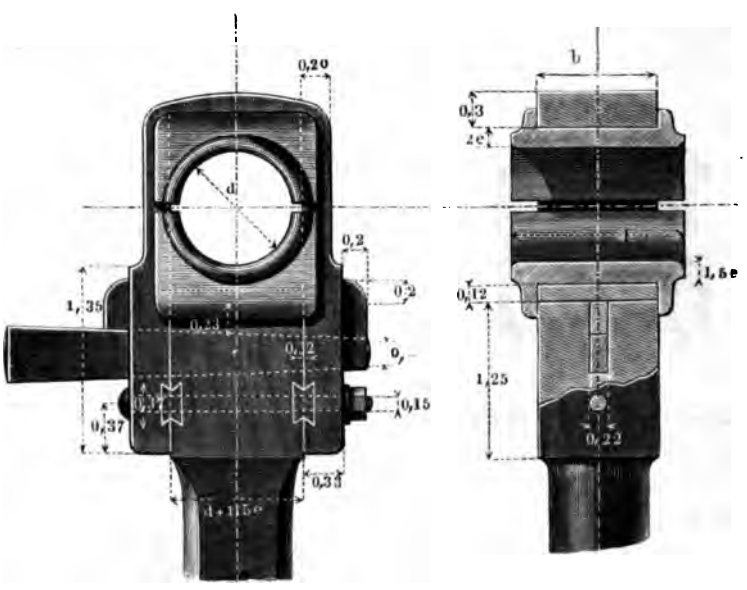
gernden Stirnzapfens gleich der Zapfendicke gemacht wird, zu $d - 2e$ angenommen werden.

Beispiel. Für $P = 3600^k$ kommt nach (217) $d = l = 60^{mm}$, und nach (218) der Modul $d_1 = 60 + 5 = 65^{mm}$. Ferner $e = 3 + 4{,}2 \sim 7^{mm}$. Wir nehmen $b = l - 2e = 60 - 14 = 46^{mm}$, und erhalten z. B. die Wandstärke des Bügels $= 0{,}2 \,.\, 65 \sim 13^{mm}$, die im Scheitel $= 0{,}3 \,.\, 65 \sim 20^{mm}$, die Keildicke $= 0{,}22 \,.\, 65 \sim 14^{mm}$ u. s. w.

Der Keil erhält einen schwächeren Anzug, wenn er wie hier frei zwischen den Treibflächen liegt, als wenn er durch Klemmschrauben oder ähnliche Vorrichtungen festgehalten wird. Im ersteren Falle gebe man ihm an beiden Seiten zusammengenommen $^1/_{12}$, im zweiten Falle bis $^1/_6$ Anzug. Die Länge des freistehenden Stückes muss so gross gewählt werden, als es die gewünschte Zusammenschiebung der Schalen erfordert. Mehr und mehr führt es sich jetzt ein, die Schalenfuge selbst nicht klaffen zu lassen, vielmehr bei nöthig werdender Nachstellung durch Abfeilen der Stossflächen die Annäherung der Schalenhälften zu ermöglichen (vergl. z. B. Fig. 567 und 568).

Der obige Pleuelkopf hat die Eigenthümlichkeit, dass bei eingetretener Abnutzung und Nachstellung der Schalen das Zapfen-

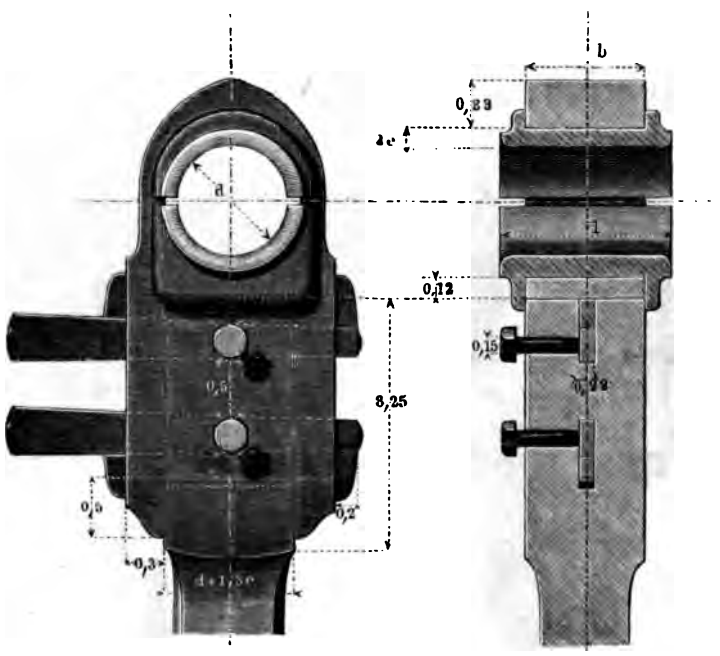
Fig. 565.



mittel der Stange genähert wird. Das Umgekehrte findet statt bei dem Sharp'schen Pleuelkopf, Fig. 565, wo der Keil mittelst einer Druckplatte die Unterschale nach oben treibt.

Bei dem Bury'schen Pleuelkopf, Fig. 566, kann man nach

Fig. 566.



Belieben das Zapfenmittel weiter ablegen oder der Stange nähern, je nachdem man den oberen oder den unteren Keil anzieht. Er vereinigt also die Eigenschaften der beiden vorigen Einrichtungen und ist für solche Fälle sehr zu empfehlen, wo es von Wichtigkeit ist, die Stangenlänge trotz der Abnutzung unverändert zu erhalten.

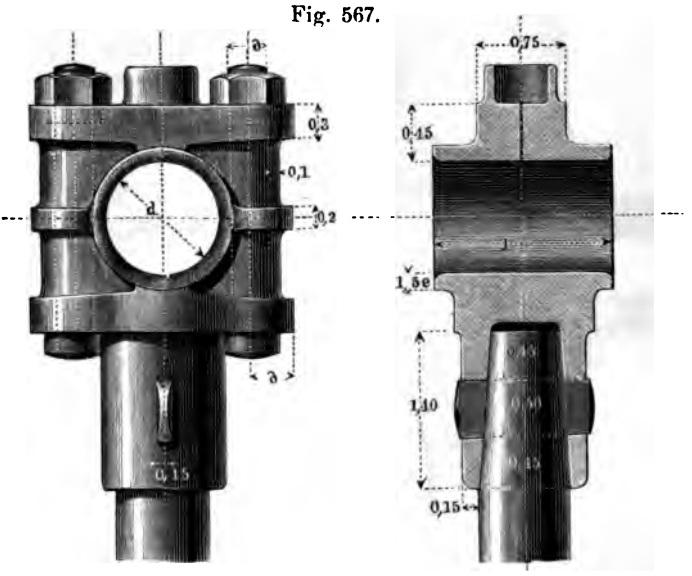
Fig. 567 (a.f.S.). Lagerartiger Pleuelkopf, aus Bronze gefertigt, von Penn vielfach angewandt. Die Lagerhälften schliessen fest aufeinander; sie müssen an der Fuge nachgefeilt werden, wenn man sie zusammendrücken will; doch wendet man auch statt dessen das vorherige Einlegen von Kupferplatten in die Fugen an, welche von Zeit zu Zeit gegen dünnere ausgewechselt werden. Die Schraubendicke ∂ ist so zu nehmen, dass die Kerndicke nicht

kleiner ausfällt, als Formel (43) angibt. Dies wird bei Anwendung scharfen Gewindes erreicht bei

$$\partial = 0{,}53 \sqrt{\frac{P}{2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (229)$$

und wenn flaches Gewinde benutzt wird, bei etwas grösserer Dicke. Die Spannung im Querschnitt des Gewindekerns beträgt dann zwischen 5 und 6^k, was statthaft ist, da die Genauigkeit der Herstellung ohnedies bei den Pleuelköpfen gewährleistet ist. Vergl. auch noch unten das 2. Beispiel in §. 244.

Fig. 567.

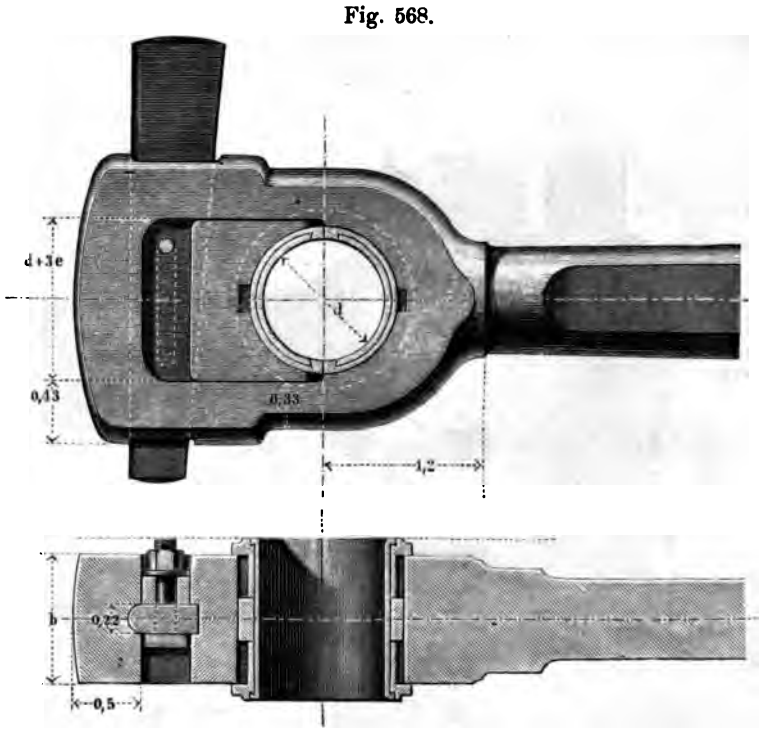


Die Muttern der Deckelschrauben sind mit der Penn'schen Sicherung (Fig. 168) versehen, deren Druckschräubchen hier wegen der Kleinheit der Zeichnung weggelassen sind. Dieser Pleuelkopf wird für Dampfmaschinen mit schwingendem Cylinder häufig benutzt. Bei ganz grossen Dimensionen, wie sie z. B. die Krummachsen mächtiger Seedampfer mit sich bringen, wird noch Material zu ersparen gesucht, indem man die Schalen als Gehäuse mit verhältnissmässig geringer Wanddicke bildet.

Fig. 568 geschlossener Pleuelkopf. In vielen Fällen sind die geschlossenen Pleuelköpfe den offenen vorzuziehen, indem sie sowohl solider, als auch bei Voraussetzung guter Hilfsmaschinen sogar billiger herstellbar sind. Der vorliegende ist von sehr

eleganter Form und für die Herstellung durch Maschinen (Drehbank, Hobelmaschine, Stossmaschine) construirt. Die mit Weissmetall gefütterten, übrigens aus Bronze hergestellten Schalen sind aussen cylindrisch abgedreht. Die stellbare Schale ist in einen schmiedeisernen Druckblock, eine Ausbildung der oben besproche-

Fig. 568.



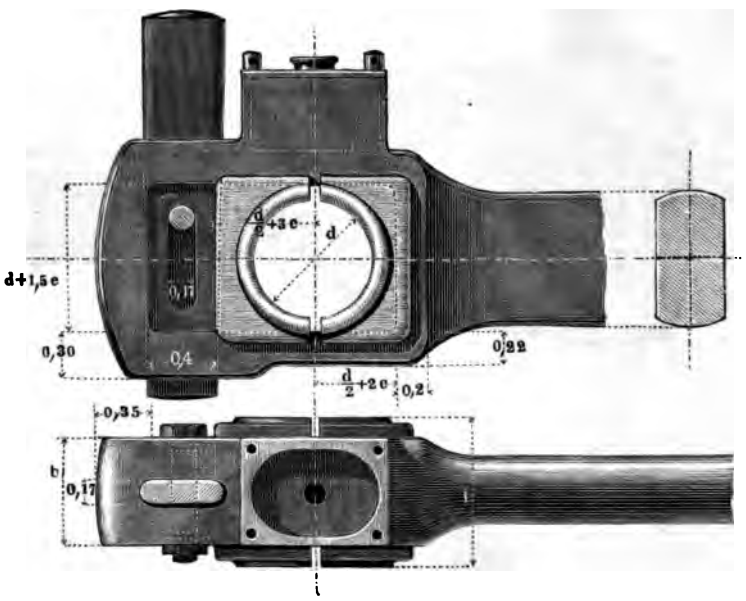
nen Druckplatte, eingepasst, welcher durch den Keil an Querverschiebungen gehindert wird. Durch besonders eingesetzte Schildzapfen, welche in durchgehende Querlitze eingreifen, wird die Drehbarkeit der Schalen aufgehoben.

Das Keilloch hat an beiden Endflächen ein halbcylindrisches Profil. Diese jetzt sehr gebräuchliche Formung rührt theils von der Herstellung der Keillöcher durch die Langlochbohrmaschine her, theils ist sie auch an sich empfehlenswerth, da sie die Querschnitte des Pleuelkopfes allmählich ineinander überführt. Der Keil selbst ist hier im Druckblocke ebenflächig begrenzt, was die etwaige Nachlegung von Blechplättchen erleichtert. Die Sicherung des Keiles ist die bei Fig. 195 besprochene. Man bemerkt,

dass die Sicherungsmutter so tief sitzt, dass sie kaum anders als mittelst eines Kopfschlüssels angezogen werden kann. Man ist aber zu dieser Anordnung genöthigt, um das Anstossen der Schraube an Theile, welche jenseits der punktirten Linie liegen, zu verhüten.

Fig. 569. Anderer geschlossener Pleuelkopf, bei Lokomotivmaschinen sehr vielfach benutzt. Die Schalen haben auf

Fig. 569.



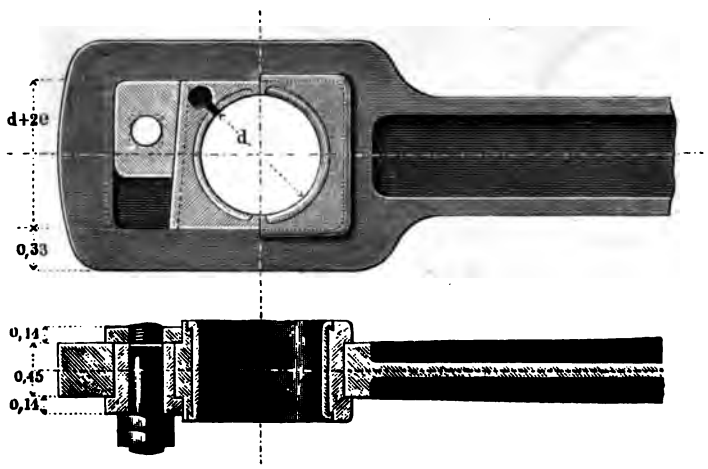
der Rückseite und an der Keilseite keine Seitenränder, so dass man sie nach Wegnahme des Keiles aus dem sie umschliessenden Rahmen nach vorn herausnehmen kann. Der Stellkeil greift in die Oberschale ein und hindert sie, nach vorn zu treten. Wie man sieht, fehlt hier die Druckplatte; dafür ist aber die Wanddicke der Schale an der Keilseite zu $3e$ statt zu $2e$, wie es auf der gegenüberstehenden Seite ist, angegeben. Keilsicherung ähnlich wie vorhin. Es ist hier auch die bei den Lokomotivpleueln gebräuchliche Oelbüchse mit angegeben, welche bei langsamer gehenden und bei vertikal arbeitenden Stangen wegbleibt. Hier ist sie mit einem bronzenen Deckel zugeschraubt; in die im Grundriss angegebene Bohrung in ihrer Mitte wird ein Dochtrohr eingeschraubt. Wegen der anzuwendenden Bezugeinheit für die Verhältnisszahlen

ist hier insbesondere das im folgenden Paragraphen Gesagte zu beachten.

Bei der hier angenommenen Lage des Keilgehäuses wird die Schalenmitte in Folge der Abnützung dem Pleuelschafte genähert, die Stange also an diesem Ende verkürzt; soll das Umgekehrte eintreten, so wird das Keilgehäuse an das andere Ende der Schale verlegt. Die äussere Form der Schmalseiten des vorliegenden Pleuelkopfes ist wie im vorigen Falle auf der Drehbank hergestellt. Absichtlich werden fliessende Conturlinien angewandt, um rasche Wechsel in den durch den Zapfendruck hervorgebrachten Spannungen in den Materialtheilchen zu verhüten.

Ein dritter geschlossener Pleuelkopf (von Krauss in München) ist in Fig. 570 dargestellt. Er ist aus Stahl hergestellt zu denken und namentlich bemerkenswerth wegen seiner compen-

Fig. 570.

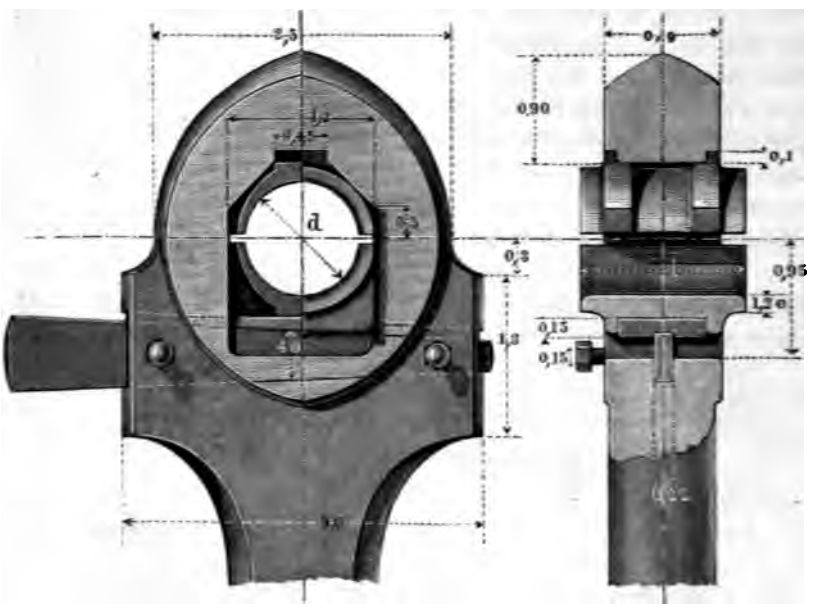


diösen Nachstellvorrichtung. Der Keil ist zweitheilig gebildet und mit seiner Sicherung in eine und dieselbe Construction gezogen. Die Muttern der Sicherung erfordern einen grösseren Spielraum, als die bei den vorigen Beispielen. Die Schalen sind hier aus Schmiedeisen gemacht und mit Weissmetall gefüttert; zur Linken oben hat die eine Schale einen Oelkanal.

Fig. 571 (a. f. S.). Gusseiserner Pleuelkopf. Derselbe ist ebenfalls geschlossen und treibt bei seiner Abnutzung und Nachstellung

das Zapfenmittel nach aussen, wie bei der Construction von Sharp, Fig. 565. Anwendung finden die gusseisernen Pleuelköpfe

Fig. 571.



und -Stangen vorzugsweise nur bei grossen, langsam gehenden Balancier-Maschinen, eignen sich dort aber sehr gut.

§. 242.

Pleuelköpfe für Gabelzapfen.

Ein Gabelzapfen (vergl. §. 219) erhält, wenn man seine Abmessungen möglichst herabziehen will, die Dicke $d' = 0{,}7\ d$, wenn d den Durchmesser des gleichwerthigen Stirnzapfens bezeichnet; dabei wird seine Länge $= 2\,d'$. Will man aber d' grösser lassen, so darf man gleichzeitig die Länge unter Beibehaltung der eintretenden Materialspannung vergrössern, wobei der Flächendruck günstig herabgezogen werden kann. Dieser Veränderlichkeit gemäss steht hier die Breite b' des Pleuelkopfes nicht wie bei den Köpfen für Stirnzapfen in einem bestimmten Verhältniss zu d_1, sondern dieses wird unter verschiedenen Umständen verschie-

den gewählt werden müssen. Um dieser Willkürlichkeit Rechnung zu tragen, nehmen wir für die Gabelzapfenköpfe die Bezugeinheit statt nach (228) nach der Formel:

$$\frac{d_1'}{d_1} = \sqrt{\frac{b}{b'}}\sqrt{\frac{d'}{d}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (230)$$

wobei b die bei dem normalen Pleuelkopfe anzuwendende Bügelbreite und d_1 dessen Bezugeinheit nach (228) bezeichnet. Es können dann alle oben für Stirnzapfenköpfe gegebenen Verhältnisse sofort für die Gabelzapfenköpfe benutzt werden. Die Schalenwanddicke e wird dabei aber nach wie vor auf den wirklichen Zapfendurchmesser d' bezogen. Formel (230) liefert, gleiches Material bei den beiden Constructionen vorausgesetzt, eine Verhältnisseinheit, welche dem abnormalen Pleuelkopf annähernd dieselbe Festigkeit gibt, wie sie dem normalen, d. h. für den normalen Zapfen construirten zukommt. Doch ist bei dem grossen Einfluss der empirischen Rücksichten ein vollkommenes Zutreffen derselben bei vorhandenen Ausführungen nicht zu erwarten; manche derselben stimmen sehr gut, andere aber haben wieder stärkere Abmessungen, z. B. solche, welche sich durch die Einheit $d_1' = d_1 \left(\frac{b}{b'}\,\frac{d'}{d}\right)^{3/4}$ bemessen lassen würden, unsere obigen Verhältnisse als beibehalten vorausgesetzt. Eine Abmessung, welche keine Verkleinerung zu erfahren hat, ist der Querschnitt der Keile, weil diese auf Abscheeren beansprucht sind, und weil ihre Grundfläche keinen zu starken Flächendruck erfahren darf. Wir nehmen sie in diesem Falle wie beim Pleuelkopf für den Stirnzapfen.

Beispiel. Gegeben der Zapfendruck 3600k für einen Gabelzapfen, dessen Schubstangenkopf nach Fig. 563 construirt werden soll. Nach Formel (217) kommt für den Stirnzapfen, wie in Beispiel 1. §. 241, die Zapfendicke $d = 60^{mm}$, *für den Gabelzapfen die Dicke* $d' = 0{,}7 \,.\, 60 = 42^{mm}$, *die Länge* $l' = 2 \,.\, d' = 84^{mm}$. *Wir geben nun dem Bügel dieselbe Breite, welche der Stirnzapfenkopf erhielt, d. i.* $b' = 60 - 2 \,.\, 7 = 46^{mm}$, *indem wir die Schale mit entsprechenden Wulsten versehen, und haben nun für die Model folgendes. Für den Stirnzapfen kommt aus Formel (228)* $d_1 = 60 + 5 = 65^{mm}$, *für unseren Gabelzapfen aus (230)* $d_1' = 65\sqrt{\frac{b}{b'}\,\frac{d'}{d}} = 65 \,.\, \sqrt{0{,}7} = 0{,}84 \,.\, 65 \sim 55^{mm}$. *Hiermit findet man z. B.: die Wandstärke des Bügels zu* $0{,}2 \,.\, 55 = 11^{mm}$, *die im Scheitel* $= 0{,}3 \,.\, 55 \sim 17^{mm}$. *Die Keile werden wie für den Stirnzapfenkopf genommen, da sie auf Abscheeren beansprucht sind. Es kommt also die Keil-*

breite = 0,22 . 65 ∼ 14mm, die Höhe des Keils am dünnen Ende = 0,2 . 65 = 13mm.

Fig. 572 zeigt einen geschlossenen schmiedeisernen Pleuelkopf, welcher sich gut für Gabelzapfen eignet. Derselbe dient häufig als Kopf für das schwingende Ende der Dampfmaschinenpleuelstangen, unter anderen bei vielen Maschinen von Seraing.

Der Pleuelkopf Fig. 573 enthält statt des Lagers für einen Gabelzapfen diesen letzteren selbst fest eingenietet. Das zugehörige Querhaupt muss demnach mit der Lagerung versehen sein, wozu beispielsweise das in Fig. 607, §. 251 taugt. Aehnliche Formen des schwingenden Endes der Pleuelstange haben bei Lokomotiven sowohl (Polonceau) als bei Schiffmaschinen (Humphry) Eingang gefunden. Bei dem obigen Pleuelkopf ist b' dem verfügbaren Raume nach zu wählen; die Höhe h der Gabel muss sich nach den Dimensionen der dort raumversperrenden Theile in jedem besonderen Falle richten.

Fig. 572.

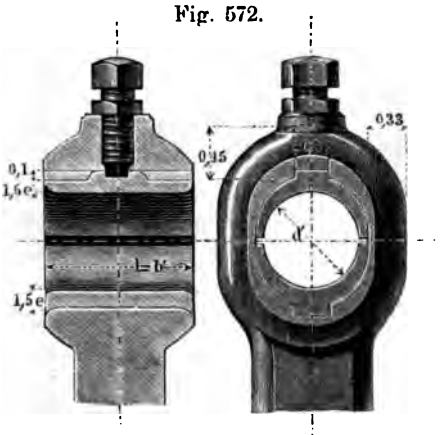


Fig. 573.

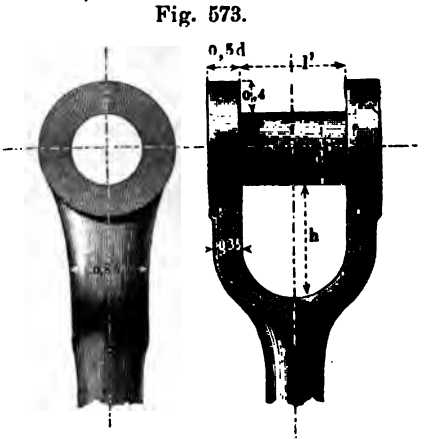


Fig. 574. Pleuelkopf für einen Gabelzapfen, ebenfalls für das schwingende Ende einer Pleuelstange, zu dem Kopfe Fig. 568 gehörig. Die Schalen sind wieder cylindrisch eingepasst, die eine in einem schmiedeisernen Druckblock. Der Druck des Stellkeiles (welcher ziemlich viel Raum beansprucht) wird durch ein bronzenes Zwischenstück auf den Druckblock übertragen. Keilsicherung nach Fig. 194. Die ganze Form ist sehr gefällig.

Fig. 575. Anderer Pleuelkopf für das schwingende Ende einer Pleuelstange, namentlich für Lokomotivmaschinen gebraucht, u. a. passend für eine Pleuelstange, deren rotirender Kopf nach

Fig. 569 gebaut ist. Auch hier haben die Schalen an der Rückseite keine Seitenränder. Der Stellkeil wird durch Drehen der

Fig. 574.

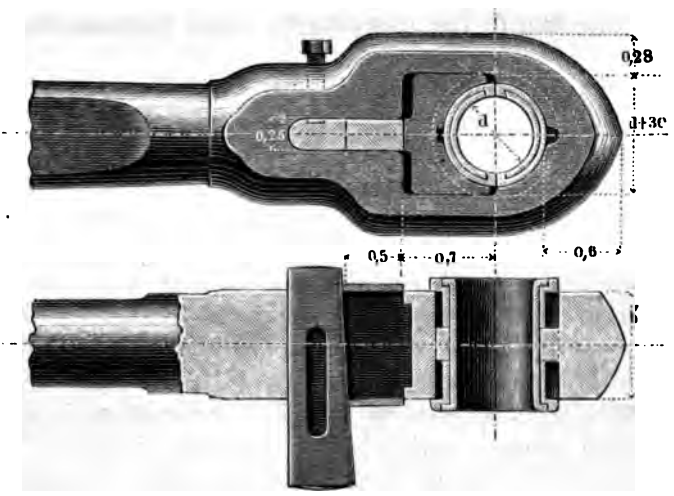
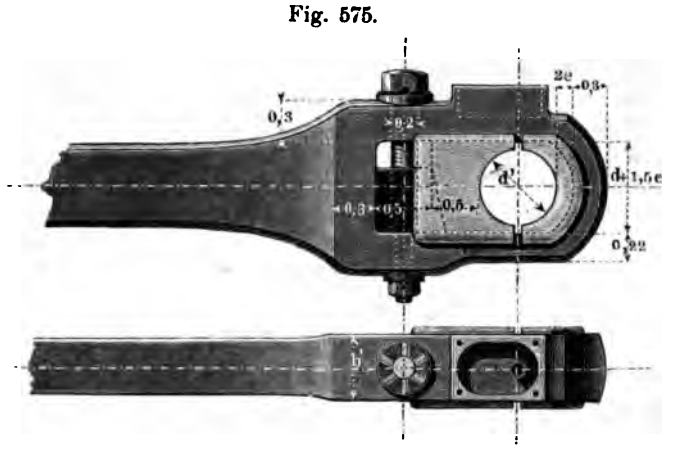


Fig. 575.



Schraube verschoben; letztere kann nach jeder Sechsteldrehung durch den Querstift festgestellt werden, indem für diesen in die festgezapfte Unterlegscheibe Rinnen eingefeilt sind. Neuere Constructionen zeigen den Kunstgriff, dass in der Schraube drei Bohrungen, in der Scheibe aber nur zwei (rechtwinklige) Kerben angebracht sind; die Sicherung erlaubt dann Zwölftel- statt Sechsteldrehungen.

§. 243.

Pleuelköpfe für erweiterte oder Halszapfen.

Bei den Halszapfen ist, wie aus §. 82 bekannt, die Zapfendicke d' in keinem theoretischen Zusammenhang mit der Dicke d des gleichwerthigen Stirnzapfens; dagegen soll man mit dessen Länge womöglich nicht unter die Länge l jenes Stirnzapfens gehen, welche Regel wir bei den Gegenkurbeln, Krummachsen und excentrischen Scheiben benutzt haben. Für diese so häufig vorkommenden Constructionen aber müssen nun auch die Pleuelköpfe construirt werden. Hierzu benutzen wir aber wieder dieselben Verhältnisse wie für die Stirnzapfenköpfe, mit Zugrundelegung der Einheit, welche aus Formel (230) hervorgeht. Dabei wird wieder wie dort die Bezugeinheit e der Schalenabmessungen nach wie vor auf den wirklichen Zapfendurchmesser d' bezogen. Demnach können alle oben für Stirnzapfenköpfe angegebenen Verhältnisszahlen auch wieder für die Köpfe von erweiterten Zapfen benutzt werden.

Beispiel. Soll statt des Gabelzapfens in dem Beispiel des vorigen Paragraphen ein Halszapfen von der Dicke $d' = 120^{mm}$ und der Länge $l' = 80^{mm}$ mit dem Pleuelkopf nach Fig. 563 versehen werden, so hat man, da wieder $\sqrt{P} = 60^{mm}$, $d_1 = 65^{mm}$, $b = 46^{mm}$, diese Werthe in (230) einzusetzen, um d_1' zu bestimmen. Die Bügelbreite b' können wir noch annehmen. Sie möge, was bei vielen Pleuelköpfen für Halszapfen gut angeht, = der Breite b des Bügels für den gleichwerthigen Stirnzapfen gemacht werden, und wir haben also $b' = b$ und somit

$$d_1' = d_1 \sqrt{\frac{120}{60}} = 65 \,.\, 1{,}414 = 92^{mm}$$

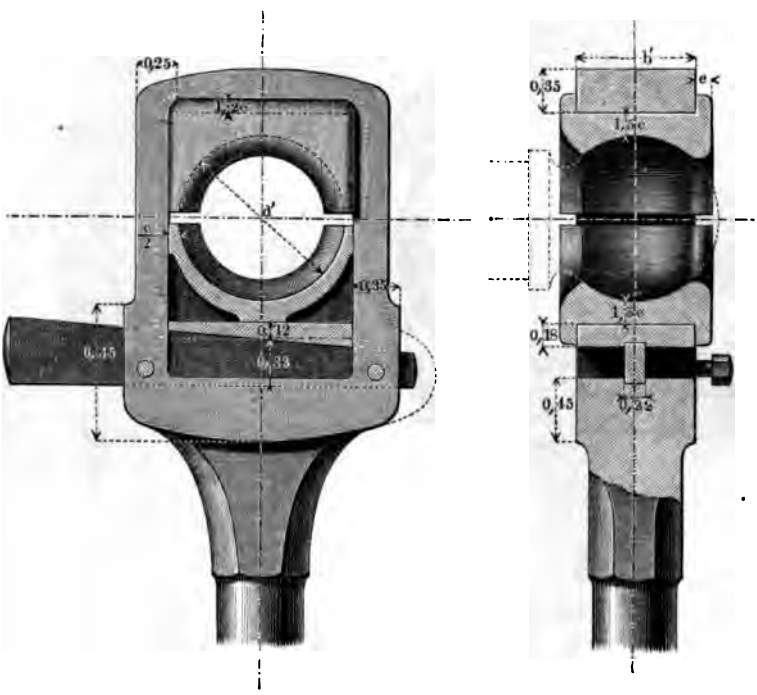
zu nehmen. Für die Schale wird $e = 3 + {}^7/_{100} \,.\, 120 = 11^{mm}$.

Mehrere Beispiele für Halszapfenköpfe geben die folgenden Constructionen, bei welchen absichtlich andere Formen ausgewählt sind, als bei den Stirnzapfenköpfen gegeben wurden, indem wir damit gleichzeitig wieder ebenso viele Muster von Pleuelköpfen für Stirnzapfen erhalten.

Fig. 576. Geschlossener Pleuelkopf (vergl. Fig. 557) auf einen Kugelzapfen angewandt. Der kugelförmige Stirnzapfen erhält nach §. 228 die 1,5fache Dicke des gleichwerthigen cylindrischen Stirnzapfens; ein solcher Kugelzapfen, z. B. einem Balan-

cierkopf nach Fig. 557 angehörig, ist hier angewandt gedacht, und wir haben für denselben $\frac{d'}{d} = 1{,}5\,d$, indem wir wieder wie in obi-

Fig. 576.



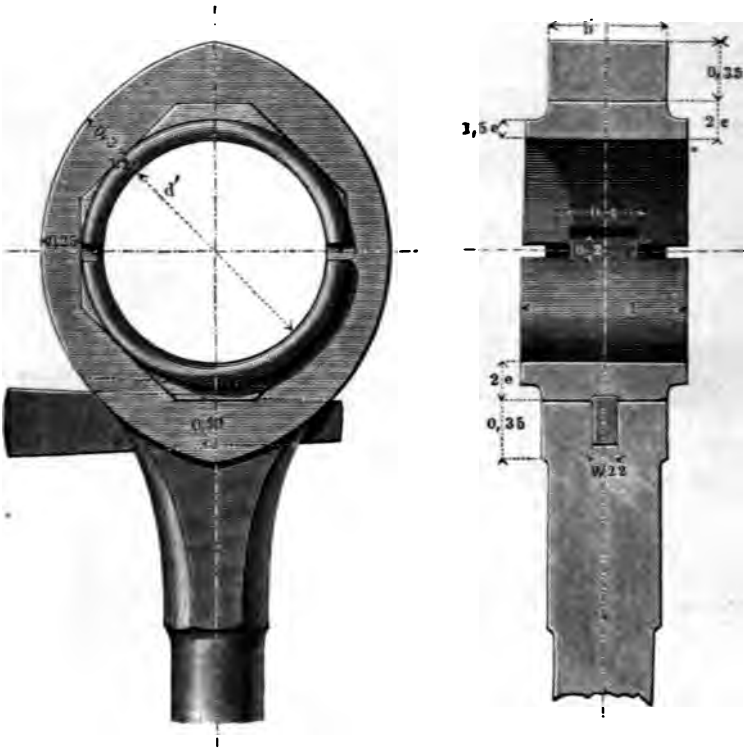
gem Beispiel $b' = b$ setzen, wird $d_1' = d_1\sqrt{1{,}5} = 1{,}225\,d_1$. Wäre also $d = 60^{mm}$, so würde $d' = 90^{mm}$, $d_1 = 65^{mm}$, $d_1' = 1{,}225 \cdot 65 = 80^{mm}$. Die Schalen haben nur an der Vorderfläche Seitenränder, so dass sie nach Wegnahme des Keiles durch den Rahmen hindurch nach vorn gezogen werden können. Der Keil kann auch, wie in Fig. 569, über statt unter die Schale gelegt werden, in welchem Falle das Nachtreiben die Schubstange verkürzt, statt sie wie hier zu verlängern. Bei den Kuppelstangen der Lokomotiven ist diese Construction des Kopfes, häufig mit der rechts punktirten Verstärkung, in Gebrauch.

Fig. 577 (a. f. S.). Anderer geschlossener Pleuelkopf, beim Watt'schen Parallelogramm und anderen Lenkermechanismen sehr häufig gebraucht.

Für die Halszapfen der Krummachsen, Gegenkurbeln und

ähnlichen Constructionen bedarf man eines Pleuelkopfes, welcher sich öffnen lässt. Sehr gut eignen sich hierzu Formen, bei wel-

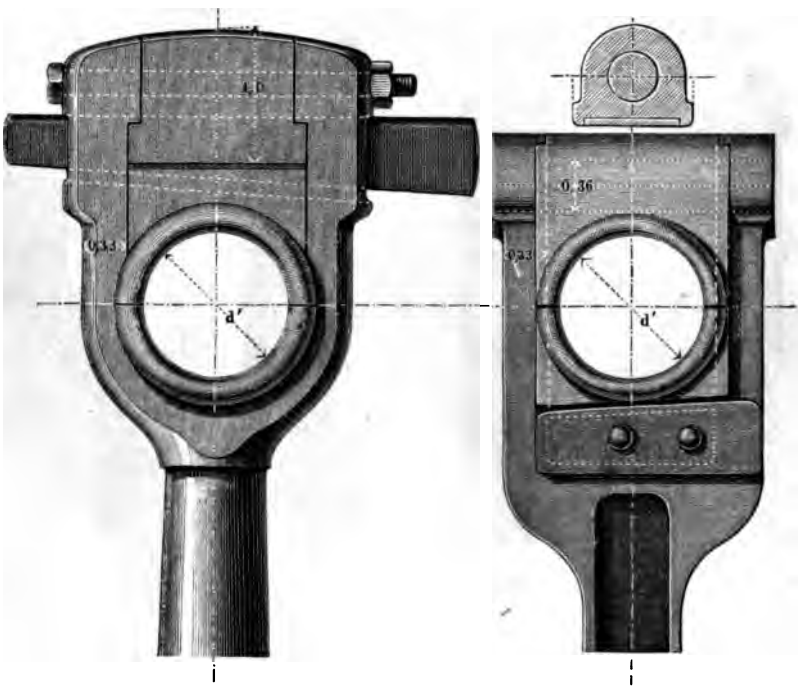
Fig. 577.



chen die Schliessung durch ein est eingepasstes Füllstück geschieht, welches gleichsam den geschlossenen Rahmen um die Pfanne herum wieder herstellt. Solche künstlich geschlossene Pleuelköpfe stellen die beiden folgenden Figuren dar. Fig. 578 entspricht der bei Fig. 568 besprochenen Bauart. Das Füllstück wird durch zwei Falze gehalten und durch zwei quer durchgehende gesicherte Schrauben festgeklemmt. Fig. 579 (Krauss) ist aus der Construction in Fig. 570 entwickelt, und mit jener zusammen an Kuppelstangen von Lokomotiven benutzt. Das Füllstück besteht hier aus Bronze, indem es nämlich mit der äusseren Schale in eine Construction zusammengezogen ist. Es wird durch eine einzige scharf eingepasste Querschraube (welche in der Figur herausgenommen gedacht ist) gehalten; die eingefalzten Fort-

sätze der Rahmenschenkel verhindern seine Drehbarkeit. Ueber der Hauptfigur ist ein Schnitt durch die äussere Schale, deren

Fig. 578. Fig. 579.



Weissgussfutter sichtbar ist, dargestellt. Die Schalenfuge ist durch eingelegte Kupferplättchen geschlossen. Material an Kopf und Schraube ist Stahl.

Fig. 580 und 581 (a. f. S.) sind Excentrikbügel, hier aus Bronze construirt gedacht. Sie erhalten die Breite $b' = l =$ der Länge des gusseisernen Stirnzapfens, welcher dem Zapfendruck des Excentriks entspricht, siehe § 82. Ist $\sqrt{P} = 40$, also $d_1 = 45^{mm}$, $l = b = 60^{mm}$, so wird bei $d' = 400^{mm}$, $b' = l = 60^{mm}$; $d_1' = 45 \cdot \sqrt{\frac{400}{40}} = 45 \cdot 3{,}16 = 142^{mm}$. Macht man $d' = d$, so liefern die hier gegebenen Verhältnisszahlen wieder zwei lagerartige Pleuelköpfe für Stirnzapfen. Eine einzige Abweichung von der Regelmässigkeit in der Uebertragung der Verhältnisszahlen nach

Formel (230) machen die beiden Deckelschrauben bei den lagerartigen Köpfen. Man nehme ihre Dicke δ nach folgender Formel:

$$\delta = 0{,}33\, d_1 + 0{,}05\, d_1' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (231)$$

Fig. 580.

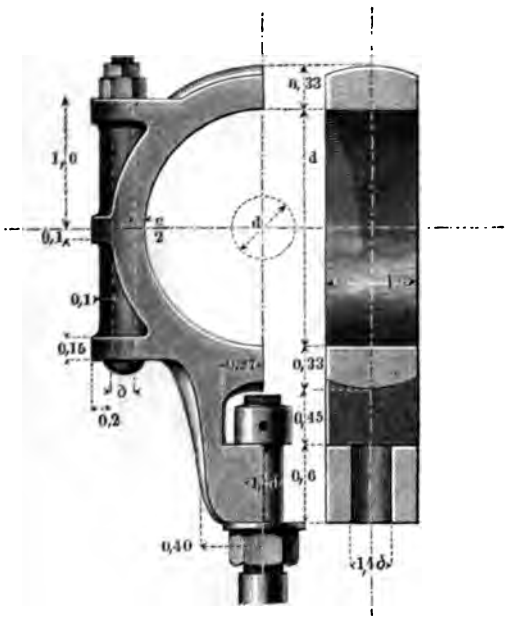
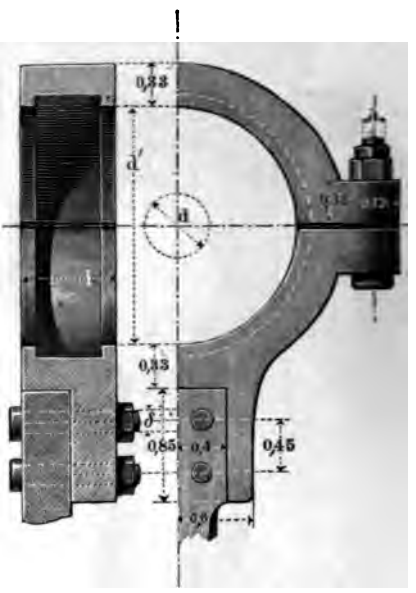


Fig. 581.



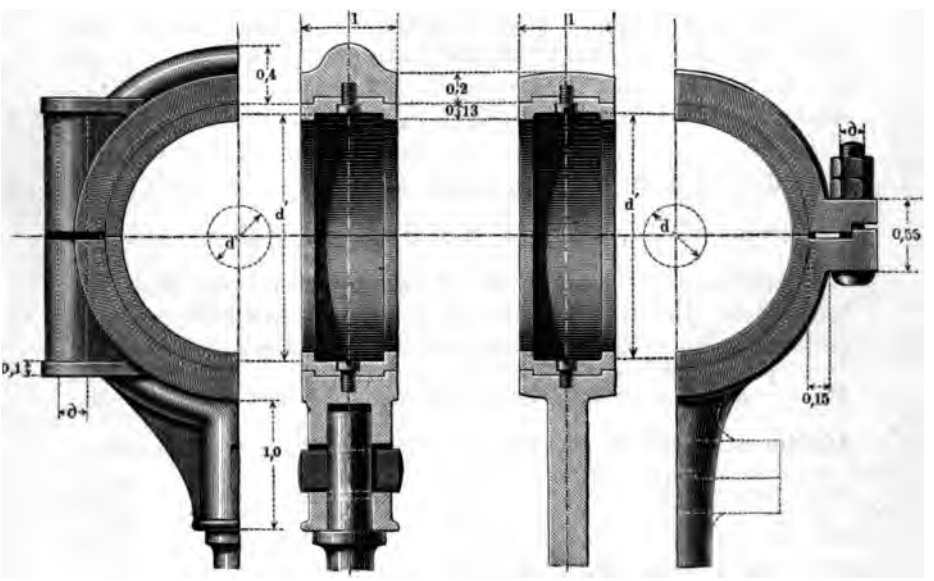
wobei d_1' die Bezugeinheit für den Halszapfen, d_1 für den gleichwerthigen Stirnzapfen bezeichnet. Für das Beispiel mit $d' = 400^{mm}$ hatten wir $d_1' = 142^{mm}$, $d_1 = 45^{mm}$. Wir nehmen also: $\delta = 0{,}33 \cdot 45 + 0{,}05 \cdot 142 = 15 + 7{,}1 \sim 22^{mm}$. Wird $d' = d$, also $d_1' = d_1$, so gibt (231) die bei den Stirnzapfenköpfen eingeschriebene Abmessung.

Fig. 582. Gusseiserner Excentrikbügel, mit Bronzefutter versehen, welch letzteres manche auch ganz weglassen. Der Pleuelschaft ist mittelst eines Querkeiles festgezogen, der parallel der Achse des Excentriks steht. Werden zwei excentrische Scheiben dicht nebeneinander gestellt, so richtet man die Querkeile unter 45° gegen die jetzige Stellung, damit sie zugänglich bleiben.

Fig. 583. Schmiedeiserner Excentrikbügel, ebenfalls mit Bronze gefüttert. Hier wie im vorigen Falle ist wieder die Fuge der Bronzeschale fest schliessend gemacht; die Ränder sind abzufeilen, sobald man nachstellen will. Statt die Pleuelstange

aus einem Stück mit dem unteren Bügel zu machen, wird sie auch häufig mittelst eines T-förmigen Kopfes angesetzt, den die Punktirung andeutet.

Fig. 582. Fig. 583.



§. 244.

Der runde Pleuelschaft.

Der Schaft der Pleuelstange wird aus Schmiedeisen, Gusseisen, Stahl (Gussstahl) oder auch hier und da aus Holz (Eichenholz) gefertigt. Seine Beanspruchung ist manchmal bloss eine solche auf Zug. Bezeichnet in diesem Falle, unter Voraussetzung eines kreisförmigen Schaftquerschnittes, D den Schaftdurchmesser, P die Zugkraft, so gehe man mit D nicht unter die folgenden Werthe herab:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Schmiedeisen } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}56, & \text{Gussstahl } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}44 \\ \text{Gusseisen } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}80, & \text{Eichenholz } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 2{,}18 \end{array}\right\} \quad (232)$$

Formel (230) machen die beiden Deckelschrauben bei den lagerartigen Köpfen. Man nehme ihre Dicke ∂ nach folgender Formel:

$$\partial = 0{,}33\, d_1 + 0{,}05\, d_1' \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (231)$$

Fig. 580.

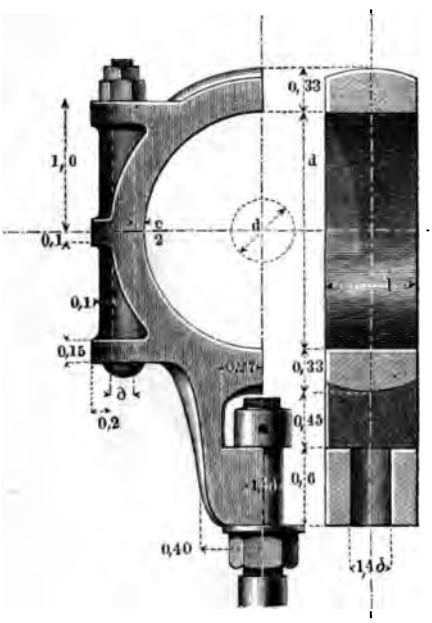
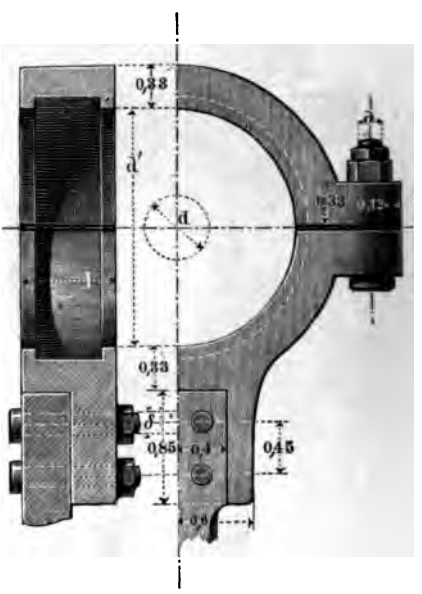


Fig. 581.



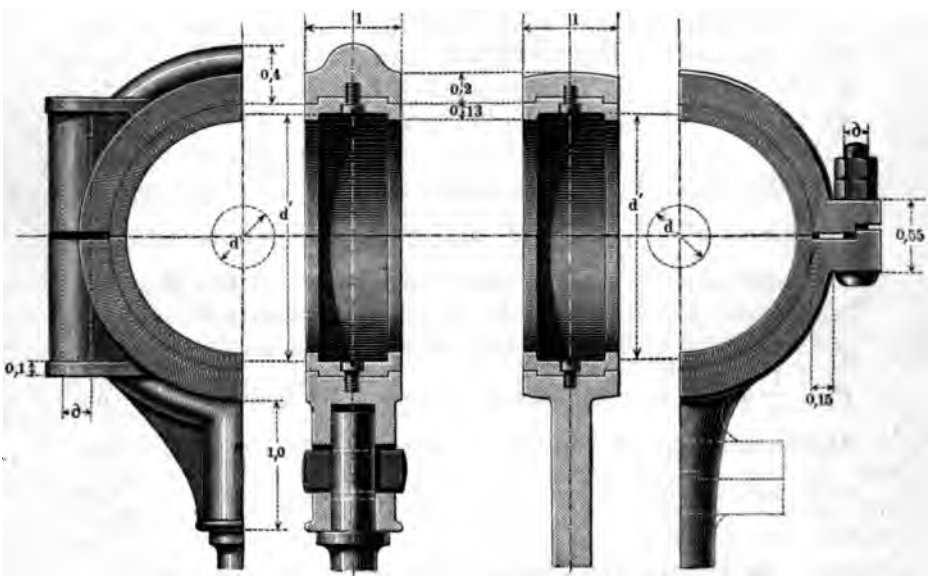
wobei d_1' die Bezugeinheit für den Halszapfen, d_1 für den gleichwerthigen Stirnzapfen bezeichnet. Für das Beispiel mit $d' = 400^{mm}$ hatten wir $d_1' = 142^{mm}$, $d_1 = 45^{mm}$. Wir nehmen also: $\partial = 0{,}33 \cdot 45 + 0{,}05 \cdot 142 = 15 + 7{,}1 \sim 22^{mm}$. Wird $d' = d$, also $d_1' = d_1$, so gibt (231) die bei den Stirnzapfenköpfen eingeschriebene Abmessung.

Fig. 582. Gusseiserner Excentrikbügel, mit Bronzefutter versehen, welch letzteres manche auch ganz weglassen. Der Pleuelschaft ist mittelst eines Querkeiles festgezogen, der parallel der Achse des Excentriks steht. Werden zwei excentrische Scheiben dicht nebeneinander gestellt, so richtet man die Querkeile unter 45° gegen die jetzige Stellung, damit sie zugänglich bleiben.

Fig. 583. Schmiedeiserner Excentrikbügel, ebenfalls mit Bronze gefüttert. Hier wie im vorigen Falle ist wieder die Fuge der Bronzeschale fest schliessend gemacht; die Ränder sind abzufeilen, sobald man nachstellen will. Statt die Pleuelstange

aus einem Stück mit dem unteren Bügel zu machen, wird sie auch häufig mittelst eines T-förmigen Kopfes angesetzt, den die Punktirung andeutet.

Fig. 582. Fig. 583.



§. 244.

Der runde Pleuelschaft.

Der Schaft der Pleuelstange wird aus Schmiedeisen, Gusseisen, Stahl (Gussstahl) oder auch hier und da aus Holz (Eichenholz) gefertigt. Seine Beanspruchung ist manchmal bloss eine solche auf Zug. Bezeichnet in diesem Falle, unter Voraussetzung eines kreisförmigen Schaftquerschnittes, D den Schaftdurchmesser, P die Zugkraft, so gehe man mit D nicht unter die folgenden Werthe herab:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Schmiedeisen } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}56, & \text{Gussstahl } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}44 \\ \text{Gusseisen } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 0{,}80, & \text{Eichenholz } \dfrac{D}{\sqrt{P}} = 2{,}18 \end{array}\right\} \quad . \quad (232)$$

wobei im Schaft die Zugspannungen $4.2\ k^2$ und 6.27^2 entstehen. Diese Werthe sind $^2/_3$ der gewöhnlich von uns angewandten Spannungen 6.3, 10 und 9.4, indem Rücksicht genommen ist auf etwaiges stossweises Anlehen, welches durch die Schalenabnützung leicht herbeigeführt wird.

Dieselben Formeln können gelten, wenn die Stangen sehr kurz sind, und auf Druckfestigkeit beansprucht werden: ist dagegen die Stangenlänge L so gross, dass Beanspruchung auf rückwirkende oder Strebfestigkeit entsteht, so muss die Schaftdicke meistens grösser genommen werden. Bei Zugrundelegung des Falles II. §. 16 hat man (vergl. auch §. 152) P kleiner zu nehmen als $\pi^2 \frac{JE}{L^2}$, wobei J wieder das Trägheitsmoment des Schaftquerschnittes und E den Elasticitätsmodul des Materials bezeichnet. Um wieviel aber P kleiner bleiben soll, oder wie gross man den Sicherheitscoëfficienten m nehmen soll, wenn wir $P = \frac{1}{m} \pi^2 \frac{JE}{L^2}$ setzen, darüber schwanken die Ansichten, wie die Ausführungen zeigen, ebensosehr wie bei den Säulen. Man erhält, wenn man vorläufig m noch unbestimmt lässt, wegen $J = \frac{\pi}{64} D^4$ und $E = 20000$ bei Schmiedeisen und Gusstahl, 10000 bei Gusseisen und 1100 bei Holz, folgende Formeln für die Schaftdicke:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Schmiedeisen und Gusstahl} & D = 0{,}10\ \sqrt[4]{m}\ \sqrt{L\sqrt{P}} \\ \text{Gusseisen} \ldots\ldots\ldots & D = 0{,}12\ \sqrt[4]{m}\ \sqrt{L\sqrt{P}} \\ \text{Eichenholz} \ldots\ldots\ldots & D = 0{,}21\ \sqrt[4]{m}\ \sqrt{L\sqrt{P}} \end{array}\right\} . \quad (233)$$

und hat bei

m =	1,5	2	3	4	6	8	10	15	20	25	30	40	50	60
$\sqrt[4]{m}$ =	1,10	1,19	1,32	1,41	1,56	1,68	1,78	1,97	2,11	2,24	2,34	2,51	2,66	2,78

Bezeichnet man den Coëfficienten vor $\sqrt{L\sqrt{P}}$ mit C, so kann man die obigen Formeln auch so schreiben:

$$\frac{D}{\sqrt{P}} = C\sqrt{\frac{L}{\sqrt{P}}}$$

und hat nun C je nach der gewünschten Sicherheit m verschieden zu wählen. Die Praxis zeigt, wie gesagt, grosse Schwankungen von m. Bei Landdampfmaschinen, namentlich kleineren Maassstabes, findet man m sehr hoch, oft 50 bis 60. Doch sind die gewöhnlichen kleinen Dampfmaschinen nicht maassgebend, weil

bei diesen ein wenig ab oder zu unwesentlich sowohl für den Materialverbrauch, als für die Wirkung ist. Bei mittelgrossen und grossen Landdampfmaschinen findet sich m zwischen 5 und 25, häufig $= 20$. Zum Theil kann man dies der Anwendung eines Doppelzapfens an dem einen Pleuelstangenende zuschreiben, welcher die Stange für die Biegungen in der Zapfenebene in dem Fall I. §. 16 versetzen könnte, wonach dann m nicht unter 4 betragen dürfte.

Bei $m = 20$ kommt für Schmiedeisen und Gussstahl $C = 0{,}21$.

1. Beispiel. Eine schmiedeiserne Pleuelstange von 3000mm Länge, welche einen Druck von 14400k erhält, einen Doppelzapfen an dem einen Ende vorausgesetzt, hiernach eine Schaftdicke $D = 0{,}21\sqrt{3000 \cdot \sqrt{14\,400}} = 0{,}21\sqrt{3000 \cdot 120} = 21\sqrt{36} = 126$mm.

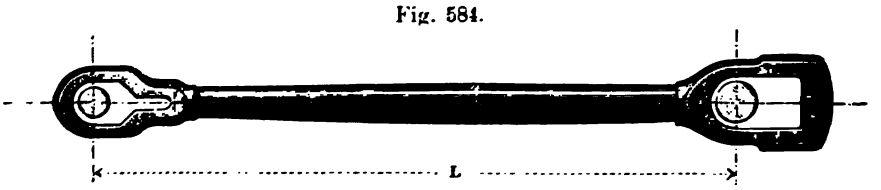
Der Schaft kann nach den beiden Enden hin verjüngt werden, und zwar gemäss Fig. 1 etwa so, dass man an den Enden die Dicke $0{,}7\,D$ anwendet und das Profil nach einer beliebigen, schwach gekrümmten Linie bildet. Dieselbe hüllt die durch Formel (23) dargestellte cykloidische Sinoide ein.

An den Enden ist der Schaft recht allmählich in die Köpfe überzuführen, damit keine zu plötzlichen Spannungswechsel in den Querschnitten entstehen. Diese zeigen sich um so nachtheiliger, je grösser die Geschwindigkeit der Stange ist. Wird letztere sehr gross, wie z. B. bei den Lokomotiven, so tritt auch noch eine merkbare Biegungsbeanspruchung im Schafte ein; es ist die durch das sogenannte Peitschen der Stange bei jeder Kurbeldrehung zweimal erfolgende Hin- und Herbiegung in der Kurbelebene, welche mit den lebendigen Kräften und dem Gewicht der Stange zunimmt. Diese Biegung äussert sich bei einer gewöhnlichen Pleuelstange, welche Kolben und Kurbel einer Dampfmaschine verbindet, am stärksten an einer Stelle, welche zwischen der Schaftmitte und der Kurbelwarze liegt. Ihretwegen verlegen manche die grösste Schaftdicke ausserhalb der Stangenmitte etwas nach der Kurbel hin, wie es an der auf folgender Seite dargestellten, der Praxis entnommenen, gefällig geformten Stange geschehen ist (Fig. 584).

Es muss indessen bemerkt werden, dass bei den gebräuchlichen Kolbengeschwindigkeiten von 1.2 bis 1,5 Meter der Einfluss des Peitschens verschwindend ist, und durch den oben angewandten Sicherheitscoëfficienten meistens reichlich gedeckt wird. Somit

ist diese Feinheit in der Formgebung mehr auf Rechnung eines eleganten Ausdruckes der in den Theilen wirkenden Kräfte, als auf den einer Nothwendigkeit zu setzen; überdies aber erleichtert

Fig. 584.

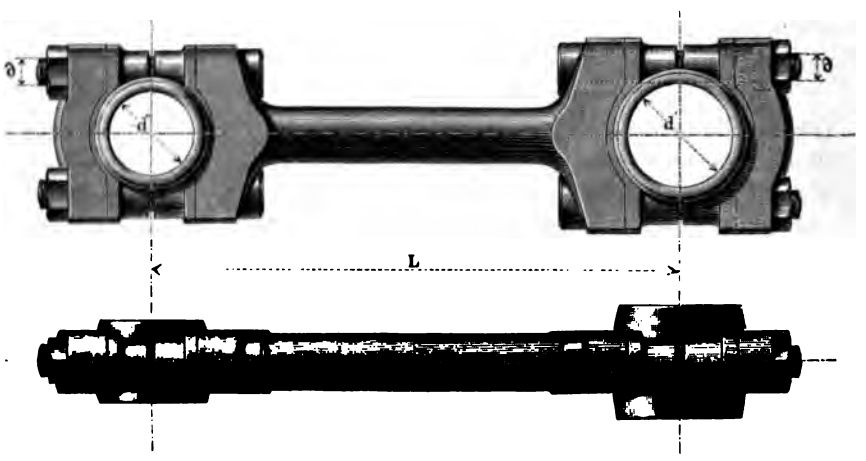


sie auch den Uebergang von dem dünneren zum dickeren Pleuelkopfe, und ist deshalb häufig durchaus empfehlenswerth.

Bei den Dampfmaschinen mit hoher Kolbengeschwindigkeit, oder Schnell-Läufern, tritt die Frage wegen des Peitschens mehr in den Vordergrund. Man findet bei Allen's schnelllaufenden Dampfmaschinen mitunter die Pleuelstange sehr dick ausgeführt und die stärkste Stelle ganz nahe an die Kurbel gerückt. Doch kann dies nicht als maassgebend angesehen werden, da bei den Lokomotiven, wie im folgenden Paragraphen zu finden, der Sicherheitsgrad m trotz der hohen Geschwindigkeit klein genommen wird.

Bei den Schiffmaschinen findet sich m meistens ungemein hoch, nämlich zu 30, 40, 60 ja 80. Dabei schwankt das Verhält-

Fig. 585.



niss von D zu $\sqrt{P}$ nur wenig, etwa zwischen 0,70 und 0,78. Beides mag davon herrühren, dass gewohnheitsgemäss die Pleuelschaftdicke dem Cylinderdurchmesser proportional gemacht wird (zwischen 0,85 und 0,95). Ausserdem hat man bei der Schiffmaschine darauf zu achten, dass der Unterbau sehr beweglich und nachgiebig ist, eine hohe Sicherheit sich also sehr empfiehlt. Fig. 585 stellt die Pleuelstange einer Schraubenschiffmaschine dar. Der Schaft ist ganz cylindrisch, die Köpfe sind ähnlich dem in Fig. 567 gegebenen Beispiele gebildet.

2. Beispiel. Gegeben $P = 43000^k$, $L = 1515^{mm}$ *für eine Schraubenschiffmaschine. Es ist* $\sqrt{P} = \sqrt{43000} = 207$. *Bei* $m = 20$ *erhielten wir also nach dem Obigen* $D = 207 \,.\, 0{,}21 \sqrt{\frac{1515}{207}} = 0{,}21 \,.\, 207 \,.\, 2{,}7 = 117^{mm}$. *Maudslay hat aber in einem Beispiel von denselben Urangaben genommen* $D = 152^{mm}$, *was dem Sicherheitscoëfficienten* $m = 54{,}7$ *entspricht. Die Dicke* ∂ *der Schrauben hat man dabei genommen* $= 76^{mm}$; *wir würden nach Fig. 567 gemacht haben* $\partial = 0{,}53 \sqrt{\frac{43000}{2}} = 0{,}53 \,.\, 146{,}4 = 77{,}7 \backsim 78^{mm}$. *In anderen Fällen bei Schraubenschiffen findet man den Quotienten* $\frac{\partial}{\sqrt{0{,}5\,P}} = 0{,}67$ *bis* $0{,}75$, *was theilweise der Anwendung des tiefer einschneidenden flachen Gewindes zuzuschreiben ist, theilweise auch wohl dem Wunsche nach erhöhter Sicherheit Rechnung tragen mag.*

§. 245.

Der vierkantige Pleuelschaft.

Soll der Schaftquerschnitt rechteckig gemacht werden, so kann man zuerst nach den Regeln des vorigen Paragraphen das Conoid, welches dem Kreisquerschnitt entsprechen würde, bestimmen und dessen Querschnitte in Rechtecke verwandeln. Bezeichnet

h die grössere,

b die kleinere Seite irgend eines der zu suchenden Rechtecke,

∂ den Durchmesser des Kreisquerschnittes für dieselbe Schaftstelle,

so nehme man, bei gegebener Höhe h:

$$\frac{b}{\partial} = \sqrt[3]{\frac{3\,\pi}{16}\,\frac{\partial}{h}} = 0{,}84 \sqrt[3]{\frac{\partial}{h}} \quad \ldots\ldots \quad (234)$$

bei gegebener Breite b:

$$\frac{h}{\partial} = \frac{3\pi}{16}\left(\frac{\partial}{b}\right)^3 = 0{,}59\left(\frac{\partial}{b}\right)^3 \ldots\ldots (235)$$

und bei gegebenem Verhältniss $\frac{b}{h}$:

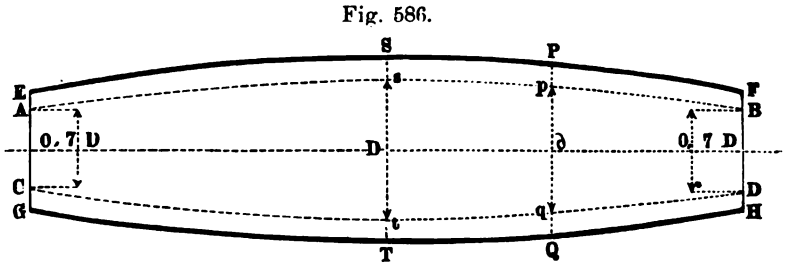
$$\frac{b}{\partial} = \sqrt[4]{\frac{3\pi}{16}\frac{b}{h}} = 0{,}88\sqrt[4]{\frac{b}{h}} \ldots\ldots (236)$$

Eine Reihe von Werthen, welche diese Formeln liefern, gibt folgende kleine Tabelle.

$\frac{h}{\partial}$	$\frac{b}{\partial}$	$\frac{b}{\partial}$	$\frac{h}{\partial}$	$\frac{h}{b}$	$\frac{b}{\partial}$
1,0	0,84	0,50	4,72	1,0	0,88
1,1	0,81	0,53	3,98	1,25	0,83
1,2	0,79	0,56	3,38	1,50	0,79
1,3	0,77	0,60	2,75	1,75	0,76
1,4	0,75	0,63	2,37	2,00	0,74
1,5	0,73	0,66	2,07	2,5	0,70
1,6	0,72	0,70	1,73	3,0	0,67
1,7	0,70	0,75	1,39	3,5	0,64
1,8	0,69	0,80	1,15	4,0	0,62
2,0	0,67	0,84	1,00	4,5	0,60

1. Beispiel. Am bequemsten ist es, das Höhenprofil EFGH der Stange anzunehmen, Fig. 586, und das Breitenprofil nach Spalte 1 und 2 zu

Fig. 586.



suchen. Nach Verzeichnung des ideellen runden Schaftes ABCD wird EFGH nach dem Geschmack gewählt, doch stets so, dass die Höhen ST, PQ u. s. w. grösser sind als die Durchmesser s t und p q des ideellen Schaftes an denselben Stellen. Ist dann z. B. $\overline{ST} = 1{,}6\ \overline{st}$, *so ist dort nach Zeile 7 Spalte 2 die Breite* $b = 0{,}72\ \overline{st}$ *zu nehmen; ist* $\overline{PQ} =$

1,5 $\overline{pq}$, so hat man dort die Breite = 0,73 $\overline{pq}$ zu setzen. — Soll b = 0,7 D sein, so wird die Höhe $\overline{ST}$ nach Spalte 3 und 4, Zeile 7 = 2,07 l). Will man durchgängig die Höhe gleich der doppelten Breite erhalten, so ist gemäss Spalte 5 und 6, Zeile 5 die Breite b an jeder Stelle = 0,74 der dort gültigen Schaftdicke δ zu machen.

Manchmal ist es auch erwünscht, den Rechteckquerschnitt des Schaftes unmittelbar berechnen zu können; man hat das kleinste der Trägheitsmomente des Schaftquerschnitts einzuführen, also $J = \frac{1}{12} h b^3$ zu setzen, und erhält für Schmiedeisen und Gussstahl:

bei gewähltem Werthe b:

$$h = 0{,}00006\, m \frac{P L^2}{b^3} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (237)$$

bei gewähltem Werthe h:

$$b = 0{,}039 \sqrt[3]{m} \sqrt{\frac{P L^2}{h}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (238)$$

und bei gegebenem Verhältniss von h zu b:

$$h = 0{,}088 \sqrt[4]{m} \sqrt[4]{\left(\frac{h}{b}\right)^3} \sqrt{L \sqrt{P}} \quad \ldots\ldots \quad (239)$$

Für letztere Formel hat man, wenn

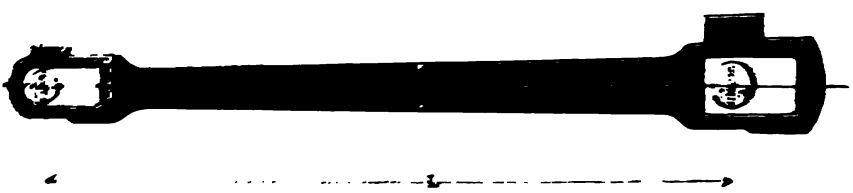
$\frac{h}{b}$ =	1,5	1,6	1,7	1,8	1,9	2,0	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
$\sqrt[4]{\left(\frac{h}{b}\right)^3}$ =	1,36	1,42	1,49	1,55	1,62	1,68	1,74	1,80	1,87	1,93	1,99

Die wichtigste Anwendung der flachgeschäfteten Pleuelstangen ist die bei den Lokomotiven. Hier wird der rechteckige Schaftquerschnitt fast allein angewandt, theils wegen der bequemen Bearbeitung, theils um dem Einfluss des Peitschens zu begegnen, weshalb die grössere Abmessung auch parallel der Kurbelebene gestellt wird. Die Sicherheit wird dabei sehr klein genommen, d. h. die Stange so leicht als thunlich hergestellt, um die „störenden Bewegungen“ klein zu halten, gleichzeitig wird damit die Wirkung des Peitschens auf die Stange herabgezogen, indem diese, wie oben schon erwähnt, zu dem Gewichte des Schaftes in ziemlich directem Verhältniss steht.

Was zunächst die Kolbenpleuelstange oder Treibstange betrifft, so findet sich bei derselben m zu 2 bis 1,5 herab angenommen. Dies gilt vom mittleren Querschnitt. Nach den Enden zu,

[illegible] Verjüngung auf [illegible] bis [illegible] der Höhendimension statt, so dass dort eine Druck- und Zugspan-

Fig. 587.



[illegible] Eine Lokomotiv-[illegible] Fig. 587 dar. Nach dem Kurbelende hin nimmt [illegible] die Höhe h noch zu, was die Anfertigung und den Formenübergang erleichtert.

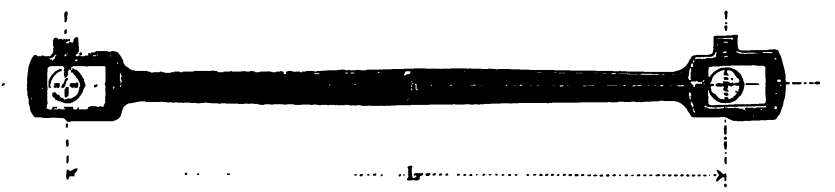
2. Beispiel. Gegeben bei einer Lokomotive der Druck auf die Treibstange $P = 13000^k$, ferner die Länge $L = 1830^{mm}$, das Verhältniss $\frac{h}{b} = 2{,}5$. Dann ist bei $m = 1{,}5$ d. i. $\sqrt[4]{m} = 1{,}1$ (s. §. 244 nach 239) zu machen $h = 0{,}088 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}99 \cdot \sqrt{1830 \cdot \sqrt{13000}} = 0{,}088 \cdot 1{,}1 \cdot 1{,}99 \cdot 456{,}7 \sim 88^{mm}$, also $b = 0{,}4 \cdot 88 \sim 35^{mm}$. Eine Ausführung für dieselben Urangaben (Borsig) zeigt $h = 85^{mm}$, $b = 36^{mm}$. Andere zusammengehörige Werthe, welche guten Ausführungen entnommen wurden, sind:

$$P = 11500^k,\ L = 1654^{mm},\ h = 85^{mm},\ b = 33^{mm}$$
$$P = 14600^k,\ L = 1700^{mm},\ h = 95^{mm},\ b = 36^{mm}.$$

Beide entsprechen einem Sicherheit-coëfficienten $m = 1{,}5$ bis $1{,}6$.

Bei den Kuppelstangen der Lokomotiven ist die Wirkung des Peitschens noch weit stärker als bei den Treibstangen. Die stärkste Einbiegung droht hier in der Mitte der Stange, weshalb der Schaftquerschnitt dort am grössten zu nehmen ist. Fig. 588 stellt eine solche Stange dar. Die Keilungen der Schalen liegen

Fig. 588.



je auf derselben Seite des Zapfens, damit die Nachstellung nicht die Stangenlänge verändert; aus demselben Grunde, nämlich wegen Gleichheit der Abnützungen, sind die Längen der beiden Zapfen gleichgross zu machen (siehe §. 82). Bei Berechnung des Schaftquerschnittes wird vorausgesetzt, dass jedes der zu kuppelnden Räder gleichen Antheil an der Widerstandskraft am Umfang habe. Demnach kommt bei zwei gekuppelten Räderpaaren auf die Kuppelstange die Hälfte der Triebstangenkraft, bei drei gekuppelten Paaren auf die erste Kuppelstange $^2/_3$, auf die zweite $^1/_3$ jener Kraft. Hierbei muss aber Rücksicht auf den Umstand genommen werden, dass unter Umständen eines der Räder gleiten kann. Dies führt dahin, dass man für die Kuppelstange den Coëfficienten m nicht so klein wählen sollte, als für die Treibstange. Es empfiehlt sich, mit m nicht unter 2 zu gehen oder lieber noch etwas höher damit zu bleiben, wenigstens bei zwei gekuppelten Rädern. Dann kann nämlich das Gleiten eines Rades nie die Kuppelstange in unmittelbare Gefahr des Zerknicktwerdens bringen.

3. Beispiel. Die oben als Beispiel benutzte Lokomotive habe zwei gekuppelte Räderpaare. Dann ist die auf die Kuppelstange kommende Kraft $P = \frac{13\,000}{2} = 6500^k$. *Die Stangenlänge* L *sei* 2563^{mm}, $\frac{h}{b}$ *wieder* $= 2{,}5$. *Setzen wir nun einmal* $m = 2$, *so kommt nach (239)* $h = 0{,}088 \,.\, 1{,}19 \,.\, 1{,}99 \sqrt{2563 \sqrt{6500}} = 0{,}088 \,.\, 1{,}19 \,.\, 1{,}99 \,.\, 454{,}42 \sim 99^{mm}$, b *also* $= 0{,}4 \,.\, 99 \sim 39^{mm}$. *Man hat bei jener Ausführung (Borsig) für dieselben Urangaben genommen* $h = 98^{mm}$, $b = 39^{mm}$. *Andere Beispiele zeigen die Sicherheitscoëfficienten 1,9, 2,11, 2,8 u. s. w.*

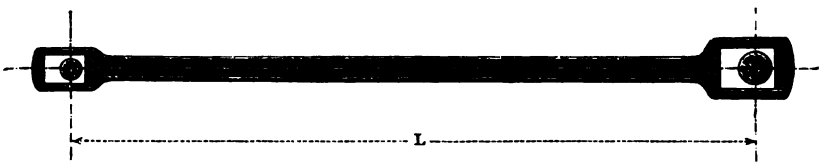
§. 246.

Der geflügelte und der gerippte Pleuelschaft.

Der schon bei den Achsen angewandte kreuzförmige Querschnitt ist für den gusseisernen Schubstangenschaft besonders gut geeignet. Auch hier wird zuerst der ideelle runde Schaft (für Gusseisen berechnet) in der oben angegebenen Form verzeichnet, das Höhenprofil angenommen und darauf das Breitenprofil aufgesucht. Ist an irgend einer Stelle wieder:

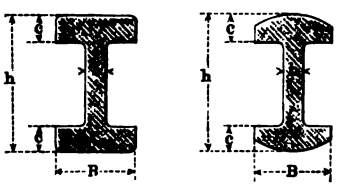
Das Bestreben, die Pleuelstangen der Locomotiven leicht zu bauen, hat dahin geführt, den gerippten oder Doppel-T-Querschnitt daselbst zu verwenden (Krauss u. Comp. in München). Eine Kuppelstange mit solchem Schaft zeigt Fig. 590. Die Her-

Fig. 590.



stellung des Schaftes aus einem massiven Stahlstab (durch Bohren auf der Langbohrmaschine) erlaubt nur eine leichte äussere Schwellung anzubringen, die bei der Kleinheit unserer Figur nicht andeutbar ist. Der Querschnitt ist sowohl mit geradlinigem als mit gerundetem Profil, Fig. 591, ausgeführt worden. Unter Vernachlässigung der Rundung hat man bei den eingeschriebenen Bezeichnungen das (kleinste) Trägheitsmoment des Querschnittes

Fig. 591.



$$J = \frac{1}{12}\left(2\,c\,B^3 + (h - 2\,c)\,b^3\right)$$

Behufs Berechnung setzen wir dasselbe gleich dem eines für die Kräfte berechneten Rechteckquerschnittes von der Höhe h und der Breite b_0 (vergl. §. 223) und erhalten dann

$$\frac{b_0}{b} = \sqrt[3]{1 + 2\,\frac{c}{h}\left(\left[\frac{B}{b}\right]^3 - 1\right)} \quad \ldots \quad (241)$$

Hieraus kann man, nachdem die Verhältnisse $\frac{c}{h}$ und $\frac{B}{b}$ gewählt sind, die numerischen Werthe leicht ermitteln.

2. Beispiel. Eine bewährte gerippte Kuppelstange einer Lokomotive (Krauss u. Comp.) hat im Mittelschnitt die Abmessungen $h = 80^{mm}$, $b = 10^{mm}$, $B = 47^{mm}$, $c = 15^{mm}$; ferner ist $L = 2450^{mm}$ und $P = 4950^{k}$. Wir wollen hieraus den angewandten Sicherheitsgrad m ermitteln, und

Fig. 592.

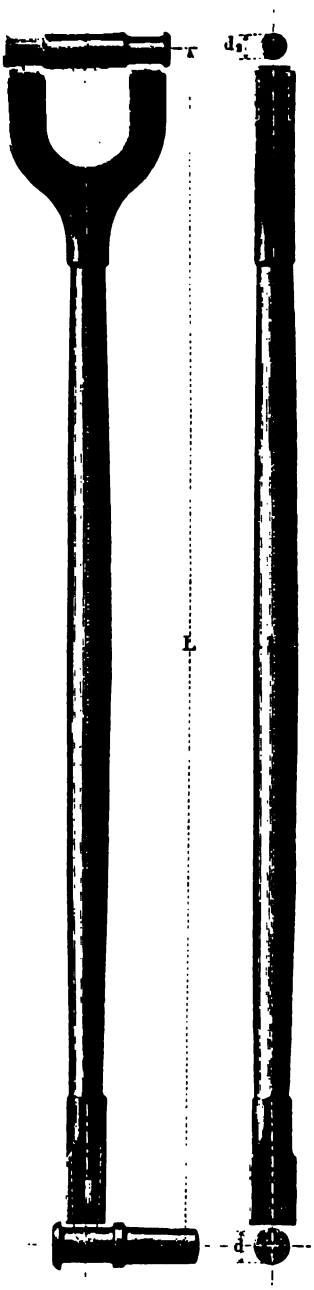
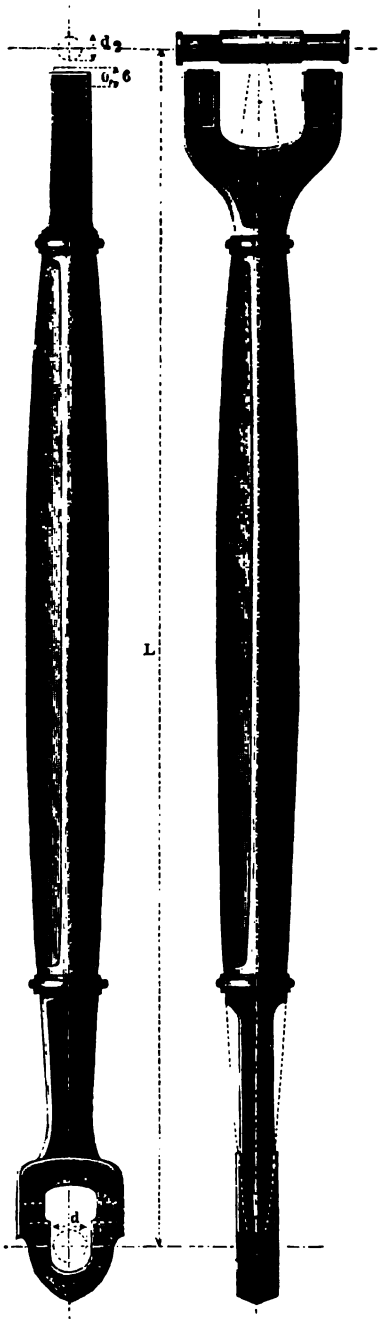


Fig. 593.



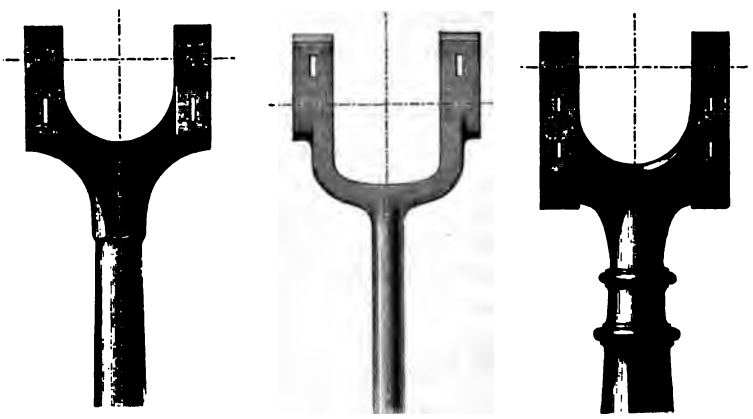
haben nach (241) zunächst $b_0 = b\sqrt[3]{1 + 2\,\frac{3}{8}\,(4{,}7^3 - 1)} = 10 \,.\, 4{,}28 \sim$ *42mm. Es folgt nun nach (237)* $m = \frac{100\,000}{6}\,\frac{h\,b_0^3}{P\,L^2} = \frac{100\,000 \,.\, 80 \,.\, 42^3}{6 \,.\, 4950 \,.\, 2450^2} =$ *nahe* $3\frac{1}{3}$*, wonach die Sicherheit keineswegs ungewöhnlich klein ist. Dabei verhält sich der gerippte Querschnitt dem Flächeninhalt nach zum vollen wie* $2 \,.\, 15 \,.\, 47 + 50 \,.\, 10 : 80 \,.\, 43$ *oder wie 191 : 344. Die ganze Stange wiegt ganz montirt nur 125 Pfund.*

§. 247.

Schmiedeiserne und gusseiserne Pleuelstange.

Die nebenstehenden Figuren führen eine schmiedeiserne Pleuelstange mit rundem Schaft und eine gusseiserne Flügelstange vor Augen. Die erstere hat an dem gabelförmig gestalteten, also für einen Achszapfen bestimmten oberen Kopfende eingefalzte Kappenschenkel, während diese am anderen Ende wie gewöhnlich geformt sind. Bei der gusseisernen Stange liebt man es mit Recht, den geflügelten Theil des Schaftes durch Bundringe von den Kopfenden zu trennen. Der untere, der Kurbel zugewandte Kopf erhält einen vierkantigen Hals, welcher mit seiner flachen Seite der Kurbel zugewendet und etwas länger ist als der Kurbelarm vermehrt um die halbe Nabendicke. Er verstattet, die Pleuelstange recht nahe an die Kurbel zu bringen.

Fig. 594. Fig. 595. Fig. 596.



Einige besondere Formen für die gabelförmige Endung der Pleuelstangen zeigen die folgenden drei Figuren. Fig. 594 liefert

eine weit kürzere Gabel, als die in Fig. 592 ist; Fig. 595 passt für den rechteckigen, an den schmalen Seiten abgerundeten Schaftquerschnitt; Fig. 596 ist für sehr lange gusseiserne Pleuelstangen geeignet. Die Kappen der Lagerschalen sind hier an beiden Enden geschlossen, und es findet das Nachtreiben der Schalen wie beim Sharp'schen Pleuelkopf mit Hilfe einer Druckplatte statt. Manchmal ist eine Pleuelstange in Form eines Rahmens auszuführen, welcher rechteckig oder trapezförmig zu machen ist. Die Schenkel dieses Rahmens sind ähnlich wie einzelne Pleuelstangen, Kopf- und Fusstheil wie Querhäupter zu behandeln, über welche das nächste Kapitel den nöthigen Aufschluss gibt.

XVII. QUERHÄUPTER.

§. 248.

Verschiedene Arten von Querhäuptern.

Querhäupter oder Kreuzköpfe sind die Zapfenverbindungen, welche den Gelenkzusammenhang zwischen den Pleuelstangen und den durch sie zu schiebenden Kolbenstangen, Schlitten, Pumpenkolben u. s. w. zu vermitteln haben. Sie werden mit Stirn-, Doppel- und Gabelzapfen, vorwiegend aber mit den beiden letzten Zapfenarten ausgeführt, und können als die losgetrennten Köpfe von Hebeln angesehen werden, welchen man in Ersetzung der führenden Hebelarme durch andere Führungstheile eine bestimmte Bahn vorschreibt. Die Führung geschieht in der Regel entweder mittelst Gelenkführungen (Parallelogramm u. s. w.), oder mittelst Lineal- oder Schienenführungen, oder auch endlich man überlässt die Führung des Querhauptes den Stangen (Kolbenstangen, Schieberstangen), an welche sie angreifen, und gibt ihm deshalb keine besonderen führenden Theile. Hiernach unterscheiden wir:

1. Freigehende Querhäupter,
2. Querhäupter mit Lenkzapfen,
3. Querhäupter mit Linealführung,

bei welcher Eintheilung wir auf die Art des angewandten Zapfens keine besondere Rücksicht nehmen. Einige wichtige Beispiele von Querhäuptern sind in dem Folgenden zusammengestellt.

§. 249.

Freigehende Querhäupter.

Zwei kleine freigehende Querhäupter aus Schmiedeisen zeigen Fig. 597 und 598. Sie haben (schmiedeiserne) Doppelzapfen. Die Kolbenstange nehme man im Querhaupt nicht dünner als d_1.

Fig. 597.

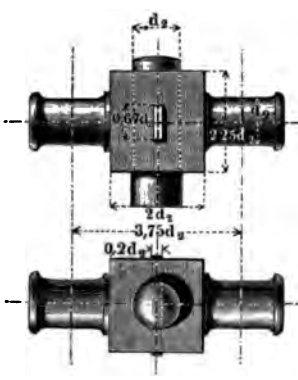


Fig. 598.

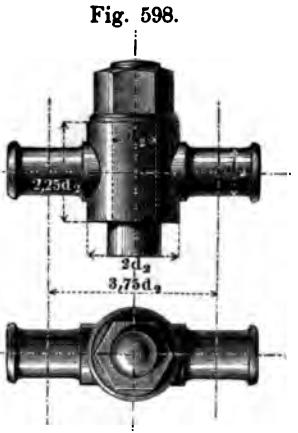
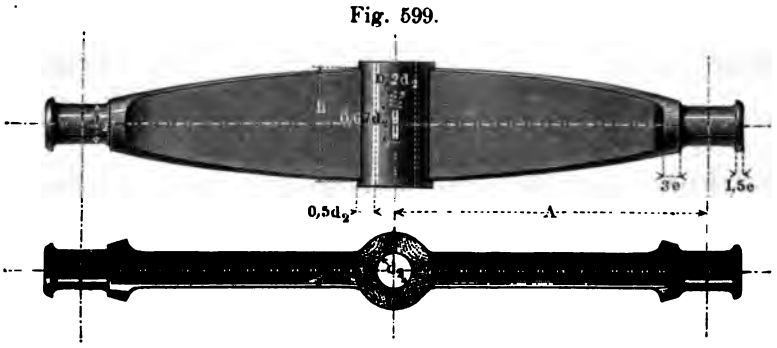


Fig. 599.



Eine Ausdehnung der vorigen Constructionen zeigt Fig. 599. Dieses Querhaupt erhält gute Verhältnisse, wenn man seine Höhe h in der Mitte nimmt:

$$h = 2{,}5\, d_2 + \frac{A}{14} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (242)$$

wobei A noch die Armlänge bezeichnet; ferner nehme man sodann für die constante Armbreite b, da der Zapfendruck den Arm gerade wie bei einem Stirnzapfenhebel beansprucht, nach Formel (220):

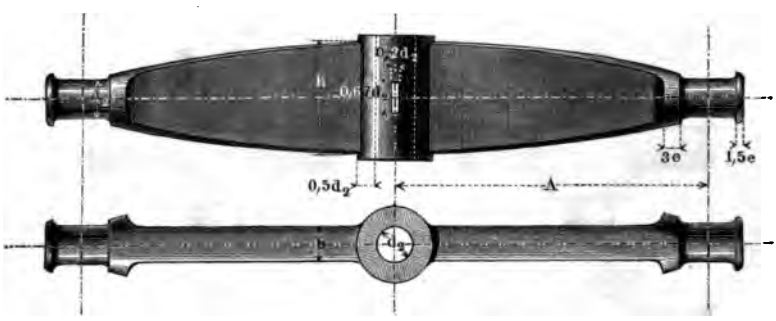
$$b = \frac{P}{2}\,\frac{A}{h^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (243)$$

woraus, vorausgesetzt, dass d_2 nach Formel (217) für Schmiedeisen berechnet, also $= \sqrt{0{,}5\,P}$ gesetzt ist, folgt:

$$\frac{b}{d_2} = \frac{d_2}{h}\,\frac{A}{h}$$

Die Profilcurve verzeichne man nach einer der Verfahrungsweisen in §. 101.

Fig. 600.



1. Beispiel. Gegeben die Belastung $P = 4000^k$ und die Armlänge $A = 400^{mm}$ eines Querhauptes nach Fig. 600. Nehmen wir gewöhnliche Stirnzapfen, so ist $d_2 = \sqrt{2000} \backsim 45^{mm}$; wir wählen nun nach (242) $h = 2{,}5 \,.\, 45 + \frac{400}{14} = 112{,}5 + 28{,}6$ oder $141{,}1^{mm}$, wofür wir 140^{mm} nehmen, und nach (243) zu machen haben: $b = 45 \,.\, \frac{45}{140}\,\frac{400}{140} = 40^{mm}$. Wanddicke der Nabe $= 0{,}5 \,.\, d_2 = \frac{45}{2} \backsim 23^{mm}$, Keilhöhe $= 0{,}67 \,.\, 45 = 30^{mm}$, Keildicke $= 0{,}2 \,.\, 45 = 9^{mm}$.

2. Beispiel. Der 3000pferdige Raddampfer „La Plata" hat Dampfcylinder von 103″ engl. oder 2616^{mm} Durchmesser bei einem auf höchstens 27Pfund auf den Quadratzoll oder $1\frac{3}{4}$ Atm. anzunehmenden Ueberdrucke, was einer Belastung P des Kolbens von rund 102000^k entspricht. Die mächtigen Querhäupter der Dampfkolben haben die obige Construction und zwar sind sie mit einer Armlänge $A = 68''$ oder 1727^{mm} ausgeführt. Der Erbauer, Napier, hat genommen: $h = 28''$ oder 711^{mm}, $b = 7''$ oder 178^{mm}, die Zapfendicke $d_2 = 10''$ oder 254^{mm}, die Zapfenlänge $= 15''$ oder 381^{mm}, was fast genau einem unserer gewöhnlichen Stirnzapfen nach §. 80 entspricht; ferner die Hülsenhöhe $= 30''$ oder 762^{mm}, die Hülsen-

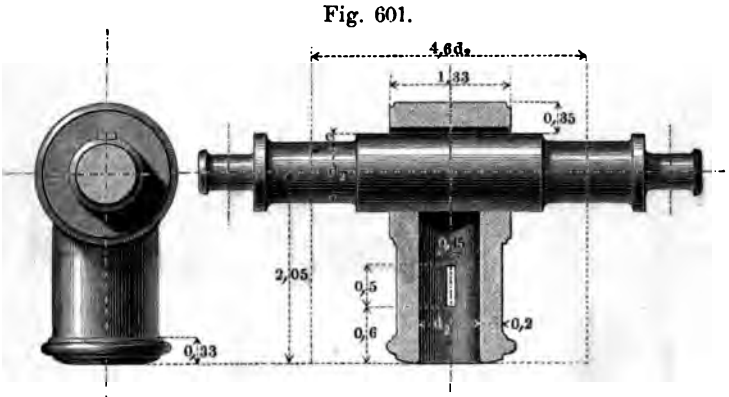
wanddicke = 5″, die Bohrung 10″. Wir würden nach den obigen Formeln erhalten: $d_2 \sim 225^{mm}$, $h = 685^{mm}$, $b = 185^{mm}$, wobei der Arm etwas weniger, der Zapfen etwas mehr Sicherheit erhielte als bei Napier.

§. 250.

Querhäupter mit Gelenkführung.

Die Querhäupter, welche durch Gelenkführungen geleitet werden sollen, erhalten aus den Tragzapfen noch zwei Lenkzapfen, welche als Fortsätze der Tragzapfen ausgeführt werden. Ein schmiedeisernes Querhaupt mit Lenkzapfen zeigt Fig. 601, sehr

Fig. 601.



geeignet für die Kolbenstange von Balancierdampfmaschinen, und schon von Watt angewandt. Als Bezugeinheit für die beigeschriebenen reinen Verhältnisszahlen dient wie bei den Pleuelköpfen die Einheit:

$$d_1 = \sqrt{P} + 5^{mm} \quad \ldots\ldots \quad (244)$$

wobei P die ganze Belastung des Querhauptes ist. Dasselbe gilt von den reinen Verhältnisszahlen der übrigen nun noch folgenden Querhäupter. Die Belastung P_3 der Lenkzapfen kann aus derjenigen P_2 der Querhauptzapfen durch folgende Formel bestimmt werden:

$$\frac{P_3}{P_2} = \frac{\sin \alpha}{\cos \beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (245)$$

wenn α den grössten Winkel bezeichnet, um welchen die an d_2 angreifende Pleuelstange von der Schubrichtung des Querhauptes abweicht, und β den Winkel, welchen der am Lenkzapfen angreifende

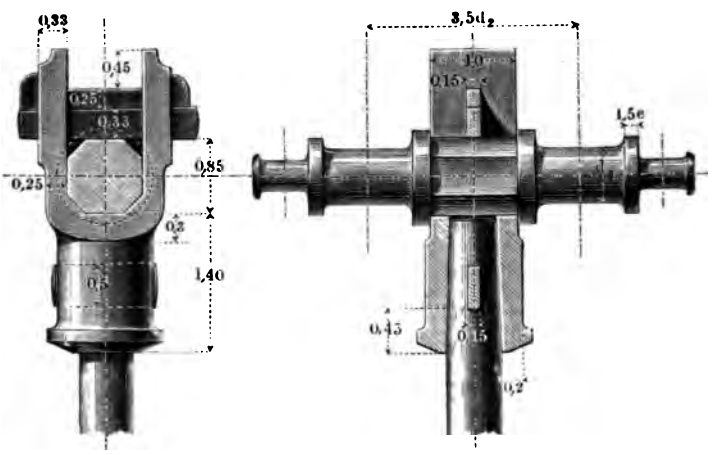
Gegenlenker mit der Normalen zu jener Schubrichtung einschliesst, wenn α ein Maximum ist; letzteres ist auf der Zeichnung leicht zu finden.

Beispiel. Der Winkel α sei im Maximum 20^0, und gleichzeitig $\beta = 15^0$, so hat man $\frac{\sin\alpha}{\cos\beta} = \frac{0{,}3420}{0{,}9659} = 0{,}35$; *es ist also nach (245)* $P_3 = 0{,}35\, P_2$.

Der Winkel α steigt gewöhnlich nur dann bis auf 20^0 oder mehr, wenn die Pleuelstange auf eine Kurbel wirkt, wie es bei direct wirkenden Dampfmaschinen der Fall ist; steht sie dagegen mit einem Balancier im Zusammenhang, so übersteigt α selten 10^0.

Ein zweites schmiedeisernes Lenkzapfen-Querhaupt zeigt Fig. 602. Dasselbe bietet die Bequemlichkeit, dass man die Kolben-

Fig. 602.



stange leicht von der Querhauptachse ablösen kann und eignet sich sehr gut für direct wirkende Dampfmaschinen.

§. 251.

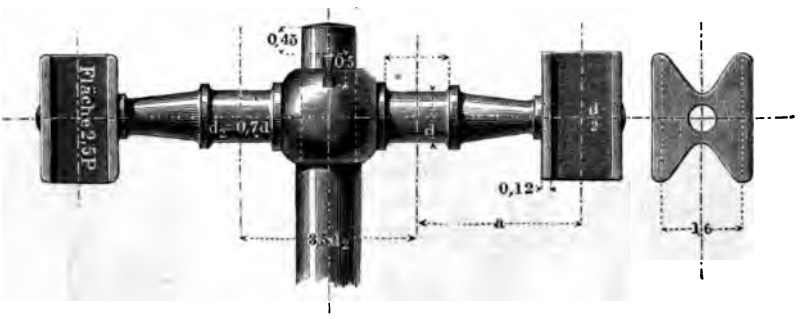
Querhäupter mit Schienenführung.

Die Querhäupter mit Schienenführung kommen vorzugsweise bei den Dampfmaschinen und Pumpen zur Anwendung und werden in zahlreichen Abänderungen ausgeführt. Diese unterscheiden

sich wesentlich in der Zahl und Anbringungsweise der Führungsschienen oder Gleise.

Fig. 903 zeigt ein viel gebräuchliches Querhaupt mit vier Schienen. Geht die Maschine stets in demselben Sinne herum und

Fig. 603.

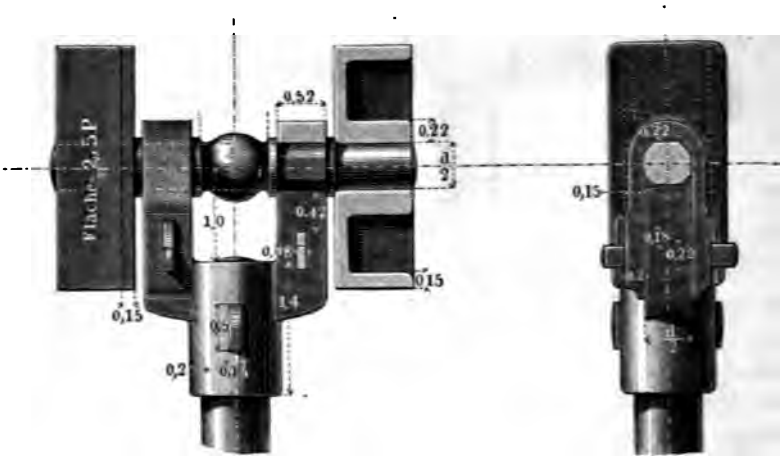


presst der Kolbendruck den Kolben immer in der Richtung seiner Bewegung oder immer gerade entgegengesetzt, so werden bloss die auf einer Seite des Querhauptes liegenden Schienen gepresst, die beiden anderen dienen dann nur dazu, den zufällig auf Abheben der Gleitpfannen von den Schienen wirkenden Kräften zu begegnen; findet dagegen zeitweise ein Pressen in der Bewegungsrichtung des Kolbens, zeitweise ein solches gegen die Bewegungsrichtung statt, so wird das Querhaupt abwechselnd nach beiden Seiten gedrückt. Auch bei gewöhnlichen Dampfmaschinen tritt nicht nur beim Gegendampfgeben, sondern auch schon in Folge des Voreilens des Dampfschiebers dieser Richtungswechsel der Querhauptpressung, allerdings aber nur gerade am Ende des Schubes, ein. Die Pfannen sollen womöglich aus einem weicheren Material bestehen, als die Schienen, damit letztere möglichst wenig abgenutzt werden. Aus demselben Grunde ist es gut, beim Kolbendruck P die Gleitflächen der einzelnen Pfannen nicht unter $2{,}5\,P$ zu nehmen; manche gehen bis zum doppelten Werthe, also $5\,P$. Der auf die Gleitpfanne kommende Flächendruck p beträgt hierbei unter Voraussetzung der gebräuchlichen Verhältnisse zwischen Kurbelarm und Pleuelstangenlänge etwa $^1/_{12}{}^k$ im ersteren, $^1/_{24}{}^k$ im letzteren Falle. Hier sind die Gleitpfannen auf Zapfen der Querhauptachse gesteckt. Diesen Zapfen darf man das Längenverhältniss 3 geben, wenn man, wie hier beigeschrieben ist, ihre Dicke $= \frac{d}{2}$ nimmt. Die

Dicke d' der Zapfen kann bei grosser Armlänge dieses Querhauptes grösser erfordert werden, als die eines Stirnzapfens; man behandle, um hierin sicher zu gehen, den Querhauptarm wie einen Achsenschenkel von der Länge a (siehe §. 88 und §. 96).

Bei dem Querhaupt in Fig. 604 ist der Kraftzapfen ein Gabelzapfen; welcher hier ausserdem kugelförmig gestaltet ist; das auf

Fig. 604.

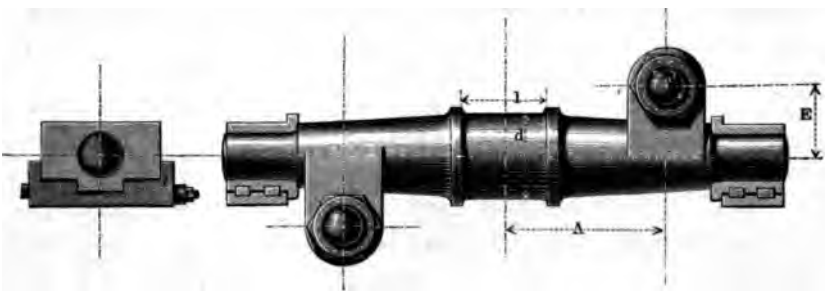


der Kolbenstange befestigte Gabelstück ist aus Schmiedeisen angenommen; soll es aus Gusseisen gemacht werden, so ist die Wanddicke seiner Hülse auf $0.28\,d_1$, deren Länge auf $1.75\,d_1$ zu erhöhen. Die Schienen sind hier der Kolbenstange bedeutend näher gerückt, als im vorigen Falle.

Auf den Schraubenschiffen hat sich nach und nach eine Bauart der Dampfmaschine eingeführt, welche ein eigenthümliches Querhaupt erfordert. Es ist die Bauart mit sogenannter rückkehrender Pleuelstange, wobei die Kurbelachse zwischen Cylinderdeckel und Querhaupt zu liegen kommt, und deshalb die Kolbenstange in zwei gegen die Kurbelachse geschränkt liegende Stangen aufgelöst wird. Es sind mehrere Querhauptformen für diesen Fall typisch geworden. Fig. 605 stellt eine derselben dar (Maudslay). Von dem achsenförmig gestalteten Querhaupt ragen zwei Dillen zur Aufnahme der Kolbenstange hervor. Der Abstand E wird durch die Dicke der Kurbelachse bedingt, A durch die Breite der Arme der Kurbel (Wellenkröpfung). Die Querhauptpfannen liegen hier ausserhalb der Kolbenstangen; andere (z. B. Ravenhill) verlegen

sie zwischen den Zapfen d' und die Kolbenstangen, wo, wie man sieht, der nöthige Raum auch zu finden ist. Die Unterstücke der Pfannen bestehen aus Bronze und sind mittelst der Keile stellbar.

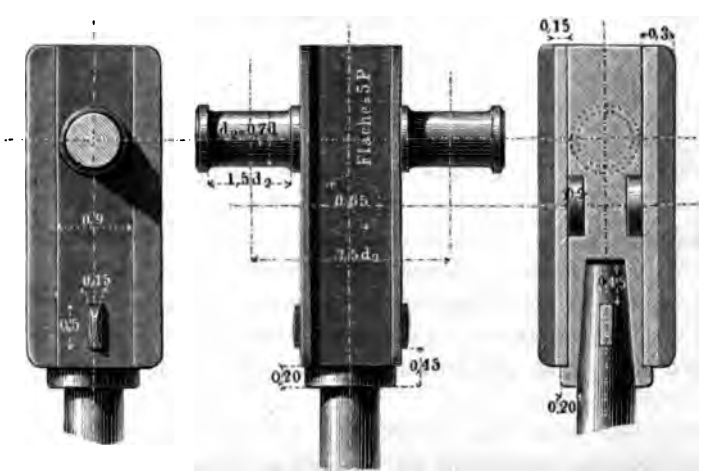
Fig. 605.



Die Dimensionen des Querhauptes bestimmt man wie die einer Achse, wobei nicht zu vergessen, dass die an dem Arme E angreifenden Kräfte $\frac{P}{2}$ ausser der Biegung mit dem Arme A noch jede eine Verdrehung des Schaftes herbeiführen. Nach gefundenem Werthe d' ist l' so zu wählen, dass der Flächendruck des Zapfens nicht zu klein ausfällt (vergl. §. 219). Englische Dampfer zeigen an diesem Zapfen den Flächendruck 0,6, 0,8, 1 bis $1\frac{1}{3}$ k. Die Schraubendicke ∂ ist wieder nach (229) zu nehmen.

Fig 606. Stephenson'sches Querhaupt. Die Schienen sind

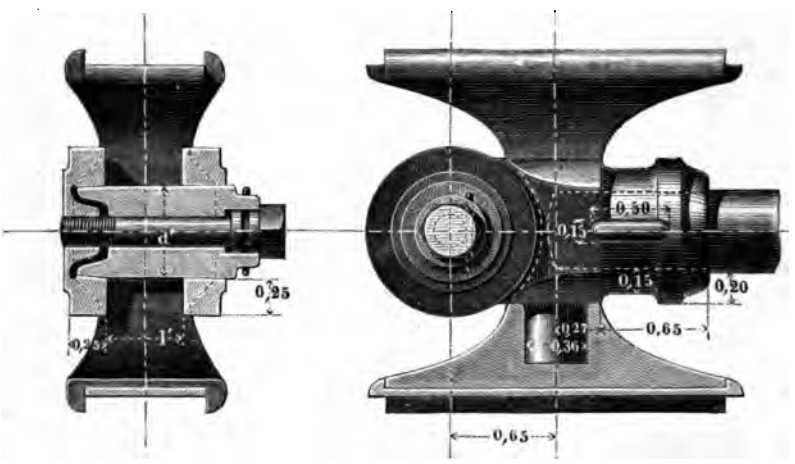
Fig. 606.



so nahe zusammengerückt, dass je zwei in einander übergegangen sind, so dass das Querhaupt, statt viergleisig wie die beiden vorigen, ein zweigleisiges wird. Die beiden Zapfen des schmiedeisernen Mittelstückes werden von dem Gabelkopfe einer langgeschlitzten Pleuelstange ergriffen. Als Material der Pfannen kann sehr gut Bronze genommen werden, die Gleitfläche derselben ist, um bei den obigen Annahmen zu bleiben, $= 5\,P$ zu machen; jedoch findet man in der Praxis der Lokomotiven, wohl wegen des beschränkten Raumes, kleinere Gleitflächen, z. B. solche, die bis $2{,}5\,P$ herabgehen.

Ein ebenfalls für zwei Schienen eingerichtetes Querhaupt Borsig'scher Construction zeigt Fig. 607. Dasselbe ist für einen

Fig. 607.

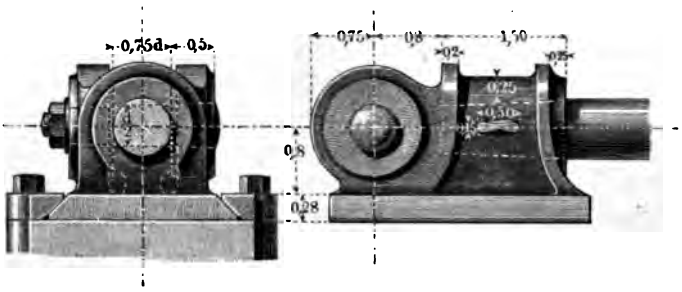


Gabelzapfen eingerichtet, dessen Projection $l' . d'$ man ja nicht zu klein nehmen sollte. Die Raumbeschränkung ist freilich meistens sehr stark an diesem Punkte, so dass man den Flächendruck p dort oft über 2, ja 3^k und darüber findet; die Erwärmung und Abnutzung des Zapfens und der Pleuelstangenpfanne sind dabei aber auch entsprechend bemerkbar. Beachtenswerth ist die Befestigungsart des Zapfens. — Die aus Gusseisen bestehenden Gleitpfannen sind mit einer sorgfältig eingepassten Bronzeplatte belegt, die durch zwischen sie und die Pfanne geschobene Kupfer- oder Zinkplatten nachgestellt werden kann.

Fig. 608 zeigt ein Querhaupt, bei welchem eine einseitige Schienenleitung angewandt ist, weshalb es ein eingleisiges Quer-

haupt genannt werden kann. Dasselbe dient für solche Fälle, wo die Umdrehungsrichtung immer in einem und demselben Sinne stattfindet, der Schienendruck also auch stets einseitig wirkt. Für die zufälligen Hebekräfte und gegen die Wirkung des Voreilungs-

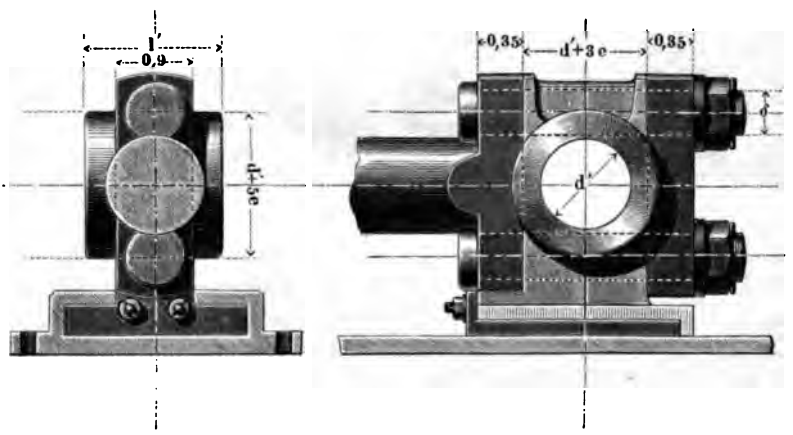
Fig. 608.



druckes bei Dampfmaschinen (s. S. 551) sind die schrägen (besser rechteckig ausgeschnittenen) Schutzschienen angebracht. Die Gleitfläche des (gusseisernen) Querhauptkörpers ist nicht unter $5P$, womöglich grösser zu nehmen.

Eine zweite Form eines eingleisigen Querhauptes zeigt Fig. 609. Dasselbe ist einer Schiffmaschine von Humphry Tennant ent-

Fig. 609.

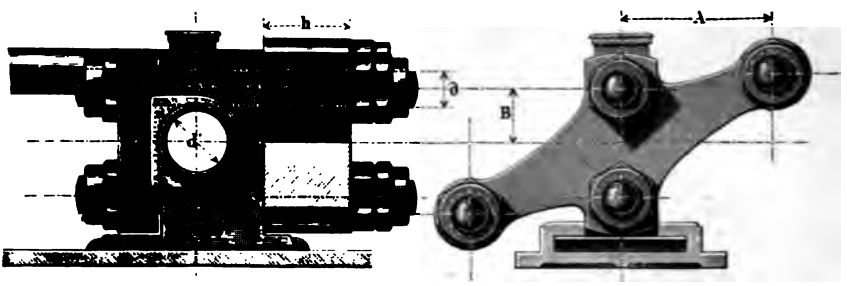


nommen, und ist geeignet, Schienendruck nach beiden Richtungen aufzunehmen, zu welchem Ende die Deckschienen der vorigen Construction sehr ausgedehnt sind. Statt des Zapfens ist hier das Lager in das Querhaupt aufgenommen, was der Pleuelkopfcon-

struction in Fig. 573 entspricht. Die Ausgleichung der Abnutzung findet in der Vertikalfuge durch Einwechseln von dünnen Kupferplatten statt, welche nach jedem Wechsel dünner gewählt werden; in der Horizontalfuge (an den Gleitschienen) dagegen wird das herausnehmbare Unterstück durch in die Fuge geschobene, jedesmal dicker gewählte Kupferplatten zum Anschliessen gebracht. Die ganze Construction erscheint für viele Fälle empfehlenswerth. Das hier von Bronze vorausgesetzte Mittelstück kann unter passenden Abänderungen aus Gusseisen hergestellt werden, wobei die Zapfenhöhlung mit einem Weissgussfutter auszukleiden sein würde. Als Bezugeinheit für die Verhältnisszahlen ist hier die Einheit in Formel (230) zu benutzen, und dabei für d die Dicke des normalen gleichwerthigen schmiedeisernen Stirnzapfens einzuführen. Die Schraubendicke ∂ ist nach Formel (229) zu nehmen.

Ein ebenfalls sehr schönes eingleisiges Querhaupt (Napier) bestimmt für die oben besprochene Dampfmaschine mit rückkehrender Pleuelstange zeigt Fig. 610. Hier ist ebenfalls eine

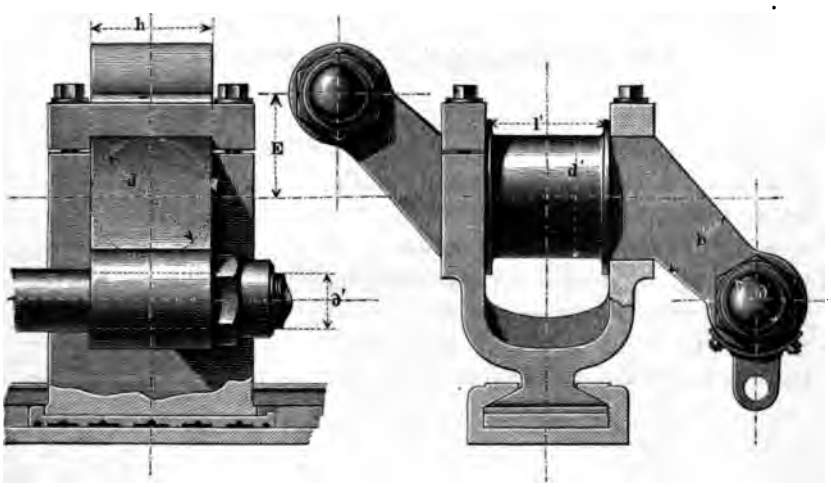
Fig. 610.



gabelförmige Endigung der Pleuelstange vorausgesetzt. Das Mittelstück ist aus Gusseisen hergestellt; der Abstand B der Schrauben von der Mittellinie nach Möglichkeit beschränkt, um das Querhaupt niedrig zu halten. Die Höhe h berechnet sich nach Annahme der Armbreite in bekannter Weise (Fall I. oder II. §. 6). Die Schrauben, deren Dicke ∂ nach (229) zu berechnen, sind durch Gegenmuttern gesichert. Festes Aufeinanderliegen der Schalen an der Fuge ist Grundbedingung für die Haltbarkeit der Verbindung.

Fig. 611 zeigt ein letztes, nicht minder beachtenswerthes Querhaupt (Maudslay) mit einem Gleis für dieselbe Aufgabe. Die

Fig. 611.



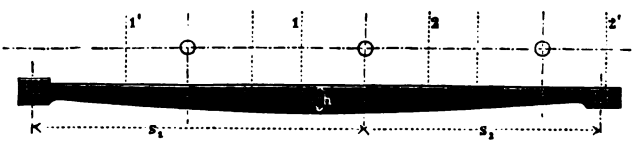
Pleuelstange hat hier wieder die gewöhnliche Endigung, z. B. wie bei Fig. 585. Das den Z-förmigen Balken umfassende Stück ist nichts anderes als die Gleitpfanne. Sie ist aus Schmiedeisen hergestellt. Die Breite b' des Hauptbalkens berechnet sich aus dem gegebenen Momente nach Annahme von h, welches hier $= d'$ gemacht wird. d' selbst wird so berechnet, wie es bei den Achsen gezeigt wurde. Die Schraubendicke ∂' ist wieder nach (229) zu bestimmen, darf wenigstens nicht kleiner sein, als ∂ aus jener Formel. Zur Rechten bemerkt man noch eine besonders aufgeschraubte Dille zum Anhängen einer Pumpenstange oder dergl. Aehnliche Nebentheile finden sich häufig an den Querhäuptern der Schiffmaschinen angebracht, weshalb hier beispielsweise ein solcher angegeben ist. Die Figur zur Linken zeigt die Gleitpfanne im Durchschnitt. Man erkennt die Futterstücke aus Weissmetall, welche in die übrigens bronzene Pfanne eingegossen sind. Letztere kann nach Wegnahme des rechts sichtbaren (festgeschraubten) Riegelstückes herausgezogen und wenn nöthig mit einer Kupferplatte bedeckt werden, welche die entstandene Abnutzung auszugleichen hat. — Die beiden letztbeschriebenen Querhaupt-Bauarten, ungewöhnlich wie sie sind, haben eine schwierige constructive Aufgabe mit vollständigem Erfolge gelöst und sind bereits typisch geworden.

§. 252.

Die Führungsgleise oder Schienen.

Man macht die Führungsschienen aus Schmiedeisen, Stahl oder Gusseisen. Liegt der ganze Druck auf einer Schiene, wie bei den letzten Constructionen, und ist dieselbe nur an ihren, um die Länge $s_1 + s_2$ auseinanderstehenden Enden gestützt, so berechnet man sie auf Biegung. Ist der bei der ungünstigsten Kurbelstellung — Kurbel senkrecht zur Schiene — auf die Geradführung kommende Druck Q, und sind s_1 und s_2 die Abstände des Querhauptmittels von den Befestigungspunkten des Lineals Fig. 612, so ist das Moment für

Fig. 612.



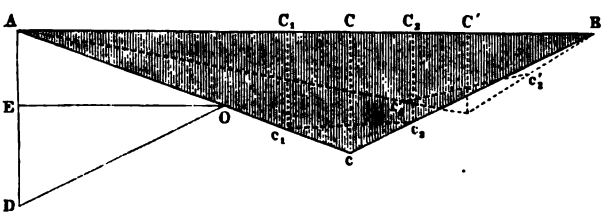
die Biegung der Schiene $= Q \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2}$, und demnach bei der Breite b und der gesuchten Höhe h des Lineals:

$$h = \sqrt{\frac{6}{\mathfrak{S}} \frac{Q}{b} \frac{s_1 s_2}{s_1 + s_2}}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (246)$$

Die Spannung $\mathfrak{S}$ setze man, gleichviel ob Gussstahl oder Schmiedeisen als Material benutzt ist, etwa $= 5^k$, d. i. ziemlich klein, damit die Biegung der Schiene nicht gross ausfalle. Diese ist schädlicher, als man gewöhnlich annimmt, indem sie die Berührung zwischen Gleitpfanne und Schiene zum Theil aufhebt und dadurch den Flächendruck an den in Berührung bleibenden Punkten bedeutend steigert. Bei den gebräuchlichen Abmessungen an Lokomotiven-Geradführungen finden dort oft Biegungen von 1^{mm} und darüber (bis $2{,}5^{mm}$) statt, welche genügen, um ein merkbares Hohlliegen der Gleitpfanne zu bewirken. Ist grössere Genauigkeit der Berechnung gefordert, so verfahre man graphostatisch, wie

es in der Figur 613 angedeutet ist. Im Kräftepolygon ist AD die Kraft Q für die Position C des Druckpunktes, während C_1 und C_2 den Stellungen 1 und 2 der Gleitpfannenränder in Fig. 612 entsprechen; es ergibt sich die Momentenfläche $AB c_2 c_1$. Man

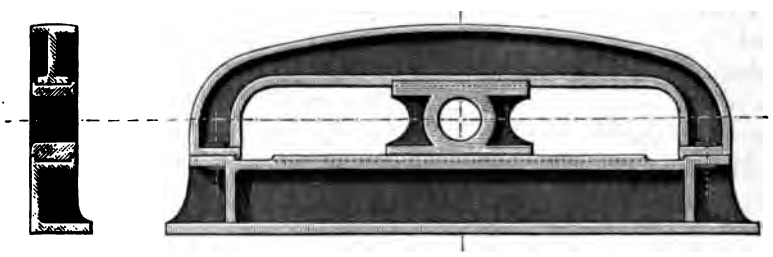
Fig. 613.



sucht diese Fläche dann für eine neue Position C' des Querhauptes auf, wobei man eine neue Momentenfläche $AB c_2' c_1'$ erhält u. s. f., und hüllt die erhaltenen Polygone durch eine Curve ein, welche dann als Profil der zu Grunde zu legenden Momentenfläche dient.

Fig. 614 stellt einen gusseisernen Leitschienenrahmen dar, der vorwiegend für einseitigen (nach unten gerichteten) Druck be-

Fig. 614.

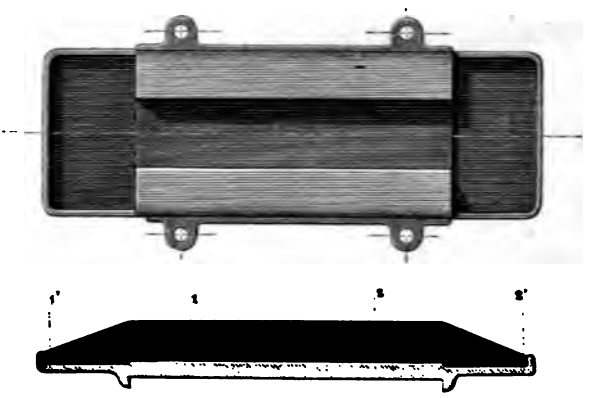


stimmt ist. Die untere Schiene ist hier durchweg unterstützt angenommen, so dass ihre Biegungen verschwindend klein werden. Der Querschnitt zur Linken zeigt die sehr zweckmässige Einrichtung der vorliegenden Construction, dass aufrechte Randleisten an der unteren Schiene und an der oberen Querhauptpfanne angebracht sind, welche das Oel zusammenhalten. Die Verbindung zwischen der oberen und unteren Schiene ist hier durch einige Schrauben bewirkt; diese müssen, wenn die Maschine wechselnde Drehrichtungen hat (Fördermaschine), recht stark genommen wer-

den; häufig findet man auch in diesem Falle die Lineale zu einem aus einem Stück bestehenden Rahmen vereinigt.

Fig. 615 zeigt eine Leitschiene für ein eingleisiges Querhaupt, etwa das in Fig. 610, bei welchem die Rücksicht auf die Oelung

Fig. 615.



vollständig durchgeführt ist. Die Randleisten bilden hier einen ordentlichen Trog für das reichlich vorhanden zu denkende Schmieröl, in welchem die Pfannengrundfläche bei den Positionen 1 — 1′ und 2 — 2′ zur ganzen Hälfte badet, und somit für jeden einzelnen Schub vollständig eingefettet wird. Es fragt sich, ob man nicht versuchen sollte, ähnliches bei den Geradführungen der Lokomotiven durchzuführen, obgleich allerdings dort die Raumbedrängniss hindernd in den Weg tritt.

XVIII. RÖHREN UND RÖHRENVERBINDUNGEN.

§. 253.

Empirische Formeln für die Wanddicke der Röhren.

Man bedient sich im Maschinenbau vorwiegend der Röhren aus Gusseisen und Schmiedeisen; in geringerem Maasse kommen Röhren aus Gussstahl, Bronze, Kupfer, Blei, Holz, Thon, Asphaltpapier zur Verwendung; für die Erdleitungen der Wasser- und Gasanlagen hat von diesen das gusseiserne Rohr den jetzt unbestrittenen Vorzug. Bei allen diesen Röhren spielt die Anfertigung eine so wichtige Rolle, dass bei nicht sehr grossen inneren Pressungen auf diese bei Bestimmung der Wanddicke keine Rücksicht genommen zu werden braucht, und rein empirische Formeln am besten geeignet sind. Solche Formeln sind zunächst hier zusammengestellt.

Ist, in Millimeter gemessen, die lichte Weite eines zu construirenden Rohres $= D$, die Wanddicke $= \delta$, so nehme man:

für gusseiserne Wasser- und Gasleitungsröhren:

$$\delta = 8 + \frac{D}{80} \text{ *)} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (247)$$

für gusseiserne Dampfröhren; auch Luftpumpencylinder:

$$\delta = 12 + \frac{D}{50} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (248)$$

für gusseiserne Dampfcylinder und ausgebohrte Pumpenstiefel:

$$\delta = 20 + \frac{D}{100} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (249)$$

welche Dicke nach vollzogener Bohrung bleiben soll.

Beispiel. Ein Pumpenrohr von 300mm Weite erhält nach (247) eine Wanddicke $\delta = 8 + \frac{300}{80} = 11{,}75$ *oder* 12^{mm}; *ein eben so weites Dampfrohr soll nach (248) eine Wanddicke* $\delta = 12 + \frac{300}{50} = 18^{mm}$ *erhalten.* —

*) Wegen der Festigkeit dieser Röhren siehe §. 255 zu Ende.

Die 200mm weiten Luftleitungsröhren des Bohr- und Lüftungsapparates am Mont-Cénis-Tunnel, welche eine innere Spannung von 5 Atm. Ueberdruck erleiden, und 600 bis 800 Meter weit den stärksten natürlichen Temperaturschwankungen ausgesetzt sind, würde nach (247) eine Wanddicke $\delta = 8 + \frac{200}{50} = 10{,}5^{mm}$ *bekommen; man hat ihnen 10mm dicke Wände gegeben. — Ein Dampfcylinder von 400mm Weite erhält nach (249) eine Wandstärke* $\delta = 20 + \frac{400}{100} = 24^{mm}$.

In Bezug auf die Wanddicke der Dampfcylinder verfahren verschiedene Fabriken je nach Uebung, Gewohnheit oder nach der Qualität des zu verwendenden Eisens, auch je nach dem Zwecke der Maschinen verschieden, was sich auch auf die Wanddicken der Dampf- und Wasserröhren ausdehnt. Bei den Dampfmaschinen für Schiffe, welche wenig Tiefgang haben sollen, findet man häufig äusserst dünnwandige Dampfcylinder, so zwar, dass unsere obige Formel (249) mehr als das Doppelte des praktisch ausgeführten Werthes liefert, während bei grossen Dampfschiffen, wo die Rücksicht auf die durch die Maschine herbeigeführte Belastung geringer sein darf, die obige Formel mit der Ausführung trefflich stimmt. Für die Cylinder von Landdampfmaschinen passt unsere obige Formel durchweg recht gut.

Schmiedeiserne gezogene Wasser- und Gasröhren kommen bis zu 150mm lichter Weite zur Anwendung: sie erhalten eine mit der praktischen Uebung stimmende Wandstärke, wenn man nimmt:

$$\delta = 2 + \frac{D}{12} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (250)$$

Der Gussstahl findet für Röhren einstweilen nur eine beschränkte Anwendung, doch kommt seine Benutzung für Dampfkessel mehr und mehr auf; hydraulische Pressen von sehr hohem Druck dürften bei der steigenden Verbreitung der Gussstahlfabrikation auch bald in diesem trefflichen Material ausgeführt werden.

Wegen der genieteten schmiedeisernen Röhren siehe §. 257. Kupfer- und Messingröhren findet man mit etwa der halben aus (250) hervorgehenden Wanddicke ausgeführt.

Die Bleiröhren werden fabrikmässig angefertigt und in den Handel gebracht, so dass dem Maschinenbauer die Bestimmung der Wandstärke nicht zufällt; sie zeigen Wanddicken von 3 bis 6mm. —

Die Herzog'schen fassartig zusammengesetzten Röhren aus Fichtenholz haben Wände von 80 bis 120^{mm} Dicke, welche sich ganz und gar nach der Anfertigung richtet.

§. 254.

Berechnung der Röhren mit hohem inneren Druck.

Die Lamé'sche Formel für die Wanddicke von Röhren mit starker innerer Pressung lautete nach §. 19:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{\frac{\mathfrak{S}+p}{\mathfrak{S}-p}} - 1\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (251)$$

wobei p den inneren Flächendruck, $\mathfrak{S}$ die grösste Materialspannung in der Rohrwand bezeichnet. Bei gegebenen Abmessungen beträgt die Materialspannung:

$$\mathfrak{S} = p\,\frac{\left(\frac{D}{2}+\delta\right)^2+\left(\frac{D}{2}\right)^2}{\left(\frac{D}{2}+\delta\right)^2-\left(\frac{D}{2}\right)^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (252)$$

Sie ist, wie man sieht, der inneren Pressung direkt proportional. Ist die Spannung im Gefäss n Atmosphären über den äusseren Druck auf die Rohrwand, so hat man für p zu setzen $\frac{n}{100}$.

Hiernach lassen sich die Wandstärken für die cylindrischen Gefässe der hydraulischen Pressen leicht berechnen, und zwar nehme man für $\mathfrak{S}$ bei:

Gusseisen	3	bis	7^k p. □^{mm}
Schmiedeisen	6	„	14 „
Gussstahl	13	„	20 „
Bronze	2	„	5 „
Kupfer	2	„	2,5 „

Die umstehende Tabelle gibt eine Reihe von Werthen, welche der Formel (251) für diese Spannungen entsprechen.

Wenn δ gegen D nicht gross ist, so kann man für (251) mit genügender Genauigkeit setzen:

$$\frac{\delta}{D} = \frac{1}{2}\,\frac{p}{\mathfrak{S}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (253)$$

welche Formel für kleine Werthe von p ganz brauchbare Resultate liefert.

§. 255.

Tabelle über die Wanddicke cylindrischer Gefässe mit hohem inneren Druck.

Innerer Druck.		Werthe von $\frac{\delta}{D}$, wenn die Spannung im Material Kil. p. □mm.								
n Atm.	p Kil. p. □mm.	$\varepsilon = 2$	3	4	5	6	8	10	15	20
50	0,5	0,14	0,09	0,07	0,05	0,04	0,03	0,03	0,02	0,01
100	1,0	0,37	0,21	0,14	0,11	0,09	0,07	0,05	0,03	0,03
150	1,5	∞	0,50	0,24	0,18	0,15	0,11	0,08	0,05	0,04
200	2,0	—	0,62	0,37	0,26	0,21	0,15	0,11	0,07	0,05
250	2,5	—	1,06	0,54	0,37	∞	0,19	0,15	0,09	0,07
300	3,0	—	—	∞	0,50	0,37	0,24	0,18	0,11	0,08
350	3,5	—	—	1,43	0,69	0,47	0,30	0,22	0,13	0,10
400	4,0	—	—	—	1,00	0,61	0,37	0,26	0,15	0,11
450	4,5	—	—	—	1,71	∞	0,44	0,31	0,18	0,12
500	5,0	—	—	—	—	1,16	0,54	0,37	0,20	0,14
600	6	—	—	—	—	—	1,64	1,00	0,26	0,16
700	7	—	—	—	—	—	1,43	0,69	0,32	0,22
800	8	—	—	—	—	—	—	1,00	0,40	0,26
900	9	—	—	—	—	—	—	1,68	1,00	0,31
1000	10	—	—	—	—	—	—	—	0,61	0,37

Da wo Gedankenstriche statt der Zahlen stehen, liefert Formel (251) imaginäre Werthe, d. h. sie deutet an, dass bei den betreffenden Wasserpressungen die Cylinderwand auf alle Fälle Risse bekommt, wie dick man die Wand auch machen möge. Die stärkste Beanspruchung findet dabei in den Längsschnitten des Cylinders statt, so dass beim Platzen Längsrisse entstehen würden, wie die Praxis auch häufig bestätigt hat. Dort kommen auch starke Be-

anspruchungen in den quer zur Achse gerichteten Schnitten vor, namentlich da, wo der Boden sich ansetzt, und zwar in um so höherem Grade, je plötzlicher der Richtungswechsel der Cylinderwand ist. Man soll demnach den Uebergang der Wand in den Boden recht allmählich machen.

Hydraulische Pressen von gewaltigem Druck erhalten meist gusseiserne Cylinder, welche um so schwieriger herzustellen sind, je grösser die Wanddicke sein soll. Deshalb sucht man durch Annahme einer grossen Materialspannung die Wanddicke herabzuziehen, und verfährt ausserdem so sorgfältig wie möglich, um dem Gusseisen möglichst gute Qualität hinsichtlich seiner Dichtigkeit wie seiner Festigkeit zu verleihen. Es hat sich bewährt, dass wiederholtes Umschmelzen der Masseln und Ausgiessen derselben in Platten ein für Presscylinder sehr geeignetes Material liefert. Auch hat man mit gutem Erfolge die Zusetzung von Schmiedeisen im Kupolofen („Stirling"-Metall) versucht. Je besser nun das Material gewählt, und je vorsichtiger der Guss ausgeführt wird, um so höher darf man die Spannung $\mathfrak{S}$ wählen. Deshalb wurde oben bei Gusseisen $\mathfrak{S} = 3$ bis 7^k empfohlen. Die Praxis geht über letztere Zahl mitunter noch hinaus; es kann dies aber nur da gebilligt werden, wo man eines trefflichen Gusses sicher ist. Mit der Bronze steht es ähnlich. Der gewöhnliche gute Rothguss verträgt ohne bleibende Formänderung nicht Spannungen über 3 bis $3{,}5^k$. Verlangt man mehr, so muss eine besonders harte Legirung benutzt werden. Einige praktische Beispiele werden als Anhalt dienen können.

1. Beispiel. Zur Hebung der Conway-Brücke) benutzte man eine hydraulische Presse von folgenden Abmessungen. Kolbendurchmesser* $K = 18''$ *(engl.) oder* 457^{mm}; *Cylinderweite* $D = 20''$ *oder* 508^{mm}, *Wanddicke* $\delta = 8\frac{3}{4}''$ *oder* 222^{mm}. *Die Belastung betrug 650 Tonnen* $\backsim 660000^k$. *Hieraus berechnet sich die Wasserspannung zu 402 Atmosphären oder* $4{,}02^k$ *auf den* mm^2, *und nach (252) die Spannung* $\mathfrak{S}$ *zu* $\mathfrak{S} = \frac{(10+8{,}75)^2+10^2}{(10+8{,}75)^2-10^2} \cdot 4{,}02 \backsim 7{,}2^k$. *Der Cylinder ist in Fig. 616 (a. f. S.) dargestellt.*

2. Beispiel. Bei der Aufstellung der Britannia-Brücke kamen Hebepressen von verschiedener Bauart zur Verwendung. Die eine war eine Doppelpresse, deren Cylinder dieselben Abmessungen hatten, wie der im vorigen Beispiel; die Belastung jedes einzelnen Kolbens betrug indessen

*) Siehe Clark, The Britannia and Conway Tubular bridges. London, 1850.

nur 460,5 Tonnen oder [illegible] womit sich die Wasserspannung zu nur 385 Atmosphären, die Spannung im Material zu [illegible] berechnet.

Fig. [illegible]

Fig. 617.

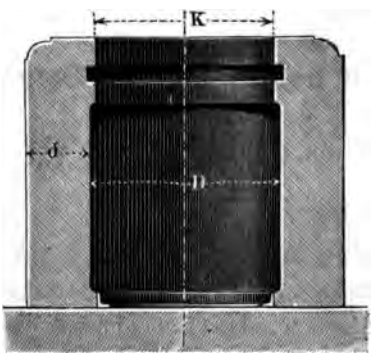
1. Beispiel. Unter den bei diesem riesigen Bauwerke angewandten Hebepressen erfuhr die stärkste Belastung, nämlich eine solche von 1144 Tonnen oder [illegible], eine einfache Presse von 20" oder 508mm Kolbendicke, 22" oder 559mm Cylinderweite und 10" oder 254mm Wanddicke. Hieraus berechnet sich die Wasserspannung zu 573 Atm., die im Material nach 252 zu 10k!! Als der Brückenträger 24' hoch gehoben war, platzte der Cylinder, wobei der Träger auf die untergebauten Sicherheitsstützen fiel, und stark beschädigt wurde. Der Bruch erfolgte aber nicht, wie zu erwarten gewesen, der Länge, sondern der Quere nach, indem der in Fig. 617 dargestellte Boden des Cylinders absprang. Die Widerstandsfähigkeit, welche der Cylinder trotz der übermässigen Peripheriespannung bewiesen hatte, ist der ungemein sorgfältigen Auswahl und Mischung des verwendeten Gusseisens, und dem vorzüglich überwachten Gusse zuzuschreiben. Dass gerade der Boden sich ablöste, rührt von der scharfkantigen Ansetzung des Bodens her. Der neue Cylinder erhielt dieselben Dimensionen wie der zersprungene, der Bodenansatz aber wurde mit*

*) Der erste Guss, bei welchem der Boden zu oberst gegossen wurde, misslang, indem der Boden porös ausfiel; der zweite Guss (Boden unten) lieferte den besprochenen Cylinder, welcher beim Gebrauche zersprang; er zeigte einen ungleichkörnigen Bruch; der dritte Cylinder, zu welchem das Eisen zweimal umgeschmolzen wurde, ehe es zum eigentlichen Gusse genommen wurde, hielt aus; ein vierter, als Ersatzstück gegossener, blieb unbenutzt.

sanfter Ueberführung der Linien hergestellt, wie in Fig. 617 durch Punktirung angedeutet ist.

4. Beispiel. Die Unzuträglichkeiten, welche die Bodenansetzung mit sich bringt, sind bei einer grossen Presse von Hummel in Berlin gänzlich vermieden, und zwar dadurch, dass der Boden durch eine gesonderte ebene Platte ersetzt ist, Fig. 618, an welche sich der Cylinder mit einer Stulpdichtung anschliesst. Die Presse — wohl eine der mächtigsten bestehenden — hat zwei nebeneinanderstehende Cylinder. Kolbendurchmesser $K = 23''$ oder 601^{mm}, Cylinderweite $D = 24''$ oder 628^{mm}, Wanddicke $\delta = 8\frac{1}{2}''$ oder 222^{mm}. Der Kolbendruck P kann auf 1 Million Kilo, der Gesammtdruck also auf 2 Millionen Kilo gesteigert werden. Dies ergibt eine Wasserspannung von 352 Atmosphären, wobei sich die Spannung $\mathfrak{S}$ im Material nach (252) zu $7{,}18^{k}$ berechnet.

Fig. 618.



Es empfiehlt sich im allgemeinen, für Pressen von gewaltigem Drucke lieber den Kolbendurchmesser grösser zu nehmen, als die Wasserspannung übermässig zu steigern, da der Materialverbrauch bei wachsendem Durchmesser, d. i. abnehmender Wasserspannung nicht zunimmt. Im Gegentheil, derselbe vermindert sich. Man hat nämlich für den Querschnitt F der Cylinderwand: $F = \pi\,(D + \delta)\,\delta$. Hierin δ aus (251) eingesetzt, kommt: $F = \frac{\pi}{4}\,D^2\,\frac{2p}{\mathfrak{S} - p}$ oder $F = \left(\frac{D}{K}\right)^2 \frac{2P}{\mathfrak{S} - p}$, welcher Werth bei gewähltem $\mathfrak{S}$ mit abnehmendem Flächendruck p nur kleiner wird.

5. Beispiel. Die bronzene Presspumpe der Conwaypresse hatte 27^{mm} Kolbendicke und ebensoviel Cylinderweite und Wanddicke. Die Wasserspannung betrug, wie in Beispiel 1. angegeben, 402 Atmosphären. Hiernach berechnet sich aus (252) die Materialspannung am inneren Cylinderumfang zu: $\mathfrak{S} = 4{,}02 \cdot \frac{(r + 2r)^2 + r^2}{(r + 2r)^2 - r^2} = 1{,}25 \cdot 4{,}02 \backsim 5^{k}$.

6. Beispiel. Berechnet man für die nach (247) bestimmten Leitungsröhren die Materialspannungen nach der Lamé'schen Formel (252), so erhält man bei:

$D =$	80	400	800	1200
$\delta =$	9	13	18	23
$\frac{\mathfrak{S}}{n} =$	0,050	0,159	0,227	0,266
bei $n = 10$ also $\mathfrak{S} =$	0,5	0,59	2,27	2,66,

woraus hervorgeht, dass solche Röhren einer Druckprobe von 10 Atmosphären, wie sie vielfach gebräuchlich ist, sehr wohl auszuhalten im Stande sind, vorausgesetzt dass der Kern nicht excentrisch gesetzt ist.

§. 256.

Kugelförmige Gefässe mit hohem inneren Druck.

Für das kugelförmige Gefäss von der Lichtweite D_1 geht die Lamé'sche Formel über in:

$$\frac{\delta_1}{D_1} = \frac{1}{2}\left(\sqrt[3]{\frac{2(\mathfrak{S}+p)}{2\mathfrak{S}-p}} - 1\right) \quad \ldots\ldots \quad (254)$$

was eine weit geringere Wanddicke ergibt, als ein cylindrisches Rohr von derselben Weite erfordern würde. Für gleiche Wanddicke von Kugel- und Cylindergefäss hat man bei gleicher Sicherheit in beiden:

$$\frac{D_1}{D} = \frac{\sqrt{\frac{\mathfrak{S}+p}{\mathfrak{S}-p}} - 1}{\sqrt[3]{\frac{2(\mathfrak{S}+p)}{2\mathfrak{S}-p}} - 1} \quad \ldots\ldots \quad (255)$$

Beispiel. Bei $\mathfrak{S} = 6$ *und* $p = 3$ *liefert die letzte Formel* $\frac{D_1}{D} = \frac{\sqrt{\frac{9}{3}} - 1}{\sqrt[3]{\frac{18}{9}} - 1} = \frac{2}{0{,}26} \sim 8$. *Eine Kugelkalotte als Abschluss eines Cylinders ist deshalb leicht viel fester zu machen, als der Cylinder selbst. Doch muss der Uebergang der einen in die andere Form immerhin ein sanfter sein.*

§. 257.

Wandstärken der Dampfkessel mit innerem Druck.

Gegen die bei starken hydraulischen Pressen vorkommenden Spannungen sind die der Dampfkessel sehr klein. Die preussische Dampfkesselverordnung schrieb früher für Dampfkessel mit innerem Druck folgende Formel vor:

$$\delta = \frac{D}{2}\left(e^{0{,}003\,n} - 1\right) + 0{,}1 \quad \ldots\ldots \quad (256)$$

worin δ und D in preuss. Zoll ausgedrückt sind. Diese Formel wird sehr genau angenähert durch die einfachere:

$$\delta = 1{,}54\,nD + 2{,}6^{mm} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (257)$$

wobei δ in Millimeter, D aber in Meter zu verstehen ist, n den inneren Ueberdruck in Atmosphären bezeichnet. Die französische Formel verlangte etwas grössere Wanddicken nach der Formel:

$$\delta = 1{,}8\,nD + 3^{mm} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (258)$$

von welchem Werthe für Lokomotivkessel nur $^2/_3$ gefordert wurde.

Alle drei Formeln sind wegen der grossen Additionalconstante als grossentheils empirisch zu bezeichnen, weshalb Formel (257) ihrer Einfachheit halber der vorhergehenden vorzuziehen ist.

Sie entsteht aus (253) durch Zufügung einer für Abnutzung angewandten Constante $2{,}6^{mm}$. Wenn diese unberücksichtigt bleiben würde, so würde die Spannung im Material, welcher (259) entspricht, $\mathfrak{S} = 3{,}25^k$ sein. Die Constante bewirkt aber eine Verminderung von $\mathfrak{S}$ auf die in folgender Zahlenreihe als Beispiele angegebenen Werke.

D	Ueberdruck in Atmosphären.					
	$n = 4$		7		10	
	δ	$\mathfrak{S}$	δ	$\mathfrak{S}$	δ	$\mathfrak{S}$
600	6,3	1,90	9,1	2,31	11,8	2,54
800	7,5	2,13	11,2	2,50	14,9	2,70
1000	8,8	2,27	13,4	2,61	18,0	2,78

Die hier gegebenen Materialspannungen gelten für das volle Blech; in den Nietnäthen tritt eine Steigerung auf das etwa $1^1/_2$fache ein (siehe §. 72 bis 74). Gussstahlkessel dürfen mit $^3/_5$ der aus (257) hervorgehenden Wanddicke ausgeführt werden, da das Material $^5/_3$mal stärker ist als Schmiedeisen.

Dem sphärischen Abschluss eines cylindrischen Kessels gebe man, wenn er nach einem Krümmungshalbmesser von r_1 Meter gebogen ist, die Wandstärke:

$$\delta_1 = 1{,}54\, n r_1 + 2{,}5^{mm} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (259)$$

eine Formel, welche deshalb brauchbar erscheint, weil gewöhnlich r_1 in den Kesselfabriken durch vorhandene Schablon-Mulden vorgeschrieben ist.

Beispiel. *Soll der obige Dampfkessel durch Kugelcalotten von 2^m Krümmungshalbmesser abgeschlossen werden, so erhalten dieselben nach (259) eine Wanddicke $\delta_1 = 1{,}54 \,.\, 4 \,.\, 2 + 2{,}5^{mm} =$ sehr nahe 15^{mm}.*

§. 258.

Dampfkesselröhren mit äusserem Druck.

Die von aussen gepressten cylindrischen Röhren erleiden eine Beanspruchung, welche derjenigen auf Strebfestigkeit ähnlich ist, indem sie bei einer gewissen Grenze des Druckes, wenn eine kleine Abweichung von der cylindrischen Form eintritt oder vorhanden ist, zerquetscht werden. Bei den Heizröhren der Lokomotiv- und Schiffskessel genügen bereits die der Abnutzung wegen anzuwendenden Wanddicken, um der Zerquetschung vorzubeugen; die Feuerröhren der kornischen Kessel dagegen haben meist solche Abmessungen, dass auf die Gefahr der Zerquetschung Rücksicht genommen werden muss. Durch Versuche von Fairbairn ist festgestellt worden, was theoretische Untersuchungen auch zeigen, dass die Rohrlänge einen wesentlichen Einfluss auf die Grösse der Zerquetschungskraft hat, und zwar dass letztere um so geringer ausfällt, je grösser die Länge oder genauer genommen der Abstand der gegen Zusammendrückung gesicherten Rohrquerschnitte ist. Aus seinen Versuchen hat Fairbairn für den die Zerquetschung herbeiführenden äusseren Ueberdruck p die Formel:

$$p = 806\,300\, \frac{\delta^{2,19}}{lD} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (260)$$

abgeleitet, wobei p in engl. Pfunden auf den Quadratzoll engl., D und δ in engl. Zoll, l in engl. Fuss ausgedrückt ist. Alle diese Masse auf mm und p auf Kil. pro $\square^{mm}$ bringend, erhält man daraus:

$$p = \frac{n}{100} = 367\,937\, \frac{\delta^{2,19}}{lD} \quad \ldots\ldots \quad (261)$$

wobei n wieder den Druck in Atmosphären bezeichnet. Diese Formel hat eine sehr unbequeme Gestalt. Ihre Umformung auf eine solche zweiten Grades hat Love vorgeschlagen*). Die Annäherung wird sehr genau, wenn man folgende Formel benutzt**):

$$100p = n = 376721\frac{\delta^2}{lD} + 116\frac{\delta^2}{D} - 93\frac{\delta}{D} \quad . \quad . \quad (262)$$

Sie dient zur Berechnung des Druckes, bei welchem ein von aussen gepresstes Rohr von bekannten oder angenommenen Dimensionen zusammengeklappt wird.

Beispiel. Bei einem ausgeführten, für $2^1/_2$ Atmosphären Ueberdruck bestimmten kornischen Kessel hatte das Feuerrohr die Länge $l = 25' = 7845^{mm}$, die Weite $D = 23'' = 601^{mm}$, und die Wanddicke $\delta = 0{,}25'' = 6{,}5^{mm}$. Hieraus berechnet sich nach (252) der Dampfdruck, bei welchem das Zusammenklappen wahrscheinlich ist, zu:

$$n = 376721\,\frac{6{,}5^2}{7845\,.\,601} + 116\,\frac{6{,}5^2}{601} - 93\,\frac{6{,}5}{601},$$

woraus folgt $n = 3{,}375 + 8{,}154 - 1{,}005 = 10{,}524$ Atm. Das Rohr ist thatsächlich zerquetscht worden. Bedenkt man, dass die Abnutzung die Wanddicke leicht um einige Millimeter verringern kann, so wird man das Eintreten der Explosion durchaus nicht wunderbar finden. Bei einem

*) Siehe Civil-Ingenieur Bd. VII, S. 238.

**) Die von Love selbst umgerechnete Formel hat andere Constanten, als die obige. Sie lautet auf Centimeter für l, D und δ, und Kil. pro □Centimeter für p zurückgeführt:

$$p = 512820\frac{\delta^2}{lD} + 641\frac{\delta^2}{D} - 224\frac{\delta}{D}$$

während (262) bei Umrechnung auf dieselben Maasseinheiten lautet:

$$p = 376721\frac{\delta^2}{lD} + 1160\frac{\delta^2}{D} - 93\frac{\delta}{D}.$$

Die vorliegenden Constanten waren nur auf umständlichem Wege aus den Fairbairn'schen Versuchen abzuleiten. Dieser Arbeit hat sich auf meine Veranlassung die „Hütte" unterzogen. Den Bericht siehe Verhandlungen des Vereins f. Gewerbfleiss 1870, S. 115. Die daselbst durchgeführte Vergleichung der Love'schen Formel mit der Fairbairn'schen und der obigen zeigt zwar keine grossen, aber doch immerhin merkbare Unterschiede zwischen den verschiedenen Resultaten, soweit es Fairbairn's Versuche selbst betrifft, welche nur an ziemlich dünnwandigen Röhren vorgenommen wurden. Die obige Formel (262) schliesst sich am genauesten an. Sehr auffallend werden aber die Unterschiede in den Fällen der Praxis, wo δ meistens gross ist. In diesen Fällen liefern die Love'schen Constanten ein um 30 bis 40 Procent abweichendes Resultat. Für unser obiges Beispiel erhält man nach Love's Formel $n = 4{,}59 + 4{,}51 - 2{,}42 = 6{,}68$ Atmosphären statt 10,52, wie sich oben ergibt.

von innen gepressten Rohre von derselben Weite und Dampfspannung würde man nach der Tabelle im vorigen Paragraphen eine Materialspannung von etwa 2,7 k in den Nietnäthen angewandt haben, was einer $\frac{42}{2,7}$ *fachen oder rund 15fachen Sicherheit gegen das Zerreissen, also einer Maximaldampfspannung von gegen 55 Atmosphären entspräche; eine Ungleichheit, welche durch nichts motivirt ist.*

Das Mittel, die Sicherheit zu erhöhen, ohne die Wanddicke vergrössern zu müssen, liegt in der Verringerung von l, wozu Fairbairn die Anbringung von Versteifungsringen an den Stossfugen der Rohrschüsse empfahl. Es ist sehr auffallend, wie wenig man immer noch in Deutschland von dieser vorzüglichen Einrichtung Gebrauch macht, zumal die Kessel-Explosions-Statistik nachweist, dass die so häufig vorkommenden Zusammenklappungen der Feuerröhren da nicht eintreten, wo die Versteifungsringe angewandt sind. Im Gebrauche sind in England die Adamson'sche Methode, Fig. 619, und die Hick'sche, Fig. 620, von denen die

Fig. 619.

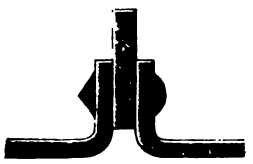
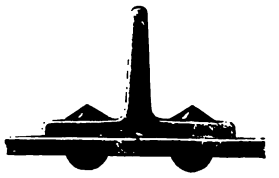


Fig. 620.



zweite die leichter ausführbare Construction liefert, erstere aber den Vorzug hat, keine Nietköpfe dem Feuer auszusetzen. Es empfiehlt sich bei kornischen Kesseln, wie einzelne Kesselfabrikanten es wirklich machen, an jeder Schussfuge des Feuerrohrs die Versteifung anzubringen.

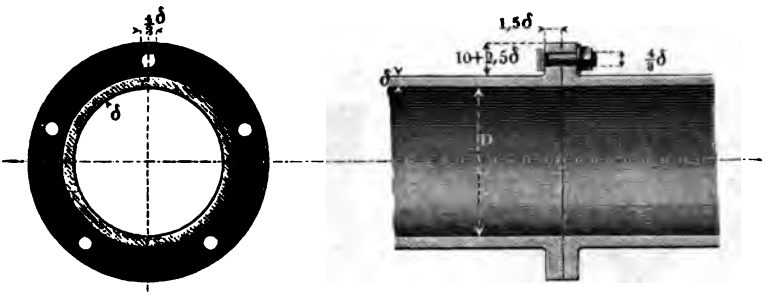
§. 259.

Verbindungen gusseiserner Röhren.

Die am meisten gebräuchliche Verbindung gusseiserner Röhren ist die Flantschenverbindung, Fig. 621. Die anzuwendenden Verhältnisszahlen sind in der Figur angegeben. Früher liess man

zwischen den Schraubenlöchern und dem inneren Rande gewöhnlich eine Arbeitsleiste stehen; jetzt wird dieselbe meistens weggelassen

Fig. 621.



da das Geradestechen der ganzen Flantsche die Verbindung schöner und genauer macht, ohne wesentlich mehr zu kosten. Viele wenden als Dichtungsmittel neuerdings wieder einen Ring aus Kupferdraht an, welcher in eingedrehte Kerben eingepresst wird und jeden Kitt überflüssig macht. Bei gewöhnlichen Röhren von nicht zu hoher Spannung kann man die Anzahl $\mathfrak{A}$ der Flantschenschrauben nehmen:

$$\mathfrak{A} = 2 + \frac{D}{50} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (263)$$

wobei D in Millimeter angegeben ist.

Hiernach erhält ein Rohr von 100^{mm} Weite vier Schrauben, eines von 200^{mm} Weite deren sechs. Ein Luftpumpencylinder von 1500^{mm} Weite erhält nach (263) $2 + \frac{1500}{50} = 32$ Schrauben.

Bei einigermaassen starkem inneren Druck ist es aber besser, $\mathfrak{A}$ nach folgender Formel zu nehmen:

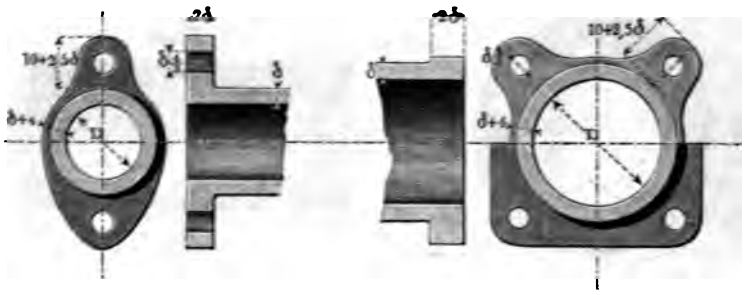
$$\mathfrak{A} = \frac{n}{180}\left(\frac{D}{d}\right)^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (264)$$

wobei d die Schraubendicke, D die Rohrweite, n die Anzahl der Atmosphären der im Rohr herrschenden Spannung bezeichnet.

Beispiel. Ein Dampfcylinder von 1000^{mm} Weite und 4 Atmosphären innerem Ueberdruck erhält nach (249) eine Wanddicke $\delta = 20 + \frac{1000}{100} = 30^{mm}$, *also nach obiger Figur eine Deckelschraubendicke* $d = \frac{4}{8} \cdot 30 = 40^{mm}$, *wobei die Schraubenanzahl nach (264) zu nehmen ist:* $\mathfrak{A} = \frac{4}{180}\left(\frac{1000}{40}\right)^2 = \frac{625}{45} = 14$.

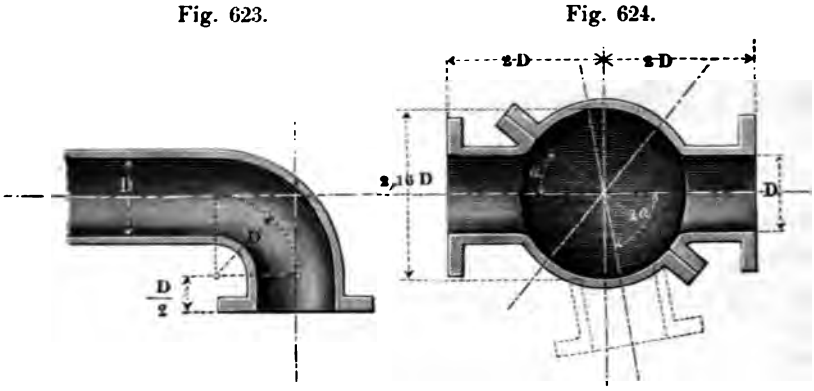
Die Ohrflantsche, Fig. 622. ist eine oft gebrauchte Abänderung der Kreisflantsche: ihre Dicke wird wegen der geringeren Ansatzfläche = 2 bis 2,5 δ statt $^4/_3\,\delta$ gemacht.

Fig. 622.



Ein mit der Flantschenverbindung construirtes Rohrknie oder einen Krümmer zeigt Fig. 623. Die Krümmung darf nicht zu scharf gemacht werden, damit die Winkelleitung des etwa durch das Rohr zu leitenden Wassers nicht zu viel Stossverlust mit sich bringt. Für jeden anderen Winkel, den die Rohrachsen einschliessen

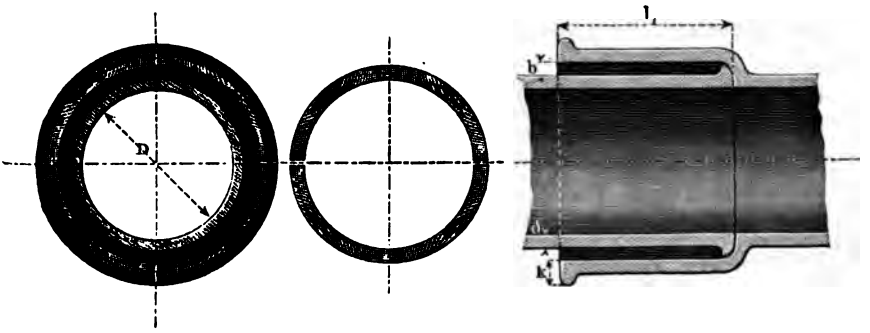
Fig. 623. Fig. 624.



sollen, muss ein solcher Krümmer besonders modellirt werden. Bequemer ist in dieser Hinsicht das Universal-Rohrknie von Brown, Fig. 624. Vor der Aufstellung wird nur das eine der Kniestücke mit Schraubenlöchern versehen, das andere wird erst bei der Aufstellung selbst nach geschehener Anzeichnung gebohrt. Je nachdem man die Flantschen stellt, kann man den Kniewinkel zwischen dem Werthe 2α und 180^0 nach Belieben wählen. Hier ist $\alpha = 40^0$ genommen, was für die meisten praktischen Fälle passt.

Die Muffenverbindung oder Rohrmuffe, Fig. 325 bis 327, wird bei Gas- und Wasserleitungsröhren vorwiegend angewandt. Als

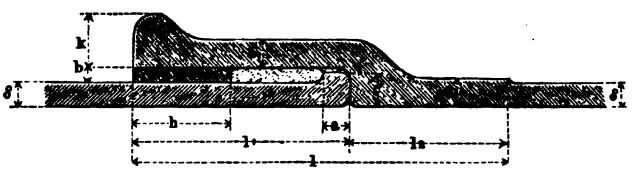
Fig. 625. Fig. 626. Fig. 627.



Dichtungsmaterial dient Blei, welches man neuerdings sehr zweckmässig in der Form von fertigen Halbringen, Fig. 626, einsetzt und feststemmt, nachdem eine Wergunterlage in die Muffe geschoben worden.

Die Abmessungen der Rohrmuffen können nach folgenden sorgfältig gewählten Verhältnisszahlen genommen werden. Die Rohr-

Fig. 628.



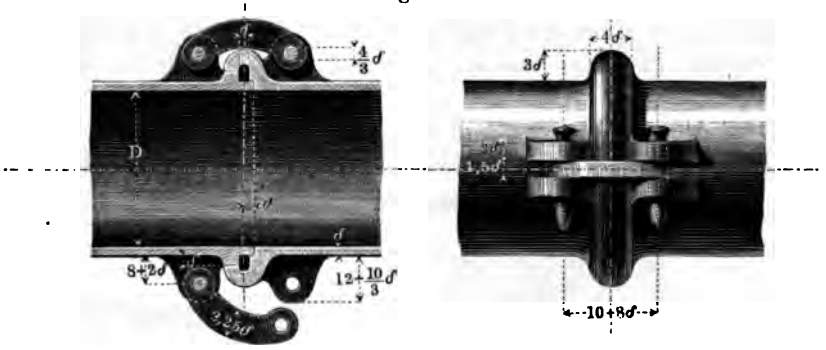
wanddicke δ wird nach (247) bestimmt, also $\delta = 8 + \frac{D}{80}$ genommen; sodann nehme man:

Wandstärke der Muffe	$\delta_1 = 10 + 0{,}0135\,D$
Stärke des Muffenkranzes.	$k = 18 + 0{,}0025\,D$
Innere Länge der Muffe	$l_1 = 67 + 0{,}11\,D$
Länge des Muffenhalses	$l_2 = 49 + 0{,}09\,D$
Gesammtlänge der Muffe	$l = 116 + 0{,}20\,D$
Lichtweite der Dichtung	$b = 5 + 0{,}007\,D$
Höhe des Bleiringes	$h = 28 + 0{,}07\,D$
Höhe des Wulstes	$a = 1{,}2\,\delta$
Wandstärke des Wulstes	$c = \delta + b - 2.$

Manche geben dem Muffenkranze eine ringsumlaufende Kerbe im Innern, welche die Bleidichtung festhalten soll; andere erklären diese Kerbe wegen der Weichheit des Dichtungsmetalles für vollständig nutzlos. Häufig findet man auch neuerdings den Wulst am umschlossenen Rohrende ganz weggelassen (was namentlich bei der jüngst aufgekommenen englischen Methode des Röhrengusses bequem ist); die Muffe erhält dafür am inneren Rande einen Vorsprung nach innen. Für ganz festgelagerte Muffenröhren zur Wasserleitung eignet sich nach Scholl statt der Bleiverdichtung die weit billigere Verkittung mit einer erwärmten Mischung von Pech und Ziegelmehl, mit welcher Hanfzöpfe, die in die Muffe zu treiben sind, getränkt werden.

Fig. 629 stellt die Petit'sche Röhrenverbindung dar. Ein in die kurze Muffe gelegter Kautschuckring wird, indem man die

Fig. 629.



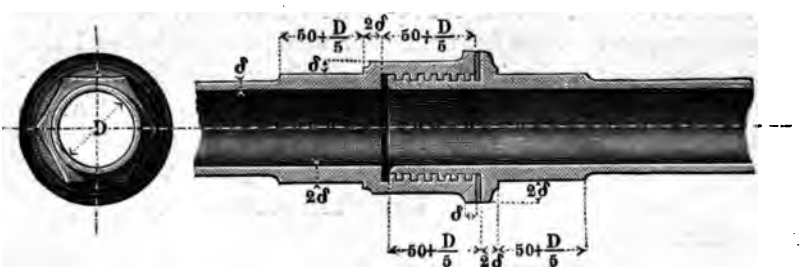
Röhren selbst als Hebel benutzt, stark zusammengepresst, zwei Klauen mit schmiedeisernen Stiften halten das Rohrschloss zusammen. Vorstehende Röhrenverbindung, welche u. a. bei der grossen Wasserleitung im Lager von Châlons angewandt wurde, stellt sich namentlich bei Wasserröhren erstlich sehr billig, gestattet sodann eine grosse Schnelligkeit im Legen langer Rohrstränge, und bietet endlich eine gewisse Beweglichkeit dar, welche in unregelmässigem Boden von ganz besonderem Werthe ist. Es scheint empfehlenswerth, das Oehr stärker zu machen als Petit angibt.

Eine Schraubmuffe für gusseiserne Wasserleitungsröhren*) stellt Fig. 630 dar. Das Schraubengewinde ist gleich angegossen,

*) Das Hüttenwerk Lauchhammer benutzt und liefert die folgende Verbindung für Röhren bis zu 50 bis 60mm Lichtweite.

als Dichtungsmaterial Blei in einem über das äussere Gewinde gestreiften Ringe angewandt. Diese Verbindung kann man sich als eine Flantschenverbindung mit einer einzigen Schraube vorstellen, welche letztere mit dem Rohre concentrisch gemacht, und soviel

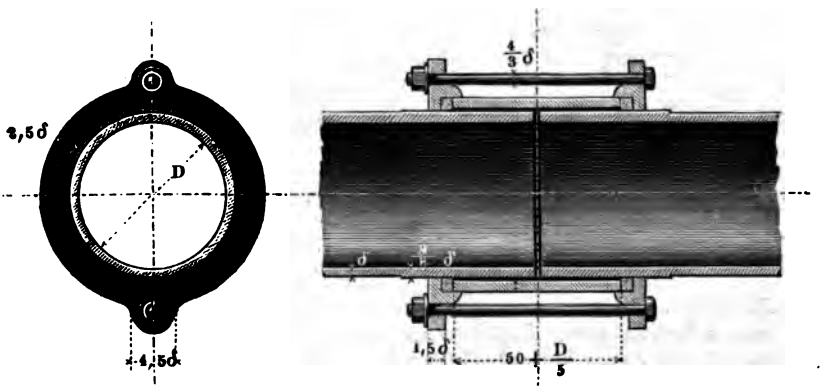
Fig. 630.



erweitert ist (siehe §. 66), dass sie die Rohrhöhlung in sich aufnehmen kann. Da die Schraube mit dem Rohre eintrumig ist (aus einem Stücke mit ihm besteht), muss beim Anschrauben das zuletzt gelegte Rohr selbst um seine Achse gedreht werden, zu welchem Ende der Röhrenleger zwei grosse, die Muffen fassende Schraubenschlüssel führt.

Fig. 631. Rohrmuffe von Normandy. Die Dichtung geschieht mit zwei Kautschukringen. Diese höchst einfach construirte Ver-

Fig. 631.

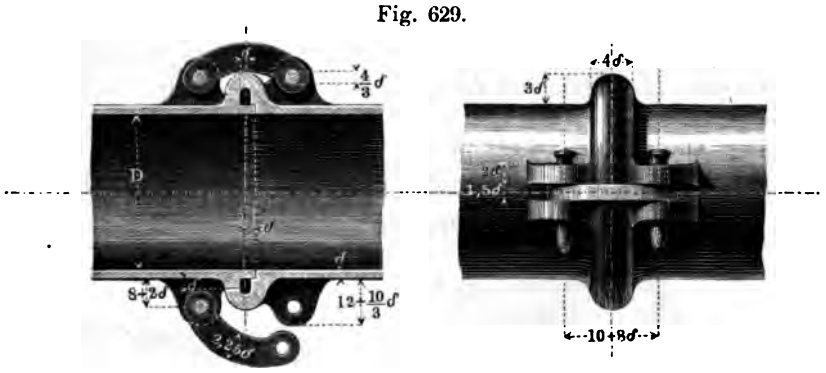


bindung ist, haltbares Dichtungsmaterial vorausgesetzt, unter Umständen sehr brauchbar. Sie hat die Beweglichkeit des Petit'schen Rohrschlusses (Fig. 629), und ist leicht aufzustellen und auseinanderzunehmen. Eine ähnliche Stossverbindung unter Be-

Manche geben dem Muffenkranze eine ringsumlaufende Kerbe im Innern, welche die Bleidichtung festhalten soll; andere erklären diese Kerbe wegen der Weichheit des Dichtungsmetalles für vollständig nutzlos. Häufig findet man auch neuerdings den Wulst am umschlossenen Rohrende ganz weggelassen (was namentlich bei der jüngst aufgekommenen englischen Methode des Röhrengusses bequem ist); die Muffe erhält dafür am inneren Rande einen Vorsprung nach innen. Für ganz festgelagerte Muffenröhren zur Wasserleitung eignet sich nach Scholl statt der Bleiverdichtung die weit billigere Verkittung mit einer erwärmten Mischung von Pech und Ziegelmehl, mit welcher Hanfzöpfe, die in die Muffe zu treiben sind, getränkt werden.

Fig. 629 stellt die Petit'sche Röhrenverbindung dar. Ein in die kurze Muffe gelegter Kautschuckring wird, indem man die

Fig. 629.



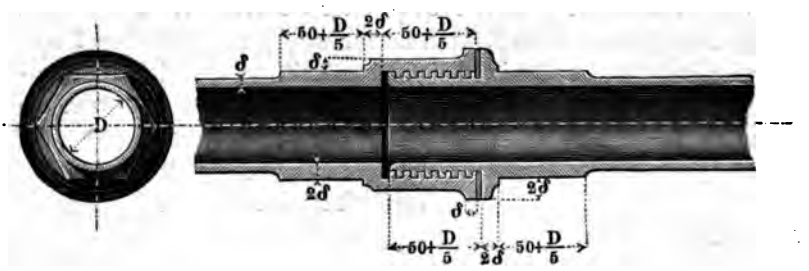
Röhren selbst als Hebel benutzt, stark zusammengepresst, zwei Klauen mit schmiedeisernen Stiften halten das Rohrschloss zusammen. Vorstehende Röhrenverbindung, welche u. a. bei der grossen Wasserleitung im Lager von Châlons angewandt wurde, stellt sich namentlich bei Wasserröhren erstlich sehr billig, gestattet sodann eine grosse Schnelligkeit im Legen langer Rohrstränge, und bietet endlich eine gewisse Beweglichkeit dar, welche in unregelmässigem Boden von ganz besonderem Werthe ist. Es scheint empfehlenswerth, das Oehr stärker zu machen als Petit angibt.

Eine Schraubmuffe für gusseiserne Wasserleitungsröhren*) stellt Fig. 630 dar. Das Schraubengewinde ist gleich angegossen,

*) Das Hüttenwerk Lauchhammer benutzt und liefert die folgende Verbindung für Röhren bis zu 50 bis 60mm Lichtweite.

als Dichtungsmaterial Blei in einem über das äussere Gewinde gestreiften Ringe angewandt. Diese Verbindung kann man sich als eine Flantschenverbindung mit einer einzigen Schraube vorstellen, welche letztere mit dem Rohre concentrisch gemacht, und soviel

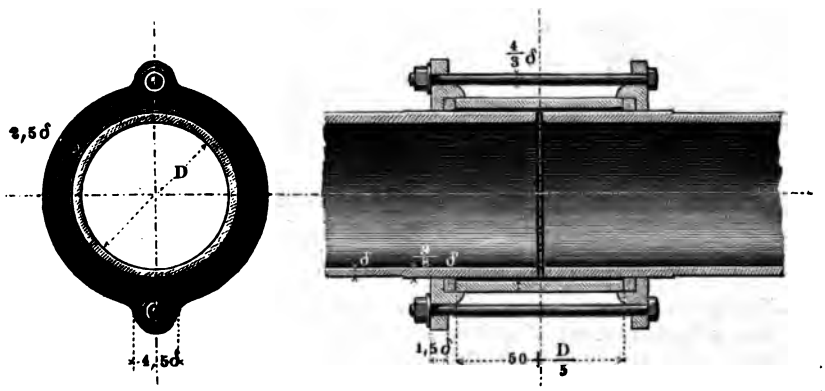
Fig. 630.



erweitert ist (siehe §. 66), dass sie die Rohrhöhlung in sich aufnehmen kann. Da die Schraube mit dem Rohre eintrumig ist (aus einem Stücke mit ihm besteht), muss beim Anschrauben das zuletzt gelegte Rohr selbst um seine Achse gedreht werden, zu welchem Ende der Röhrenleger zwei grosse, die Muffen fassende Schraubenschlüssel führt.

Fig. 631. Rohrmuffe von Normandy. Die Dichtung geschieht mit zwei Kautschukringen. Diese höchst einfach construirte Ver-

Fig. 631.



bindung ist, haltbares Dichtungsmaterial vorausgesetzt, unter Umständen sehr brauchbar. Sie hat die Beweglichkeit des Petit'schen Rohrschlusses (Fig. 629), und ist leicht aufzustellen und auseinanderzunehmen. Eine ähnliche Stossverbindung unter Be-

nutzung der Bleiverdichtung findet man auch bei Wasserleitungsröhren benutzt. Der Ring bildet dann eine doppelte Muffe; die Röhren sind ganz glatt, ohne Verdickung oder Wulst an den Enden hergestellt.

Der Abstand der Mittelebenen der beiden Stossverbindungen eines Rohres heisst dessen Nutz- oder Baulänge. Diese kann bei geraden gusseisernen Röhren immer wenigstens zwischen 1 und 2 Meter betragen, und wird bei langen Leitungen soviel als thunlich grösser genommen. Bei Muffenröhren für Gas- und Wasserleitungen findet man bei $D = 100^{mm}$ die Baulänge 2 bis 3^{m}

300^{mm} „ „ 3 „ 4^{m}

600^{mm} und darüber 4^{m}

ausgeführt.

§. 260.

Verbindung schmiedeiserner Röhren.

Genietete Wasserleitungsröhren aus Schmiedeisen werden mit schmiedeisernen oder mit gusseisernen Flantschen, Fig. 632 und 633, verbunden. Behufs Auffindung der anzuwendenden Dimen-

Fig. 632.

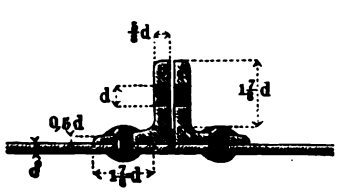
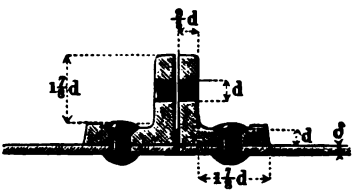


Fig. 633.



sionen suche man zuerst, unter Benutzung von (263) und (264), die Schraubendicke d, und bestimme daraus nach den hier angegebenen Verhältnisszahlen die übrigen Maasse.

Beispiel. Es seien die schmiedeisernen Flantschen nach Fig. 632 für ein schmiedeisernes Turbinenrohr von 1000mm Lichtweite, welches 2 Atmosphären Spannung auszuhalten hat, zu construiren. Dieses Rohr erhielte zunächst, wenn man es wie ein Dampfkesselrohr behandeln wollte, nach (257) eine Wanddicke $\delta = 1{,}54 \,.\, 2 + 2{,}6 = 5{,}68^{mm}$, *was indessen gut auf* 5^{mm} *erniedrigt werden könnte. Wählt man nun die Schraubendicke* $d = 20^{mm}$, *so würde werden nach (263) die Schraubenzahl* $\mathfrak{A} = 2 + \frac{1000}{50} = 22$, *nach (264)* $\mathfrak{A} = \frac{2}{180}\left(\frac{1000}{20}\right)^2 = \frac{2500}{90} \sim 27$, *welche*

Zahl als die grössere beibehalten werde. Nun kommt nach Fig. 632 die Flantschendicke $= {}^5/_8 \cdot 20 \sim 13^{mm}$, *die radiale Länge* $= 1^7/_8 \cdot 20 \sim 38^{mm}$ *u. s. w.*

Fig. 634

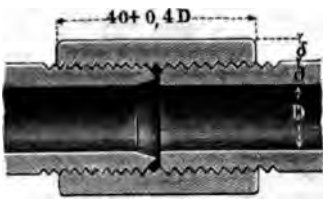
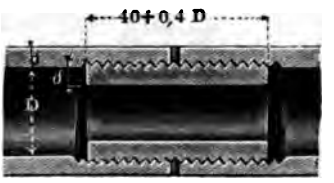


Fig. 635.



Gezogene schmiedeiserne Röhren werden vielfach mit einer Schraubmuffe, Fig. 634 und 635, verbunden. Bei dem Schlosse in Fig. 634 wird der scharfe Rand des einen Rohres bis zum Dichtwerden gegen die Gegenwand gepresst, bei Fig. 635 aussen ein Dichtungsmaterial eingelegt. Beim Festdrehen der Muffe werden die Röhren mit passend construirten Klemmzangen gefasst. Die Baulänge der schmiedeisernen Röhren geht bis 3 und 4 Meter.

§. 261.

Bleiröhren-Verbindungen. Gemischte Verbindungen.

Bleiröhren werden häufig mittelst aufgestreifter loser Flantschen aus Schmiedeisen verbunden, welche die umgeschlagenen Ränder der Röhren gegeneinanderpressen. Eine Schraubmuffe für Bleiröhren (nach Louch) zeigt Fig. 636 (a. f. S.). Die drei Aussentheile derselben sind von Gusseisen. Fig. 637 zeigt die Verbindung eines Bleirohres mit einem Schmiedeisenrohr (ebenfalls nach Louch). Dem Schmiedeisenrohr ist eine bronzene kleine Flantsche angeschraubt, gegen welche die Flantsche des Bleirohres vermittelst der gusseisernen Schraubmuffen angepresst wird. Die vorragenden Enden der Muffen werden aussen sechs- oder achtkantig geformt, ebenso die Schraubenmutter, in welche dieselben hineingreifen. Hier wie bei den beiden folgenden Verbindungen ist wieder die erweiterte Schraube das Verbindungsmittel der

Verschlüsse. Bleiröhren erhalten eine sehr grosse, leicht bis 10 Meter zu führende Baulänge.

Fig. 636.

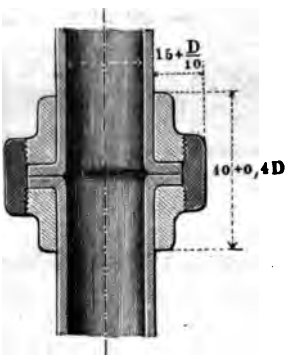


Fig. 637.

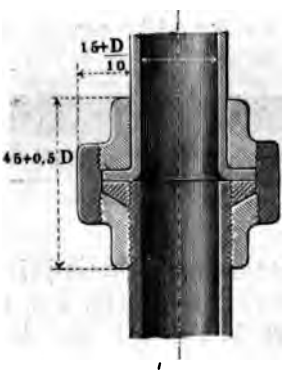


Fig. 638 und 639. Verbindung von gusseisernen Röhren mit bleiernen. Hier ist ein Dichtungsmittel, Kautschuk oder dergleichen, als zwischengelegt angenommen.

Fig. 638.

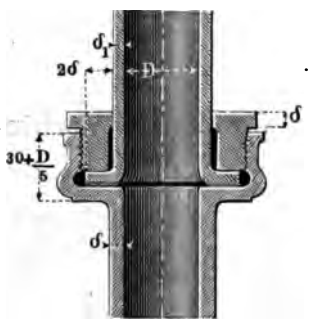
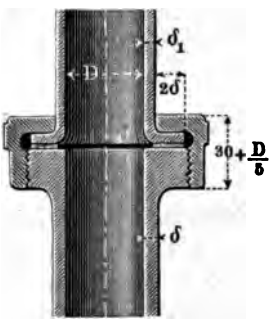


Fig. 639

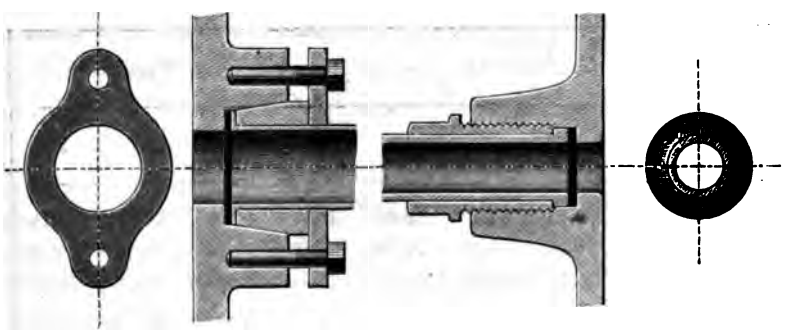


Zwei Verbindungen mit loser Flantsche zeigen Fig. 640 und Fig. 641, die erstere für ein Kupferrohr mit schmiedeiserner Flantsche, die zweite für ein bronzenes Rohr bestimmt.

Solche und ähnliche Verbindungen kommen bei den Leitungsröhren der hydraulischen Pressen, überhaupt bei dünnen Metallröhren, und sodann bekanntlich bei den Feuerspritzen als Schlauchschlösser zur Verwendung; diese werden dabei für die besonderen Zwecke mit Sorgfalt in recht praktischen Formen und Verhältnis-

sen ausgeführt, deren Einzelheiten hier aufzuzählen zu weit führen würde. Sehr beachtenswerth sind in dieser Hinsicht die Einrichtungen von Metz.

Fig. 640. Fig. 641.



§. 262.

Gewichte der gusseisernen Röhren.

Die nachstehende Tabelle gibt die Gewichte der Röhren pro laufenden Meter ohne Muffe oder Flantschen. Um das Gewicht der letzteren zu bestimmen, verwandele man sie in Hohlcylinder von der Weite D, der Wanddicke δ und der Länge l, worauf man das Gewicht nach der Tabelle bestimmen kann. Für die Länge l, welche für eine Flantsche nach Fig. 621 einzuführen ist, kann im Mittel $10\,\delta$ gesetzt werden. Für die Muffe nach Fig. 628 ist für l etwa die Länge $125 + 0{,}3\,D$ zu nehmen.

1. Beispiel. Eine Röhrenfahrt von 120^m Länge aus gusseisernen im Bau 3^m langen Röhren von 300^{mm} Weite und 12^{mm} Wanddicke erhält 40 Röhren. Jede derselben wiegt ohne Flantschen nach Spalte 4 Zeile 17 der folgenden Tabelle: 3 . 85,19 = 255,57^k. Für die Bestimmung des Flantschengewichtes ist 2mal 10 δ der Rohrlänge zuzufügen, wonach sich die Rohrlänge einschliesslich der Flantschen zu (3000 + 2 . 12 . 10) = 3,240^m ergibt. Mit den Flantschen also wiegt das einzelne Rohr 3,240 . 85,19 = 276,02^k, und die ganze Röhrenfahrt: 40 . 276,02 $\backsim$ 11041^k.

2. Beispiel. Für die Muffe eines Rohres von derselben Weite ist, wenn die Verhältnisse von Fig. 628 zu Grunde gelegt werden, das Gewicht eines Rohrstückes von der Länge 125 + 0,3 . 300 = 125 + 90 =

215mm, das wäre 0,215 . 85,19 = 18,3t zuzurechnen. Das 3m lange Rohr wiegt also 3 . 85,19 + 18,3 = 274,87t, die ganze Röhrenfahrt mithin 40 . 274,87 ∼ 10995t.

Tabelle über die Gewichte der gusseisernen Röhren.

Rohrweite *D.*	Laufende Gewichte der Röhren bei der Wanddicke *δ*:						
	8	10	12	14	16	18	20
60	12,40	15,93	19,66	23,57	27,67	31,94	36,41
70	14,19	18,20	22,39	26,76	31,31	36,04	40,96
80	15,99	20,48	25,12	29,94	34,95	40,14	45,51
90	17,85	22,75	27,85	33,13	38,59	44,23	50,06
100	19,64	25,79	30,59	36,32	42,23	48,33	54,61
110	21,44	27,30	33,33	39,50	45,87	52,42	59,16
120	23,06	29,58	36,05	42,69	49,52	56,51	63,71
130	25,15	31,85	38,78	45,87	53,16	60,62	68,26
140	26,94	34,13	41,50	49,06	56,79	64,72	72,81
150	28,74	36,41	44,24	52,24	60,44	67,99	77,37
160	30,59	38,68	46,97	55,43	64,08	72,90	81,92
180	34,18	43,24	52,43	61,80	71,37	81,10	91,02
200	37,83	47,78	57,89	68,17	78,64	89,15	100,12
220	41,49	52,34	63,35	74,54	85,92	97,48	109,22
240	45,14	56,86	68,81	80,92	93,20	105,66	118,32
260	48,79	61,44	74,27	87,29	100,48	113,86	127,42
300	56,09	70,55	85,19	100,03	115,04	130,24	145,63
350	65,12	81,92	98,85	115,95	133,25	150,72	168,39
400	74,17	93,29	112,47	131,88	151,46	171,20	191,14
500	92,41	116,05	139,51	163,74	187,86	211,33	236,64
600	110,67	138,78	167,11	194,00	224,27	253,11	282,16
700	128,86	161,56	194,41	225,82	260,68	294,08	327,66
800	147,05	184,31	221,73	257,72	297,08	335,02	373,16
900	165,30	207,06	249,02	289,57	333,50	375,86	418,69
1000	180,19	229,82	276,34	323,03	369,90	416,93	464,19

XIX. VENTILE.

§. 263.

Eintheilung der Ventile.

Ventile heissen solche Vorrichtungen in Rohrleitungen und Gefässen, welche dieselben abzuschliessen und wieder zu öffnen gestatten, so dass zeitweise der Durchfluss gehemmt, zeitweise wieder zugelassen werden kann. Die in ausserordentlicher Menge von Formen angewandten Ventile lassen sich in zwei Hauptklassen eintheilen; diese sind:

1. Gleitungsventile,
2. Hebungsventile.

Zu den Gleitungsventilen gehören u. a. die Hähne und Schieber, überhaupt aber alle diejenigen Ventile, bei welchen der abschliessende Körper über seine Gegenform hinzugleiten hat, um die darin angebrachten Oeffnungen freizulassen oder abzusperren; zu den Hebungsventilen zählen alle diejenigen Ventilconstructionen, bei welchen das Schlussstück von der Durchlassöffnung abgehoben, gelüftet werden muss, wie es bei den Klappen, den Kegelventilen, Kugelventilen u. s. w. geschieht.

Jede der beiden genannten Hauptklassen zerfällt wieder in zwei Unterabtheilungen, wenn man die Bewegung des abschliessenden Theiles als eine Achsendrehung auffasst. Dieselbe findet entweder statt um eine in endlicher Ferne gelegene, oder um eine unendlich entfernte Achse; hiernach zerfallen die Gleitungsventile in:

a. Hähne und Drehschieber,
b. geradlinig bewegte Schieber;

und die Hebungsventile in:

a. Klappen oder Gelenkventile,
b. geradlinig gehobene Ventile.

Nach dieser Eintheilung werden im Folgenden die wichtigsten und gebräuchlichsten Ventilarten behandelt.

A. Gleitungsventile.

§. 264.

Der konische Hahn.

Beim konischen Hahn ist der Ventilspiegel ein Kegelstumpf. Die Figuren 642 und 643 zeigen in zwei Formen den gebräuchlichen konischen Hahn. Die Durchlassöffnung wird länglich gemacht, um die Schlüsseldicke klein zu erhalten; den Anzug des

Fig. 642.

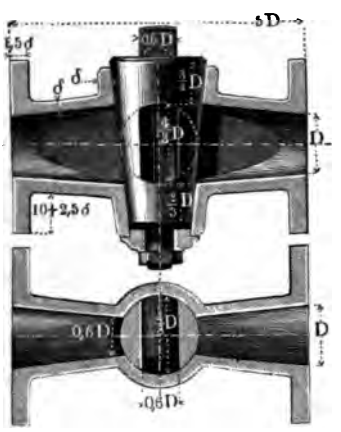
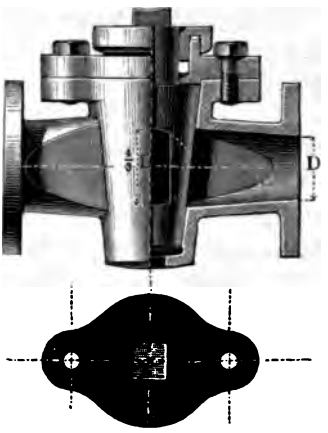


Fig. 643.

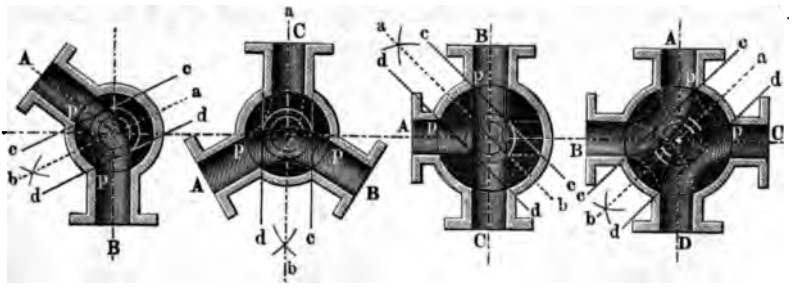


Schlüssels nehme man auf jeder Seite zu $^1/_9$ an, so dass z. B. ein Hahnschlüssel von 60^{mm} Länge oben $2 \cdot \frac{60}{9} = 13{,}33 \sim 13^{mm}$ mehr Durchmesser erhält, als unten. Für die Wanddicke δ benutzt man, wenn das Gehäuse von Gusseisen ist, Formel (235), wonach $\delta = 12 + \frac{D}{50}$ wird. Bronzene Hahngehäuse erhalten Flantschen wie gusseiserne, dagegen nur $^2/_3$ von deren Wanddicke. In Wasserleitungen müssen die Hähne, damit sie nicht festrosten, an den Gleitflächen immer aus Bronze oder einem ähnlichen, der Verrostung nicht ausgesetzten Material bestehen.

Fig. 644 bis 647 zeigen vier Abänderungen des konischen Hahnes. Fig. 644 Winkelhahn, Fig 645 und 646 zwei Drei-

weghähne, Fig. 647 einen Vierweghahn. Bei gegebener Kanalbreite und angenommener Ueberdeckung findet man den mittleren

Fig. 644. Fig. 645. Fig. 646. Fig. 647.

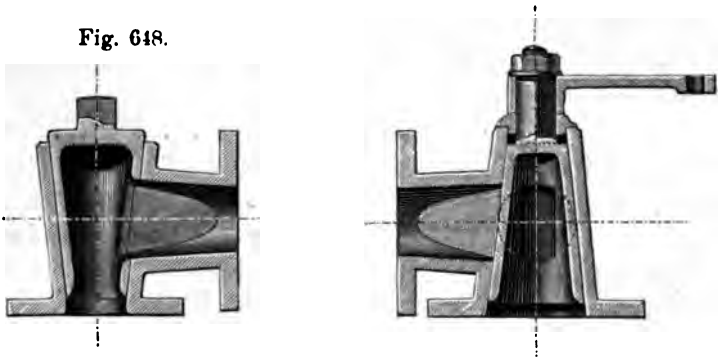


Schlüsseldurchmesser wie folgt. Beschreibe aus der Schlüsselmitte in vorstehenden Figuren einen Kreis mit der halben Kanalbreite und einen solchen mit der halben gewünschten Stegbreite *cd*; ziehe sodann berührend an den ersteren Kreis die Kanalgrenzen; halbire durch *ab* den kleinsten Winkel zwischen zwei benachbarten Kanälen, und mache die *cc* und *dd* parallel *ab*, so schneiden diese die Kanalgrenzen in den Punkten *pp*, durch welche der mittlere Durchschnittkreis des Schlüssels zu legen ist.

Fig. 648 und 649 zeigen zwei Hähne mit Hohlschlüssel, sehr anwendbar als Einspritzhähne für Condensatoren.

Fig. 649.

Fig. 648.



Macht man den Spitzenwinkel des Hahnkegels = 180°, so geht der Hahn in den ebenen Drehschieber über; wird dagegen der Spitzenwinkel = 0, also der Schlüssel cylindrisch und ausserdem von unendlich grossem Halbmesser gemacht, so geht der Hahn

den ebenen, geradlinig bewegten Schieber über; eine sehr praktische und werthvolle Form des konischen Hahnes ist der Wilson'sche Drehschieber*). Alle diese Schieberconstructionen gehören vorzugsweise der Dampfmaschine an, weshalb hier auf dieselben nicht näher eingegangen wird.

B. Hebungsventile.

§. 265.

Klappen.

Während bei den Gleitungsventilen der Flüssigkeitsdruck das Ventil selbst nicht verschieben kann, werden die Hebungsventile durch ihn vom Spiegel gehoben, wenn derselbe von der Seite der Sitz- oder Spiegelfläche kommt. Demzufolge können die Hebungsventile selbstthätig wirkend gemacht werden, wie es bei den Pumpen meistens der Fall ist. Selbstthätige Gelenkventile sind die gewöhnlichen Klappen.

Eine Doppelklappe in ihrem Gehäuse stellen die Figuren 650 und 651 dar. Als Dichtungsmaterial dient Leder oder Kautschuk (mit Leinwandeinlage). Die Sitzbreite s nehme man bei gegebener Lichtweite D des Ventiles:

$$s = 4 + \sqrt{D} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (265)$$

also z. B. bei 100^{mm} Ventildurchmesser: $s = 4 + \sqrt{100} = 4 + 10 = 14^{mm}$. Die reinen Verhältnisszahlen in den beistehenden Figuren beziehen sich auf die Einheit s. Der Ventilkasten ist durch eine Thür verschlossen, welche sich um seitlich angebrachte Gelenke dreht. Fig. 652 zeigt eine vierfache Klappe. Bei dieser wie bei der vorigen Construction dienen schmiedeiserne zusammengenietete Deckplatten zur Versteifung der Leder- oder Kautschukplatte. Die Deckplatten sind, abweichend von den Zeichnungen, in der Gegend des Gelenkes so breit zu machen, dass sie

*) Siehe Zeitschrift des Vereins deutscher Ingenieure 1858.

die untere Stützfläche der Klappe überdecken oder wenigstens berühren, damit das Leder nicht vom Wasserdruck eingebogen werden kann. Fig. 653 runde Kautschukklappe; dieselbe darf

Fig. 650.

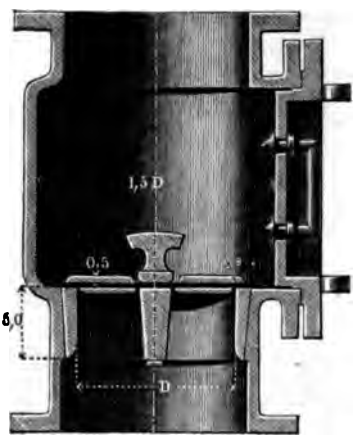


Fig. 652.

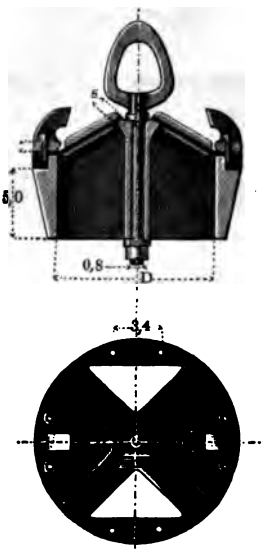


Fig. 651.

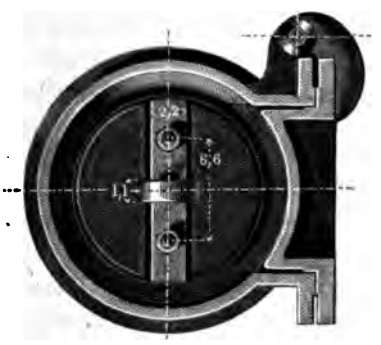


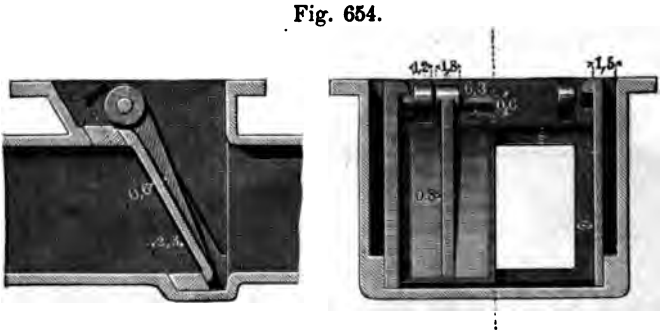
Fig. 653.

keine Versteifungsplatten haben, damit sie sich nach oben biegen und an den Fangtrichter anlegen kann; dafür aber muss sie nach unten durch ein Gitter gestützt werden.

Eine Klappe aus Bronze, bei den Luftpumpen der Dampfmaschinen und Zuckerküchen oft gebraucht, zeigt Figur 654 (a. f. S.). Der Ventilsitz wird durch zwei schmiedeiserne Keile festgehalten, und das Gehäuse durch einen hier weggelassenen Deckel verschlossen. Zur Bestimmung der Sitzbreite dient auch

hier Formel (265), wobei für D die kleinere der Rechteckseiten des Kanalquerschnittes benutzt wird. Bei allen hier dargestellten

Fig. 654.



Klappen sind Hubbegrenzungen angegeben; man mache den Eröffnungswinkel = 30 bis 40°*).

§. 266.

Einfache Rundventile.

Unter den geradlinig gehobenen Ventilen sind am allermeisten die Kegelventile angewandt, welche ebenfalls selbstthätig wirken können. Zwei solche zeigt Fig. 655 in einer für Speisepumpen zweckmässigen Zusammenstellung. Als Material dieser Ventile dient, um der Anrostung vorzubeugen, Bronze. An dem unteren Ventil ist hier ein gusseiserner Ventilsitz angegeben; besser ist es auf alle Fälle, auch hier einen besonderen bronzenen Sitz einzusetzen. Die Anschlussflächen beider Sitze sind dann als einem und demselben Konus angehörig auszubohren. Die Sitzbreite s wird nach (265) gewählt; auch beziehen sich auf diese Zahl wieder die reinen Verhältnisszahlen in den Figuren. Die Projection des Spiegelringes erhält eine Breite $= s - 4^{mm}$; in Folge dessen werden die kleinen Ventile schärfer konisch als die grösseren. Bei der Construction des Ventilkastens ist sorgfältig darauf zu achten, dass der Abfluss oberhalb jedes Ventiles genügend hoch über den Ventilscheitel gelegt werde, damit nicht der Rückstrom

*) Sehr beachtenswerthe Bemerkungen über Klappen, wie auch über Rundventile siehe in der Abhandlung von Prof. Fink „Ueber Pumpenventile und Klappen". Zeitschr. d. V. deutscher Ingenieure 1870, S. 497.

das Ventil offen hält, welcher Fehler sehr häufig vorkommt. Der hier gezeichnete Verschluss des Ventilkastens wird ohne Dichtungsmittel angewandt. Andere machen ihn eben, wobei ein Dichtungsmittel unentbehrlich ist.

Fig. 656. Kugelventil. Die Sitzbreite s und ihre Projectionen werden wie vorhin gemacht. Behufs Auffindung des passenden Kugeldurchmessers errichte man auf der Mitte der gegenüberliegenden Spiegelschnitte Senkrechten; ihr Schnittpunkt m ist der Kugelmittelpunkt. Der Abflusskanal muss wegen der grossen

Fig. 655.

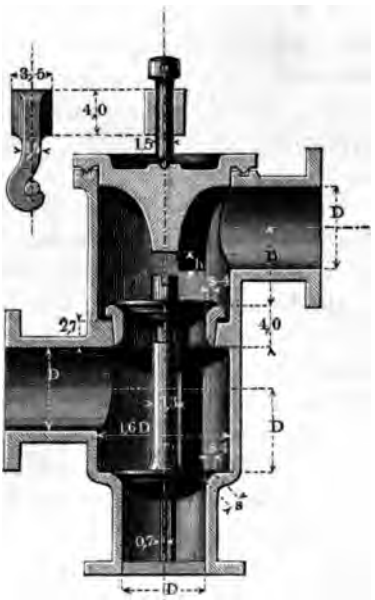
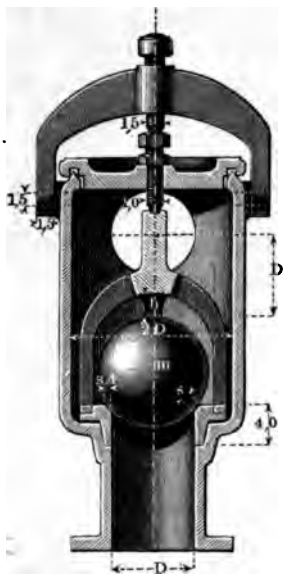


Fig. 656.



Höhe des Ventiles hier besonders hoch über dem Ventilspiegel angebracht werden. Viele tüchtige Constructeure stellen die Kugelventile nicht über die Kegelventile; die richtige Function beider hängt vor allem von der soeben erwähnten richtigen Anbringung des Abflusskanales ab. Bei unrichtiger Lage desselben verlieren auch Kugelventile nach kurzer Zeit ihren guten Gang *).

Die Hubhöhe h der Kegel- und Kugelventile nehme man gleich oder ein wenig grösser als $\frac{D}{4}$.

*) Eine vorzügliche Einrichtung zum Drehen von Ventilkugeln ist die Weidtmann'sche, siehe Uhland, prakt. M. C. 1870. S. 83 Tafel 24.

§. 267.

Doppelsitzventile.

Wenn ein gewöhnliches Kegelventil den Flüssigkeitdruck von oben statt von unten erfährt, so erfordert seine Hebung eine äussere und zwar nicht unbedeutende Kraft, welche proportional der ganzen Ventilprojection ist. Die doppelsitzigen Kegelventile nach den folgenden drei Formen bedürfen dagegen im gleichen Falle einer weit geringeren Hebekraft, indem diese nur proportional ihrer Spiegelprojection wird. Aus diesem Grunde werden die Doppelsitzventile bei Dampfmaschinensteuerungen vielfach benutzt.

Fig. 657. Hornblower-Ventil, auch Puppen- oder Dockenventil genannt. Dasselbe ist hier so angeordnet, als solle die Flüssigkeit von unten in den Ventilkasten eingeleitet und nach beiden Seiten je zur Hälfte weggeführt werden. Will man die Ableitung ganz nach einer Seite hin haben, so hat man den Kanal etwa doppelt so gross von Querschnitt zu machen, als er hier angegeben ist. Der mittlere Durchmesser D' des Ventiles ist $\geqq 0{,}8\,D$ zu nehmen, wenn D den Durchmesser des Zuleitungsrohres bezeichnet. Wird D' grösser als $0{,}8\,D$ gemacht, so darf der Ventilhub h kleiner sein, als im ersteren Falle, und zwar nehme man für h als Minimum:

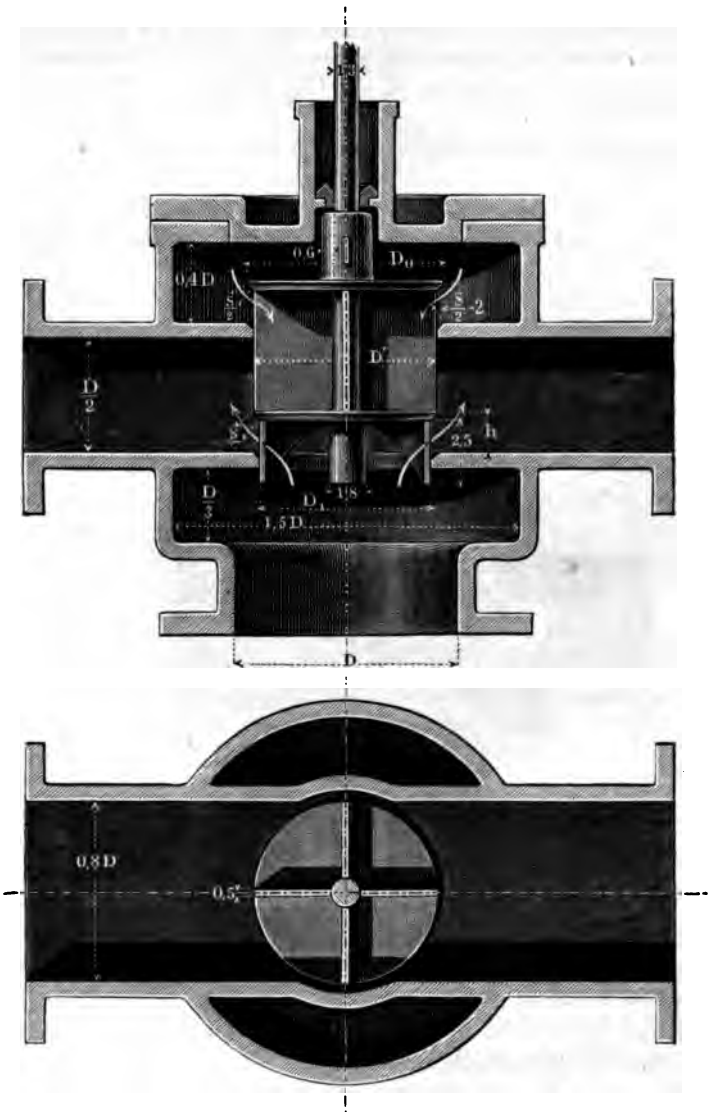
$$\left.\begin{aligned} \frac{h}{D'} &= \frac{1}{8}\left(\frac{D}{D'}\right)^2 \\ \text{oder} \qquad \frac{h}{D} &= \frac{1}{8}\left(\frac{D}{D'}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (266)$$

Beispiel. Will man das Ventil möglichst klein erhalten, macht also $D' = 0{,}8\,D$, *so ist zu nehmen:* $\frac{h}{D'} = \frac{1}{8} \cdot 1{,}25^2 = 0{,}195$ *oder* $\frac{h}{D} = \frac{1{,}25}{8} = 0{,}156$. *Bei* $D' = D$ *wird* $\frac{h}{D'} = \frac{h}{D} = \frac{1}{8} = 0{,}125$; *bei* $D' = {}^5/_4\,D$: $\frac{h}{D'} = \frac{1}{8}(0{,}8)^2 = 0{,}08$ *oder* $\frac{h}{D} = 0{,}10$.

Die Breite des einzelnen Ventilsitzes wird = der Hälfte des

aus (265) hervorgehenden Werthes genommen, indem nämlich zu machen ist:

Fig. 657



$$s = 4 + \sqrt{D'} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (267)$$

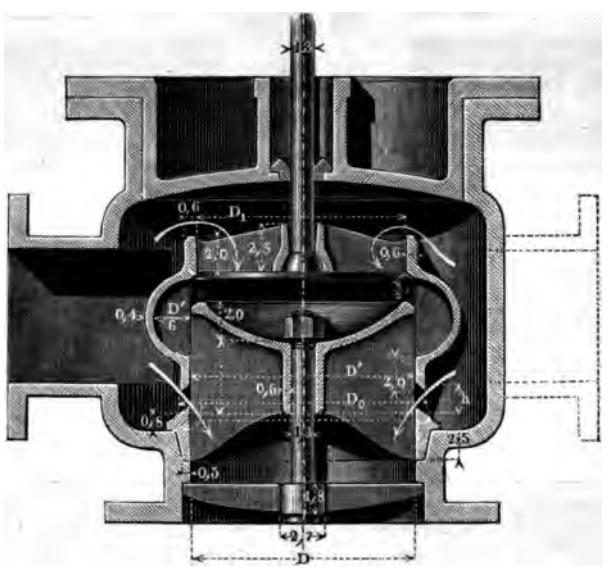
wobei die Gesammtprojection des Spiegelringes auch wie früher

$= s - 4^{mm}$ gemacht wird. Einzelne nehmen neuerdings bei den Doppelsitzventilen s noch kleiner, nämlich bis zur Hälfte des Werthes aus (267).

Beispiel. Für eine Rohrweite von 300mm sei der Ventildurchmesser $D' = 0{,}8 \cdot D = 0{,}8 \cdot 300 = 240^{mm}$ *gewählt worden. Dann erhält jeder einzelne Spiegelring die Breite* $\frac{s}{2} = \frac{1}{2}(4 + \sqrt{240}) = \frac{1}{2}(4 + 15{,}5)$, *abgerundet 10mm, und die Projection* $\frac{1}{2}(s - 4) = 8^{mm}$.

Das Gros'sche oder Glockenventil, Fig. 658, dient sehr gut, wenn die Flüssigkeit seitlich in den Ventilkasten eingeführt

Fig. 658.

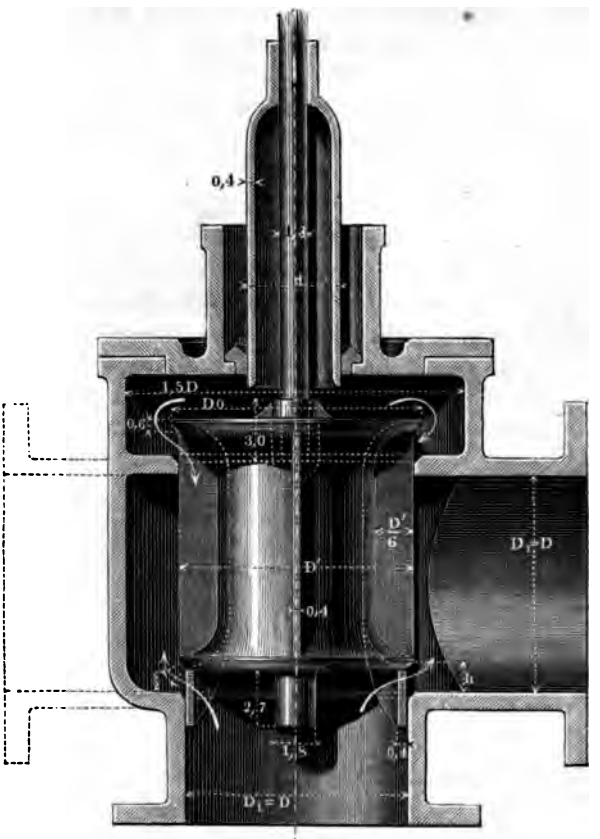


und nach unten abgeleitet werden soll. Der mittlere Ventildurchmesser D' ist $\geqq$ der Rohrweite D zu nehmen. Für h und s gelten die Formeln (266) und (267). Es ist, wie die Punktirung andeutet, leicht, auch hier die Leitung der Flüssigkeit an beiden Seiten des Kastens anzubringen.

Das ebenfalls von Hornblower herrührende Rohrventil zeigt Fig. 659. Einleitung der Flüssigkeit von unten, Ableitung zur Seite. Der mittlere Ventildurchmesser D' ist gleich $D + s$, also der untere Durchmesser $D_1 =$ der Rohrweite D zu nehmen.

Für Hubhöhe und Sitzbreite gelten die obigen Formeln. In unserer Figur ist noch ein Entlastungskolben an der Ventil-

Fig. 659.



stange angegeben. Derselbe ist bei den vorigen zwei Constructionen ebenso leicht wie hier zu gebrauchen und für Ventile von grossem Durchmesser sehr empfehlenswerth, indem bei diesen die Hebekraft trotz der Kleinheit der Druckfläche oft noch sehr bedeutend ausfällt. Durch passende Annahme des Durchmessers ∂ des Kolbens lässt sich die Hebekraft auf jede wünschbare Kleinheit herabziehen. Das punktirte zweite Ableitungsrohr ist leicht anzubringen, wenn es erforderlich ist. Gibt man dem Abflussrohr statt des kreisförmigen einen rechteckigen Querschnitt wie bei Fig. 659, so lässt sich der Abstand der Spiegel, also die Höhe des Ventiles

noch bedeutend herabziehen. Bei den amerikanischen Constructionen findet man das Rohrventil wie das Dockenventil meistens normal zur Achse in der Mitte getheilt ausgeführt und dort zusammengeschraubt; dadurch wird ermöglicht, den unteren Ventilsitz noch grösser als jetzt zu machen, und zwar wird er sehr nahe so gross wie der obere Sitz ausgeführt, und dadurch also die Hebekraft noch ganz bedeutend herabgezogen, so weit, dass nur gerade genug Druck übrig bleibt, um den dichten Verschluss zu ermöglichen.

Bei allen Doppelsitzventilen ist grosse Sorgfalt auf die Anfertigung zu legen, damit die Schlussflächen stets gleichzeitig aufliegen. Auch die Führung in der Richtung der Achse ist für die Erhaltung des Ventiles wichtig. Einzelne neuere Constructionen zeigen deshalb statt der hier angegebenen Führung mittelst der dünnen Stege eine solche mittelst eines kräftigen Cylinders oberhalb des oberen Sitzringes. Das Docken-Ventil, Figur 657, erfordert die kleinsten Abmessungen unter den drei Constructionen.

XX. KOLBEN.

§. 268.

Verschiedene Arten von Kolben und Kolben-Verschlüssen.

Stempel oder Kolben sind Organe zur Aufnahme der Bewegung von Flüssigkeiten und zum Uebertragen von Bewegung auf Flüssigkeiten tropfbarer oder gasförmiger Natur. Sie wirken durch ihre relative Bewegung gegen Gefässe, in welchen sie durch Aenderung ihrer Lage Veränderungen der von denselben umschlossenen Räume verursachen.

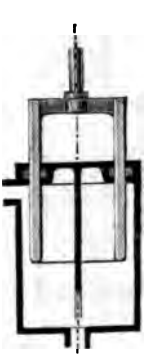
Ein Kolben muss behufs der räumlichen Theilung des ihn umgebenden Gefässes oder Stiefels mit einem die Bewegung gestattenden mehr oder weniger dichten Verschluss an den Gefässwänden anliegen, welcher Verschluss demnach in seiner Ein-

richtung von der Form des Kolbens und des Stiefels abhängig ist. Die gebräuchlichste Kolbenbewegung ist die geradlinige und deshalb die gewöhnliche Kolbenform eine prismatische, welche zudem für die Mehrzahl der Fälle in die des Kreiscylinders gebracht wird. Hier sollen nur die cylindrischen Kolben behandelt werden; aus den für diese gültigen Grundsätzen lässt sich die Construction anders geformter Kolben dann leicht ableiten.

Der dichte Verschluss wird auf mancherlei verschiedene Weisen bewirkt. Eine der gebräuchlichsten Dichtungsarten ist die der Stopfdichtung oder Stopfung, bei welcher elastisch nachgiebige Körper den Kolben in Form eines Ringes umgeben, der gegen die eine der Cylinderflächen während deren Bewegung angepresst wird, in die Gegenwand aber versenkt ist. Das Liderungsmaterial oder die Packung wird durch passende stellbare Vorrichtungen so fest angepresst, dass sie die abzusperrende Flüssigkeit nicht durchlässt.

Je nach der Lage des Packringes in der Wand des Hohlcylinders, oder in derjenigen des Vollcylinders kann man äussere und innere oder Hohlpackung unterscheiden, Fig. 660 und 661, auch eine zweifache Dichtung, welche eine äussere und eine innere an einem Kolben vereinigt, bilden, Fig. 662. Die erstere wird mit Vorzug eine Stopfbüchsendichtung, die zweite eine Kolbendichtung genannt. Lässt man den Stiefel an der einen Seite offen, wie in Fig. 660 bis 662 angedeutet, so heisst der Kolben einfachwirkend; die Formen Fig. 661 und 662 werden ins-

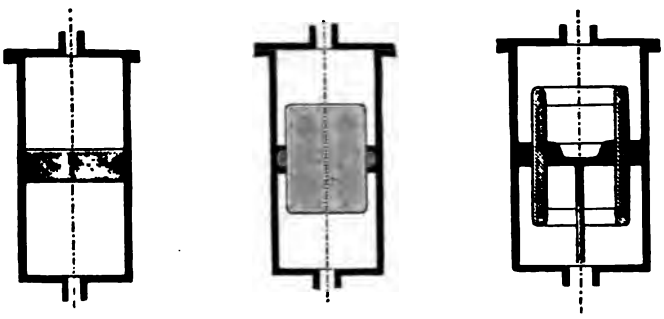
Fig. 660. Fig. 661. Fig. 662.



besondere Tauchkolben oder Taucher genannt; der Kolben Fig. 662 führt auch den Namen Perspectivkolben.

Wird der Stiefel auch auf der anderen Seite des Kolbens verschliessbar gemacht, Fig. 663, 664, 665, so kann der Kolben doppeltwirkend gebraucht werden und wird danach benannt. Der Kolben Fig. 663 heisst häufig ein Scheibenkolben. Um einen

Fig. 663. Fig. 664. Fig. 665.



doppeltwirkenden Kolben von dem Raume ausserhalb des Stiefels aus bewegen zu können, versieht man denselben in der Regel mit einer nach aussen gehenden Kolbenstange, Fig. 666 und 667, welche selbst einen Kolbenverschluss bekommt und dann nichts anderes ist, als ein mit dem ersten Kolben verbundener Tauchkolben, der gewöhnlich mit Hohlpackung a versehen wird (Fig. 661), doch auch äussere Dichtung erhalten kann, wie bei a',

Fig. 666. Fig. 667. Fig. 668.

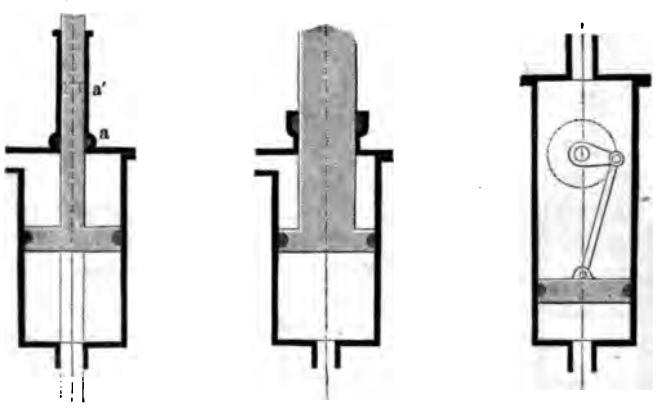


Fig. 666, punktirt ist. Dieser zweite Kolben wirkt als Taucher auf die Flüssigkeit, sodass letztere über und unter den Kolben eine ver-

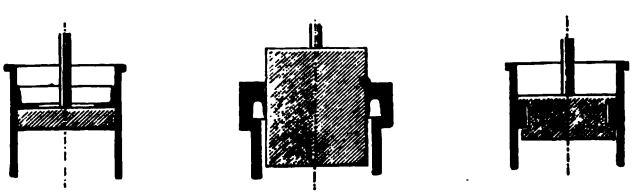
schiedene Einwirkung erfährt. Soll diese Verschiedenheit vermieden werden, so wird auf der Gegenseite des Hauptkolbens eine der ersten gleiche Kolbenstange angebracht, wie in Fig. 666 punktirt angegeben. Die Kolbenstange kann auf verschiedene Arten vermieden werden, u. a. nach Fig. 668, wo ein Kurbelgetriebe in das Innere des Stiefels gelegt ist; eine andere Methode besteht darin, dass man den Kolben durch Flüssigkeitsdruck in Bewegung setzt (die hydraulische Presse, Joy's Dampfhammersteuerung u. s. w.).

Einfach- und doppeltwirkende Kolben erhalten oft Durchlassöffnungen, welche mit Ventilen versehen werden, und heissen dann Ventilkolben, auch durchbrochene, gegenüber den bisher besprochenen massiven Kolben.

Bei der bis hierher vorausgesetzten Dichtungsart muss der dichte Verschluss durch fremden Druck auf die Packung herbeigeführt werden. Denkt man sich zwischen Packung und Gleitfläche eine dünne Schicht der abzusperrenden Flüssigkeit, Wasser, Luft, Dampf u. s. w. gelagert, so wird offenbar die gepresste Flüssigkeit von der stärker gedrückten Seite des Kolbens nach der schwächer gedrückten nicht wandern können, wenn der Druck auf die Packung so gross ist, dass die vermittelnde Flüssigkeitsschicht dieselbe Spannung hat, welche auf der stärker gepressten Kolbenseite herrscht. Diese Spannung wird aber zwischen Packung und Gleitfläche hervorgerufen bei den sogenannten selbstthätigen, selbstschliessenden oder autoclaven Dichtungen.

Fig. 669 und 670 selbstschliessende sogenannte Stulpdichtungen für Scheibenkolben und Tauchkolben; die stärker ge-

Fig. 669. Fig. 670. Fig. 671.



presste Flüssigkeit drückt auf die Rückseite des verschliessenden (Leder-) Stulpes, so dass dieser mit der vorhin erwähnten Kraft an die Gleitfläche gepresst wird. Fig. 671, Metall-Liderung, meistens für Scheibenkolben, doch auch für Tauchkolben angewandt; die stärker gespannte Flüssigkeit hat Zutritt zur Rückseite

des abdichtenden Metallringes, und presst denselben sowohl an die Gleitfläche, als an die eine der Randflächen der Ringbettung.

Dem Blasebalg entnommen ist die Membrandichtung, welche bei den Kolben der sogenannten Priesterpumpe, Fig. 672, angewandt ist. Sie ist bei wirklich undurchdringlichem Stoffe der Membran ganz frei von Undichtheiten. Diese Membran wurde u. a. von Metall (Stahl) ausgeführt von Martini (1852) in

Fig. 672.

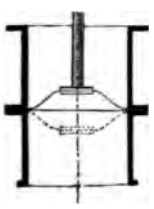


Fig. 673.

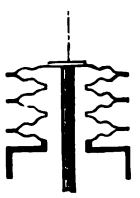
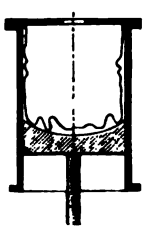


Fig. 674.



einer Dampfmaschine; um sie recht elastisch zu machen, wird sie gewellt und wiederholt angewandt (Manometer), Fig. 673. Eine Abänderung der Membrandichtung ist die Schlauch- oder Sackdichtung, in Fig. 674 für einen Tauchkolben angegeben*).

Unter die selbstschliessenden Kolbendichtungen gehören auch die hydrostatischen oder Wasserschluss-Dichtungen, Fig. 675 und 676, hier beide für Tauchkolben gezeichnet. Die erstere Form wird u. a. zur Wasserförderung bei Setzmaschinen (Aufbereitungsmaschinen), letztere bei Gasbehältern, Luftpumpen, bei dem Seiler'schen Luftdruck-Hebezeug, bei der Taucherglocke, bei den Luftkasten der Unterwasserbauten (Pfeilergründungen) etc.

Fig. 675.

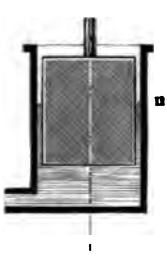


Fig. 676.

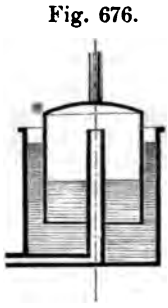
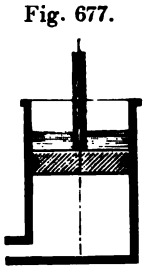


Fig. 677.

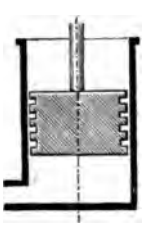


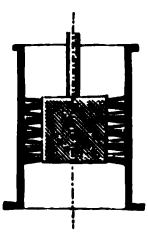
*) Von Dr. Tachau in kleinem Maassstabe (wohl zuerst) für eine Luftverdichtungspumpe mit ausgezeichnetem Erfolge benutzt.

aufs mannichfachste benutzt. Stulpdichtungen und gewöhnliche Stopfdichtungen werden nicht selten durch Bedeckung des Kolbens mit einer Wasser- oder Oelschicht gegen Luftdurchlass sicher gestellt (Fig. 677).

Eine letzte Klasse der Kolbendichtungen bilden die offenen Dichtungen, Fig. 678, welche der abzufliessenden Flüssigkeit freien Zugang zu einer labyrinthartig gebildeten Umgebung des Kolbens gestatten, und deshalb Labyrinthdichtungen heissen können. Diese Kolbenverschlüsse werden vorzugsweise für Luftabschluss gebraucht. Die abzusperrende Luft ergiesst sich vermöge des Wechsels der dargebotenen Kanalquerschnitte mit fortwährend verzögerter Geschwindigkeit durch das Labyrinth, so dass ihre Spannung an dem Auszug auf der Gegenseite des Kolbens wesentlich kleiner ist, als auf der Druckseite, um so kleiner, je grösser die Kolbengeschwindigkeit in der Richtung des Luftdurchganges ist (s. Weisbach, Mech. III. 2. Abth. §. 410). An der untersten Grenze der Labyrinthdichtungen stehen die Dichtungen, bei welchen der Kolben als einfache Platte mit seinen Rändern in kleiner Entfernung an den Gefässwänden entlang geht (Fig. 679), wie es z. B. bei der sogenannten Scheibenkunst zur Wasserhebung, bei den Kropfrädern (mittelschlächtigen Wasserrädern), bei den Ven-

Fig. 678. Fig. 679. Fig. 680.





tilatoren oder Flügelradgebläsen, bei dem Fabry'schen, dem Lemielle'schen Ventilator u. s. w. der Fall ist. An der oberen Grenze der Labyrinthdichtungen stehen die Luftkolbendichtungen mit Bürstenbesatz, Fig. 680, welche u. a. bei einer Luftdruckeisenbahn beim Sydenhampalast in Anwendung gekommen sind.

Cylindrische Kolben, welche ohne alle Packung dicht eingeschliffen werden, sind nicht häufig. Kleine Anwendungen finden sich bei den Indicatoren, grössere, und wie es scheint

sehr befriedigende u. a. bei den Metz'schen Feuerspritzen, wo dieselben sowohl für Wasser- als für Luftförderung dienen. Unter Umständen geht im Gebrauch ein Metallringkolben in Zustände über, bei welchen er sich so verhält, als ob er als fester Cylinder dicht eingeschliffen wäre*).

§. 269.

Stopfbüchsen.

Der Unterschied zwischen den Stopfbüchsen und Kolbendichtungen ist, wie oben erörtert, nur ein constructiver; bei der Stopfbüchsen-Dichtung wird das Liderungsmaterial oder die Packung (Hanf, Leder, Baumwolle mit Talkerde, Gummi, Filz, Sägespähne, Metall-Segmente) auf der concaven Wandfläche des umschliessenden Körpers angebracht, während es bei der speziell so bezeichneten Kolben-Dichtung auf der convexen Seite des umschlossenen Körpers gelagert wird.

Die folgenden Figuren zeigen zwei vollständige cylindrische Stopfbüchsen für Hanfliderung bestimmt. Fig. 981 stehende Stopfbüchse, Fig. 682 hängende Stopfbüchse.

Die Einlagen in Brille und Topf werden aus Bronze gefertigt, damit sie die umfasste Kolbenstange nicht abnützend angreifen. Die ringkeilförmige Profilirung derselben hat Farcot eingeführt; sie bewährt sich besser, als die früher gebräuchliche einseitige Zuschärfung der Einlagen, welche sehr leicht aussen um die Packung herum die abzudichtende Flüssigkeit durchlässt. Neuerdings ist man übrigens auf den Mittelweg gekommen, die Druckflächen entweder ganz eben, wie in Fig. 683, oder doch nur leicht gewölbt wie in Fig. 683 herzustellen. Eine recht zweckmässige hängende Stopfbüchse zeigt Fig. 684. Ihre Entstehung aus der stehenden Stopfbüchse ist sofort verständlich. Im Cylinderboden ist um die Stopfbüchsöffnung herum ein Rändchen angebracht. Dieses verhindert das Condensationswasser, in die Büchse zu fliessen. Die beiden Schrauben haben hier am freien Ende einen cylindrischen Fortsatz ihres Kerncylinders; diese neuerdings sehr

*) Siehe Constructionslehre für den Maschinenbau, Seite 902.

gebräuchlich werdende Einrichtung erleichtert ungemein das Aufbringen der Mutter auf die Schraube.

Fig. 681.

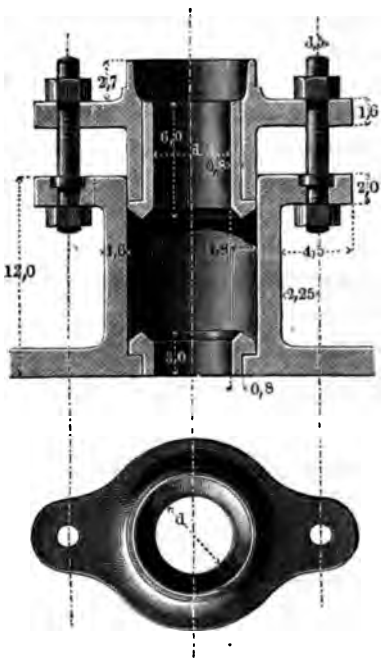


Fig. 682.

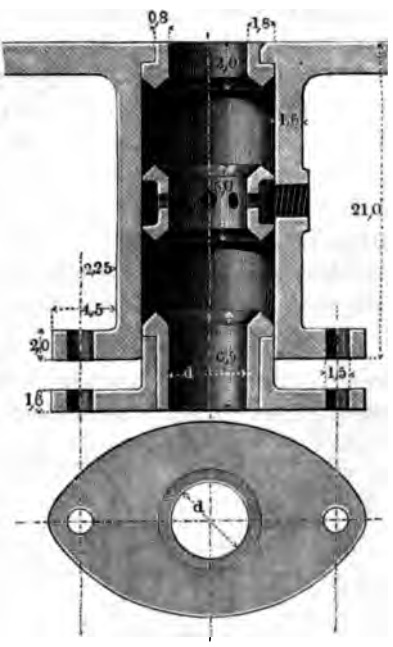


Fig. 683.

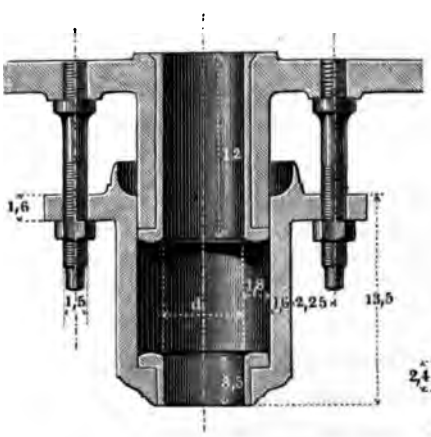
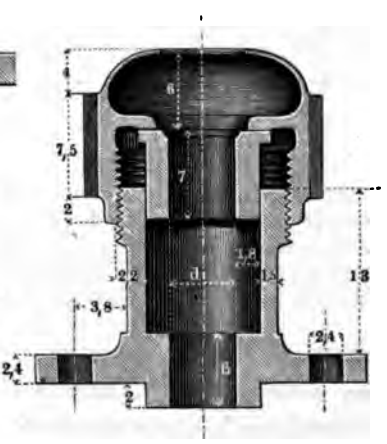


Fig. 684.



ren Rand der Einbettung des Stulpringes vorspringen, damit der Kolben nicht die Gusseisenwand streift.

Die Reibung, welche ein Tauchkolben oder eine Kolbenstange in einer gewöhnlichen, durch Schrauben angepressten Packung erfährt, ist nicht voraus berechenbar, da sie von dem Drucke auf die Packung abhängt. Bei den selbstthätigen Stulpdichtungen dagegen, wo die abgesperrte Flüssigkeit selbst den Dichtungsdruck bewirkt, kann man die Reibung berechnen. Nach sehr lehrreichen Versuchen von Hick*) ist bei einer gut geölten Lederstulpdichtung die Reibung (wie man nicht erwarten durfte) unabhängig von der Stulpbreite und steht in einfachem Verhältniss zu Wasserspannung und Kolbendurchmesser. Man hat nämlich bei der Belastung P des (Press-) Kolbens vom Durchmesser D die Reibung F:

$$\frac{F}{P} = \frac{1}{D} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (269)$$

Bei neuem Leder ist die Reibung rund $1^1/_2$ mal so gross. Ist statt P die Flüssigkeitsspannung p auf die mm^2 gegeben, so hat man

$$\frac{F}{p} = \frac{\pi}{4} D \quad \ldots\ldots\ldots \quad (270)$$

Beispiel. Für einen Presskolben von 10mm Dicke ergibt sich aus (269) ein Reibungsverlust $= \frac{1}{10}$ *oder 10 Procent, bei 600mm Kolbendurchmesser hingegen nur zu 0,00167 oder* $\frac{1}{6}$ *Procent. Ist zugleich beispielsweise die Wasserspannung 300 Atmosphären, oder 3k auf den* mm^2, *so ist der Reibungswiderstand F selbst nach (270)* $= \frac{\pi}{4} 600 \,.\, 3 =$ *1414k; der Kolbendruck P beträgt dabei:* $3 \,.\, \frac{\pi}{4} \,.\, 600^2 = 3 \,.\, 282743 =$ *184 829k.*

§. 270.

Dampfkolben.

Unter den Kolben sind am wichtigsten diejenigen der Dampfmaschinen. Sie werden bei niederem Dampfdruck oft noch mit

*) Siehe Verhandl. d. Vereins f. Gewerbfleiss 1866, S. 159.

Hanfliderung versehen; bei höheren Spannungen wendet man aber durchgehends Metall-Liderung, bei welcher Metallringe durch Federn gegen die Cylinderwand angelegt und darauf durch den Dampf fest angepresst werden, an; in manchen Fällen zeigt sich übrigens die gemischte Liderung sehr zweckmässig, eine Liderung, bei welcher die Metallringe durch eine hintergelegte Hanfpackung statt durch Federn angepresst werden.

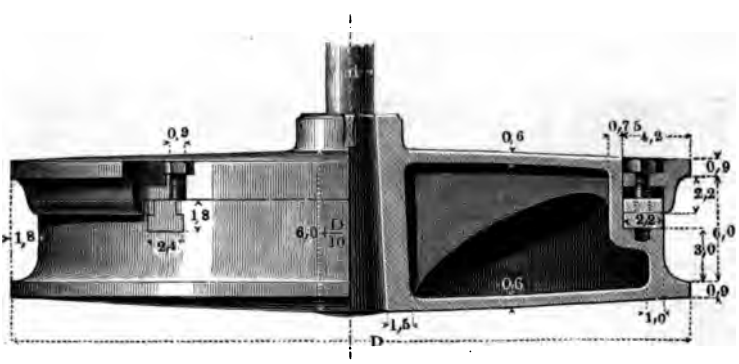
Als Bezugeinheit für die Kolbenabmessungen benutzen wir wieder wie oben die Zahl:

$$s = 4\sqrt[4]{D + 1} - 3 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (271)$$

wobei D den Kolbendurchmesser bezeichnet.

Fig. 687. Hanfkolben, nach der Penn'schen Constructionsart als hohle Dose gegossen; durch einen Ringdeckel wird die Hanfpackung nachgepresst; die Schrauben, welche hierzu dienen,

Fig. 687.

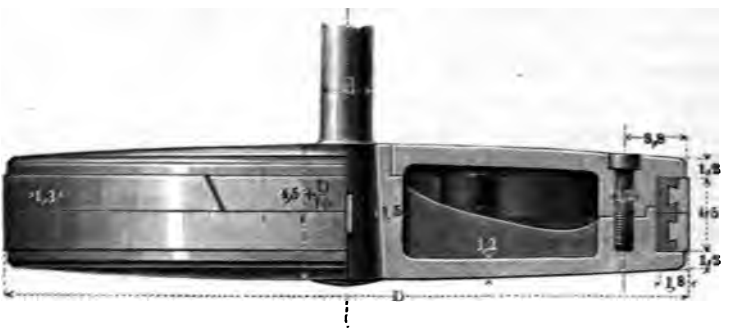


haben eingelassene bronzene Muttern. Bei den grösseren Durchmessern erhält der Kolbenkörper eine Wölbung in der Mitte; man gebe, um diese in angemessener Weise zu erhalten, dem Kolben in der Mitte die Höhe $6\,s + \frac{D}{10}$, behalte dagegen die Randhöhe $7{,}8\,s$ bei, wenn letztere grösser ausfällt als erstere.

Beispiel. Es sei für einen zu construirenden Hanfkolben $D = 600^{mm}$, *so ist* $s = 17$. *Danach wird: die Dicke der Packung* $1{,}8 \,.\, 17 = 31^{mm}$, *die Höhe derselben* $6 \,.\, 17 = 102^{mm}$, *die Höhe des Kolbenrandes* $7{,}8 \,.\, 17 = 133^{mm}$, *die Höhe des Kolbens an der Nabe* $6 \,.\, 17 + \frac{600}{10} = 162^{mm}$, *was bedeutend mehr ist, als die Randhöhe.*

Einen sehr guten Metallkolben (Krauss) zeigt Fig. 688. Zwei schräg aufgeschnittene Ringe aus Stahl mit Weissmetall

Fig. 688.



umgossen, bilden die Liderung. Will man jeden einzelnen Kolbenring an der Schnittfuge dicht machen, so kann man einen der in folgender Fig. 689 angedeuteten Ringschlüsse anwenden. Die

Fig. 689.

eingesetzten Stücke sind dicht einzuschleifen; dasselbe gilt von der Ueberblattung bei der ersten Abschlussart. Es zeigt sich höchst zweckmässig, die reibenden Flächen der Schlussringe aus einem weicheren Metall als die Cylinderwand herzustellen, damit die Abnützung vorzugsweise die leichter zu ersetzenden Ringe angreift. Deshalb sind auch ganz bronzene Kolbenringe sehr brauchbar, eiserne und gar stählerne aber nicht zu empfehlen, mit der Ausnahme für Gusseisen, dass dasselbe von besonderer Weichheit, die Cylinderwand aber recht hart sei.

Fig. 690. Ramsbotton'scher Kolben. Drei Stahl- oder besser Messingringe von 6^{mm} Breite und Höhe im Querschnitt bilden die Liderung dieses vielfach bewährt gefundenen Kolbens. Fig. 691 zeigt den sogenannten schwedischen Kolben. Seine Ringe, aus recht homogenem Gusseisen, aus einer elastischen Bronze ode (was weniger gut ist) aus Schmiedeisen bestehend und nach Figur 689 I. gestossen, werden so weit auseinandergebogen, dass sie über die Ränder des Kolbenkörpers gehen. Letzterer findet sich

auf den schwedischen (Karlssunder) Schiffsmaschinen und danach auf französischen Bahnen in Schmiedeisen ausgeführt,

Fig. 690.

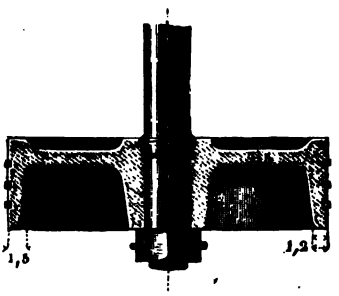


Fig. 691.

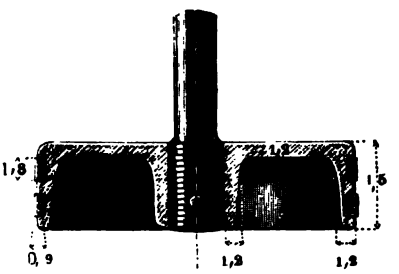
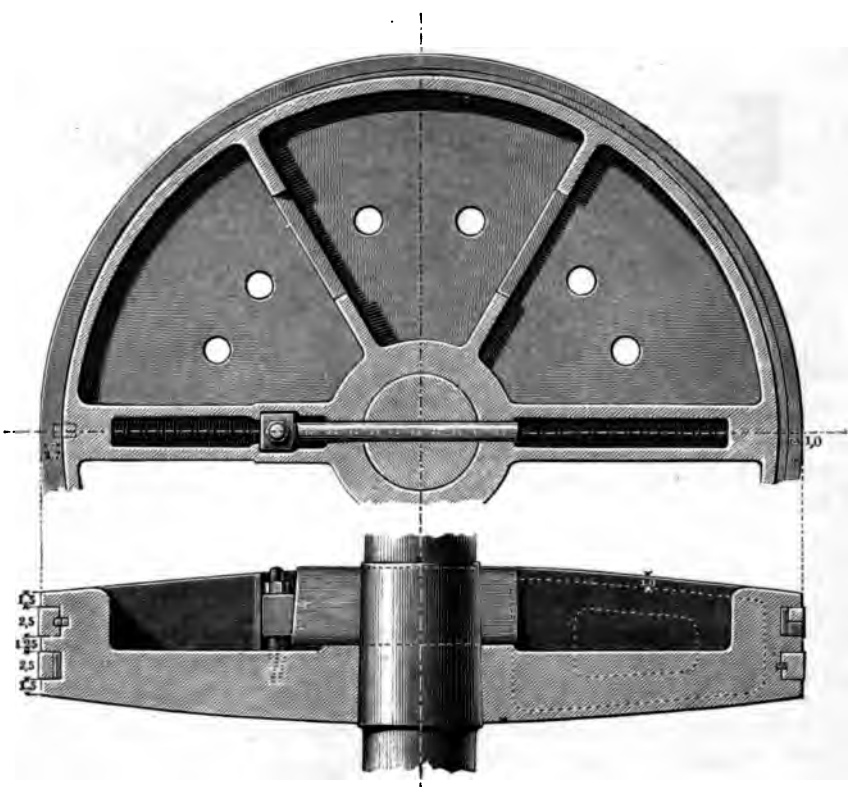


Fig. 692.



wodurch er sehr leicht ausfällt. Auch für Luftpumpen hat man neuerdings mit Erfolg den schwedischen Kolben benutzt.

Einen schwedischen Kolben für Landdampfmaschinen, einer grossen Gebläsemaschine von vortrefflicher Construction (Egestorff) entnommen, zeigt Fig. 692 (a. v. S.). Der Kolbenkörper ist dosenförmig hergestellt, wie der in Fig. 687; der Grundriss zeigt die runden Löcher, welche zum Herausarbeiten des Kerns nach dem Gusse dienen. Die Dichtungsringe bestehen aus Gusseisen und sind nach Fig. 689 L gefügt. Kleine Stifte sichern ihre peripheriale Lage. Beachtenswerth ist die Befestigung der Kolbennabe; der Querkeil ist durch einen zweiten Keil, und dieser durch eine Verschraubung gesichert.

Einen Kolben mit gemischter Liderung, hier für eine einfach wirkende Maschine bestimmt gedacht, zeigt Fig. 693. Die hinter die Metallringe getriebene Hanfpackung bringt einen guten

Fig. 693.

Schluss hervor, wobei sie bei genügender Elasticität doch eine grosse Festigkeit hat. Daher ist diese bei Grubenmaschinen vortrefflich bewährte Kolbenliderung auch bei Schiffmaschinen mit bestem Erfolg statt der reinen Metall-Liderung angewandt worden, indem letztere durch das Hin- und Herschleudern des Kolbens bei heftigen Schwankungen der Schiffe leicht beschädigt wird.

§. 271.

Pumpenkolben.

Als Liderungsmaterial für die Pumpenkolben eignet sich das Leder sehr gut, so lange die zu pumpende Flüssigkeit nicht über 30° Temperatur hat; bei höheren Temperaturen wählt man gewöhnlich Hanfliderung, so z. B. für die Speisepumpen der Dampf-

kessel und die Luftpumpen der Dampfmaschinen und Zuckerküchen. Ein Scheibenkolben mit Stulpdichtung ist in Fig. 694

Fig. 694.

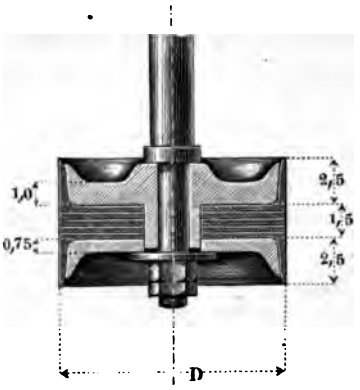
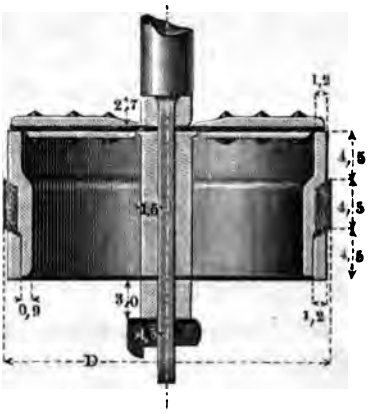


Fig. 695.



dargestellt; einen mit Ventilen versehenen Lederkolben, wie er für Schachtpumpen gebräuchlich ist und sehr zweckmässig befunden wurde, zeigt Fig. 695. Die Packung besteht aus konischen Leder- und Leinwandringen, von denen je drei aufeinandergenäht sind. Bei beiden Kolben erfolgt die Anpressung der Packung durch den Wasserdruck. Saure Grubenwasser greifen oft die Lederpackung der Schachtpumpenkolben an; man wendet in solchen Fällen häufig vollständige Metallpackungen (mit Ringen aus weichem Gusseisen) an; in Fahlun in Schweden hat man in demselben Falle nach vielfachen Versuchen Birkenrinde als das passendste Liderungsmaterial erkannt und eingeführt. Bezugeinheit für die Verhältnisszahlen ist die Einheit s aus Formel (271). Die Tauchkolben der Schachtpumpen erhalten Stopfbüchsen-Dichtung mit Hanfliderung.

§. 272.

Berechnung der Kolbenstange.

Die Kolbenstange wird in der Regel aus Schmiedeisen oder aus Gussstahl gefertigt; sie ist entweder bloss oder ganz vorwiegend auf Zug beansprucht und dann auf Zugfestigkeit zu be-

rechnen, oder sie wird auch zusammengepresst, und muss dann auf Strebfestigkeit berechnet werden, wenn ihre Länge einigermaassen bedeutend ist. Bei geringer Länge tritt die Berechnung auf Druckfestigkeit ein, welche dieselben Abmessungen erfordert wie die Zugfestigkeit. Einer auf Strebfestigkeit zu berechnenden Stange darf also keine kleinere Dicke gegeben werden, als sie die Beanspruchung auf Zugfestigkeit erfordert.

a. Berechnung der Stange auf Zugfestigkeit.

Bezeichnet D den Kolbendurchmesser,

n den in Atmosphären angegebenen Ueberdruck auf den Kolben,

so ist der Dampfdruck P auf die Kolben $= \frac{n}{100} \frac{\pi}{4} D^2$. Soll nun an der dünnsten ungeschwächten Stelle die Spannung im Querschnitt 6^k nicht übersteigen, so nehme man dort für die Dicke d der Stange, wenn dieselbe aus Schmiedeisen hergestellt, und nur auf Zug beansprucht wird:

$$\frac{\partial}{D} = 0{,}0408 \sqrt{n} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (272)$$

oder mit genügender Annäherung:

$$\frac{\partial}{D} = \frac{57 + 7n}{1000} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (273)$$

Beispiel. Ist $n = 4$, so erhält man aus (272): $\frac{\partial}{D} = 0{,}0816$, also bei einem Kolbendurchmesser von 500mm, $\partial = 500 \cdot 0{,}0816 = 40{,}8 \sim 41^{mm}$. Die Annäherungsformel (273) liefert: $\frac{\partial}{D} = \frac{57 + 28}{1000} = 0{,}085$, oder bei $D = 500^{mm}$, $\partial = 42{,}5 \sim 43^{mm}$.

Die gussstählerne, bloss auf Zug gebrauchte Kolbenstange darf 0,8mal so dick genommen werden, als die schmiedeiserne.

Ist die Kolbenstange durch einen Querkeil oder durch Gewinde u. s. w. geschwächt, so muss der Ausfall an Querschnitt durch Vergrösserung der Dicke ausgeglichen werden. Dies hat unter Umständen dazu geführt, der Kolbenstange am Querhauptende eine Verdickung zu geben; u. a. ist dies bei Lokomotiven in Anwendung. Man ist dann gezwungen, die Stopfbüchsbrille zweitheilig zu machen.

b. Berechnung der Stange auf Strebfestigkeit.

Unter Beibehaltung der obigen Bezeichnungen, wenn noch L die Schublänge bedeutet, nehme man:

$$\frac{\partial}{D} = 0{,}0573 \sqrt{\frac{L}{D}} \sqrt[4]{n} \quad \ldots\ldots \quad (274)$$

nach welcher Formel folgende kleine Tabelle berechnet ist:

$\frac{L}{D}$	$n = 1$	$n = 2$	$n = 3$	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$	$n = 8$
1,5	0,070	0,083	0,093	0,099	0,150	0,110	0,114	0,118
2,0	0,081	0,096	0,107	0,115	0,121	0,127	0,132	0,136
2,5	0,091	0,108	0,120	0,128	0,136	0,142	0,148	0,153

Diese Werthe gelten für die schmiedeiserne sowohl, als für die gussstählerne Stange (vergl. die Berechnung des Pleuelstangenschaftes, §. 244, und das Verhältniss der Elasticitätsmodel beider Materialien, Tabelle §. 2).

Beispiel. Ein Dampfcylinder von 400mm Weite und 1000mm Schublänge habe 4 Atmosphären nützlichen Druck auf den Kolben; dann ist nach Spalte 5 Zeile 3 $\left(\text{wegen } \frac{L}{D} = \frac{1000}{400} = 2{,}5\right)$ *zu nehmen:* $\frac{\partial}{D} = 0{,}128$, *oder* $\partial = 0{,}128 \cdot 400 = 51^{mm}$, *was für Schmiedeisen und Gussstahl gilt.*

Die Abmessungen des immer aus Stahl zu fertigenden Kolbenkeiles findet man so gewählt, dass die Beanspruchung auf Abscheeren 4 bis 6^k Spannung im Keil hervorruft; dabei wähle man die Keilbreite nicht zu gering, damit der Flächendruck auf die schmale Seite des Keiles nicht zu gross ausfalle. Flächenpressungen von 5 bis 6^k bei Landdampfmaschinen und 8 bis 10^k bei Lokomotiven finden sich an bewährten Ausführungen vor.

XXI. SEILE UND KETTEN.

§. 273.

Verschiedene Arten von Seilen und Ketten.

Im allgemeinen werden die Seile und Ketten zur Ausübung von Zugkräften benutzt und können als Zugkraftorgane, d. h. als Organe, welche wesentlich nur als Mittel zur Uebertragung von Zugkräften geeignet sind, bezeichnet werden: man unterscheidet bei ihnen zwei Hauptarten, nämlich:

1. die stehenden Seile und Ketten,
2. die laufenden Seile und Ketten.

Erstere dienen zum blossen Tragen von Lasten, zum Verspannen von Bauwerken und kommen z. B. bei den Hängebrücken, Schiffbrücken, beim Takelwerk der Schiffe, beim Spannwerk eiserner Kamine u. s. w. vor. Die laufenden Seile finden ihre Anwendung bei den Flaschenzügen, den Haspeln, Seilwinden, Kranen, überhaupt den Aufzugmaschinen, ausserdem auch bei den Schnur-, Seil- und Kettentriebwerken oder indirekt wirkenden Rädern (s. §. 154). Hiernach kann man die Zugkraftorgane unter 2. noch in:

a. Lastseile und -Ketten,
b. Triebseile und -Ketten

trennen, welche eine verschiedene Ausbildung in der Praxis erfahren haben. Diese besteht namentlich darin, dass bei den Triebseilen und -Ketten ganz besondere Rücksicht auf den Schutz vor Abnutzung genommen werden muss, und ausserdem auf das Endlosmachen, d. i. die in sich selbst zurücklaufende Form des Organes, Bedacht zu nehmen ist. Vergl. Kap. XI.

Die Materialien der Seile sind Pflanzenfaser, namentlich Hanf, und Metall, namentlich Eisendraht; die Ketten werden kaum anders als aus Eisen gefertigt. Es sollen nun die Hanfseile, Drahtseile und Ketten getrennt besprochen werden.

A. Hanfseile.

§. 274.

Runde Seile.

Am meisten gebräuchlich sind die runden dreilitzigen Seile. Sie werden fest oder lose geschlagen, je nachdem sie mehr als stehende oder als laufende Seile dienen sollen, und sind entsprechend stärker oder schwächer zu belasten. Bezeichnet:

d den Durchmesser des um die drei Litzen beschriebenen Kreises,

u den Seilumfang (d. i. die Länge eines das Seil umspannenden Fadens),

δ die Dicke jeder der drei Litzen,

so ist zunächst:

$$\left.\begin{aligned} d &= 2{,}15\,\delta \\ u &= 6{,}14\,\delta = 2{,}85\,d \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (274)$$

und kann genommen werden, wenn noch P die Belastung bezeichnet:

für lose geschlagene Seile

die Spannung im Querschnitt zu $^4/_3\,k$, worauf man erhält:

$$\left.\begin{aligned} d &= 1{,}2\,\sqrt{P} \\ u &= 3{,}42\,\sqrt{P} \\ P &= 0{,}7\,d^2 = 0{,}085\,u^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (275)$$

für fest geschlagene Seile

die Spannung im Querschnitt zu $2\,k$, worauf sich ergibt:

$$\left.\begin{aligned} d &= \sqrt{P} \\ u &= 2{,}85\,\sqrt{P} \\ P &= d^2 = 0{,}125\,u^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (276)$$

Eine Reihe von Werthen nach diesen Formeln gibt die unten folgende Tabelle.

Der Bruchmodel liegt für gut geschlagene Seile aus zuverlässigem Material bei 8 bis $9\,k$ für lose Seile, und 12 bis $13\,k$ für festgeschlagene Seile, wobei nicht zu vergessen ist, dass der Querschnitt des Seiles = der Summe der Querschnitte seiner Litzen ist.

Der Halbmesser R der Rollen und Trommeln, um welche die Seile geschlungen werden, wenn sie laufende Seile sind, soll bei

den losen Seilen nicht weniger als 3 bis 4 d, bei den festen nicht weniger als 6 bis 8 d, gemessen bis zur Seilmitte, betragen. Bei ganz starkem Gebrauch wie bei den Fördermaschinen der Gruben geht man mit R nicht unter 25 d.

Flache Hanfseile werden aus 4 bis 6 runden Seilen zusammengenäht, deren jedes auf beziehlich auf $^1/_4$ bis $^1/_6$ der Last zu berechnen ist, wobei jedoch eine sorgfältige Anfertigung vorausgesetzt ist.

§. 275.

Gewicht der Hanfseile und Einfluss desselben.

Das Gewicht G_0 auf den laufenden Meter ist im Durchschnitt:

bei den lose geschlagenen Seilen:

$$G_0 = 0{,}00071\, d^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (277)$$

bei den festen Seilen:

$$G_0 = 0{,}00106\, d^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (278)$$

oder auch bei losen und festen (und ausserdem runden oder flachen, drei- oder vierlitzigen) Seilen:

$$\left.\begin{aligned} G_0 &= \frac{P}{1000} \\ \text{woraus} \qquad P &= 1000\, G_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (279)$$

Die beiden letzten Formeln zeigen, dass man die Tragkraft eines Seiles von übrigens bekannter Material- und Anfertigungsgüte aus seinem Gewicht bestimmen kann. Nach (279) trägt nämlich ein Seil bei Vernachlässigung der Wirkung seines Eigengewichtes 1000mal so viel als es pro laufenden Meter wiegt.

Will man das Eigengewicht des senkrecht herabhängenden Seiles berücksichtigen, was in der Regel unnöthig ist, so hat man in den Formeln (275) bis (276) für P den Werth $\dfrac{P}{1 - \dfrac{L}{1000}}$ zu setzen, wobei L die Seillänge in Meter angibt. Für $L = 1000^{\text{m}}$ wird dann d unendlich gross, d. h. das Seil wird dann schon durch sein Eigengewicht auf seine ganze Tragkraft beansprucht. Die Länge von 1000^{m} kann die Traglänge des Seiles genannt werden.

Hat das Seil eine grössere Länge als die Traglänge, so beansprucht sein eigenes Gewicht es über die statthafte Grenze hinaus. Bei einer Länge von 5000 bis 6000^{m} wird das Seil durch sein eigenes Gewicht zerrissen, weshalb man diese Länge die Zerreisslänge nennen kann.

Bei einem ganz in Wasser getauchten Seil (Ankertau, Senkbleischnur) steigen Trag- und Zerreisslänge auf und über das Doppelte der obigen Zahlen.

§. 276.

Tabelle über die dreilitzigen Hanfseile.

Seil		Lose Seile			Feste Seile			
d	u	P	R	G_0	P	R Haspel	R Förderung	G_0
10	28,5	70	30	0,071	100	60	250	0,106
12	34	101	36	0,102	144	72	300	0,153
15	43	158	45	0,160	225	90	375	0,239
20	57	280	60	0,284	400	120	500	0,424
25	71	438	75	0,444	625	150	625	0,663
30	85	630	90	0,64	900	180	750	0,95
35	100	858	105	0,87	1225	210	875	1,30
40	114	1120	120	1,14	1600	240	1000	1,70
45	128	1418	135	1,44	2025	270	1125	2,15
50	145	1750	150	1,78	2500	300	1250	2,65
55	160	2118	165	2,15	3025	330	1375	3,21
60	171	2520	180	2,56	3600	360	1500	3,82
65	185	2958	195	3,00	4225	390	1625	4,48
70	200	3430	210	3,48	4900	420	1750	5,19
75	214	3938	225	4,00	5625	450	1875	5,96
80	228	4480	240	4,54	6400	480	2000	6,78
90	257	5670	270	5,75	8100	540	2250	8,59
100	285	7000	300	7,10	10000	600	2500	10,60

Beispiele. Ein Flaschenzugseil für 450^k Zuglast ist als losegeschlagenes Seil auszuführen und erhält nach Spalte 3, Zeile 5 eine Dicke $d = 25^{mm}$, ferner einen Rollenhalbmesser von wenigstens 75^{mm}, und bei 150^m Länge ein Gewicht von $150 . 0{,}444 = 66{,}6^k$. — Ein festgeschlagenes Seil von 50^{mm} Durchmesser kann nach Spalte 6, Zeile 10 mit 2500^k belastet werden und wiegt pro laufenden Meter $2{,}65^k$. Besässe dasselbe Seil 400^m herabhängende Länge, so wäre die anzuhängende Last zu vermindern auf $\left(1 - \frac{400}{1000}\right) 2500 = 0{,}6 . 2500 = 1500^k$.

B. Drahtseile.

§. 277.

Runde Eisendrahtseile.

Die Eisendrahtseile werden am häufigsten 36drähtig gemacht, und dabei aus 6 Litzen von je 6 Drähten zusammengesetzt. Nennt man:

δ die Drahtdicke,
i die Drahtzahl,
P die dem Seile anzuhängende Last,

so nehme man:

$$\delta = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{P}{i}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (280)$$

$$\frac{P}{i} = 7{,}11\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (281)$$

woraus bei $i = 36$ wird:

$$\delta = \frac{1}{16}\sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (282)$$

$$P = 256\,\delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (283)$$

und gleichzeitig $d = 8\,\delta$ ist. Die Dehnungsspannung, welche hierbei in den Drahtquerschnitten eintritt, ist 9^k, eine bei uns sehr häufig vorkommende Beanspruchung; in Frankreich nimmt man meistens nur 8^k Belastung. Die Biegung um die Trommeln wirkt hier gerade so ein, wie es beim Drahtseiltrieb erörtert wurde. Der Trommelhalbmesser R darf deshalb ja nicht zu klein gewählt werden. Setzt

man die Summe der Dehnungs- und der Biegungsspannung $= 27^k$, wobei die Biegungsspannung also $= 18^k$ wird, so darf [vergl. Formel (160)] der Rollenhalbmesser nicht kleiner genommen werden als folgende Formel angibt:

$$\frac{R}{\delta} = 555 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (284)$$

was bei 36drähtigen Seilen $\frac{R}{d}$ = nahe 70 liefert*).

Beispiel. Ein Förderseil von 42 Drähten erhält bei 2100^k Last nach (280) eine Drahtdicke $\delta = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{2100}{42}} = \frac{3}{8}\sqrt{50} = 2{,}65^{mm}$. *Das 36drähtige Seil erhielte nach (282) die Drahtdicke* $\delta = \frac{\sqrt{2100}}{16} = 2{,}86^{mm}$. *Im ersteren Falle wäre der Seiltrommel ein Halbmesser von wenigstens* $555 . 2{,}65 = 1470^{mm}$ *zu geben; im zweiten Falle würde R nicht kleiner als* $555 . 2{,}86 = 1587^{mm}$ *genommen werden dürfen.*

§. 278.

Flache oder Banddrahtseile.

Für grosse Lasten eignen sich die flachen oder Bandseile darum sehr gut, weil sie verhältnissmässig kleinere Trommeln erhalten dürfen, als die runden, und weil das Seil beim Aufwickeln mit seiner Mittellinie stets in einer Ebene bleibt. Am gebräuchlichsten sind die aus 6 Strähnen von je 24 Drähten gebildeten Bandseile, bei denen somit $i = 144$ ist, und welche entweder durch quergenähte Drähte oder durch flache Stifte zusammengehalten werden. Zur Berechnung dienen die obigen Formeln (280) bis (284). Es verdient bemerkt zu werden, dass die flachen Förderseile trotz ihrer angeführten Vortheile lange nicht so häufig angewandt werden wie die runden, was man wohl der geringen Haltbarkeit der Querverbindung der Strähne zuschreiben muss.

Beispiel. Obige 2100^k Last würden bei einem 144drähtigen Bandseil nach (280) eine Drahtdicke $\delta = \frac{3}{8}\sqrt{\frac{2100}{144}} = 1{,}43^{mm}$, *und nach (284) einen Rollenhalbmesser* $R = 555 . 1{,}43 = 794^{mm}$ *verlangen.*

*) In der Praxis der Grubenfördermaschinen findet man noch sehr häufig R kleiner genommen.

§. 279.

Gewicht der Drahtseile und Einfluss desselben.

Ein Eisendrahtseil von i Drähten von der Dicke δ hat pro laufenden Meter ein Gewicht G_0:

$$G_0 = 0{,}007\, i\, \delta^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (285)$$

woraus für $i = 36$ hervorgeht:

$$G_0 = \frac{\delta^2}{4} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (286)$$

Beispiel. Demnach wiegt das obige 36drähtige Seil von 2,86mm Drahtdicke pro laufenden Meter $\frac{2{,}86^2}{4} = 2{,}04^k$.

Aehnlich wie bei den Hanfseilen ist auch hier das laufende Gewicht der zulässigen Belastung proportional, und zwar ergibt sich auch hier:

$$\left.\begin{aligned} G_0 &= \frac{P}{1000} \\ P &= 1000\, G_0 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (287)$$

Ein Drahtseil wiegt also bei gleicher Länge und Belastung (ungefähr) ebensoviel als ein Hanfseil, welches nach unseren obigen Formeln berechnet ist; man kann also hier wie dort aus dem Gewichte des Seiles (gutes Material vorausgesetzt) auf seine Tragkraft direkt schliessen.

Die Traglänge eines Drahtseiles ist nach (287) $= 1000^m$; die Zerreisslänge liegt bei 5000 bis 6500^m. Will man das Eigengewicht eines herabhängenden Seiles bei Bestimmung von dessen Dicke berücksichtigen, so hat man wieder statt P dessen $\frac{1}{1 - \frac{L}{1000}}$ fachen Werth einzuführen. — Bei einem in Wasser gesenkten Seile werden Trag- und Zerreisslänge etwa auf das $^{10}/_9$fache erhöht.

Beispiel. Hätte der Schacht für das oben berechnete Grubenseil von 2100k Tragkraft eine Tiefe von 400m, so würde man statt 2100k eine Last von $\frac{2100}{1 - 0{,}4} = \frac{2100}{0{,}6} = 3500^k$ *einzuführen haben, wofür die Draht-*

dicke wesentlich gesteigert werden muss. — Ein eiserner Senkbleidraht oder ein Telegraphentau würde durch sein eigenes Gewicht zerrissen, wenn er $^{10}/_{9}$. 6500^{m} = circa 6200^{m} tief ins Meer gesenkt würde. Die Meerestiefe von 3000^{m}, welche bei dem atlantischen Kabel in Betracht kam, ist hiernach dem Tau noch nicht gefährlich gewesen.

§. 280.

Tabelle über die Eisendrahtseile.

Draht-		Runde 36er Seile			Flache 6mal 24er Seile				R
Dicke δ^{mm}	Nr. engl.	d mm.	P Kil.	G_0 Kil.	d mm.	b mm.	P Kil.	G_0 Kil.	(Minim.) mm.
1	20	8,0	256	0,25	6,0	36,0	1024	1,00	555
1,2	19	9,6	369	0,36	7,2	43,2	1474	1,45	666
1,4	18	11,2	502	0,49	8,4	50,4	2007	1,98	777
1,6	17	12,8	655	0,64	9,6	63,6	2621	2,58	888
1,8	16	14,4	829	0,81	10,8	64,8	3317	3,27	999
2,00	15	16,0	1024	1,00	12,0	72,0	4095	4,03	1110
2,25	14	18,0	1296	1,26	13,5	81,0	5183	5,10	1249
2,50	13	20,0	1600	1,56	15,0	90,0	6399	6,30	1388
2,75	12	22,0	1936	1,39	16,5	99,0	7743	7,62	1526
3,00	11	24,0	2304	2,25	18,0	108,0	6215	9,07	1665

Beispiel. Eine Fördermaschine soll Lasten von 600^{k} in 950^{k} schweren Fördergerippen aus 150^{m} Tiefe heben; für das 144drähtige Bandseil, vermittelst dessen dies geschehen soll, haben wir als Zugkraft P einzuführen: $\frac{950+600}{1-0{,}150} = \frac{1550}{0{,}85} = 1820^{k}$, *was nach Spalte 8, Zeile 3 auf eine Drahtdicke von 1,4^{mm}, also eine Seilbreite von 50,4^{mm} und einen Trommelhalbmesser von wenigstens 777^{mm} führt. Dabei wiegt das Seil pro Meter 1,98^{k}. — Das runde 36drähtige Seil für dieselbe Aufgabe erhielte nach Spalte 4, Zeile 9 eine Drahtdicke von 2,75^{mm}, was einen Trommelhalbmesser von 1526^{mm} erfordern würde. Das 36drähtige Seil wäre hiernach in diesem Falle nicht zweckmässig. Wollte man bei der runden Form bleiben, so müsste man mehr Drähte, z. B. 50 oder 60 anwenden.*

C. Ketten.

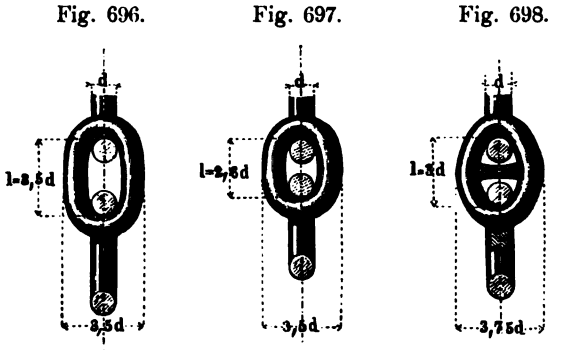
§. 281.

Lastketten.

Die Ketten, deren sich der Maschinenbauer bedient, zerfallen oder lassen sich zerfällen in Lastketten und Treibketten, je nachdem sie zum blossen Tragen oder Fortbewegen von Lasten, oder zum Uebertragen der Bewegung bei indirekt wirkenden Rädern dienen sollen. Die Lastketten sollen hier mit Vorzug besprochen werden; sie werden aus Schmiedeisen gefertigt und kommen in mancherlei Formen zur Verwendung, von denen folgende die wichtigsten sind.

1. die weite Ringkette (deutsche Kette), Fig 696,
2. die enge Ringkette (englische Kette), Fig. 697,
3. die Stegkette (Kettentau), Fig. 698,

Fig. 696. Fig. 697. Fig. 698.



4. die Hakenkette (Vaucanson'sche Kette), Fig. 699,
5. die Gelenkkette (Galle'sche Kette), Fig. 700.

Der Abstand der Mitten aufeinanderfolgender Glieder heisst die Baulänge des Kettengliedes; dieselbe ist in den Figuren 696 bis 700 mit l bezeichnet, jedesmal besonders angegeben.

Die weite Gliedkette unterscheidet sich von der engen nur durch eine grössere Schakenlänge, welche nämlich $3{,}5\,d$ statt $2{,}6d$

genommen wird. Diese Vergrösserung gestattet aber, eine Kettenschake zu schweissen, wenn zwei andere in dieselbe eingehängt sind,

Fig. 699.

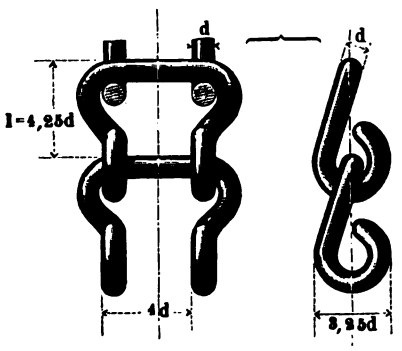
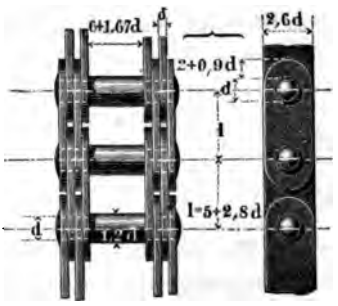


Fig. 700.



was bei der ersten Art nicht angeht; ausserdem macht die Gliedverlängerung die Kette etwas leichter. Die Ketten unter 1. und 2. heissen auch offene Ketten, im Gegensatz zu den Stegketten, bei welchen der Quersteg die Oeffnung der Schake verschliesst. Letzterer verstärkt nicht allein die Kette, sondern er schützt sie auch davor, sich zu verwirren, weshalb die Stegkette als Ankerkette vortrefflich und ausserordentlich häufig in Anwendung ist.

Die Verhältnisszahlen, welche oben für die Kettenschaken angegeben sind, liefern sehr zweckmässige Abmessungen, sind aber nicht ganz fest. Die englische Admiralität wendet jetzt für die offene Kette und für die Stegkette die Baulänge $l = 4d$ und die innere Schakenweite $1{,}6\,d$ an, beides noch grössere Zahlen, als für die „weite" Kette oben angegeben ist. In Frankreich geht man bis zu der in Fig. 697 angegebenen Länge $2{,}6\,d$, mit der inneren Breite noch unter $1{,}4\,d$ herab; die Admiralität daselbst verlangt indessen für offene Ketten die Länge $l = 3{,}25\,d$ und die Weite $1{,}4\,d$, für die Stegketten beziehlich $3{,}85\,d$ und $1{,}75\,d$ (wie oben). Ein anderer Grund der Schwankungen ist die Ungenauigkeit der Herstellung. Für Krane und andere Hebzeuge ist aber die Anwendung sehr genau hergestellter sogenannter kalibrirter Ketten durchaus vorzuziehen. In neuerer Zeit hat die Fabrikation einen besonderen Aufschwung hinsichtlich der Güte des Fabrikates durch die Kettenschiffahrt genommen, bei welcher sich nur kalibrirte und sehr sorgfältig geschmiedete Ketten bewähren. Man wen-

C. Ketten.

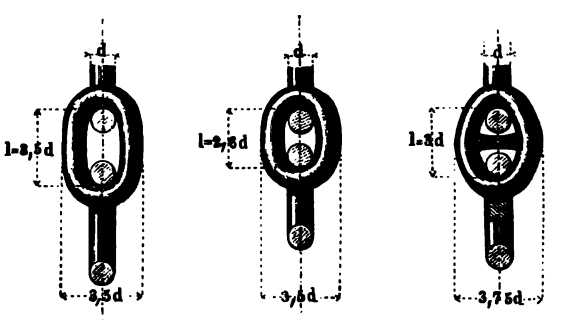
§. 281.

Lastketten.

Die Ketten, deren sich der Maschinenbauer bedient, zerfallen oder lassen sich zerfällen in Lastketten und Treibketten, je nachdem sie zum blossen Tragen oder Fortbewegen von Lasten, oder zum Uebertragen der Bewegung bei indirekt wirkenden Rädern dienen sollen. Die Lastketten sollen hier mit Vorzug besprochen werden; sie werden aus Schmiedeisen gefertigt und kommen in mancherlei Formen zur Verwendung, von denen folgende die wichtigsten sind.

1. die weite Ringkette (deutsche Kette), Fig 696,
2. die enge Ringkette (englische Kette), Fig. 697,
3. die Stegkette (Kettentau), Fig. 698,

Fig. 696. Fig. 697. Fig. 698.



4. die Hakenkette (Vaucanson'sche Kette), Fig. 699,
5. die Gelenkkette (Galle'sche Kette), Fig. 700.

Der Abstand der Mitten aufeinanderfolgender Glieder heisst die Baulänge des Kettengliedes; dieselbe ist in den Figuren 696 bis 700 mit l bezeichnet, jedesmal besonders angegeben.

Die weite Gliedkette unterscheidet sich von der engen nur durch eine grössere Schakenlänge, welche nämlich $3{,}5\,d$ statt $2{,}6d$

genommen wird. Diese Vergrösserung gestattet aber, eine Kettenschake zu schweissen, wenn zwei andere in dieselbe eingehängt sind,

Fig. 699.

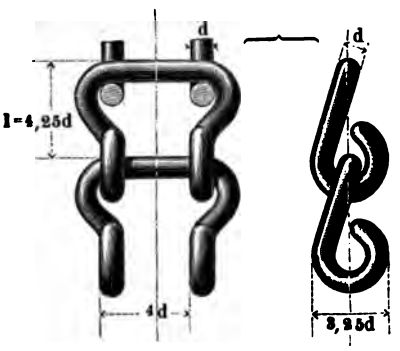
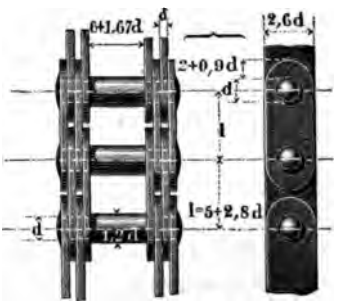


Fig. 700.



was bei der ersten Art nicht angeht; ausserdem macht die Gliedverlängerung die Kette etwas leichter. Die Ketten unter 1. und 2. heissen auch offene Ketten, im Gegensatz zu den Stegketten, bei welchen der Quersteg die Oeffnung der Schake verschliesst. Letzterer verstärkt nicht allein die Kette, sondern er schützt sie auch davor, sich zu verwirren, weshalb die Stegkette als Ankerkette vortrefflich und ausserordentlich häufig in Anwendung ist.

Die Verhältnisszahlen, welche oben für die Kettenschaken angegeben sind, liefern sehr zweckmässige Abmessungen, sind aber nicht ganz fest. Die englische Admiralität wendet jetzt für die offene Kette und für die Stegkette die Baulänge $l = 4d$ und die innere Schakenweite $1{,}6\,d$ an, beides noch grössere Zahlen, als für die „weite" Kette oben angegeben ist. In Frankreich geht man bis zu der in Fig. 697 angegebenen Länge $2{,}6\,d$, mit der inneren Breite noch unter $1{,}4\,d$ herab; die Admiralität daselbst verlangt indessen für offene Ketten die Länge $l = 3{,}25\,d$ und die Weite $1{,}4\,d$, für die Stegketten beziehlich $3{,}85\,d$ und $1{,}75\,d$ (wie oben). Ein anderer Grund der Schwankungen ist die Ungenauigkeit der Herstellung. Für Krane und andere Hebzeuge ist aber die Anwendung sehr genau hergestellter sogenannter kalibrirter Ketten durchaus vorzuziehen. In neuerer Zeit hat die Fabrikation einen besonderen Aufschwung hinsichtlich der Güte des Fabrikates durch die Kettenschiffahrt genommen, bei welcher sich nur kalibrirte und sehr sorgfältig geschmiedete Ketten bewähren. Man wen-

det dort offene Ketten mit ziemlich engen Schaken an. So hat z. B. die Kette im Süsswasserkanal von Suez die Baulänge $l = 3\,d$ und die Weite $1{,}2\,d$ bei der Eisendicke $d = 17{,}5^{mm}$; die Ueberblattung an der Schweissnaht ist 40^{mm} lang, eine Abmessung, welche bei der bisherigen englischen Schweissungsmethode höchstens die Hälfte betragen würde. Auch ist die Schweissnath an die schmale Seite der Schake verlegt, während die ältere Methode sie auch wohl an der breiten Seite anbrachte. Das französische Fabrikat hat deshalb das bisherige englische für die Zwecke der Kettenschiffahrt bedeutend überholt. Neuerdings gehen darum die Engländer zu dem französischen System über*).

Bei der Hakenkette, welche nur für kleine Kräfte taugt, werden die Glieder gar nicht geschweisst, sondern nur gebogen. Diese Kette eignet sich auch als Treibkette, ist aber nur für kleine Kräfte vortheilhaft.

Die Gelenkkette wurde in den letzten Jahren von Neustadt als Lastkette angewandt, nachdem sie bis dahin vorzugsweise nur als Treibkette gedient hatte. Sie eignet sich vorzüglich für Krane und ähnliche Windwerke, weil sie sehr kleine Trommeln gestattet und dadurch den Treibmechanismus in seinen Dimensionen bedeutend herabzieht.

§. 282.

Berechnung der Schakenkette.

Die aus guten Bezugsquellen hervorgehenden Schakenketten sind wegen ihrer Anfertigungsweise in der eigenthümlichen Ausnahmestellung gegenüber anderen Maschinenelementen, sämmtlich wirksam ohne geprüft zu sein. Man kennt deshalb selbst bei ungebrauchten Ketten die Tragfähigkeit aus Erfahrung. Dieselbe schliesst sich der theoretischen Betrachtung an, wonach die Beanspruchung proportional dem Gesammtquerschnitt der Kettenschake ist. Dieser Querschnitt wird bei der Prüfung

*) Vortreffliche kalibrirte Ketten liefern die Fabriken von Dorémieux fils in St. Amand (Nord) und Plinchon Havez in Guérigny, sowie Hawks Crawshay in Gateshead on Tyne (neue Methode); sehr schönes Fabrikat auch Schleiper in Iserlohn.

der offenen Ketten mit . . 14^k auf den mm^2,
der Stegketten mit . . . 17^k „ „ „

(in England mit 17,9^k) belastet. Hierbei wird das Material ziemlich genau bis zur Elasticitätsgrenze beansprucht, da bei Verstärkung der Last Dehnungen beginnen*). Die in der Praxis auf eine Kette kommende Belastung kennt man im Seewesen nur sehr ungefähr; bei den Hebezeugen dagegen ist sie bekannt, und es empfiehlt sich, nicht viel über die Hälfte der Probebelastung damit zu gehen.

Die Bruchlast der obigen Ketten liegt noch beträchtlich höher als die Probelast. Bei grösseren Kettenlieferungen wird ihr Minimum, welches an herausgehobenen Probeschaken ermittelt wird, vorher bedingt. Man verlangt von dem Rohstabe einen Zerreissungsmodul von 32 bis 36^k, von der fertigen Kette einen solchen von 23 bis 26^k auf den mm^2 des Querschnittes. Ausserdem sieht man auf grosse Zähigkeit des Materials, und bedingt z. B., dass der Rohstab vor dem Bruche eine bleibende Dehnung zwischen 10 und 20 Procent aufweise**).

Für die offene Kette erhält man als Probelast bei Annahme von 14^k Spannung:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{,}211\sqrt{P} \\ P &= 22\,d^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (288)$$

und für die Stegkette bei 17^k Spannung:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{,}194\sqrt{P} \\ P &= 26{,}7\,d^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (289)$$

Nach diesen Formeln sind die in Tabelle §. 285 zusammengestellten Probebelastungen berechnet.

Den Rollen und Trommeln, um welche die Ketten der ersten vier Arten geschlungen werden, gebe man einen Halbmesser $R = 10 - 12\,d$, gemessen bis zur Kettenmitte. Behufs guter Lagerung der Glieder wird für die Ringketten der Rollenrand eingedreht,

*) Die Probebelastung von 16^k, welche bei der Suezkette vorgeschrieben wurde, ist nach begründeten Urtheilen als zu hoch gegriffen anzusehen.

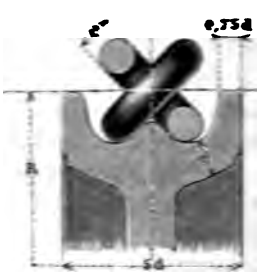
**) Z. B. in dem Werke zu Guérigny:

für Stäbe	von	40	bis	21^{mm}	Dicke	. . . .	18	Procent
„	„	„	20 „	12^{mm}	„	. . . .	16	„
„	„	„		10^{mm}	„	. . . .	14	„
„	„	„		8^{mm}	„	. . . .	12	„
„	„	„		6^{mm}	„	. . . .	10	„

entweder mit einfacher Rinne, Fig. 701, wobei immer je ein Glied in die Rollenebene, eines normal dazu kommt, oder nach der neueren Weise mit einer Doppelrinne, Fig. 702, wobei die Glieder unter 45° gegen die Rollenachse geneigt erscheinen. Diese neuere Rinnenart strengt die Kette nicht auf Querbiegung der Schaken an, wie die ältere thut.

Fig. 701

Fig. 702



Die Vaucanson'sche oder Hakenkette hat wegen ihrer Form eine ungemein geringe Festigkeit. Sie ist haltbar, wenn die durch folgende Formel gegebene Belastung nicht überschritten wird:

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{,}5\,\sqrt{P} \\ P &= 4\,d^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (290)$$

Die Anwendungen dieser leicht anzufertigenden Kette sind nicht häufig.

§. 283.

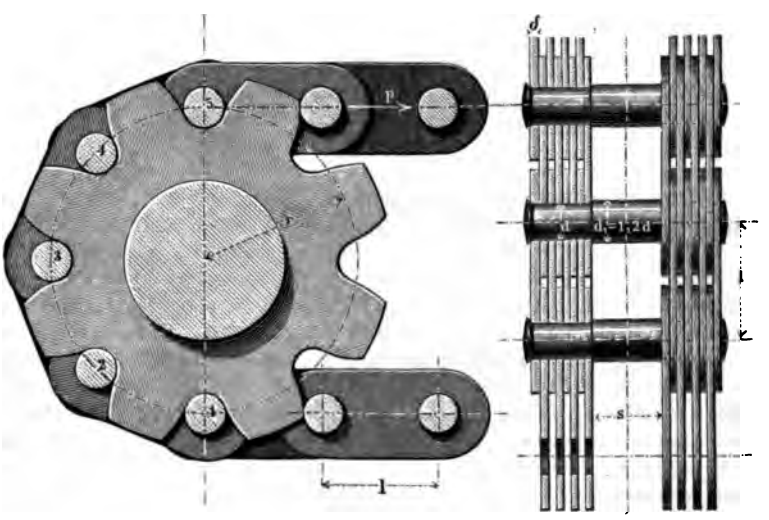
Berechnung der Gelenkkette.

Die von Neustadt gemachten Anwendungen der Galle'schen oder Gelenkkette sind so zahlreich und haben sich so gut bewährt, dass sie als eine bemerkenswerthe Verbesserung des Kranbaues angesehen werden dürfen. In Frankreich haben Neustadt's Krane die älteren stellenweise fast ganz verdrängt; bei uns hat die Einführung erst begonnen. Man scheint die Vortheile noch nicht nach Verdienst anzuschlagen, welche einerseits in der Kleinheit des Halbmessers der Windetrommel, und andererseits in deren geringer Breite liegen. Der ersteren zufolge reicht man mit einer

weit kleineren Räderübersetzung aus, als bei den Kranen mit Schakenkette; die geringe Breite aber vereinfacht das Krangestell so ausserordentlich, dass der ganze Bau weit leichter als sonst herzustellen ist. Neustadt's kleine und grössere Werft- und Eisenbahnkrane sowohl, als seine mächtigen Mastenkrane (von 50 Tonnen Tragkraft und 40^{m} Höhe) verdienen deshalb die Aufmerksamkeit der Ingenieure in hohem Grade*). Die Versuche, die gewöhnliche Schakenkette auch auf ganz kleine (6 Glieder fassende) Trommeln treten und das leere Ende ablaufen zu lassen (Bernier's Hebezeug), haben die Anwendbarkeit für grosse Kräfte nicht nachgewiesen; die Kette erfährt dabei zu grosse Reibungen.

Bei ihrer Benutzung als Lastkette wird die Gelenkkette gerade so behandelt, als ob sie eine Treibkette wäre. Man lässt sie nämlich auf ein zwischen die Gliedbolzen mit seinen Zähnen greifendes Zahnrad treten und dasselbe nach etwa einer halben Umdrehung

Fig. 703.



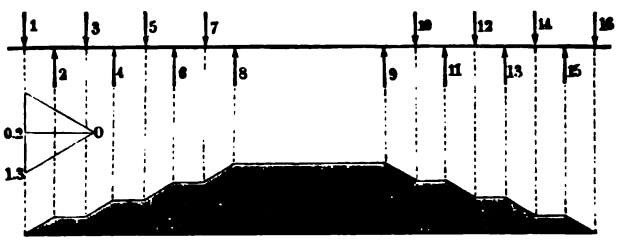
wieder verlassen, siehe Fig. 703. Das straffe oder führende Kettentrum trägt die aufzuziehende Last, das leere oder geführte Trum

*) Siehe: *Grues et appareils de levage à chaîne Galle, par Camille Neustadt*; Paris 1867, sowie eine Reihe von einzelnen Aufsätzen in *Armengaud's Publication industrielle* und *Génie industriel.*

wird in eine Rinne (aus Eisenblech oder dergleichen) geleitet, in welche es von den beim Aufwinden stets neu hinzutretenden Gliedern, die von der Trommel kommen, fortgeschoben wird, und bei genügender Enge der Rinne diese auch dann durchläuft, wenn dieselbe aufsteigend und curvenförmig gestaltet ist. Bei Uferkranen wird die Kettenrinne im Auslader oder Wippbaum untergebracht. Aus diesem Vorgange ist die Berechnung der Kette abzuleiten*). Dieselbe führt streng genommen zu sehr verwickelten

*) Denkt man sich die Belastung gleichförmig auf sämmtliche Platten vertheilt, so entsteht in der flach ausgespannten Kette eine Belastung der Bolzen, welche durch folgendes Diagramm Fig. 704 graphostatisch dargestellt ist;

Fig. 704.



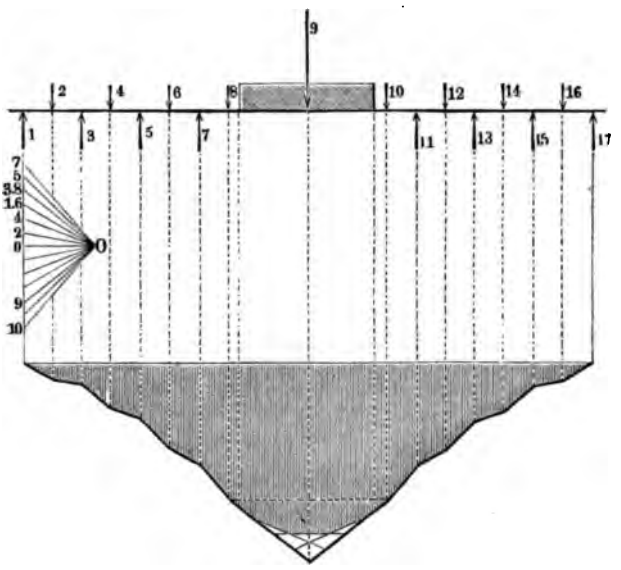
die Richtung der biegenden Kräfte wechselt dabei von Glied zu Glied. Die Abmessungen der von Neustadt angegebenen Ketten sind nun so gewählt, dass sie diesem Diagramm entsprechen, und zwar unter der Voraussetzung, dass nirgends die Spannung $\mathfrak{S} = 8^k$ überschritten wird. Allein die Betrachtungsweise entspricht nicht dem eigentlichen Vorgang. Vor allem findet die stärkste Banspruchung der Bolzen nicht in der frei ausgespannten Kette, sondern da statt, wo dieselbe auf das als Windetrommel dienende Zahnrad tritt. Dieses erhält mindestens 8 Zähne, deren einzelne Wirkung auf die Schäfte der Bolzen nicht zum voraus bekannt ist. Lässt man 5 Zähne im Eingriff sein und macht die wahrscheinliche Annahme, dass die Zahnpressungen arithmetisch zunehmen, sich also wie 1 : 2 . 3 : 4 : 5 verhalten, so erfährt der letzte Bolzen $^5/_{15}$ oder $^1/_3$ von P als Belastung seines Schaftes. Auf die Zapfen kommt dann rückwärts ebenfalls eine Kraft von je $^1/_3 P$, nach vorwärts aber nach wie vor $^1/_2 P$. Mit diesen Annahmen und bei gleichförmiger Vertheilung auf die Platten erhält man das folgende graphostatische Diagramm, welches in demselben Maasstabe gezeichnet ist wie das obige. Es zeigt, dass sich hier ungefähr das Doppelte der oben gefundenen Beanspruchung für den Bolzen ergibt, was besagen würde, dass Neustadt's Ketten mit 16 statt mit 8^k im Bolzen beansprucht wären. Es muss aber bemerkt werden, dass beide Auffassungen den Vorgang nicht getreu wieder-

Problemen, denen man durch Annäherung auszuweichen genöthigt ist. Die Neustadt'schen Ausführungen, welche Belastungen der

---

geben. Die Ursache ist die Zusammengesetztheit der Kette, derzufolge die Biegungsrichtungen der Bolzen von Glied zu Glied wechseln, und deshalb die oben vorausgesetzten biegenden Momente nicht entstehen

Fig. 705.



lassen, indem sie bewirken, dass die Kraft P sich nicht gleichförmig auf die Platten vertheilt. In Wirklichkeit entsteht eine Belastung, welche Aehnlichkeit hat mit der in Fig. XI, S. 14 angedeuteten. Die inneren Platten werden stärker beansprucht, als die äusseren, wodurch sich das statische Moment für die Biegung des Bolzens bedeutend vermindert. Die von Neustadt gewählten Abmessungen haben sich gut bewährt; seine Zerreissungsversuche, welche eine Bruchlast von dem vier- bis fünffachen Betrage der bei obiger Rechnung gegebenen Belastung ergaben, haben auch unsere obige Betrachtung bestätigt, indem die Ketten nicht plötzlich, sondern allmählich zerrissen, „den Bruch durch das Zerreissen einer Platte nach der anderen vorher anzeigten." Es sind ohne Zweifel die inneren Platten, bei denen der Bruch beginnt, um bei steigender Belastung dann auf die äusseren Glieder überzugehen. Das letzte, am Haken oder einer Oese befestigte Kettenglied wird nicht unähnlich der Annahme von Fig. 705 beansprucht. Es ist deshalb empfehlenswerth, dort ein besonderes, aus breiteren Platten bestehendes und einen dickeren Bolzen umfassendes Glied anzusetzen.

Kette von 500 bis 30000^k umfassen, werden gut durch folgende Formeln ausgedrückt:

$$\delta = \frac{0{,}35}{i+1}\sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (291)$$

oder

$$\left.\begin{aligned} d &= 0{,}2\left(\frac{i+2}{i+1}\right)\sqrt{P} \\ \frac{d}{\delta} &= 0{,}57\,(i+2) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (292)$$

wobei δ die Plattendicke, d die Bolzendicke und i die Zahl der Platten bezeichnet. δ wird zweckmässig auf ein rundes Maass gebracht; i muss ebenfalls eine runde und ausserdem gerade Zahl sein. Man nehme für i die gerade Zahl, welche zunächst liegt dem Werthe

$$i = {}^1/_3\sqrt[3]{P} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (293)$$

Der Trommel gibt man mindestens 8 Zähne; bei hohen Belastungen wählt Neustadt etwas mehr, indem er nämlich nimmt:

$\mathfrak{Z} = 8$ wenn $P = 250$ bis 3000^k
$\mathfrak{Z} = 9$ „ $P = 4000$ bis 20000^k
$\mathfrak{Z} = 10$ „ $P =$ über 20000^k.

Der Keilkreishalbmesser r des Kettenrades muss zur Theilungssehne die Länge l des Kettengliedes erhalten. Dies geschieht, wenn

$$r = \frac{l}{2\sin\frac{180^0}{\mathfrak{Z}}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (294)$$

woraus für

$\mathfrak{Z} =$	8	9	10
$r =$	1,3066 l	1,3619 l	1,6180 l.

Blosse Leitrollen erhalten 16 bis 30 Zähne. Für die übrigen Dimensionen der Kette geben die der Fig. 703 beigeschriebenen Verhältnisszahlen den nöthigen Anhalt.

Beispiel. Für die Last $P = 10000^k$ sei eine Gelenkkette zu construiren. Wir nehmen für dieselbe nach (293) die Platten- oder Gelenkzahl des Gliedes: $i = {}^1/_3\sqrt[3]{10000} = 7{,}16 \sim 8$, und haben alsdann: $\delta = \frac{0{,}35\,.\,\sqrt{10000}}{8+1} = 3{,}9 \sim 4^{mm}$; $d = 4\,.\,0{,}57\,.\,10 \sim 23^{mm}$; *die Bau-*

länge $l = 5 + 2{,}8 \,.\, 23 \sim 70^{mm}$; *die Plattenbreite* $b = 2{,}6 \,.\, 23 \sim 60^{mm}$; *die Länge des Bolzenschaftes* $= 6 + 1{,}67 \,.\, 23 = 44^{mm}$, *die Dicke desselben* $= \frac{6}{5} \,.\, 23 \sim 28^{mm}$; *die Scheitelhöhe des Gliedes über dem Bolzen:* $2 + 0{,}9 \,.\, 23 \sim 23^{mm}$. *Eine 8zähnige Triebtrommel würde wegen* $l = 70$ *den Halbmesser* $r = 1{,}3065 \,.\, 70 = 91^{mm}$ *erhalten.*

Weiter unten folgt eine Tabelle, welche die von Neustadt angewandten Abmessungen der Gelenkkette für eine Reihe von Belastungen enthält.

§. 284.

Eisenlänge und Gewicht der Ketten.

Die Länge S des Stabes, aus welchem eine Schakenkette von der Länge L gebildet gedacht werden kann, verhält sich bei den aus Rundeisen gefertigten Ketten zu L, wie die Länge s des gestreckten Kettengliedes zu der Baulänge l desselben, oder:

$$\frac{S}{L} = \frac{s}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (295)$$

Für den Abbrand beim Schmieden ist für jedes Glied ein Stück von der Länge $\frac{d}{2}$ hinzuzurechnen, so dass mit dem Abbrand die Länge S übergeht in S_1, wofür gilt:

$$\frac{S_1}{L} = \frac{s + \frac{d}{2}}{l} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (296)$$

Das laufende Gewicht G_0 ergibt sich somit $\frac{s}{l}$ mal so gross als das einer einfachen Eisenstange von der Dicke d. Man erhält

für die enge offene Kette:

$$G_0 = 0{,}0226\, d^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (297)$$

für die weite offene Kette:

$$G_0 = 0{,}0190\, d^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (298)$$

für die Stegkette:

$$G_0 = 0{,}0235\, d^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (299)$$

Bei der letzteren ist für den gusseisernen Quersteg bei jedem Glied noch ein Cylinder von der Dicke und Länge d, als an Ge-

wicht dem Stege sehr nahe gleich, hinzugerechnet, allgemein also statt $\frac{s}{l}$ ein Werth $\frac{s'}{l}$ eingeführt, wobei s' die ideelle Länge eines einfachen Ringgliedes bezeichnet, welches das Gewicht des zu untersuchenden Gliedes hat. Ein solcher Werth lässt sich auch für die Gelenkkette aufstellen. Die folgende Tabelle enthält nach diesen Formeln ermittelte Werthe.

Auch hier besteht wie bei den Seilen ein festes Verhältniss zwischen dem laufenden Gewicht und der Tragkraft, und zwar erhält man die in folgender Tabelle zusammengestellten Werthe.

In derselben bezeichnet noch ausser den schon bekannten Benennungen L_l die Traglänge, L_β die Zerreisslänge einer Kette; $\mathfrak{S}$ die Zugspannung in den auf Zug beanspruchten Querschnitten, B_β die in denselben Querschnitten beim Bruch der Kette eintretende Spannung aus Versuchen rückwärts berechnet.

Benennung der Kette.	$\frac{s}{d}$	$\frac{s}{l}$	$\frac{s'}{l}$	$\mathfrak{S}$	$\frac{G_0}{P}$	L_l Meter	B_β	L_β Meter
Weite Ringkette .	11,0	3,14	—	6	0,0020	500	24	2000
Enge Ringkette .	9,6	3,68	—	6	0,0024	400	24	1600
Stegkette	10,6	3,53	3,87	9	0,0017	600	32	2100
Schleifenkette . .	36,0	6,00	—	8,25	0,0014	700	26(?)	2100
Hakenkette . . .	21,25	5,00	—	2,5	0,0078	130	10	520
Gelenkkette . . .	—	—	3,58*)	8,0	0,0034	300	36	1350

Aus diesen Zahlen gehen die relativen Werthe der verschiedenen Kettenarten deutlich und überzeugend hervor, soweit der Eisenverbrauch maassgebend ist. Die Zerreisslängen der verschiedenen Ketten sind nicht besonders gross. Ankerketten werden daher in den grössten Tiefen des atlantischen Oceans (3000 bis 4000^m) leicht durch ihr eigenes Gewicht beschädigt, oder gar zerrissen, da ihre Zerreisslänge im Wasser nur etwa $^9/_8$ mal so gross ist, als die obigen Zahlen angeben.

Bei der Gelenkkette ist die Traglänge sehr klein, indessen wird dieselbe dadurch für Krane und Windwerke nicht unpraktisch, da ihre Länge dort immer bedeutungslos auftritt.

Im allgemeinen hat eine Kette, wie aus (295) hervorgeht, eine

*) Mittelwerth, indem nämlich wegen der Constanten in dem Ausdruck für die Baulänge der Werth $\frac{s}{l}$ nicht constant ist.

um so günstigere Beziehung zwischen Tragkraft und Eigengewicht, je länger die Glieder im Verhältniss zur Eisendicke sind, sodass stehende Ketten sehr zweckmässig aus Stangen mit angeschmiedeten Oehren, oder überhaupt sehr langgliedrig gemacht werden (vergl. §. 287).

§. 285.

Tabelle über die Schakenketten.

Offene Ketten				Stegkette		
d	Probebelastung P	G_0 enge	G_0 weit	d	Probebelastung P	G_0
6	792	0,81	0,66	15	6008	5,29
7	1078	1,11	0,93	16	6835	6,02
8	1408	1,45	1,21	17	7716	6,79
9	1782	1,83	1,54	18	8651	7,61
10	2200	2,26	1,90	19	9639	8,48
11	2662	2,73	2,30	20	10680	9,40
12	3168	3,25	2,74	22	12923	11,37
13	3718	3,82	3,21	24	15379	13,54
14	4312	4,43	3,72	26	18049	15,89
15	4950	5,09	4,28	28	20933	18,42
16	5632	5,79	4,86	30	24300	21,15
17	6358	6,23	5,49	32	27341	24,06
18	7128	7,32	6,16	34	30865	27,16
19	7942	8,16	6,86	36	34603	30,46
20	8800	9,04	7,60	38	38555	33,93
21	9702	9,97	8,38	40	42720	37,60
22	10648	10,94	9,20	42	47099	39,50
23	11638	11,96	10,05	44	51691	45,50
24	12672	13,02	10,94	46	56497	47,61
25	13750	14,13	11,88	48	61517	54,14
26	14872	15,28	12,84	50	66750	58,55
27	16038	16,48	13,85	52	69447	63,54
28	17248	17,72	14,90	54	77857	68,53
29	18502	19,01	15,98	56	83731	73,70
30	19800	20,34	17,10	58	89819	79,05

1. Beispiel. Wie schon oben gesagt, ist es zweckmässig, bei Kranen die normale Last nicht weit über die Hälfte der Probebelastung der Schakenkette gehen zu lassen. Soll eine offene Schakenkette für die Belastung P = 10000k bestimmt werden, so hat man bei nahezu dem doppelten Werthe von P in der Tabelle zu suchen; es findet sich d = 30mm. Soll 3/4 der Probebelastung als Normallast benutzt werden, so ist bei 4/3 × 10000 zu suchen; es wird d = 24mm. Die Stegkette für 10000k Normalbelastung, wenn diese der halben Probelast nahe sein soll, erhält nach Z. 10, Sp. 5 die Eisendicke d = 28mm.

Die Ankerketten werden auf den Schiffen in Kettenkasten einlaufen gelassen. Der Raum in Cubikmetern, den eine Stegkette vom Gewicht G beansprucht, ist, wenn sie sorgfältig „aufgeschossen" wird, 0,00043 G, bei sorglosem Legen 0,00045 G.

2. Beispiel. Hat die obige Stegkette 200m Länge, so wiegt sie 200 . 18,42 = 3684k und braucht bei sorgloser Legung einen Raum von 0,00045 . 3684 = 1,66 Cubikmeter.

§. 286.

Tabelle über die Gelenkkette, nach Neustadt.

Belastung P	Plattenzahl i	Plattendicke δ	Plattenbreite b	Zapfendicke d	Baulänge l
250	2	2	13	5	18
500	2	3	16,5	6,5	21
750	4	2	19	7,5	23
1000	4	2	23	8	28
1500	4	3	25	10	32
2000	4	3	31	11	38
3000	6	3	34	14	41
4000	6	4	36	16	44
5000	6	4	42	17	51
7500	6	4	56	19,5	66
10000	8	4	61	23	71
15000	8	5	73	29	86
20000	8	6	85	35	100
25000	8	7	96	40	112
30000	8	8	108	44	130

Die Tabellenwerthe, welche hier nicht nach den Probebelastungen, sondern nach den zulässigen Betriebsbelastungen P geordnet sind, sind nicht aus unseren obigen Formeln berechnet, sondern den eigenen Angaben des Ingenieurs Neustadt entnommen; doch stimmen die Werthe ziemlich gut mit den aus unseren Formeln zu ziehenden überein, wie ein Vergleich der hier gegebenen Dimensionen für die Kette 10000^k mit den am Schluss von §. 283 ermittelten zeigt. Die Bleche zu den Gliedplatten sind von erster Qualität vorausgesetzt; die Zapfen werden nicht zu knapp stehen gelassen und leicht genietet oder verklinkt. Man beachte wegen dieses Punktes Fig 703, wo die Verkleinerungen genau nach Neustadt angegeben sind.

XXII. SEIL- UND KETTENVERBINDUNGEN.

§. 287.

Verbindungstheile bei stehenden und laufenden Ketten.

Die stehenden Ketten, welche man zum Verspannen von Bauwerken, zum Anhängen von Schiffen, zum dauernden Verankern von Schiff- und fliegenden Brücken u. s. w. gebraucht, werden der Gewicht- und Kostenersparniss wegen aus recht langen Gliedern gefertigt; als Verbindungsstück verschiedener Kettentrümer dient dabei ein gabelförmiges durch einen Bolzen geschlossenes Glied, Schekel genannt. Fig. 706 (a. f. S.) zeigt die von der englischen Admiralität angenommene Construction der Strandketten. Die Schaken erhalten ein- für allemal eine Baulänge l von $^1/_2$ Faden oder $3' = 914^{mm}$ ohne Rücksicht auf die Eisendicke. Dabei werden die Ketten durchweg in Trümern von 10 Faden oder 20 Gliedern Länge hergestellt. Die Schekelbolzen und deren Splinte sind aus Stahl gefertigt und verzinnt. Wie die Figur zeigt, ist der Querschnitt des zu den Gliedern verwendeten Eisens ein Quadrat mit leicht abgestumpften Ecken. Auf die Seitenlänge dieses Qua-

drates beziehen sich die Verhältnisszahlen. Eine andere Stangenkette, bei uns auch wohl Gemörsch genannt, zeigt Fig. 707.

Fig. 706.

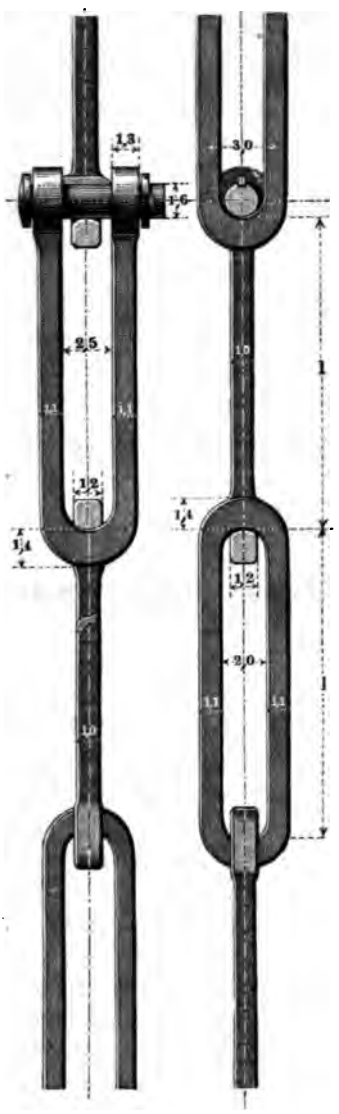
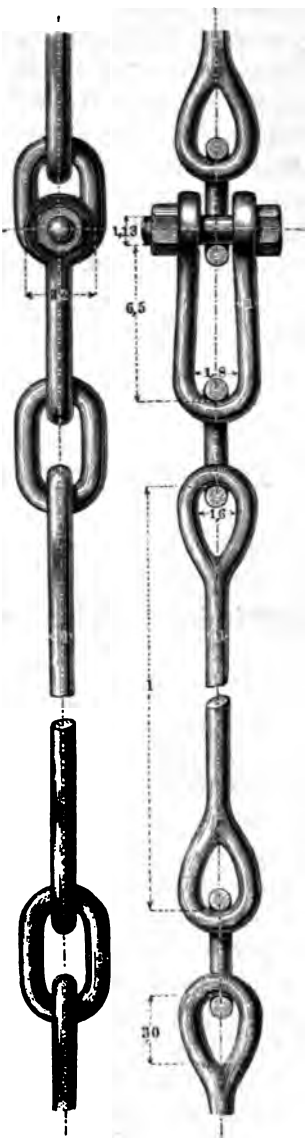


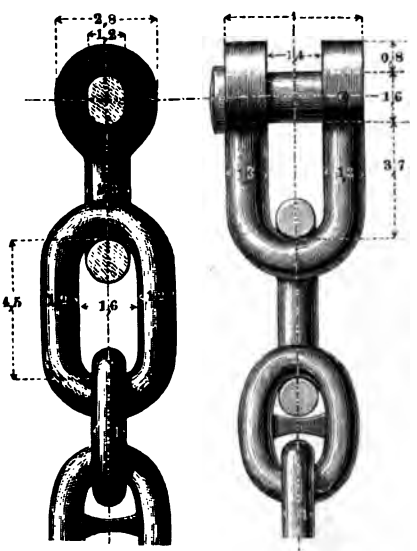
Fig. 707.



Die einzelnen Gemörschstangen, welche bis 1,5^{m} Baulänge erhalten, sind der Beweglichkeit zuliebe je durch eine gewöhnliche ovale Schake verbunden; manchmal sind auch drei solcher Schaken eingeschaltet. Der Schekel, hier auch Kuhmaul genannt, ist durch einen gewöhnlichen Schraubenbolzen geschlossen. Die eingeschriebenen Verhältnisszahlen zeigen, dass man der geraden Gemörschstange das Doppelte der Spannung zumuthet, welche in den Schenkeln der Schaken eintritt, was auch zulässig erscheint.

Bei den Kettentauen findet ebenfalls der Schekel Anwendung als Verbindungsglied. Die von der britischen Admiralität vorgeschriebenen Kettentaue werden immer in Trümern von 12$^{1}/_{2}$ Faden oder 22,85^{m} gefertigt, jedes an einem Ende mit einem Schekel nach Fig. 708 versehen. Zwischen dem Schekel und dem eigent-

Fig. 708.



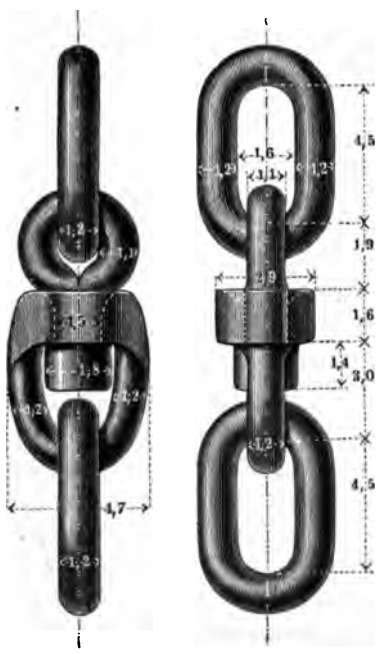
lichen Kettentau ist immer noch eine etwas gestreckte gewöhnliche steglose Kettenschake eingeschaltet, welche das Herausnehmen des Schekels erlaubt. Sie hat zur Dicke das 1,2fache der Eisendicke der Schaken. Der Bolzen hat ovalen Querschnitt und ist aus Stahl gefertigt und verzinnt, ebenso der Schlussstift. Letzterer ist etwas kürzer als das Schekelauge breit ist, und wird beiderseits durch einen eingestemmten Bleipfropf gesichert. Beim Uebergang in ein grösseres Kettenglied, z. B. einen Ankerring u. dergl., wird

ein entsprechend grösserer Schekel eingeschoben. Für einen gewöhnlichen Uferkran reicht das $12^1/_2$ Faden lange Trum immer aus.

Fig. 709.

Wenn wie bei der Kettenschifffahrt eine sehr lange Kette eine Windevorrichtung zu durchlaufen hat, so eignet sich zur Verbindung der einzelnen grossen Kettentrümer der Sckekel nicht. So viel als möglich ist dabei jedes ungewöhnliche Kuppelungsglied zu vermeiden, da ein solches in der Maschinerie immerhin stört. Ganz umgehen lässt sich indessen eine solche Einschaltung kaum. Man wendet jetzt in diesem Falle gussstählerne Gelenkschekel an, welche ganz wie eine gewöhnliche Schake äusserlich geformt sind, aber aus gleichen Hälften bestehen, die an einer Schakenseite gelenkartig verbunden sind, an der andern nach dem Einsetzen durch einen Gussstahlstift geschlossen werden. Die Fabrikanten Schäffer u. Budenberg liefern solche Gelenkschekel.

Fig. 710.



Zur Ueberführung einer Kette in zwei (entsprechend dünnere) eignet sich sehr gut die in Fig. 709 dargestellte Zwillingsschake. Sie ist wegen ihrer gedrängten Form dem runden Ringe vorzuziehen; die ersten an den Zwilling sich anschliessenden Schaken werden wegen der bequemen Einschweissung länger als die normalen Glieder hergestellt.

Häufig muss man einem Kettentrum die Drehbarkeit um die Kettenachse ermöglichen. Es wird

alsdann ein sogenannter Wirbel (auch Warrel oder Warl) genannt, von welchem Fig. 710 die englische Normalconstruction darstellt. Zunächst dem Wirbel sitzen wieder zwei lange offene Schaken, welche in das Kettentau von der Eisendicke 1 überleiten. Es ist einleuchtend, dass solche Constructionen die allersorgfältigste Schmiedearbeit erfordern, um haltbar zu sein. Einen grossen sogenannten Wirbelring, für Strandketten von der Construction in

Fig. 711.

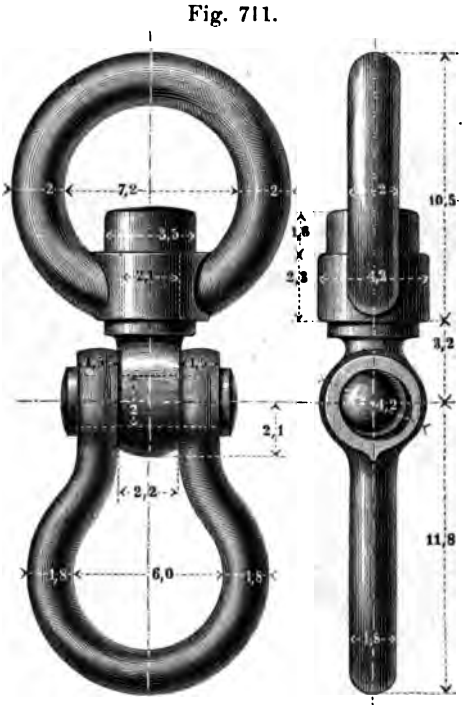


Fig. 706 bestimmt, zeigt Fig. 711. In den Schekel können zwei Strandkettenschekel, in den Ring bis zu drei derselben eingehängt werden. Einheit für die Verhältnisszahlen ist die Eisendicke der in dem Ring zusammentreffenden beiden Ketten.

§. 288.

Seil- und Kettenhaken.

Zur Anhängung der zu hebenden Lasten an Seile, Flaschenzüge und Ketten dienen die Haken. Ihre Construction verdient

Sorgfalt, namentlich deshalb, weil das Gefühl hinsichtlich der Tragfähigkeit eines Hakens leicht irreleitet. Die Haken fordern unerwartet grosse Abmessungen wegen der starken Beanspruchung auf zusammengesetzte Festigkeit, der sie beim Gebrauche ausgesetzt sind. „Durch den Bruch des Hakens eines Krans sind mehr Menschenleben verloren und mehr Güter beschädigt worden, als durch irgend eines anderen Theiles der Maschine*).“ In den beiden folgenden Figuren sind zwei einfache Haken dargestellt. In Fig. 712 ist der Haken und somit die Last an eine Schraube ge-

Fig. 712.

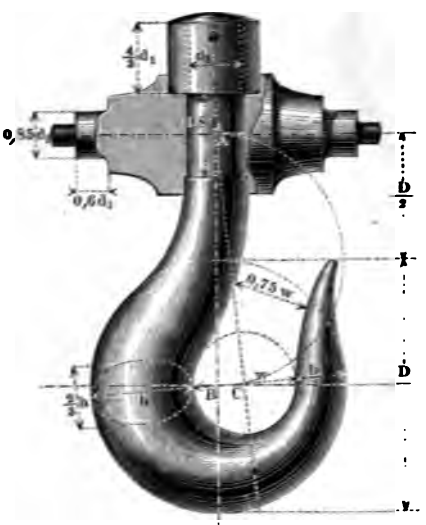


Fig. 713.

hängt; der Kerndurchmesser d_1 derselben kann daher nach Formel (32) genommen werden:

$$d_1 = 0{,}67\sqrt{P} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (300)$$

wenn P die an den Haken gehängte Last bezeichnet. Es ist dabei eine Zugspannung von $2{,}8^k$ im Schraubenkern vorausgesetzt, welche aber bei etwas schiefem Angreifen der Kraft leicht auf das 5fache steigt (§. 18). Auf die Einheit d_1, wie sie sich aus (300) ergibt, sind die übrigen Abmessungen bezogen. Ist noch w die Weite

*) Glynn, Cranes and Machinery.

des Hakens, h die Höhe des Hakenrumpfes, so nehme man die Breite des Hakenrumpfes $= {}^2/_3 h$, und dann unter Berücksichtigung der hier auftretenden zusammengesetzten Festigkeit (siehe §. 16, Fall I.) bei 10^k Spannung in der Hakenkehle:

$$\frac{h}{d_1} = 1{,}30\sqrt{\frac{w}{h} + {}^5/_4} \quad \text{oder} \quad \frac{h}{\sqrt{P}} = 0{,}87\sqrt{\frac{w}{h} + {}^5/_4} \quad (301)$$

Die dem Hakenrücken gegenüberliegende Stelle erhält eine Eisendicke $= \frac{h}{2}$, worauf der den Hauptkörper des Hakens einschliessende Kreis den Durchmesser $D = w + 1{,}5\,h$ erhält.

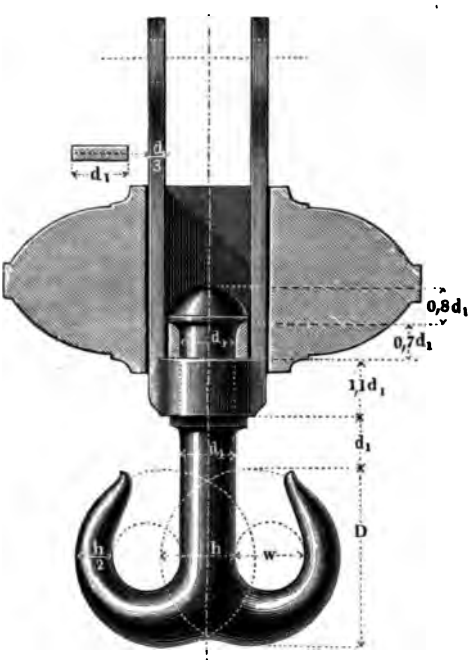
Man erhält für:

$\frac{w}{h} =$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
$\frac{h}{d_1} =$	1,77	1,82	1,86	1,91	1,95	1,99	2,03	2,08	2,12	2,16
$\frac{h}{\sqrt{P}} =$	1,19	1,22	1,25	1,28	1,31	1,33	1,36	1,39	1,41	1,44
$\frac{w}{d_1} =$	1,06	1,27	1,49	1,72	1,95	2,19	2,44,	2,70	2,97,	3,24
$\frac{D}{d_1} =$	3,72	4,00	4,28	4,59	4,88	5,18	5,48	5,82	6,15	6,48.

Am gebräuchlichsten ist das Verhältniss $\frac{w}{h} = 1$. An den Wirbel des Hakens in Fig. 713 schliesst sich ein Schekel zum Uebergange in die Kette an. Man sichert den Schekelbolzen bei Kranen am besten mit einem Splisskeil, um gelegentlich ein anderes Anhängestück, z. B. einen Doppelhaken, einhängen zu können. Bei den oft sehr grossen Haken der Uferkrane wird zur Ausgleichung des Gewichtes der am Auslader aufsteigenden Kette, und zur Ueberwindung der Reibungen der Winde beim Niedergehen der leeren Kette ein schwerer Belastungsblock gerade über dem Haken angebracht, zu dessen Aufnahme dessen Anhängetheile passend vorgerichtet werden. Diese Einrichtung ist an dem Doppelhaken, Fig. 714 (a. f. S.), ersichtlich. Der Doppelhaken, auch Widderkopf genannt, ist als aus zwei einfachen Haken bestehend zu betrachten; indem dieselben Rücken gegen Rücken liegen, fällt die grosse Rumpfdicke des einfachen Hakens weg. Man beziehe die Abmessungen w, h und D auf eine Einheit $= 0{,}7\,d_1$ und verfahre im Uebrigen nach den Angaben der Figur.

Beispiel. Die Belastung eines Hakens betrage 2000k, so ist ihm nach Formel (300) die Schraubenkerndicke $d_1 = 0{,}67 \cdot 4{,}47 = 30^{mm}$ *zu geben. Wählen wir ausserdem* $\frac{w}{h} = 1$, *so wird beim einfachen Haken nach dem vorigen Paragraphen* $h = w = 1{,}95 \cdot 30 = 59^{mm}$, $D = 4{,}88 \cdot 30$

Fig. 714.



$= 146^{mm}$, $\frac{h}{2} = 29^{mm}$. *Beim Doppelhaken wird die Einheit* $= 0{,}7 \cdot 30 = 21^{mm}$, *und sodann, wenn man wieder* $h = w$ *annimmt,* $h = w = 1{,}95 \cdot 21 = 41^{mm}$, $D = 4{,}88 \cdot 21 = 102^{mm}$, $\frac{h}{2} \backsim 20^{mm}$, $1{,}2\ D = 122^{mm}$.

Bei der Gelenkkette lassen sich einfache und doppelte Haken sehr leicht ansetzen; nur hat man dieselben, ähnlich wie es hier beim Doppelhaken geschehen ist, mit einem Wirbel und diesen mit einer gelenkartigen Endigung zu versehen, welche einen Querbolzen aufzunehmen hat; dieser letztere geht entweder direkt an die Kette oder dient als Rollenachse.

§. 289.

Seilbüchsen. Seilbuffer.

Um ein rundes Drahtseil mit festen Eisentheilen zu verbinden, schiebt man auf das Seilende eine eiserne Büchse, deren Länge gleich der zehn- bis zwölffachen Seildicke, und die am äussersten Ende eine kleine konische Erweiterung hat. Es werden dann die Drahtenden auf ein kurzes Stück um 180° zurückgebogen, die dadurch entstehende knotenartige Verdickung in die genannte Ausweitung der Seilbüchse hineingezogen, und darauf Zink in die noch übrigen feinen Zwischenräume gegossen, was eine innige Verbindung des Seiles mit dem Innern der Seilbüchse, welche beide vorher zu verzinken waren, herbeiführt. Die Seilbüchse wird aussen mit Gewinde oder irgend welchen anderen konstruktiven Vorrichtungen zur Befestigung an weitere Theile versehen; sie kann überhaupt nun ganz behandelt werden wie das Ende einer eisernen Stange.

Flache oder Banddrahtseile erhalten eine Seilbüchse von rechteckigem, seitlich gerundetem inneren Querschnitt, oder sie werden zwischen zwei zusammenschraubbare Schmiedeisenplatten geklemmt, nachdem man ebenfalls alle Drahtenden wie oben angegeben umgebogen hat.

Bei den Fördermaschinen der Gruben ist eine Verbindung zwischen dem Förderseile und den, meistens vier an der Zahl betragenden sogenannten Zwisselketten, an welchen der Förderkorb oder das Gerippe hängt, zu bewirken. Da beim Anheben des belasteten oder auch des unbelasteten Förderkorbes leicht heftige Stosswirkungen auf das Seil ausgeübt werden, schaltet man zwischen das Seil, resp. die Seilbüchse und die Zwisselketten einen Buffer ein. Dieser besteht der Hauptsache nach aus einer oder zwei stählernen Kegelfedern (siehe Nro. XII. Seite 62), welche den Zug der Zwisselketten auf die Seilbüchse vermitteln, und sich beim Anheben wie die Bufferfedern eines Eisenbahnwagens elastisch zusammenpressen. Die Anwendung solcher Seilbuffer schont die Förderseile ganz ausserordentlich, und ist deshalb sehr zu empfehlen.

VIERTER ABSCHNITT.

MATHEMATISCHE TAFELN.

§. 290.

Curven-, Flächen- und Körpertafeln.

Die folgenden Tafeln enthalten in übersichtlicher Zusammenstellung die für den Maschinenbauer wichtigsten geometrischen und mechanischen Eigenschaften einer Reihe von gebräuchlichen Curven, der von ihnen umschlossenen Flächen und einfachen Körper. Die den Figuren beigeschriebenen Bezeichnungen erklären die Buchstaben der Formeln. Zu bemerken möchte indessen folgendes sein.

Bei der Streckung (Rectification) der Curven ist s die Länge des Curvenstückes vom Anfang bis zum Punkte xy, beziehlich φ, S die ganze Länge der Curve.

Bei den Trägheitsmomenten wurde die Massendichtigkeit $= 1$ gesetzt, um nutzlose Häufung der Buchstaben zu vermeiden. Um eine grössere Uebersichtlichkeit der Sätze aus der so wichtigen Trägheitsmomentenlehre zu ermöglichen, wurden einige vereinfachende Anschauungen durchgeführt. Die angegebenen Trägheitsmomente der Flächen zerfallen in äquatoriale und polare, jenachdem die Momenten-Achse gelegen ist. Diese heisst nämlich eine äquatoriale Achse, wenn sie in der Ebene der Fläche gelegen ist, und eine polare, wenn sie zu derselben senkrecht steht. Jede äquatoriale Achse, welche durch den Schwerpunkt der Fläche geht, heisst insbesondere eine Aequatorachse, während die durch den Schwerpunkt gehende polare Achse insbesondere Polachse heisst. Eine Fläche hat nur eine Pol-

achse, dagegen unendlich viele Aequatorachsen. Entsprechend ihren Achsen sind nun die Trägheitsmomente in äquatoriale und polare getheilt.

Man findet das Trägheitsmoment J_p einer Fläche zu irgend einer polaren Achse durch Addition der beiden äquatorialen Trägheitsmomente J_{q_1} und J_{q_2}, deren Achsen sich in der polaren Achse rechtwinklig schneiden:

$$J_p = J_{q_1} + J_{q_2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (302)$$

Ferner findet sich das Trägheitsmoment J' einer Fläche zu irgend einer Achse, welche vom Schwerpunkt S der Fläche um a absteht, aus dem Trägheitsmoment J zu der parallelen durch S gehenden Achse mittelst des Ausdruckes:

$$J' = J + a^2 F \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (303)$$

wenn F noch den Inhalt der Fläche bezeichnet. Dieser Satz gilt auch für Körper, wenn man statt F die Masse des Körpers einführt.

Bei den Körpern wurde eine der vorstehenden ganz entsprechende Eintheilung eingehalten. In jedem der behandelten Körpergebilde ist eine der Hauptachsen, welche durch die Schwerpunkte aller zu ihr normalen Querschnitte geht, als Polachse, und der darauf rechtwinklige Schnitt durch den Schwerpunkt als Aequatorschnitt aufgefasst, wonach sich die äquatorialen und polaren Trägheitsmomente wieder je nach der Lage ihrer Achsen zum Aequatorschnitt unterscheiden. In allen hier angegebenen Beispielen für die Körper sind die Achsen stets wirkliche Aequator- und Polachsen.

Für ein gerades Prisma mit beliebiger Grundfläche, deren polares Trägheitsmoment i_p und dessen halbe Höhe $= l$ ist, ist das polare Trägheitsmoment:

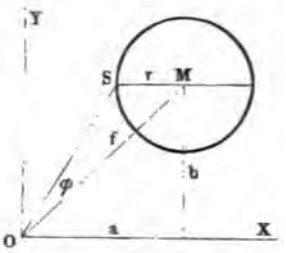
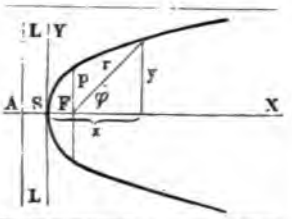
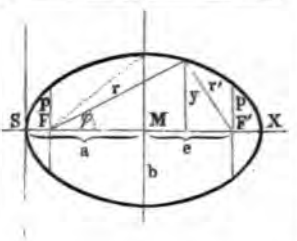
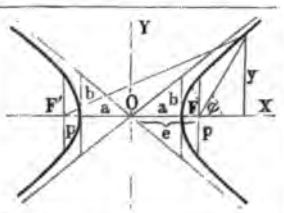
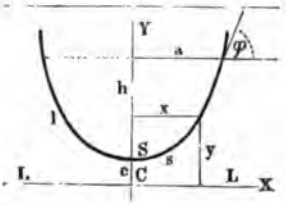
$$J_p = 2 l i_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (304)$$

und das Trägheitsmoment zu einer Aequatorachse:

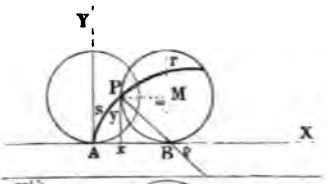
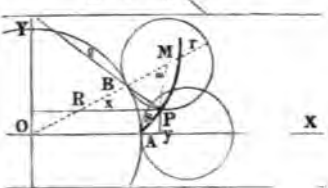
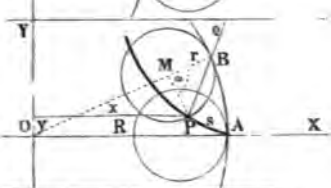
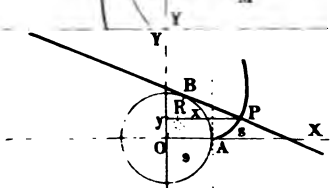
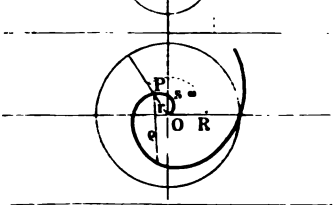
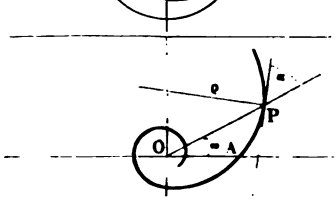
$$J_q = {}^2/_3 f l^3 + 2 l i_q \quad \ldots\ldots\ldots \quad (305)$$

wenn noch f den Flächeninhalt des Querschnittes, und i_q dessen äquatoriales Trägheitsmoment zu derselben Achse bezeichnet, für welche J_q gilt.

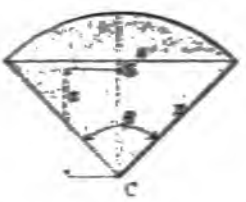
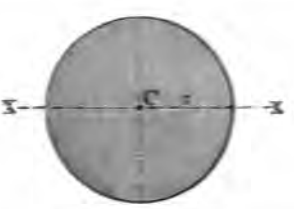
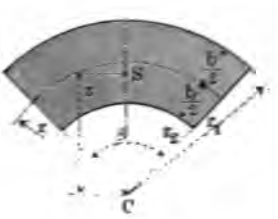
Die Schwerpunkte und Trägheitsmomente zu Flächen von unregelmässigen Formen lassen sich mit Hilfe der graphischen Statik in vielen Fällen bequem und recht genau (numerisch) finden. Das Verfahren ist aus den in Kapitel V. behandelten Aufgaben ableitbar, und besteht in einer wiederholten Anwendung des Kräfte- und Seilpolygones.

Nro.	Curve.	Parallelgleichung.	Verschiede Eigenschaft
I. Kreis.		Allgemein (aus O): $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$ Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2rx - x^2$. Mittelpunktsgleichung (aus M): $x^2 + y^2 = r^2$.	Annähernd, w $\frac{x}{y}$ klein: $\frac{r}{y} = \frac{y}{2x}$.
II. Parabel.		Scheitelgleichung (aus S): $y^2 = 2px$.	Halbparameter $AS = SF = \frac{p}{2}$ LL Leitlinie. F Brennpunkt.
III. Ellipse.		Mittelpunktsgleichung (aus M): $y^2a^2+x^2b^2=a^2b^2$. Scheitelgleichung (aus S): $y^2=\left(\frac{b}{a}\right)^2(2ax-x^2)$ $y^2=2px-\frac{p}{a}x^2$.	Excentricitä lineare $= e$ $=\sqrt{a^2}$ numerische ε = Halbparameter $p=a(1-\varepsilon^2)=$
IV. Hyperbel.		Mittelpunktsgleichung (aus O): $-y^2a^2+x^2b^2=a^2b^2$.	Excentricitä lineare $= OF$ $=\sqrt{a^2}$ numerische ε = Achse $b = a\sqrt$ Halbparameter $p=a(\varepsilon^2-1)=$
V. Kettenlinie.		Aus O: $y=\frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}}+e^{-\frac{x}{c}}\right)$	$\operatorname{tg}\varphi=\frac{l}{c}=\sqrt{\frac{h^2}{}}$ LL Leitlinie.

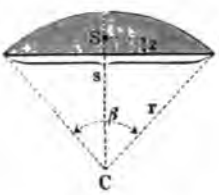
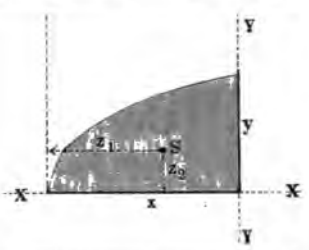
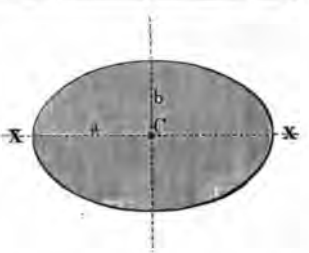
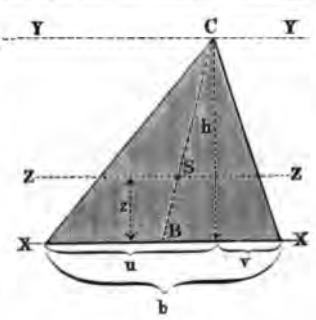
Polargleichung.	Krümmungshalbmesser.	Streckung (Rectification).
lgemein (aus O): $f^2 - 2\varrho f\cos\varphi = r^2$. dem Scheitel S: $\varrho = 2r\cos\varphi$.	$\varrho = r$.	$s = r\varphi$ $S = 2r\pi$.
Aus F: $r = \frac{p}{2} + x$ $r = \frac{p}{2\sin^2\frac{\varphi}{2}}$.	$\varrho = p\sqrt{\left(1+2\frac{x}{p}\right)^3}$.	$s = \frac{p}{2}\left[\sqrt{\frac{2x}{p}\left(1+\frac{2x}{p}\right)} + \log.\,nat.\left(\sqrt{\frac{2x}{p}} + \sqrt{1+\frac{2x}{p}}\right)\right]$. Annähernd bei kleinem $\frac{x}{y}$: $s = y\left[1+\frac{2}{3}\left(\frac{x}{y}\right)^2 - \frac{2}{5}\left(\frac{x}{y}\right)^4\right]$.
Aus F: $p + \varepsilon x = \frac{a^2-e^2}{a-e\cos\varphi}$ $\frac{p}{-\varepsilon\cos\varphi}$. Fahrstrahlen: $+\varepsilon x$, $r' = a - \varepsilon x$.	$\varrho = \frac{(rr_1)^{3/2}}{ab}$. Für S ist: $\varrho = \frac{b^2}{a}$, für A: $\varrho = \frac{a^2}{b}$.	$S = (a+b)\left(1+\frac{n^2}{4}+\frac{n^4}{64}+\frac{n^6}{256}+\ldots\right)$, wobei $n = \frac{a-b}{a+b}$.
Aus F: $p + \varepsilon x = \frac{e^2-a^2}{a-e\cos\varphi}$ $\frac{p}{-\varepsilon\cos\varphi}$. Fahrstrahlen: $x - a$, $r' = \varepsilon x + a$.	$\varrho = \frac{(a^4y^2+b^4x^2)^{3/2}}{a^4b^4}$.	Sehr verwickelt.
–	$\varrho = \frac{y^2}{c}$	$s = \frac{c}{2}\left(e^{\frac{x}{c}} - e^{-\frac{x}{c}}\right)$ $= \sqrt{y^2-c^2}$, $l = \sqrt{h^2+2hc}$.

Nro.	Curve.	Gleichung.
VI. Cycloide oder Radlinie.		$x = r\left(\omega - \frac{r'}{r}\sin\omega\right)$ $y = r\left(1 - \frac{r'}{r}\cos\omega\right)$.
VII. Epicycloide oder Aufradlinie.		$x = (R+r)\cos\frac{r}{R}\omega - r'\cos\frac{R+r}{R}\omega$ $y = (R+r)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{R+r}{R}\omega$.
VIII. Hypocycloide oder Inradlinie.		$x = (R-r)\cos\frac{r}{R}\omega + r'\cos\frac{R-r}{R}$ $y = (R-r)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{R-r}{R}\omega$.
IX. Periycloide oder Umradlinie.		$x = (r-R)\cos\frac{r}{R}\omega - r'\cos\frac{r-R}{R}\omega$ $y = (r-R)\sin\frac{r}{R}\omega - r'\sin\frac{r-R}{R}\omega$.
X. Kreisevolvente oder Fadenlinie.		$x = R'\cos\vartheta + R\vartheta\sin\vartheta$ $y = R'\sin\vartheta - R\vartheta\cos\vartheta$.
XI. Archimedische Spirale.		$r = a\omega = R\frac{\omega}{2\pi}$.
XII. Logarithmische Spirale.		$r = a^{\omega}$.

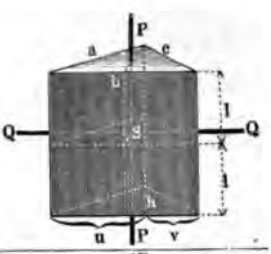
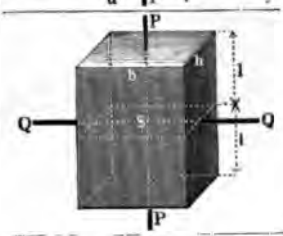
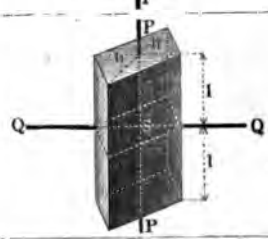
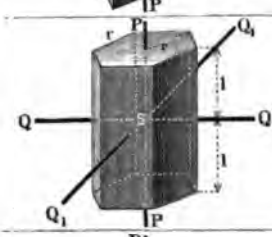
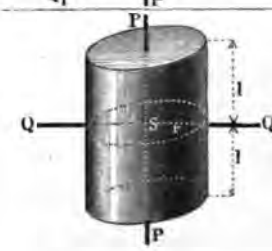
ckung (Rectification).	Krümmungshalbmesser.	Bemerkungen.
$=4r\left(1-\cos\frac{\omega}{2}\right)$ $S=8r.$	$\varrho=4r\sin\frac{\omega}{2}.$	r' ist der Halbmesser zum beschreibenden Punkt. Wenn $r'=r$ ist, wie hier bei den Streckungs- und Krümmungsformeln angenommen ist, gelten die Gleichungen für die gemeine Cycloide, Epicycloide, Hypocycloide, Pericycloide. Aehnlich ist bei den Kreisevolventengleichungen R' die Entfernung des beschreibenden Punktes vom Mittelpunkt O des ruhenden Kreises bei $\vartheta=0$; ist $R'=R$, so ist die Curve die gemeine Kreisevolvente.
$4r\frac{R+r}{R}\left(1-\cos\frac{\omega}{2}\right)$ $S=8r\frac{R+r}{R}.$	$\varrho=4r\frac{R+r}{R+2r}\sin\frac{\omega}{2}.$	
$4r\frac{R-r}{R}\left(1-\cos\frac{\omega}{2}\right)$ $S=8r\frac{R-r}{R}.$	$\varrho=4r\frac{R-r}{R-2r}\sin\frac{\omega}{2}.$	
$4r\frac{r-R}{R}\left(1-\cos\frac{\omega}{2}\right)$ $S=8r\frac{r-R}{R}.$	$\varrho=4r\frac{r-R}{2r-R}\sin\frac{\omega}{2}.$	
$s=\frac{R\vartheta}{2}\vartheta.$	$\varrho=R\vartheta.$	
$=\frac{\omega}{4\pi}\sqrt{1+\omega^2}$ $log.nat.(\omega+\sqrt{1+\omega^2}).$	$\varrho=\frac{(r^2+a^2)^{3/2}}{2(r^2+2a^2)}.$	Bei der logarithmischen Spirale schliesst die Tangente an einen beliebigen Punkt P mit OP den constanten Winkel α ein, für welchen gilt: $cotg.\,\alpha=log.\,nat.\,a.$
$\cdot\frac{\sqrt{1+(log.\,nat.\,a)^2}}{log.\,nat.\,a}.$	$\varrho=r\sqrt{1+(log.\,nat.\,a)^2}$ $=\frac{r}{\sin\alpha},$ wobei $cotg.\,\alpha=log.\,nat.\,a$	

Nr.	Form.	Flächeninhalt.
XIII. Kreisausschnitt.		$F = r^2 \frac{\beta}{2}$.
XIV. Halbkreis.		$F = \frac{r^2 \pi}{2}$.
XV. Kreis		$F = r^2 \pi$.
XVI. Kreisringstück.		$F = (r_1^2 - r_0^2) \frac{\beta}{2}$ $= b\, r\, \beta$.

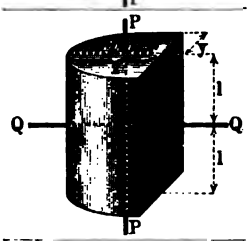
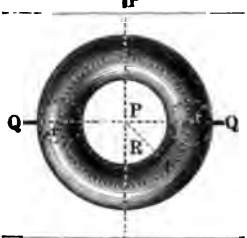
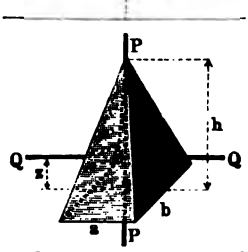
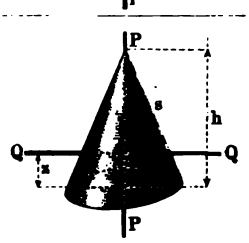
hwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$= \frac{4}{3} r \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta}$. $= \frac{s r^2}{3 F}$.	Zur polaren Achse im Mittelpunkte C: $J_c = \frac{\mu}{\beta} r^2 = \frac{r^4 \beta}{4}$. Zur Polachse im Schwerpunkte S: $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{1 - \cos\beta}{\beta^2}\right) = \frac{r^4}{4}\left(\beta - \frac{1-\cos\beta}{\beta}\right)$.
$z = \frac{4}{3\pi} r$.	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4$. Zur Polachse S: $J_s = \frac{\mu}{2} r^2 \left(1 - \frac{2}{\pi^2}\right) = 0{,}398\, \mu r^2$ $= \frac{r^4}{4}\left(\pi - \frac{2}{\pi}\right) = 0{,}626 r^4$. Zu den äquatorialen Achsen XX und YY: $J_x = J_y = \frac{\mu r^2}{4} = \frac{\pi}{8} r^4$.
$z = 0$.	Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{2} r^2 = \frac{\pi}{2} r^4$. Zur Aequatorachse XX: $J_x = \frac{\mu}{4} r^2 = \frac{\pi}{4} r^4$.
$\frac{4}{3} \frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta} \frac{r_1^3 - r_2^3}{r_1^2 - r_2^2}$ $\frac{\sin \frac{\beta}{2}}{\beta} r \left(2 + \frac{1}{6} \frac{b^2}{r^2}\right)$.	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{\mu}{2}(r_1^2 + r_2^2) = \mu \left(r^2 + \frac{b^2}{4}\right)$ $= \frac{\beta}{4}(r_1^4 - r_2^4) = \frac{\beta}{4}(4 b r^3 + r b^3)$.

Nro.	Form.	Flächeninhalt.
XVII. Kreisabschnitt.		$F = \frac{r^2}{2}\ (\beta - \sin\beta).$
XVIII. Parabel.		$F = \frac{2}{3}\,xy.$
XIX. Ellipse.		$F = a\,b\,\pi.$
XX. Dreieck.		$F = \frac{b\,h}{2}.$

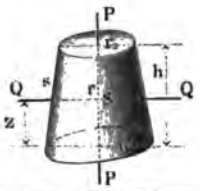
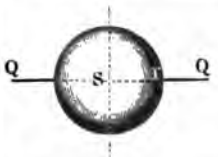
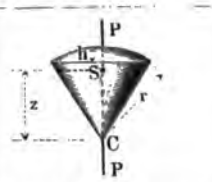
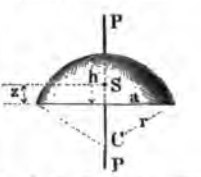
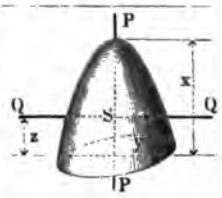
hwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$\frac{s^3}{12F}$ $\frac{4}{3} r \frac{\sin^3 \frac{\beta}{2}}{\beta - \sin\beta}$.	Zur polaren Achse C: $J_c = \frac{r^4\beta}{4} - \frac{1}{4}\left[s r^3 \cos^3\beta + \frac{r s^3 \cos\beta}{12}\right]$ $= \frac{r^4}{4}\left[\beta - 2\sin\beta\cos^3\beta - \frac{2}{3}\cos\beta\sin^3\beta\right]$.
$z_1 = {}^3/_5\, x$ $z_2 = {}^3/_8\, y$.	Zu den äquatorialen Achsen XX und YY: $J_x = \mu\frac{y^2}{5} = \frac{8}{15} x y^3$ $J_y = \frac{8}{35}\mu x^2 = \frac{32}{105} y x^3$.
$z = 0$.	Zur Aequatorachse XX: $J_x = \frac{\pi}{4} b a^3$. Zur Polachse C: $J_c = \frac{\mu}{4}(a^2+b^2) = \frac{\pi}{4} a b^3\left(1 + \frac{b^2}{a^2}\right)$.
$z = \frac{h}{3}$.	$J_x = \mu\frac{h^2}{6} = \frac{b h^3}{12}$ $J_s = \mu\frac{h^2}{18} = \frac{b h^3}{36}$ $J_y = \mu\frac{h^2}{2} = \frac{b h^3}{4}$ $J_c = \frac{b h^3}{4} + \frac{h}{12}(u^3 + v^3)$ $J_b = \frac{b h^3}{12} + \frac{h}{4}(u^3+v^3) - \frac{b h}{24}[8(u^2+v^2) - 3b^2)$ $J_s = \frac{b h^3}{36} + \frac{h}{12}(u^3+v^3) - \frac{b h}{18}[2(u^2+v^2) - b^2]$.

Nro	Form.	Oberfläche.
XXI. Dreiseitiges Prisma.		Umfläche: $F_1 = 2\,l\,(a + b + c)$. Eine Endfläche: $F_2 = \frac{b\,h}{2}$.
XII. Rechteckiges Prisma.		Umfläche: $F_1 = 4\,l\,(b + h)$. Eine Endfläche: $F_2 = b\,h$.
XXIII. Rhombisches Prisma.		Umfläche: $F_1 = 8\,l\,\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}}$. Eine Endfläche: $F_2 = b\,h$.
XXIV. Sechseit. Prisma.		Umfläche: $F_1 = 12\,l\,r$. Eine Endfläche: $F_2 = \frac{3}{2}\,r^2\sqrt{3} = 2{,}598$
XXV. Cylinder.		Umfläche: $F_1 = 4\,l\,r\,\pi$. Eine Endfläche: $F_2 = r^2\pi$.

Inhalt.	Trägheitsmomente.
$V = bhl.$	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left[\frac{l^2}{3}+\frac{h^2}{18}\right] = \frac{bhl^3}{3}+\frac{blh^3}{81}.$ Zur Polachse PP: $J_p = l\left[\frac{bh^3}{18}+\frac{h}{6}(u^3+v^3)-\frac{bh}{9}(2[u^2+v^2]-b^2)\right].$
$V = 2bhl.$	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left(\frac{l^2}{3}+\frac{h^2}{12}\right).$ Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{12}(h^2+b^2).$
$V = 2bhl.$	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left(\frac{l^2}{3}+\frac{h^2}{6}\right).$ Zur Polachse PP: $J_p = m\left(\frac{h^2}{6}+\frac{b^2}{24}\right).$
$\frac{1}{2}lr^2\sqrt{3} = 5{,}196\,lr^2.$	Zu den Aequatorachsen QQ und Q_1Q_1: $J_q = J_{q_1} = m\left(\frac{l^2}{3}+\frac{5}{24}r^2\right).$ Zur Polachse PP: $J_p = \frac{5}{12}mr^2.$
$V = 2\pi lr^2.$	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left(\frac{l^2}{3}+\frac{r^2}{4}\right).$ Zur Polachse PP: $J_p = \frac{1}{2}mr^2.$

Nro.	Form.	Oberfläche.	Inhalt.
XXVI. Hohlcylinder.		Umfläche: $F_1 = 4\pi l(r_1+r_2) = 8\pi l r.$ Eine Endfläche: $F_2 = \pi(r_1^2 - r_2^2) = 2\pi r b.$	$V = 2\pi l(r_1^2 - r_2^2) = 4\pi r b l.$
XXVII. Parabolisches Prisma.		Eine Endfläche: $F_2 = \frac{4}{3} xy.$	$V = \frac{8}{3} l x y.$
XXVIII. Cylindrischer Ring.		$F = 4\pi^2 R r.$	$V = 2\pi^2 R r^2.$
XXIX. Rechteckige Pyramide.		Umfläche: $F_1 = a\sqrt{h^2 + \frac{b^2}{4}} + b\sqrt{h^2 + \frac{a^2}{4}}.$ Endfläche: $F_2 = a b.$	$V = F_2 \frac{h}{3} = \frac{a b h}{3}.$
XXX. Normalkegel.		Umfläche: $F_1 = r\pi\sqrt{h^2 + r^2} = s r \pi.$ Endfläche: $F_2 = r^2\pi.$	$V = \frac{\pi r^2 h}{3}.$

:hwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
litte der Figur.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left[\frac{l^2}{3}+\frac{r_1^2+r_2^2}{4}\right] = m\left[\frac{l^2}{8}+\frac{r^2}{2}+\frac{b^2}{8}\right]$. Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{2}\left[r_1^2 + r_2^2\right] = m\left[r^2 + \frac{b^2}{4}\right]$.
$s = \frac{3}{5}x$.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left[\frac{l^2}{3}+\frac{8}{35}x^2\right]$. Zur Polachse PP: $J_p = m\left[\frac{y^2}{5}+\frac{8}{35}x^2\right]$.
litte der Figur.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left[\frac{R^2}{2}+\frac{5}{8}r^2\right]$. Zur Polachse PP: $J_p = m\left[R^2+\frac{3}{4}r^2\right]$.
$s = \frac{h}{4}$.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left[\frac{5}{80}h^2 + \frac{b^2}{20}\right]$. Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{20}\left[a^2 + b^2\right]$.
$s = \frac{h}{4}$. cn Mantel allein ist: $s' = \frac{h}{3}$.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = \frac{3}{20}m\left[r^2 + \frac{h^2}{4}\right]$. Zur Polachse PP: $J_p = \frac{3}{10}mr^2$.

Nro.	Form.	Oberfläche.	Inhalt.
XXXI. Kegelstumpf.		Umfläche: $F_1 = \pi (r_1 + r_2) \sqrt{h^2 - (r_1 - r_2)^2} = 2\pi r s.$ Endflächen: $F_2' = r_1^2 \pi,\ F_2'' = r_2^2 \pi.$	$V = \frac{\pi}{3} h [r_1^2 + r_1 r_2 + r_2^2].$
XXXII. Kugel.		$F = 4 r^2 \pi.$	$V = \frac{4\pi}{3} r^3.$
XXXIII. Kugelausschnitt.		Kegelmantel: $F_1 = a \pi r = \pi r \sqrt{2rh - h^2}.$	$V = \frac{2}{3} \pi r^2 h.$
XXXIV. Kugelabschnitt.		Umfläche: $F_1 = 2\pi r h = \pi (a^2 + h^2).$ Endfläche: $F_2 = a^2 \pi,\ r = \frac{a^2 + h^2}{2h}.$	$V = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right) = \frac{\pi}{6} h (3a^2 + h^2).$
XXXV. Ellipsoid.		—	$V = \frac{4}{3} \pi a b c.$
XXXVI. Drehungs-paraboloid.		Endfläche: $F_2 = y^2 \pi.$	$V = \frac{\pi}{2} x y^2.$

Schwerpunktlage.	Trägheitsmomente.
$z = \frac{h}{4}\left(\frac{r_1^2 + 2r_1r_2 + 3r_2^2}{r_1^2 + r_1r_2 + r_2^2}\right)$.	Zur Polachse PP: $J_p = \frac{3}{10} m \frac{r_1^5 - r_2^5}{r_1^3 - r_2^3}$.
Mitte der Figur.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = \frac{2}{5} m r^2$.
$z = \frac{3}{4}\left(r - \frac{h}{2}\right)$.	Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{5}(3rh - h^2)$.
$z = \frac{3}{4}\frac{(2r-h)^2}{3r-h}$. Für den Mantel allein: $z' = \frac{h}{2}$.	Zur Polachse PP: $J_p = m\left[r^2 - \frac{3}{4}rh + \frac{3}{20}h^2\right]\frac{2h}{3r-h}$.
Mitte der Figur.	Zur Aequatorachse QQ, welche mit a zusammenfällt: $J_a = \frac{m}{5}(b^2 + c^2)$.
$z = \frac{x}{3}$.	Zur Aequatorachse QQ: $J_q = m\left(\frac{y^2}{6} + \frac{x^2}{18}\right)$. Zur Polachse PP: $J_p = \frac{m}{3}y^2$.

§. 291.

Trigonometrische Tafel.

Die folgende Tafel enthält in der gebräuchlichen Form zusammengestellt die Sinus, Cosinus, Tangenten und Cotangenten der Winkel von 1 bis 90°, von 10 zu 10 Minuten fortschreitend; abweichend von der gebräuchlichen Weise sind ausserdem noch die Bogenlängen (für den Halbmesser 1) hinzugefügt. Zur Erleichterung für die Bestimmung der Bogenlängen grösserer Winkel sind auf jeder Seite unten noch mehrere oft gebrauchte Bogenlängen von ganz kleinen Winkeln und von solchen über 90° angegeben. — Die eingeschalteten Ziffern sind die Differenzen, welche in den betreffenden Gegenden der Tabelle herschen.

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
0	0	0,0000	0,0000	1,0000	0,0000	∞	1,5708	90	0
	10	0,0029	0,0029	1,0000	0,0029	343,77	1,5679		50
	20	0,0058	0,0058	1,0000	0,0058	171,89	1,5650		40
	30	0,0087	0,0087	1,0000	0,0087	114,59	1,5621		30
	40	0,0116	0,0116	0,9999	0,0116	85,940	1,5592		20
	50	0,0145	0,0145	0,9999	0,0145	68,750	1,5563		10
			29	1	29	11,460			
1	0	0,0175	0,0175	0,9998	0,0175	57,290	1,5533	89	0
	10	0,0204	0,0204	0,9998	0,0204	49,104	1,5504		50
	20	0,0233	0,0233	0,9997	0,0233	42,964	1,5475		40
	30	0,0262	0,0262	0,9997	0,0262	38,188	1,5446		30
	40	0,0291	0,0291	0,9996	0,0291	34,368	1,5417		20
	50	0,0320	0,0320	0,9995	0,0320	31,242	1,5388		10
			29	1	29	2,606			
2	0	0,0349	0,0349	0,9994	0,0349	28,636	1,5359	88	0
	10	0,0378	0,0378	0,9993	0,0378	26,432	1,5330		50
	20	0,0107	0,0407	0,9992	0,0407	24,542	1,5301		40
	30	0,0436	0,0436	0,9990	0,0437	22,904	1,5271		30
	40	0,0465	0,0465	0,9989	0,0466	21,470	1,5243		20
	50	0,0495	0,0494	0,9988	0,0495	20,206	1,5213		10
			29	1	29	1,125			
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.

Winkel	arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc. = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
3	0	0,0524	0,0523	0,9986	0,0524	19,081	1,5184	87	0
	10	0,0553	0,0552	0,9985	0,0553	18,075	1,5155		50
	20	0,0582	0,0581	0,9983	0,0582	17,169	1,5126		40
	30	0,0611	0,0610	0,9981	0,0612	16,350	1,5097		30
	40	0,0640	0,0640	0,9980	0,0611	15,605	1,5068		20
	50	0,0669	0,0669	0,9978	0,0670	14,924	1,5039		10
			29	2	29	623			
4	0	0,0698	0,0698	0,9976	0,0699	14,301	1,5010	86	0
	10	0,0727	0,0727	0,9974	0,0729	13,727	1,4981		50
	20	0,0756	0,0756	0,9971	0,0758	13,197	1,4951		40
	30	0,0785	0,0785	0,9969	0,0787	12,706	1,4923		30
	40	0,0814	0,0814	0,9967	0,0816	12,251	1,4893		20
	50	0,0844	0,0843	0,9964	0,0846	11,826	1,4864		10
			29	2	29	396			
5	0	0,0873	0,0872	0,9962	0,0875	11,430	1,4835	85	0
	10	0,0902	0,0901	0,9959	0,0904	11,059	1,4806		50
	20	0,0931	0,0929	0,9957	0,0934	10,712	1,4777		40
	30	0,0960	0,0958	0,9954	0,0963	10,385	1,4748		30
	40	0,0989	0,0987	0,9951	0,0992	10,078	1,4719		20
	50	0,1018	0,1016	0,9948	0,1022	9,7882	1,4690		10
			29	3	29	2738			
6	0	0,1047	0,1045	0,9945	0,1051	9,5144	1,4661	84	0
	10	0,1076	0,1074	0,9942	0,1080	9,2553	1,4632		50
	20	0,1105	0,1103	0,9939	0,1110	9,0098	1,4603		40
	30	0,1134	0,1132	0,9936	0,1139	8,7769	1,4573		30
	40	0,1164	0,1161	0,9932	0,1169	8,5555	1,4544		20
	50	0,1193	0,1190	0,9929	0,1198	8,3450	1,4515		10
			29	4	29	2007			
7	0	0,1222	0,1219	0,9925	0,1228	8,1443	1,4486	83	0
	10	0,1251	0,1248	0,9922	0,1257	7,9530	1,4457		50
	20	0,1280	0,1276	0,9918	0,1287	7,7704	1,4428		40
	30	0,1309	0,1305	0,9914	0,1317	7,5958	1,4399		30
	40	0,1338	0,1334	0,9911	0,1346	7,4287	1,4370		20
	50	0,1367	0,1363	0,9907	0,1376	7,2687	1,4341		10
			29	4	29	1533			
8	0	0,1396	0,1392	0,9903	0,1405	7,1154	1,4312	82	0
	10	0,1425	0,1421	0,9899	0,1435	6,9682	1,4283		50
	20	0,1454	0,1449	0,9894	0,1465	6,8269	1,4254		40
	30	0,1484	0,1478	0,9890	0,1495	6,6912	1,4224		30
	40	0,1526	0,1507	0,9886	0,1524	6,5606	1,4195		20
	50	0,1542	0,1536	0,9881	0,1554	6,4348	1,4166		10
			28	4	30	1210			
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3183	1,4137	81	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang. = 0° 1′		0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc. = 0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
9	0	0,1571	0,1564	0,9877	0,1584	6,3138	1,4137	81	0
	10	0,1600	0,1593	0,9872	0,1614	6,1970	1,4108		50
	20	0,1629	0,1622	0,9868	0,1644	6,0844	1,4079		40
	30	0,1658	0,1650	0,9863	0,1673	5,9758	1,4050		30
	40	0,1687	0,1679	0,9858	0,1703	5,8708	1,4021		20
	50	0,1716	0,1708	0,9853	0,1733	5,7694	1,3992		10
			28	5	30	981			
10	0	0,1745	0,1736	0,9848	0,1763	5,6713	1,3963	80	0
	10	0,1774	0,1765	0,9843	0,1793	5,5764	1,3934		50
	20	0,1804	0,1794	0,9838	0,1823	5,4845	1,3904		40
	30	0,1833	0,1822	0,9833	0,1853	5,3955	1,3875		30
	40	0,1862	0,1851	0,9827	0,1883	5,3093	1,3846		20
	50	0,1891	0,1880	0,9822	0,1914	5,2257	1,3817		10
			28	6	30	811			
11	0	0,1920	0,1908	0,9816	0,1944	5,1446	1,3788	79	0
	10	0,1949	0,1937	0,9811	0,1974	5,0658	1,3759		50
	20	0,1978	0,1965	0,9805	0,2004	4,9894	1,3730		40
	30	0,2007	0,1994	0,9799	0,2035	4,9152	1,3701		30
	40	0,2036	0,2022	0,9793	0,2065	4,8430	1,3672		20
	50	0,2065	0,2051	0,9787	0,2095	4,7729	1,3643		10
			28	6	31	683			
12	0	0,2094	0,2079	0,9781	0,2126	4,7046	1,3614	78	0
	10	0,2123	0,2108	0,9775	0,2156	4,6382	1,3584		50
	20	0,2153	0,2136	0,9769	0,2186	4,5736	1,3555		40
	30	0,2182	0,2164	0,9763	0,2217	4,5107	1,3526		30
	40	0,2211	0,2193	0,9757	0,2247	4,4494	1,3497		20
	50	0,2240	0,2221	0,9750	0,2278	4,3897	1,3468		10
			28	6	31	582			
13	0	0,2269	0,2250	0,9744	0,2309	4,3315	1,3439	77	0
	10	0,2298	0,2278	0,9737	0,2339	4,2747	1,3410		50
	20	0,2327	0,2306	0,9730	0,2370	4,2193	1,3381		40
	30	0,2356	0,2334	0,9724	0,2401	4,1653	1,3352		30
	40	0,2385	0,2363	0,9717	0,2432	4,1126	1,3323		20
	50	0,2414	0,2391	0,9710	0,2462	4,0611	1,3294		10
			28	7	31	503			
14	0	0,2443	0,2419	0,9703	0,2493	4,0108	1,3264	76	0
	10	0,2473	0,2447	0,9696	0,2524	3,9617	1,3235		50
	20	0,2502	0,2476	0,9689	0,2555	3,9136	1,3206		40
	30	0,2531	0,2504	0,9681	0,2586	3,8667	1,3177		30
	40	0,2560	0,2532	0,9674	0,2617	3,8208	1,3148		20
	50	0,2589	0,2560	0,9667	0,2648	3,7760	1,3119		10
			28	7	31	439			
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.

Winkel	arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc. = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
15	0	0,2618	0,2588	0,9659	0,2679	3,7321	1,3090	75	0
	10	0,2647	0,2616	0,9652	0,2711	3,6891	1,3061		50
	20	0,2667	0,2644	0,9644	0,2742	3,6470	1,3032		40
	30	0,2705	0,2672	0,9636	0,2773	3,6059	1,3003		30
	40	0,2734	0,2700	0,9628	0,2805	3,5656	1,2974		20
	50	0,2763	0,2728	0,9621	0,2836	3,5261	1,2945		10
			28	8	31	387			
16	0	0,2793	0,2756	0,9613	0,2867	3,4874	1,2915	74	0
	10	0,2822	0,2784	0,9605	0,2899	3,4495	1,2886		50
	20	0,2851	0,2812	0,9596	0,2931	3,4124	1,2857		40
	30	0,2880	0,2840	0,9588	0,2962	3,3759	1,2828		30
	40	0,2909	0,2868	0,9580	0,2994	3,3402	1,2799		20
	50	0,2938	0,2896	0,9572	0,3026	3,3052	1,2770		10
			28	9	31	343			
17	0	0,2967	0,2924	0,9563	0,3057	3,2709	1,2741	73	0
	10	0,2996	0,2952	0,9555	0,3089	3,2371	1,2712		50
	20	0,3025	0,2979	0,9546	0,3121	3,2041	1,2683		40
	30	0,3054	0,3007	0,9537	0,3153	3,1716	1,2654		30
	40	0,3083	0,3035	0,9528	0,3185	3,1397	1,2625		20
	50	0,3113	0,3062	0,9520	0,3217	3,1084	1,2595		10
			28	9	32	307			
18	0	0,3142	0,3090	0,9511	0,3249	3,0777	1,2566	72	0
	10	0,3171	0,3118	0,9502	0,3281	3,0475	1,2537		50
	20	0,3200	0,3145	0,9492	0,3314	3,0178	1,2508		40
	30	0,3229	0,3173	0,9483	0,3346	2,9887	1,2479		30
	40	0,3258	0,3201	0,9474	0,3378	2,9600	1,2450		20
	50	0,3287	0,3228	0,9465	0,3411	2,9319	1,2421		10
			27	10	32	277			
19	0	0,3316	0,3256	0,9455	0,3443	2,9042	1,2392	71	0
	10	0,3345	0,3283	0,9446	0,3476	2,8770	1,2363		50
	20	0,3374	0,3311	0,9436	0,3508	2,8502	1,2334		40
	30	0,3403	0,3338	0,9426	0,3541	2,8239	1,2305		30
	40	0,3432	0,3365	0,9417	0,3574	2,7980	1,2275		20
	50	0,3462	0,3393	0,9407	0,3607	2,7725	1,2246		10
			27	10	33	250			
20	0	0,3491	0,3420	0,9397	0,3640	2,7475	1,2217	70	0
	10	0,3520	0,3448	0,9387	0,3673	2,7228	1,2188		50
	20	0,3549	0,3475	0,9377	0,3706	2,6985	1,2159		40
	30	0,3578	0,3502	0,9367	0,3739	2,6746	1,2130		30
	40	0,3607	0,3529	0,9356	0,3772	2,6511	1,2101		20
	50	0,3636	0,3557	0,9346	0,3805	2,6279	1,2072		10
			27	10	34	228			
21	0	0,3665	0,3584	0,9336	0,3839	2,6051	1,2043	69	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.

Winkel	arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc. = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
27	0	0,4712	0,4540	0,8910	0,5095	1,9626	1,0996	63	0
	10	0,4741	0,4566	0,8897	0,5132	1,9486	1,0966		50
	20	0,4771	0,4592	0,8884	0,5169	1,9347	1,0937		40
	30	0,4800	0,4617	0,8870	0,5206	1,9210	1,0908		30
	40	0,4829	0,4643	0,8857	0,5243	1,9074	1,0879		20
	50	0,4858	0,4669	0,8843	0,5280	1,8940	1,0850		10
			26	14	37	133			
28	0	0,4887	0,4695	0,8829	0,5317	1,8807	1,0821	62	0
	10	0,4916	0,4720	0,8816	0,5354	1,8676	1,0792		50
	20	0,4945	0,4746	0,8802	0,5392	1,8546	1,0763		40
	30	0,4974	0,4772	0,8788	0,5430	1,8418	1,0734		30
	40	0,5003	0,4797	0,8774	0,5467	1,8291	1,0705		20
	50	0,5032	0,4823	0,8760	0,5505	1,8165	1,0676		10
			25	14	38	125			
29	0	0,5061	0,4848	0,8746	0,5543	1,8040	1,0647	61	0
	10	0,5091	0,4874	0,8732	0,5581	1,7917	1,0617		50
	20	0,5120	0,4899	0,8718	0,5619	1,7796	1,0588		40
	30	0,5149	0,4924	0,8704	0,5658	1,7675	1,0559		30
	40	0,5178	0,4950	0,8689	0,5696	1,7556	1,0530		20
	50	0,5207	0,4975	0,8675	0,5735	1,7437	1,0501		10
			25	15	39	116			
30	0	0,5236	0,5000	0,8660	0,5774	1,7321	1,0472	60	0
	10	0,5265	0,5025	0,8646	0,5812	1,7205	1,0443		50
	20	0,5294	0,5050	0,8631	0,5851	1,7090	1,0414		40
	30	0,5323	0,5075	0,8616	0,5890	1,6977	1,0385		30
	40	0,5352	0,5100	0,8601	0,5930	1,6864	1,0356		20
	50	0,5381	0,5125	0,8587	0,5969	1,6753	1,0326		10
			25	15	40	110			
31	0	0,5411	0,5150	0,8572	0,6009	1,6643	1,0297	59	0
	10	0,5440	0,5175	0,8557	0,6048	1,6534	1,0268		50
	20	0,5469	0,5200	0,8542	0,6088	1,6426	1,0239		40
	30	0,5498	0,5225	0,8526	0,6128	1,6319	1,0210		30
	40	0,5527	0,5250	0,8511	0,6168	1,6212	1,0181		20
	50	0,5556	0,5275	0,8496	0,6208	1,6107	1,0152		10
			25	16	41	104			
32	0	0,5585	0,5299	0,8480	0,6249	1,6003	1,0123	58	0
	10	0,5614	0,5324	0,8465	0,6289	1,5900	1,0094		50
	20	0,5643	0,5348	0,8450	0,6330	1,5798	1,0065		40
	30	0,5672	0,5373	0,8434	0,6371	1,5697	1,0036		30
	40	0,5701	0,5398	0,8418	0,6412	1,5597	1,0007		20
	50	0,5730	0,5422	0,8403	0,6453	1,5497	0,9977		10
			24	16	41	98			
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.

Winkel	arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel
ang. = 0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc. = 0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
33	0	0,5760	0,5446	0,8387	0,6494	1,5399	0,9948	57	0
	10	0,5787	0,5471	0,8371	0,6536	1,5301	0,9919		50
	20	0,5818	0,5495	0,8355	0,6577	1,5204	0,9890		40
	30	0,5847	0,5519	0,8339	0,6619	1,5108	0,9861		30
	40	0,5876	0,5544	0,8323	0,6661	1,5013	0,9832		20
	50	0,5905	0,5568	0,8307	0,6703	1,4919	0,9803		10
			24	17	42	93			
34	0	0,5934	0,5592	0,8290	0,6745	1,4826	0,9774	56	0
	10	0,5963	0,5616	0,8274	0,6787	1,4733	0,9745		50
	20	0,5992	0,5640	0,8258	0,6830	1,4641	0,9716		40
	30	0,6021	0,5664	0,8241	0,6873	1,4550	0,9687		30
	40	0,6050	0,5688	0,8225	0,6916	1,4460	0,9657		20
	50	0,6080	0,5712	0,8208	0,6959	1,4370	0,9628		10
			24	17	43	89			
35	0	0,6109	0,5736	0,8192	0,7002	1,4281	0,9599	55	0
	10	0,6138	0,5760	0,8175	0,7046	1,4193	0,9570		50
	20	0,6167	0,5783	0,8158	0,7089	1,4106	0,9541		40
	30	0,6196	0,5807	0,8141	0,7133	1,4019	0,9512		30
	40	0,6225	0,5831	0,8124	0,7177	1,3934	0,9483		20
	50	0,6254	0,5854	0,8107	0,7221	1,3848	0,9454		10
			24	17	44	84			
36	0	0,6283	0,5878	0,8090	0,7265	1,3764	0,9425	54	0
	10	0,6312	0,5901	0,8073	0,7310	1,3680	0,9396		50
	20	0,6341	0,5925	0,8056	0,7355	1,3597	0,9367		40
	30	0,6370	0,5948	0,8039	0,7400	1,3514	0,9338		30
	40	0,6400	0,5972	0,8021	0,7445	1,3432	0,9308		20
	50	0,6429	0,5995	0,8004	0,7490	1,3351	0,9279		10
			23	18	46	81			
37	0	0,6458	0,6018	0,7986	0,7536	1,3270	0,9250	53	0
	10	0,6487	0,6041	0,7969	0,7581	1,3190	0,9221		50
	20	0,6516	0,6065	0,7951	0,7627	1,3111	0,9192		40
	30	0,6545	0,6088	0,7934	0,7673	1,3032	0,9163		30
	40	0,6574	0,6111	0,7916	0,7720	1,2954	0,9134		20
	50	0,6603	0,6134	0,7898	0,7766	1,2876	0,9105		10
			23	18	47	77			
38	0	0,6632	0,6157	0,7880	0,7813	1,2799	0,9076	52	0
	10	0,6661	0,6180	0,7862	0,7860	1,2723	0,9047		50
	20	0,6690	0,6202	0,7844	0,7907	1,2647	0,9018		40
	30	0,6720	0,6225	0,7826	0,7954	1,2572	0,8988		30
	40	0,6749	0,6248	0,7808	0,8002	1,2497	0,8959		20
	50	0,6778	0,6271	0,7790	0,8050	1,2423	0,8930		10
			23	19	48	74			
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.

Winkel	arcus	cosinus	sinus.	cotang.	tang.	arcus	Winkel
ang.=0° 1′	0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°
arc.=0,0003	0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832

Winkel		arcus	sinus	cosinus	tang.	cotang.	arcus	Winkel	
Gr.	Min.							Gr.	Min.
39	0	0,6807	0,6293	0,7771	0,8098	1,2349	0,8901	51	0
	10	0,6836	0,6316	0,7753	0,8146	1,2276	0,8872		50
	20	0,6865	0,6338	0,7735	0,8195	1,2203	0,8843		40
	30	0,6894	0,6361	0,7716	0,8243	1,2131	0,8814		30
	40	0,6923	0,6383	0,7698	0,8292	1,2059	0,8785		20
	50	0,6952	0,6406	0,7679	0,8342	1,1988	0,8756		10
			22	19	49	70			
40	0	0,6981	0,6428	0,7660	0,8391	1,1918	0,8727	50	0
	10	0,7010	0,6450	0,7642	0,8441	1,1847	0,8698		50
	20	0,7039	0,6472	0,7623	0,8491	1,1778	0,8668		40
	30	0,7069	0,6494	0,7604	0,8541	1,1708	0,8639		30
	40	0,7098	0,6517	0,7585	0,8591	1,1640	0,8610		20
	50	0,7127	0,6539	0,7566	0,8642	1,1571	0,8581		10
			22	19	51	67			
41	0	0,7156	0,6561	0,7547	0,8693	1,1504	0,8552	49	0
	10	0,7185	0,6583	0,7528	0,8744	1,1436	0,8523		50
	20	0,7214	0,6604	0,7509	0,8796	1,1369	0,8494		40
	30	0,7243	0,6626	0,7490	0,8847	1,1303	0,8465		30
	40	0,7272	0,6648	0,7470	0,8899	1,1237	0,8436		20
	50	0,7301	0,6670	0,7451	0,8952	1,1171	0,8407		10
			21	20	52	65			
42	0	0,7330	0,6691	0,7431	0,9004	1,1106	0,8378	48	0
	10	0,7359	0,6713	0,7412	0,9057	1,1041	0,8348		50
	20	0,7389	0,6734	0,7392	0,9110	1,0977	0,8319		40
	30	0,7418	0,6756	0,7373	0,9163	1,0913	0,8290		30
	40	0,7447	0,6777	0,7353	0,9217	1,0850	0,8261		20
	50	0,7476	0,6799	0,7333	0,9271	1,0786	0,8232		10
			21	20	54	62			
43	0	0,7505	0,6820	0,7314	0,9325	1,0724	0,8203	47	0
	10	0,7534	0,6841	0,7294	0,9380	1,0661	0,8174		50
	20	0,7563	0,6862	0,7274	0,9435	1,0599	0,8145		40
	30	0,7592	0,6884	0,7254	0,9490	1,0538	0,8116		30
	40	0,7621	0,6905	0,7234	0,9545	1,0477	0,8087		20
	50	0,7650	0,6926	0,7214	0,9601	1,0416	0,8058		10
			21	21	56	61			
44	0	0,7679	0,6947	0,7193	0,9657	1,0355	0,8029	46	0
	10	0,7709	0,6967	0,7173	0,9713	1,0295	0,7999		50
	20	0,7738	0,6988	0,7153	0,9770	1,0235	0,7970		40
	30	0,7767	0,7009	0,7133	0,9827	1,0176	0,7941		30
	40	0,7795	0,7030	0,7112	0,9884	1,0117	0,7912		20
	50	0,7824	0,7050	0,7092	0,9942	1,0058	0,7883		10
			21	21	58	58			
45	0	0,7854	0,7071	0,7071	1,0000	1,0000	0,7854	45	0
Gr.	Min.							Gr.	Min.
Winkel		arcus	cosinus	sinus	cotang.	tang.	arcus	Winkel	
ang.=0° 1′		0° 5′	135°	180°	225°	270°	315°	360°	
arc.=0,0003		0,0015	2,3562	3,1416	3,9270	4,7124	5,4978	6,2832	

Berichtigungen.

Seite	15	Zeile	3 v. o.	lies	$\frac{l^3}{24}$	statt $\frac{l^3}{12}$.
„	58	„	1 v. u.	„	*On*	„ *One.*
„	110	„	10 v. u.	„	Fig. 94	statt Fig. 95.
„	110	„	7 v. u.	„	Fig. 95	„ Fig. 96.
„	330	„	8 v. o.	„	$l = 4^m$	„ l.
„	334	„	5 v. o.	„	bestimmbar	statt bestimmter.
„	374	„	6 v. o.	„	XI	statt XIII.

ALPHABETISCHES REGISTER.

A.

Ablenkungswinkel des Riemens 349.
Abnutzung der Zahnflanken 430. 453. 459.
Achse 207.
Achse, freitragend 211. 214.
Achse, gleichschenklige 208.
Achse, hohle 230.
Achse, hölzerne 239. 250.
Achse, schief belastete 215. 222.
Achse des Hebels 474.
Achse der Tragrolle 401.
Achsen, geometrische der Räder 346. 405.
Achsenkopf 208.
Achsenreibung 359.
Achsenschenkel 208.
Achszapfen 198.
Acker 202.
Adamson 572.
Aequatorachse 643.
Allen 536.
Allgemeine Verzahnung 410.
Angriffschwerpunkt 248.
Anker 126.
Ankerkopf, Schraube mit 157.
Ankerketten 621.
Ankertau 615.
Ankerzapfen 205.
Anlauf 191.
Anspannung, verschärfte bei Treibseilen 386.
Anzug beim Keil 171.
Anzug beim Treibkeil 518.
Arbeitssaal, Architektur desselben 326.
Arbeitstärke 145.
Arithmographie 70.
Armbreite des Hebels 475. 477.
Arme der Riemscheibe 368.
Arme der Seilscheibe 394.
Arme des Zahnrades 465.
Armengaud 202. 259. 271. 272. 277. 326. 330. 358. 444.
Armhöhe des Hebels 475. 477.
Armverjüngung beim Hebel 476.
Armverjüngung bei der Riemscheibe 370.
Armverjüngung bei der Seilscheibe 395.
Armverjüngung beim Zahnrad 467.
Aufbereitungsmaschine 598.
Aufleger für Treibseile 404.
Aufradlinie 415. 646.
Aufzugmaschine 612.
Auslader bei Kranen 141. 478.
Ausrückkupplungen 253. 267.
Autoclave Dichtung 597. 603.

B.

Balancier 509.
Balancierachsen, Lager für 194. 291. 512.
Balancierarm 512.
Balancier-Dampfmaschinen 549.
Balancierköpfe 510.
Bandförmiger Riemen 360.
Banddrahtseile 617.
Bandseile 617. 619.
Barlow 57.
Bastardräder 434.
Baulänge der Ketten 620.
Baulänge der Röhren 578.
Baumeister 7.
Baumwollschnüre 358.
Bayliss 174.
Beanspruchung 2.
Befestigungskeile 171. 210.
Befestigungsschrauben 145. 156.
Belfast 364.
Bernier 625.
Bevan 360.
Biegsamkeit der Federn 59.
Biegungsfedern 59.
Biegungsfestigkeit 9.
Biegungsfestigkeit, Körper von gleicher 29.
Biegungsspannung 378.
Birkenrinde, zur Dichtung 609.
Blasebalg 598.
Blattzapfen 206.
Blechkranauslader 478.
Blechtafel 181.
Bleiröhren 562.
Blockräder 465.
Bocklager 303.
Bocklager, Gewichte der 303.
Bocklagerstuhl 315.
Bodmer 276.

Bohrapparat 562.
Bolzendicke der Schrauben 146.
Bolzenzapfen 197.
Borsig 337. 554.
Brandt 338.
Bréguet 446.
Britanniabrücke 565.
Brix 57.
Brocot 445.
Bronzene Schrauben 165.
Brown 574.
Bruchcoefficient 1. 3.
Bruchmodul 1. 3.
Brückenlagerstuhl 321.
Brückenträger 179.
Bury 519.
Bürstenbesatz, Kolben mit 599.

C.

Cardanisches Gelenk 261.
Cardano 261.
Cardioide 239.
Cementverguss 320.
Centrifugalpumpe 204.
Chalons 576.
Clark 565.
Clerk 205.
Clissold 365.
Cocquerill 194.
Combe 364.
Conway-Brücke 565.
Cornwallkessel 570.
Culmann 70. 95. 126.
Curventafel 642.
Cyclische Curven 415.
Cycloide 415. 646.
Cycloidische Sinoide 51. 535.
Cylinder 561.
Cylinderkupplung 274.
Cylinder, schwingender 520.
Cylinderwand 561. 565.

D.

Dachstühle 130.
Dampfcylinder 561.
Dampfkessel 569.
Dampfkesselnietungen 180.
Dampfkolben 604.
Darapsky 58.
Dehnungsspannung 378.
Dichtung 594.
Dickes Treibseil 392.
Dille 307.
Dingler 266. 267.
Dirschauer Brücke 177.
Dockenventil 590.
Donkin 408.
Doppelhaken 640.
Doppelriemen 364.
Doppelsitzventile 590.
Doppeltwirkende Kolben 596.
Doppelzapfen 471.
Dorémieux 622.
Drahtdicke, Tabellen über die 379.
Drahtseil 375.
Drahtseiltrieb 374.
Drahtzahl in Seilen 375.
Drehungsfestigkeit 40.
Drehungsfestigkeit, Körper von gleicher 45.
Drehungskörper 405.
Drehungsmodul 41.
Drehschieber 585. 586.
Dreieck 77. 651.
Dreilitzige Hanfseile 613.
Dreischaliges Lager 293.
Dreiweghahn 584.
Druckfestigkeit 6.
Druckplatte 519.
Druckseite eines Querschnittes 10.
Durchbrochener Kolben 608.

E.

Eckbildungen 170. 189.
Egestorff 608.
Eggers 70.
Eingleisige Querhäupter 555.
Eingriffbogen 413.
Eingriffdauer 414. 419. 422. 426. 427. 428.
Eingrifflinie 412. 413. 418. 422. 423.
Eingriffstrecke 414.
Einlage, einer Stopfbüchse 600.
Einlegescheibe 168.
Einsenkung des Treibseiles 382. 384. 389. 392.
Eintrumig 254. 480.
Einzelräder 405. 420.
Eisenbahnwagenachse 222.
Eisendraht 612.
Eisendrahtseile 616.
Eisenverbrauch der Ketten 630.
Elastische Linie 9. 11. 29. 238.
Elasticitätsgrenze 1.
Elasticitätsmodul 1. 3.
Elemente, bauliche der Maschinen 144.
Ellipse 644.
Ellipsoid 656.
Endstationen des Seiltriebs 399.
Endzapfen 190.
Entlastungskolben 593.
Epicycloide 415. 646.
Ergänzungskegel 432. 452.
Ergänzungsschraube 445.
Ernst 408.
Erweiterte Schrauben 166. 577.
Erweiterte Zapfen 197. 528.
Erzeugungskreis 416.
Escher Wyss 285.
Evolvente 415. 646.
Evolventenverzahnung 426.
Excentrik 479. 507.
Excentrikbügel 531.
Excentrische Scheibe 479. 507.

F.

Fabry 599.
Fadenlinie 415. 646.
Fahlun 609.
Fairbairn 180. 246. 248. 276. 341. 463. 570. 572.
Farbstoffmühlen 353.
Farcot 600.
Federn, Berechnung der 59.
Federgehänge 164. 166.
Felge der Riemscheibe 367.
Felge der Seilscheibe 393.
Felge des Zahnrades 463.
Festigkeit der Materialien 1.
Festigkeit der Gefässwände 55.
Festigkeit, Körper von gleicher 7. 29. 45. 50.
Festigkeit, Querschnitte von gleicher 27.
Festigkeit, rückwirkende 46.
Festigkeitscoefficienten 3.
Festigkeit, zusammengesetzte 51.
Festgeschlagene Seile 613.
Feuerspritze 581. 600.
Fichtenholzröhren 563.
Filz, Dichtung mit 600.
Fives-Lilles 294.
Fink 394. 588.
Flache Hanfseile 614.
Flache Drathseile 617.
Flächenbildung 185.
Flächendruck 1.

Flanken der Radzähne 406.
Flankenspielraum 406.
Flantsche 169. 572.
Flaschenzug 612.
Fliegendtragend 211. 214. 215. 219.
Flügelachse 231.
Flügelprofile 237.
Flügelsäulen 333.
Flügelstange 541.
Flügelzapfen 206.
Förderkorb 641.
Fördermaschine 559. 614. 617. 619.
Formänderung 6. 59.
Fossey 277.
Frankfurt a. M. 398.
Freitragend 211. 214. 215. 219.
Freiträger 13. 15. 139.
Führungsgleise 558.
Führungsschienen 559.
Fusskreis 417.
Fusslager, Gewichte der 310.
Fusslager, stehendes 308.
Fusslagerstuhl 321.

G.

Galle'sche Kette 620. 624.
Gabelhänglager 306.
Gabellager 296.
Gabellager, Gewichte der 297.
Gabelzapfen 197. 471. 511. 514. 524. 552.
Gangtiefe 145. 149.
Garand 277.
Gasbehälter 598.
Gasometernietungen 182.
Gasröhren 561. 575.
Gefässwände, Festigkeit der 55.
Gegendampf 551.
Gegenkurbel 479. 485.
Gegenmutter 162.
Gegenpunkt einer Cycloide 416.
Gegenzapfen 485.
Gelenkführungen 549.
Gelenkkette 365. 620. 624.
Gelenkpolygon 90.
Gelenkventile 583.
Gemischte Liderung 605. 608.
Gemischte Verzahnung 422. 425.
Gemörsch 634.
Gemörschkette 634.
Geradflankenverzahnung 420.
Geradführungen 558.
Geschwindigkeit der Radzähne 453.
Geschwindigkeit der Riemen 361.
Geschwindigkeit des Seiles 377. 394.
Getreidemühlen 353.
Gewichte der Achsen 232.
Gewichte der Bocklager 303.
Gewichte der Fusslager 310.
Gewichte der Gabellager 297.
Gewichte der Ketten 629.
Gewichte der Metallplatten 184.
Gewichte der Nieten 183.
Gewichte der Riemscheiben 373.
Gewichte der Rippenhänglager 308.
Gewichte der Röhren 582.
Gewichte der Rundeisenstäbe 153.
Gewichte der Säulenhänglager 308.
Gewichte der Seile 614. 618.
Gewichte der Seilscheiben 402.
Gewichte der Schrauben und Muttern 152.
Gewichte der Stehlager 286. 290.
Gewichte der Stirnlager 303.
Gewichte der Wandlager 303.
Gewichte der Zahnräder 468.
Gewinde, flache 165.
Gewindeformen 165.
Gezogene Röhren 579.
Girard 202.
Glaslagerpfannen 202.
Gleise 551. 558.
Gleitfläche 551.
Gleitpfannen 551.
Gleitungsventile 583.
Gleitungsverlust bei Riementrieb 360.
Glockenventil 592.
Glynn 638.
Godin 365.
Graphitmühlen 353.
Graphostatik 69.
Greenock 462.
Gros 592.
Grubenmaschinen 608.
Grubenwasser, saure 609.
Grundkegel 432.
Grundkreis 415.
Gründungsanker 157. 158.
Gruppenräder 457.
Gummi, Dichtung mit 600.
Guttapertja bei Seilscheiben 394.
Gwynne 346.

H.

Hängende Räder 402.
Hänglager 304.
Hänglager, Gewichte der 308.
Hahn 583.
Hahnschlüssel 584.
Haken 637.
Hakenkette 620. 624.
Hakenrumpf 639.
Halbgeschränkter Riemen 348. 401.
Halszapfen 190. 197. 203. 528.
Handkurbel 508.
Hanf, Dichtung mit 600.
Hanfkolben 605.
Hanfliderung 600. 605. 609.
Hanfschnüre 358.
Hanfseele 375.
Hartblei 202.
Haspel 612.
Hauptarm der Gegenkurbel 485.
Hauptkurbel 485.
Hawks Crawshay 622.
Hebel, einfacher 470.
Hebelachse 474.
Hebelarm 475.
Hebelzapfen 471.
Hebel, zusammengesetzter 509.
Hebezeuge 425. 432.
Hebungsventile 583.
Herland 404.
Herzog 563.
Hick 572. 604.
Hilfräder 434.
Hirn 360 374.
Hodgkinson 50.
Hölzerne Achsen 239.
Hölzerne Lagerpfannen 200. 287.
Hohlkeil 174. 209.
Hohle Säulen 331.
Hohlpackung 595.
Hohlrad 412. 418. 421. 423. 424. 426.
Hohlschlüssel beim Hahn 585.
Holzeisenräder 421. 457. 458.
Holzkammen 464.
Holzzähne 457. 464.
Hooke 261. 446.
Hooke'scher Schlüssel 260.
Hornblower 590. 592.

Humphry-Tennant 526. 555.
Hydraulische Presse 563. 585. 589. 597. 603.
Hydrostatische Dichtung 598.
Hyperbel 253. 644.
Hyperboloidische Räder 447. 461.
Hypocycloide 415. 646.

I. und J.

Indicator 599.
Inradlinie 415. 646.
Indret 248.
Jackson 277.
Jouffray 202.
Joy 597.

K.

Kalibrirte Ketten 621.
Kamine, gute Form steinerner 7.
Kammlager 312.
Kammräder 343.
Kammzapfen 203.
Kantenbildung 188.
Kapitäle für Säulen 338.
Karlssund 607.
Kautschuckdichtung 576. 577.
Kautschuckfedern 66.
Kautschuckklappe 587.
Kautschuckriemen 358.
Kegel 654.
Kegelfeder 62. 641.
Kegelkupplung 269.
Kegelräder 405. 432.
Kegelschalenkupplung 257.
Kegelstumpf 656.
Kegelventil 588.
Keile 171.
Keil an der Kolbenstange 611.
Keilkette 365.
Keilnabe 372.
Keilräder 345.
Keilsicherungen 174.
Keilwinkel 171.
Keilzapfen 206.
Kette 612.
Kettenhaken 637.
Kettenlinie 644.
Kettennietungen 178.
Kettenräder 343.
Kettenriemen 365.
Kettenrollen 623.
Kettenschifffahrt 621.
Kettentau 620.
Kettentrum, führendes, geführtes 625.
Kettenverbindungen 633.
Kettenzahnräder 343.
Kimme bei Seilscheiben 393.
Klappen 586.
Klauenkupplung 259.
Kleineres Rad im Paare 457.
Klett u. Co. 66.
Kniekupplung 260.
Köchlin 274.
Kolben 594. 604.
Kolbenkeil 611.
Kolben, schwedischer 606.
Kolbenstange 596. 609.
Konoidische Räder 405.
Kopfbahn des Radzahnes 413.
Kopfhalter an Schrauben 156. 163.
Kopfkreis 414.
Kopfschraube 158.
Kopfzapfen 511.
Korkbesatz bei Seilscheiben 394.
Kraftmaschinenkupplungen 277.
Kraftnietungen 178.
Krafträder 439.
Kraftrolle 346. 399.
Krampen 173.
Kräftepaare 102.
Kräftepolygon 88.
Krane 93. 94. 141. 200. 244. 612. 622. 624. 626. 638.
Kranräder 453.
Kransäulen 224.
Kranschilde 478.
Kranz der Riemscheibe 367.
Kranz der Seilscheibe 393.
Kranz des Zahnrades 463.
Kranzbreite der Riemscheibe 367.
Krauss 344. 523. 530. 543. 606.
Kreis 644. 648.
Kreisrollungscurven 415.
Kreisverzahnung 419.
Kreuzgelenk 260.
Kreuzkopf 546.
Kreuzquerschnitt 231.
Kreuzscheibenkupplung 259.
Kreuzzapfen 207.
Kropfrad 599.
Krümmung der Speichen 370. 395.
Krümmer 574.
Krummachse 490. 497.
Kugel 656.
Kugelventil 589.
Kugelzapfen 484. 511. 528. 552.
Kuhlederriemen 358.
Kuhmaul 635.
Kunstkreuz 509.
Kuppelstange 540.
Kupplungen 253.
Kurbel 479.
Kurbelachse 479.
Kurbelarm 480. 484. 495.

L.

Labyrinthdichtungen 599.
Längskeil 174.
Lager, mehrfache 313.
Lagerfuss 284.
Lagerfuss-Schrauben 284.
Lagersohle 284.
Lagerstühle 314.
Lagerstuhl, liegender 324.
Lamé 57. 58. 563.
Landwirthschaftliche Maschinen 365.
Laschennietungen 181.
Lastkette 612. 620.
Lastrolle 346.
Lastseil 612.
Lauchhammer 576.
Laufende Seile 612.
Längendruckzapfen 190.
Längskeil 209.
Leder, Dichtung mit 600. 608.
Lederriemen 358.
Ledieu 259.
Legeschlüssel 163.
Leitrolle 346. 349.
Leitschienen 546. 558.
Lemaître 182.
Lemielle 599.
Lenker 509. 529.
Lenkzapfen 547. 549.
Leoni 202.
Liderung 597. 600 605.
Linealführung 547. 558.
Litzen der Drahtseile 375. 616.
Litzen der Hanfseile 613.
Logelbach, Spinnerei in 246.
Lokomotivachse 497.
Lokomotive 113. 522. 526. 543.
Lokomotivenräder 344.
Louch 579.
Lose geschlagene Seile 613.
Love 570.

Lüftungsapparat 562.
Luftpumpe 561. 573. 587. 598. 608. 609.
Luftverdichtungspumpe 598.
Lünse 174.

M.

Maassstab 408.
Manometer 598.
Manschetten-Dichtungen 603.
Martini 598.
Maudslay 552. 557.
Mäurer 187.
Mastenkran 625.
Massiver Kolben 597.
Materialien, Festigkeit der 1.
Materialverbrauch der Federn 59.
Mauerlagerstuhl 318.
Membrandichtung 598.
Messingröhren 562.
Messstange beim Seiltrieb 385.
Metallkolben 606.
Metall-Liderung 597. 605.
Metallplatten, Gewichte der 184.
Metz 581. 600.
Minotto 345.
Molinos 177.
Momente, ideelle 51.
Mont-Cénis-Tunnel 562.
Morin 146. 359. 438.
Muffenkupplung 254.
Muffenverbindung 575.
Mühlspindel 201. 242. 459.
Müller 290.

N.

Nabe 207. 209.
Nabe des Balanciers 512.
Nabe des Hebels 474.
Nabe der Riemscheibe 371.
Nabe der Seilscheibe 394.
Nabe des Zahnrades 468.
Napier 277. 548. 556.
Neustadt 622. 624. 632.
Neutrale Achse 10.
Nieten 175.
Nieten, Gewichte der 183.
Nietungen, einfache, doppelte 181.
Nietungen, Festigkeit der 178.
Nietungen für Dampfkessel 180.
Nietungen, Versuche über 177. 180.
Nietverbindungen 178. 185.
Normandy 577.

O.

Oberursel 244. 398.
Oelbehälter beim Stehlager 284.
Oelbüchse bei Pleuelstangen 522.
Ohrflantsche 574.
Oldham'sche Kupplung 259.

P.

Packung 595.
Papierröhren 561.
Parabel 237. 391. 644. 650.
Paraboloid 656.
Parallelogramm (Watt's) 196. 529. 546.
Peitschen der Pleuelstangen 535.
Pericycloide 415. 646.
Peripherie-Maassstab 408.
Perspektivkolben 595.
Penn 164. 311. 519. 605.
Petit 576.
Pfeiler für Tragstationen 403.
Pfeilergründung 598.
Pferdegöpel 284.
Pferdestärke 145.
Pflanzenfaser 612.
Pfosten 126.
Piedboeuf 177.
Planrad 435.
Planrad, hyperboloidisches 451.
Pleuel 516.
Pleuelköpfe 516.
Pleuelschaft 533.
Pleuelstange 536. 543. 545.
Pleuelstange, rückkehrende 552. 556.
Plinchon-Havez 622.
Pockholzpfannen 200. 287.
Polabstand 230.
Polachse 642.
Polonceau 526.
Poncelet 411.
Pouyer-Quertier 278.
Präcisionsräder 439. 446.
Pregél 163.
Presse, hydraulische 563. 565. 580. 597. 603.
Pressschraube 167.
Priesterpumpe 598.
Prisma 652.
Probediagramm 217.
Pronnier 177.
Proportionsriss 150. 187. 264. 285.
Pumpe 362. 550. 603.
Pumpencylinder 561.
Pumpenkolben 608.
Punktverzahnungen 422.
Puppenventil 590.
Pyramide 654.

Q.

Querhaupt 546.
Querkeil 158. 172.
Querschnitte, zusammengesetzte bei Hebelarmen 477.
Querschnitt, gefährlicher 10. 40.
Querschnittmodul 16.
Quersteg bei Ketten 621. 629.

R.

Räder, Eintheilung der 342.
Räderform-Maschine 466.
Räderschirm 325.
Räder, hängende 402.
Radboden 406.
Radkranz beim Zahnrad 463.
Radkörper 463.
Radkreis 417.
Radlinienkreisverzahnung 419.
Radlinienverzahnung 417.
Radnabe 468.
Radspeichen 465.
Radzähne 453.
Ramsbotton 269. 606.
Ravenhill 552.
Redtenbacher 50. 186. 349. 438.
Reibräder 343.
Reibungscoefficient 359.
Reibungskupplungen 269.
Reibungsräder 342. 346.
v. Reiche 9. 176.
Rheinfall 246.
Riemenbreite 362.
Riemen, doppelter 364.
Riemengeschwindigkeit 361.
Riemenleitung 346.

Riemenschränkung 347.
Riemensteifigkeit 359.
Riementrieb 346.
Riementrieb, geschränkter 347.
Riementrieb, selbstleitender 347.
Riementrum, führendes 358.
Riementrum, geführtes 358.
Riemscheiben 342.
Riemscheiben, Gewichte der 373.
Rieter 201.
Riffelscheibenkupplung 272.
Ringkette 620.
Ringzapfen 206.
Rippenhänglager 304.
Ritter 130.
Robertson 345.
Röhren 561.
Röhren, Tabelle über die Gewichte der 582.
Röhrenverbindungen 561.
Rohrknie 574.
Rohrmuffe 575.
Rohrventil 592.
Rolland 342.
Rollen 343.
Rollenabstand 349.
Rollenhalbmesser, Tabelle über den 378.
Rollenstand 383. 392.
Rouiller 365.
Rückwirkende Festigkeit 46.
Ruggle 257.
Rumpflager 288.
Rundeisenstäbe, Gewichte der 153.
Rundes Gewinde 165.

S.

Sackdichtung 598.
Saltair, Spinnerei in 246.
Salzenberg 260. 269.
Satzräder 405. 414. 417. 426. 433.
Sägespähne, Dichtung mit 600.
Säulen, Berechnung der 329.
Säulenhänglager 307.
Säulenlagerstuhl 327.
Schablonen-Sandformerei 466.
Schacht 618.
Schachtpumpe 609.
Schachtpumpenkolben 609.
Schäftung 173.
Schäffer u. Budenberg 636.
Schaffhausen 396. 400.
Schaft einer Achse 218.
Schaft einer Pleuelstange 516. 533. 537. 541.
Schakenkette 622.
Schalen der Lager 281.
Schalen der Pleuelstangen 516.
Schalenformen für Lager 287.
Schalenkupplung 255. 257.
Schalenlänge 282. 284.
Schalenwulst 284.
Schaltenbrand 266.
Scheerfestigkeit in der neutralen Schicht 36.
Scheffler 57. 223.
Schekel 633.
Scheiben, excentrische 479. 507.
Scheibenkolben 596. 609.
Scheibenkunst 599.
Scheibenkupplung 255.
Scheitelspielraum 406.
Schenkel einer Achse 208.
Schieblade bei Lagerstühlen 316.
Schiefer Seiltrieb 389.
Schienen 551. 558.
Schienenführung 546. 550.
Schiffmaschine 204. 245. 248. 266. 292. 536. 608.
Schiftung 173.
Schildzapfen an Lagerpfannen 287.
Schild eines Balanciers 513.
Schlauchdichtung 598.
Schlauchschloss 580.
Schlauder 126.
Schlesinger 70.
Schlieper 622.
Schliesskopf 176.
Schleusenwinden 425.
Schlusslinie 89. 101.
Schlüssel, Hooke'scher 260.
Schneckenrad 437.
Schnittschraube 159.
Schönherr 299.
Scholl 576.
Schränkung des Riemens 348.
Schraube, erweiterte 166. 577. 579.
Schraube ohne Ende 437.
Schraubenfeder 60. 62.
Schraubenkopf 146. 152.
Schraubenmutter 146. 150.
Schraubenräder 405. 439.
Schraubenschiffmaschine 204. 245. 248. 263. 266. 292.
Schraubenschlüssel 160.
Schraubensicherungen 161.
Schraubensystem, Whitworth's 145.
Schraubensystem, Sellers's 149.
Schraubenverbindungen 167.
Schraubmuffe 576. 579.
Schubstangen 516.
Schubstangenköpfe 516.
Schürmann 277.
Schwedischer Kolben 606.
Schwerpunkt 119. 648.
Schwinge 509.
Seilaufzug 362.
Seilbüchse 641.
Seilbuffer 641.
Seilcurven, Verzeichnung der 391.
Seildicke, Berechnung der 377.
Seile 612.
Seile, laufende 612.
Seile, stehende 612.
Seiler 598.
Seilgeschwindigkeit 377. 394.
Seilhaken 637.
Seillitze 375. 613. 616.
Seilpolygon 90.
Seilräder 343.
Seilscheiben 393.
Seilscheibenfelge 393.
Seilsenkungen 382. 384. 389. 392.
Seiltrieb 374.
Seiltrieb, schiefer 389.
Seiltrieb, straffer 386.
Seiltrieb, zusammengesetzter 398.
Seiltrommeln 613. 616.
Seiltrum, führendes 377. 390.
Seiltrum, geführtes 377. 390.
Seilumfang 613.
Seilverbindungen 633.
Seilwinde 612.
Seitendruckzapfen 190.
Seitenscheibe 418. 465.
Sekundenkilogrammeter 145.
Selbstschliessende Dichtung 597. 603.
Selbstthätige Dichtung 597.
Sellers's Schraubensystem 149.
Sellers's 299. 443.
Senkbleidraht 619.
Senkbleischnur 615.
Seraing 526.
Setzkopf 176.
Setzmaschine 598.
Sharp 259. 519. 546.

Sichelträger 134.
Sicherheit 2.
Sinoide 238.
Sinoide, cycloidische 51. 535.
Sohlplatte eines Lagers 284. 290. 296.
Spannrollen 375.
Spannung 1.
Spannungsmoment 10.
Spannwerk der Kamine 612.
Speichen der Riemscheiben 368.
Speichen der Seilscheiben 394.
Speichen der Zahnräder 465.
Speichenkreuz, leichtes 467.
Speichenkrümmung 369. 395.
Speisepumpe 608.
Spinnerei 246.
Spirale, archimedische 646.
Spirale, logarithmische 646.
Spurpfanne, stellbare 311.
Spurplatten, drehbare 201.
Spurzapfen 191. 199.
Stahldraht 380.
St. Germain 342.
Stamm 70.
Stationen des Seiltriebs 399.
Stegkette 620. 623.
Stehbolzen 159. 188.
Stehelin 299. 444.
Stehlager 283.
Stehlager, dreischalige 293.
Stehlager, erhöhtes 291.
Stehlager, Gewichte der 286. 290.
Stehlagerstühle 315.
Steifigkeit der Riemen 359.
Steifigkeitscoëfficient 359.
Steigung der Schrauben 145. 149.
Stephenson 553.
Sternquerschnitt 232.
Stichzahl (Zahnräder) 407.
Stiefel 594.
Stirnkurbel 479.
Stirnlager 300. 301.
Stirnlager, Gewichte der 303.
Stirnräder 405. 463.
Stirnseitenlager 301.
Stirnzapfen 191. 516. 546.
Stirnzapfen, Tabelle über die 195.
Stockleiter 424.
Stopfbüchse 595. 600.
Stopfbüchsen, Schrauben an 157.
Stopfdichtung 595.
Stopfung 595.
Stossfugen der Drahtseile 380.
Straffes Treibseil 386.
Strebe 48. 126.
Strebfestigkeit 46.
Strebfestigkeit, Körper von gleicher 50.
Streifkeil 158.
Stulp 597.
Stulpdichtung 597. 603.
Stützachsen 207.
Stützlager 281. 309.
Stützlinie 90.
Stützzapfen 190. 199.
Suez-Kanal 271.
Sydenhampalast 599.

T.

Tachau 598.
Takelwerk der Schiffe 612.
Taucher 595.
Taucherglocke 598.
Tauchkolben 595.
T-Eisen 187.
Telegraphentau 619.
Tennant 555.
Theilkreis 406.
Theilkreishalbmesser 407.
Theilstation des Seiltriebs 399.
Theilstock des Seiltriebs 399.
Thonröhren 561.
Torsionsfedern 60.
Torsionskeil 210.
Torsionswinkel 41.
Träger 478.
Träger, eingespannter 13.
Träger, halb eingespannter 13.
Trägheitsmoment 16. 642.
Tragachsen 207.
Tragkeil 210.
Tragkraft 1. 2.
Traglänge der Seile 614. 618.
Traglänge der Ketten 630.
Traglager 281.
Tragmodul 1. 3.
Tragmoment 10.
Tragnabe 209. 475.
Tragrollen 375. 397.
Tragrollen, Tabelle über die 400.
Tragrollenachse, Druck auf die 401.
Tragsicherheit 2.
Tragstation des Seiltriebs 399. 403.
Tragzapfen 190.
Trapezschraube 165.
Treibkeil 516.
Treibketten 612. 620.
Treibriemen 358.
Treibschnüre 358. 364.
Treibseil 375. 612.
Treibseil, dickes 392.
Triebling 426.
Triebrollen 350.
Triebstange 516.
Triebstockverzahnung 423.
Triebwellen, lange 244.
Triebwellen, stehende 203.
Triebwerkräder 453. 456.
Trigonometrische Linien 658.
Trommeln für Seile 613. 616.
Turbinen 201. 244. 458. 578.

U.

Uferkrane 626. 639.
Uhlhorn 279.
Ulrich 408.
Umfassungswinkel bei Riemscheiben 359.
Umradlinie 415. 646.
Universalgelenk 260.
Universal-Rohrknie 574.
Unterwasserbauten 598.

V.

Vaucanson'sche Kette 620. 624.
Ventile 583.
Ventilkasten 586. 590.
Ventilkolben 597.
Ventilsitz 586.
Ventilspiegel 584.
Verdrehungswinkel 41.
Verhältnisskreise 406.
Verjüngung s. Armverjüngung.
Verschirren 464.
Verschlussnietungen 178.
Verschraubungen 145. 167.
Verstärkungsrippen, Wirkung der 17.
Verzahnung, allgemeine 410
Verzahnung, gemischte 422. 425.
Verzahnungsmethoden, beurtheilte 431.
Vierweghahn 585.
Voreilen 551.
Völkers 349.

W.

Wagenwinden 425.
Waghäusel 334.
Walzwerke 246. 266. 269. 459.
Wandfusslager 310.
Wandlager 299.
Wandlager, Gewichte der 303.
Wandlagerstühle 319. 325. 328.
Warl, Warrel 637.
Wasserbespülung 194. 200.
Wasserhebung 599.
Wasserleitungsröhren 561. 568.
Wasserrad 121. 194. 240. 458. 462.
Wasserschlussdichtung 598.
Watt 196. 529. 549.
Wälzungsbogen 413.
Wälzungskreis 415.
Webers 346.
Wechselräder der Drehbänke 407.
Wechselstation des Seiltriebs 399.
Wedding 367.
Weidenholz bei Seilscheiben 394.
Weidtmann 589.
Weisbach 599.
Weissenborn 415.
Weissguss 202.
Weissmetall 202. 288. 606.
Wellen 240.
Wellen, belastete 250.
Wellenhälse, Lager für 282.
Wellen, hölzerne 250.
Wellenkröpfung 479. 490.
Werder 66.
Werner 287. 400.
Wethli 447.
Widderkopf 639.
Whitworth's Schraubensystem 147.
Wilson 586.
Winan 260.
Winddruck 135.
Windwerke an Schützen, Schleusen 425. 432.
Winkeleisen 186.
Winkelhahn 584.
Winkelhebel 509.
Winkelriementrieb 350.
Winkelstation des Seiltriebs 399.
Wippbaum beim Kran 626.
Wirbel 637.
Wirbelring 637.
Wurmrad 437.
Wurzelzapfen 205.

Z.

Zahnbreite 406. 433. 453.
Zahndicke 406. 433. 454.
Zahneingriff 413.
Zahnflanke 406.
Zahnfuss 406. 412.
Zahnkopf 406.
Zahnkupplungen 267.
Zahnlänge 406. 432. 454.
Zahnlücken 342. 406.
Zahnprofil 411. 412. 414.
Zahnquerschnitt 453.
Zahnräder 343. 405.
Zahnräder, Gewichte der 468.
Zahnreibung 428. 438. 445.
Zahnscheitel 406.
Zahnsohle 406.
Zahnstange 412. 414. 418. 424. 427. 435.
Zahntheilung 406.
Zahnwurzel 406.
Zapfen 190.
Zapfendruck im Lager 281.
Zapfen, erweiterte, verengte 197.
Zapfen, gusseiserne 192.
Zapfen, gussstählerne 192.
Zapfen, hohle 193.
Zapfenhülse 471. 473.
Zapfen, ideeller 212.
Zapfenkreuz 510.
Zapfenlager 281.
Zapfenlager, Schrauben für 157.
Zapfenlänge 191. 196.
Zapfenscheitel 191.
Zapfenstiel 471. 480. 484. 511.
Zapfenverbindungen 205.
Zapfenwurzel 191.
Zähigkeit 3. 380.
Zähne 342. 406.
Zähnezahl 410. 425. 431. 434. 440. 448.
Zehme 415.
Zerknickungsfestigkeit 46.
Zerreisslänge der Ketten 630.
Zerreisslänge der Seile 615. 618.
Ziegler 398. 404.
Zimmermann 299.
Zimmerwerke 124.
Zuckerküche 609.
Zugfestigkeit 6.
Zugkraftorgan 612.
Zugseite eines Querschnittes 10.
Zulage 173.
Zusammengesetzte Festigkeit 51.
Zürich 408.
Zweischildig 513.
Zweitrumig 254.
Zwillingslager 313.
Zwischenkopf 159. 288.
Zwischenrollen 398.
Zwischenstationen des Seiltriebs 399.
Zwischenträger 112.
Zwisselketten 641.

$\sqrt{n}$	$\sqrt[4]{n}$	
95	0,740	
87	0,783	
86	0,880	
70	0,889	
26	0,915	
00	0,931	
47	0,967	
36	0,987	
69	1,016	(
41	1,047	(
28	1,054	(
74	1,105	(
30	1,149	(
94	1,189	(
63	1,225	(
37	1,257	(
14	1,286	(
93	1,318	(
75	1,342	(
59	1,368	(
44	1,392	(
30	1,414	(
04	1,457	(
85	1,495	(
67	1,531	(
51	1,565	(
36	1,597	(
23	1,627	0
10	1,655	0
00	1,682	0

s.

	$\sqrt[3]{n}$
90	0,638
62	0,646
15	0,654
52	0,661
72	0,669
78	0,676
59	0,683
46	0,691
10	0,697
51	0,704
00	0,711
28	0,717
44	0,724
50	0,730
16	0,736
31	0,742
07	0,748
74	0,754
12	0,760
32	0,766
23	0,771
07	0,777
92	0,782
00	0,788
11	0,793

$\sqrt{3} = 0{,}8660$

$\sqrt{3} = 0{,}5773$

$\sqrt{3} = 1{,}7321.$

TJ 230 .R44 1869 C.1
Der Constructeur :
Stanford University Libraries
3 6105 030 434 505

DATE DUE

TIMOSHENKO COLLECTION
IN HOUSE USE ONLY

STANFORD UNIVERSITY LIBRARIES
STANFORD, CALIFORNIA 94305-6004